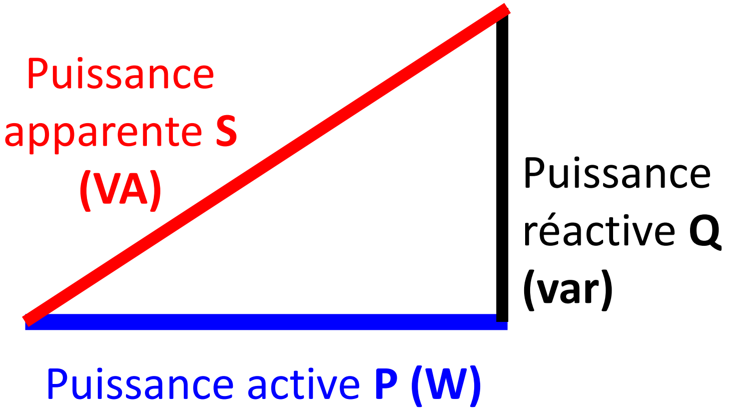
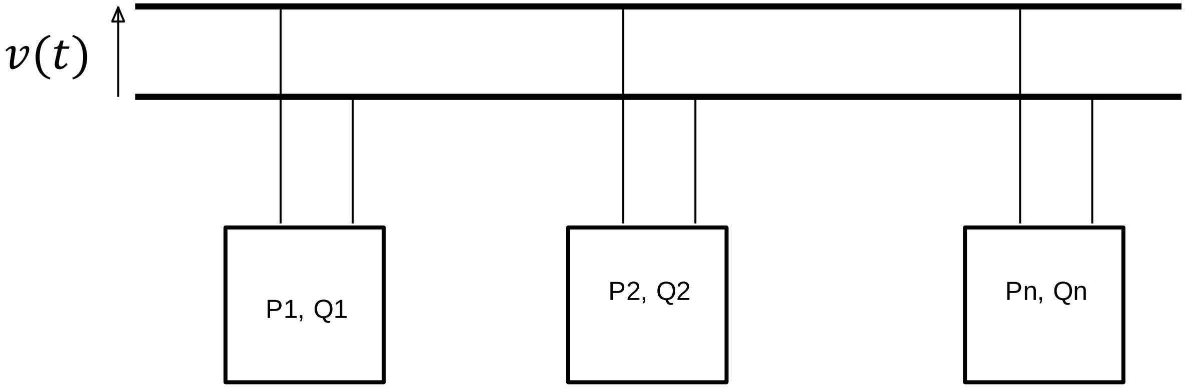
ELE 1409: ÉLECTRICITÉ DU BÂTIMENT

COURS 4: PUISSANCES ET FACTEUR DE PUISSANCE EN RÉGIME SINUSOIDAL

Cliquez ici pour la vidéo



$$\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{P}^2 + \boldsymbol{Q}^2}$$



$$\begin{cases} P_{tot} = P_1 + P_2 + \cdots + P_n \\ Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n \end{cases} ; S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}$$

Objectifs du cours 4

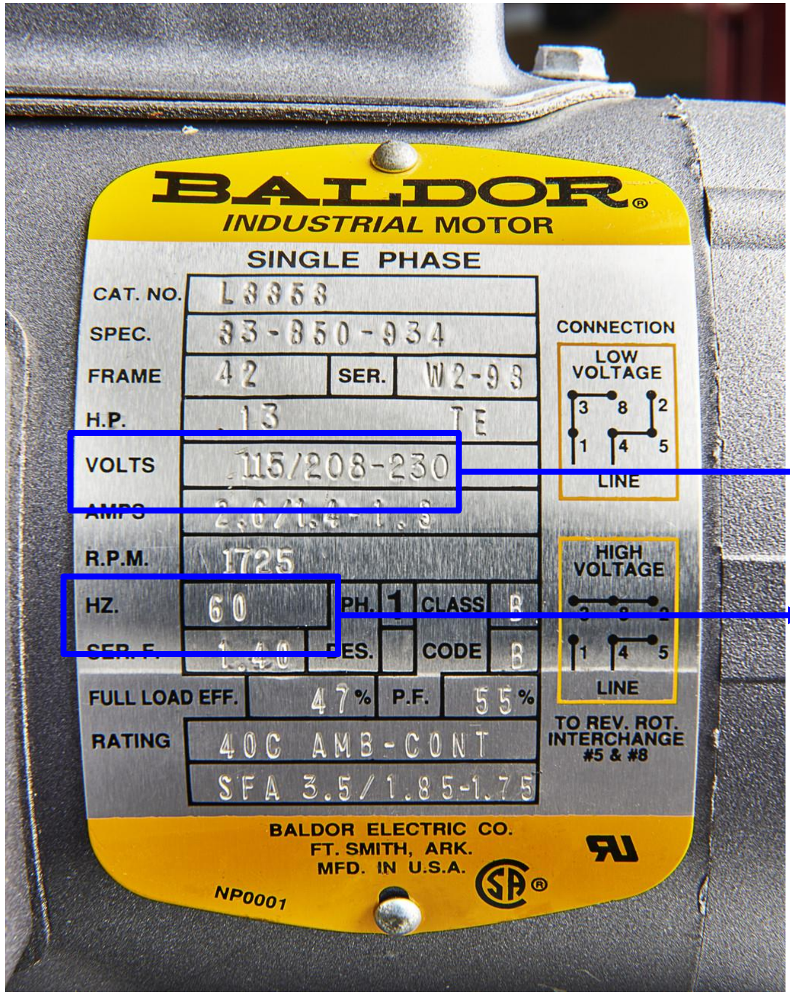
À l'issu de ce quatrième cours, l'étudiant(e) sera en mesure de :

- ❑ **Calculer la puissance réelle (active)** dans les circuits à courant alternatif (CA).
- ❑ **Expliquer la puissance active et réactive** dans les circuits alimentés en CA
- ❑ **Définir autrement le facteur de puissance.**
- ❑ **Expliquer la puissance apparente**.
- ❑ **Dimensionner** un condensateur afin d'améliorer le facteur de puissance (**compensation de l'énergie réactive**).

Plan du cours

- ❑Mise en situation
- ❑Quelques rappels
- ❑Puissances et facteur de puissance
- ❑Facteur de puissance et correction
- ❑Bilan de puissance

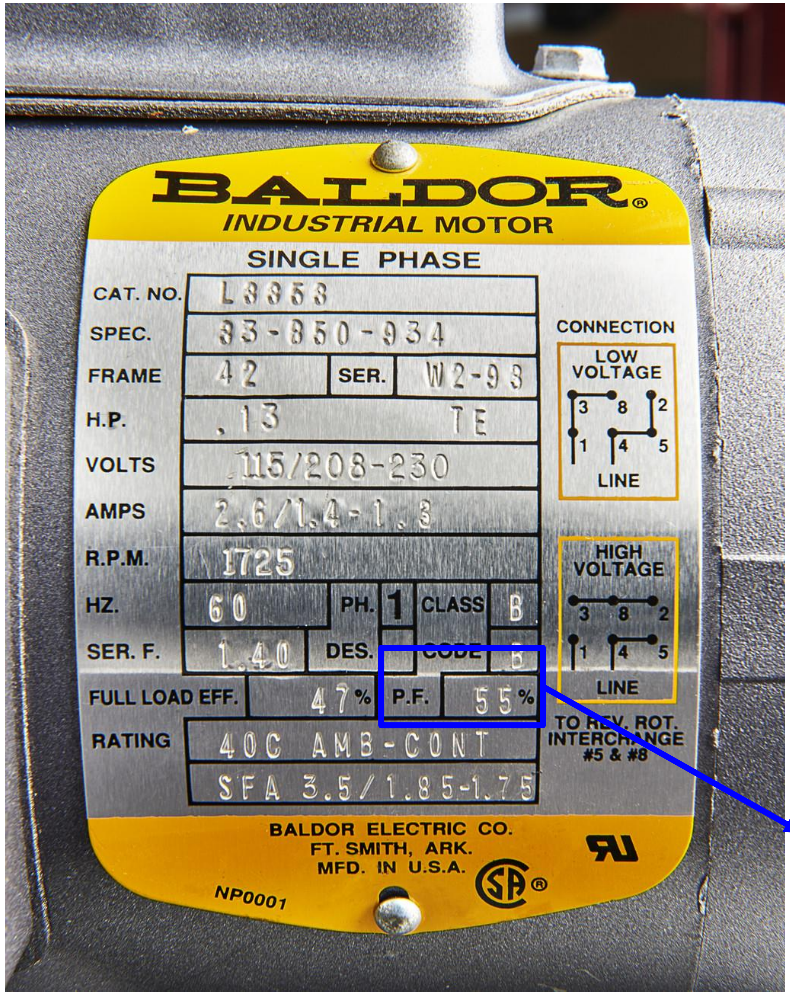
Mise en situation: *Puissance sur la plaque signalétique d'un moteur*



Que signifie volts 115/208-230?? *Tensions d'alimentation du moteur.*

Que signifie Hz 60 ?? *Fréquence du réseau d'alimentation du moteur*

Mise en situation: *Puissance sur la plaque signalétique d'un moteur*



Remarque

$$\begin{cases} 115\,Volts \times 2.6\,Amps = \mathbf{299} \\ 208\,Volts \times 1.4\,Amps = \mathbf{291.2} \\ 130\,Volts \times 1.3\,Amps = \mathbf{299} \end{cases}$$

Que représente ce produit des volts par des ampères? *une puissance*

Quelle puissance ? ***Objectif du cours (réponse plus tard)***

Que signifie PF 55 % ?? ***Objectif du cours (réponse plus tard)***

Rappels: *convention de signe*

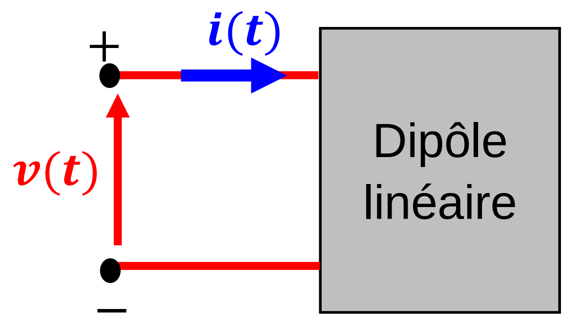
- Pour tout **dipôle linéaire** (**composant à deux bornes**) soumis à une tension $v(t)$ et parcouru par un courant $i(t)$:

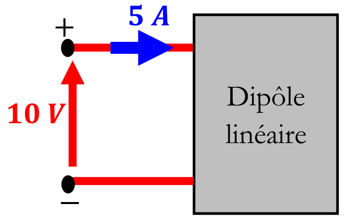
$$p(t) = v(t).i(t)$$

- La convention de signe en "récepteur" est la suivante :

▪ Si le courant va de la borne + à la borne – alors la ***puissance est positive*** ce qui signifie que le dipôle ***consomme*** de la puissance.

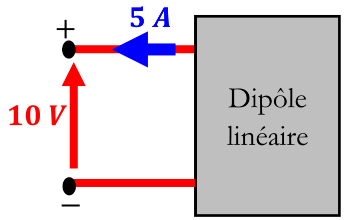
▪ Si le courant va de la borne – à la borne +, alors la **puissance est négative** et dans ce cas, le dipôle ***fournit*** de la puissance.





Puissance positive ou négative ?_*positive*__

Puissance positive car le dipôle reçoit (convention récepteur)



Puissance positive ou négative ?_*négative*__

Puissance négative car le dipôle fournit (convention générateur)

Rappels: *Nature de la charge selon le déphasage*

- Si on alimente un dipôle linéaire par une tension sinusoïdale d'expression :

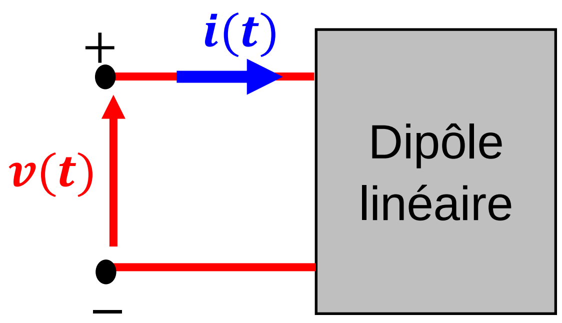
$$v(t) = V_{max}\,cos(\omega t)$$

Note: La tension a été prise comme origine des phases ($\theta_v = 0$)

- Le dipôle sera parcouru par un courant sinusoïdal d'expression :

$$i(t) = I_{max}\,cos(\omega t + \theta_i)$$

Avec θ_i qui représente le déphasage entre le courant et la tension.



Nature de la charge en fonction du déphasage

- Si $\theta_i = 0 = \theta_v$ alors le courant et la tension sont en **phase** et le dipôle est dans ce cas **résistif**.
- Si $\theta_i > 0$ alors le courant est en **avance** sur la tension et le dipôle est **globalement capacitif**.
- Si $\theta_i < 0$ alors le courant est en **retard** sur la tension et le dipôle est **globalement inductif**.

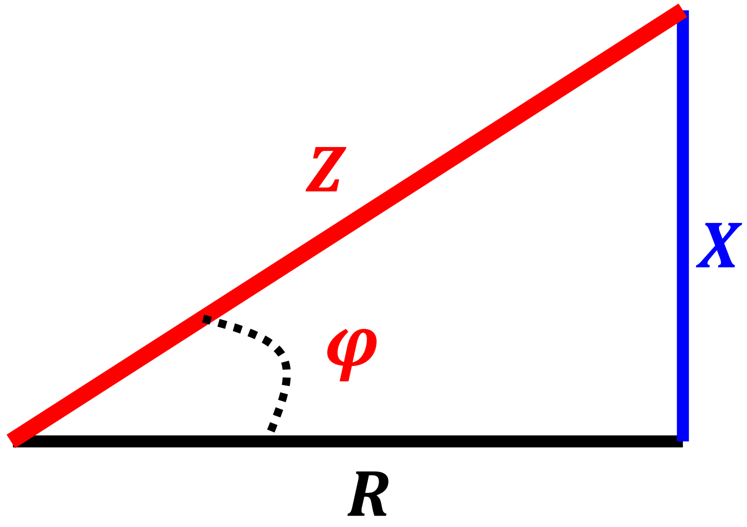
Rappels: *Nature de la charge selon l'impédance complexe*

- De façon générale, on aura :

$$\overline{Z} = R + jX = Z\angle\varphi \Rightarrow \begin{cases} R = Z\cos\varphi \\ X = Z\sin\varphi \end{cases}$$

Nature de la charge en fonction de l'impédance complexe

- $R > 0;\ X = 0$ pour une charge **purement résistive**
- $R > 0;\ X > 0$ pour une charge **inductive**
- $R > 0;\ X < 0$ pour une charge **capacitive**
- $R = 0;\ X > 0$ pour une charge **purement inductive**
- $R = 0;\ X < 0$ pour une charge **purement capacitive**.



Puissance et facteur de puissance: *puissance instantanée*

❑ Définition

$$p(t) = v(t)i(t)$$

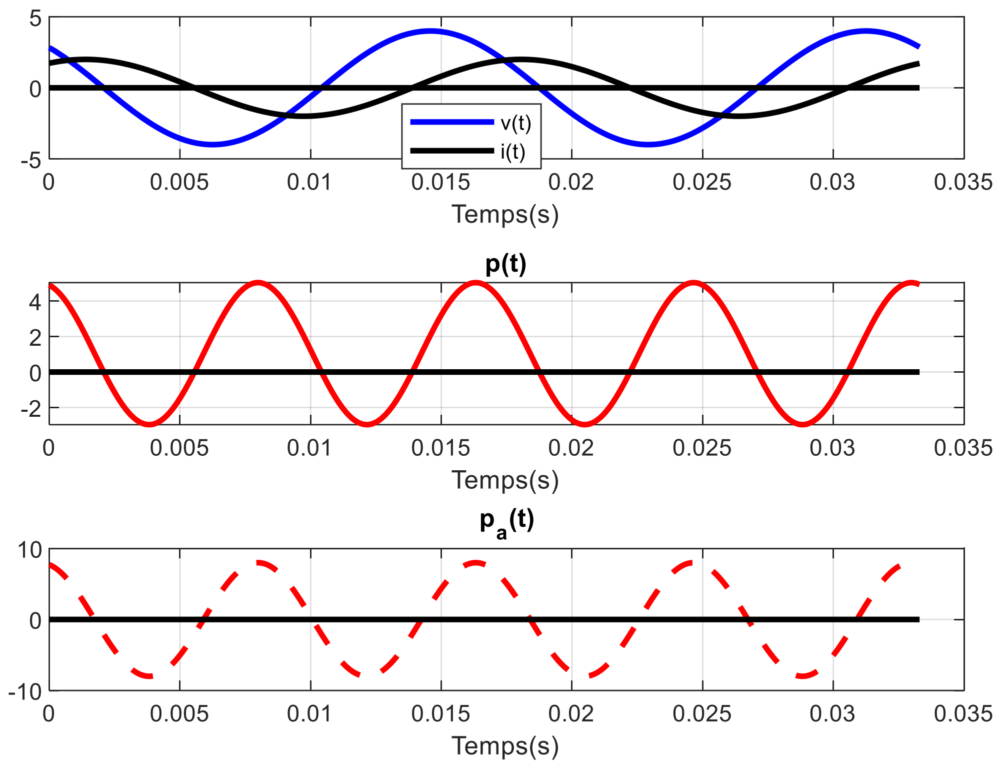
Si

$$\begin{cases} v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_v) \\ i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_i) \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(t) = VI[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

❑ Remarque

La puissance instantanée comporte une composante constante $VI\cos\varphi$ et une composante sinusoïdale d'amplitude VI et de fréquence double à celle de la tension et du courant.



Allures obtenues dans le cas où : $\begin{cases} v(t) = 4\cos\left(377t + \frac{\pi}{4}\right) \\ i(t) = 2\cos\left(377t - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$

Note: p_a représente la composante sinusoïdale de la puissance

Puissance et facteur de puissance: *puissance instantanée*

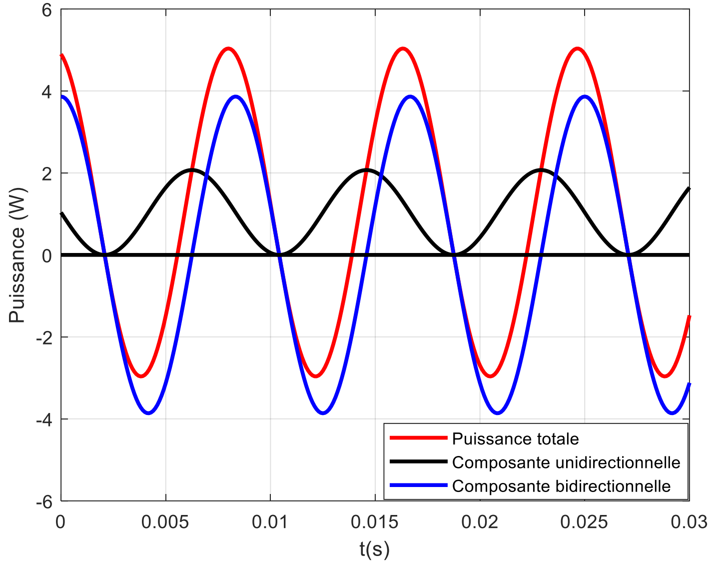
Avec $\boldsymbol{\varphi = \theta_v - \theta_i}$

$$p(t) = VI\cos\varphi\,[1+\cos(2\omega t + 2\theta_v)] + VI\sin\varphi\ [\sin(2\omega t + 2\theta_v)]$$

Remarques

✓ Le premier terme du second membre $VI\cos\varphi\,[1+\cos(2\omega t + 2\theta_v)]$, est une **composante pulsée toujours positive** qui oscille autour de la valeur moyenne $VI\cos\varphi$. Elle traduit ainsi un **échange unidirectionnel** d'énergie entre une source et une charge.

- Le deuxième terme de la puissance est une composante alternative qui varie sinusoïdalement avec une amplitude $VI\sin\varphi$ et une **valeur moyenne nulle**. Cette quantité est **alternativement positive et négative et traduit un échange oscillatoire et réversible (bidirectionnel)** entre la source et la charge.



- Si $\boldsymbol{\varphi = 0}$ (cas d'une charge purement **résistive**), alors $\cos\varphi = 1$ et $\sin\varphi = 0$; la valeur $\boldsymbol{VI\cos\varphi}$ **est alors maximum** et égale à VI, tandis que la **composante alternative (bidirectionnelle) est nulle.**
- Si $\boldsymbol{\varphi = \pm\pi/2}$ (charge purement **réactive**), alors $\cos\varphi = 0$ et $\sin\varphi = \pm 1$. La **puissance instantanée se réduit à la seule composante alternative**.

Puissance et facteur de puissance: *P, Q et S*

❑ Puissance active

$$P = \frac{1}{T}\int_T p(t)\,dt = VI\cos\varphi = RI^2 \quad [W]$$

❑ Puissance réactive

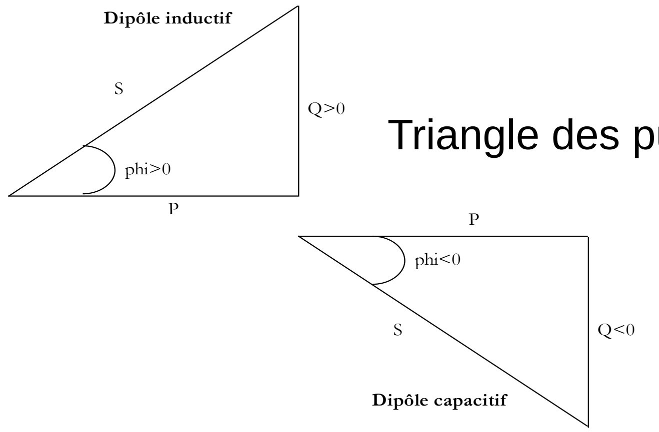
$$Q = VI\sin\varphi = XI^2 \quad [\text{var}]$$

❑ Puissance apparente

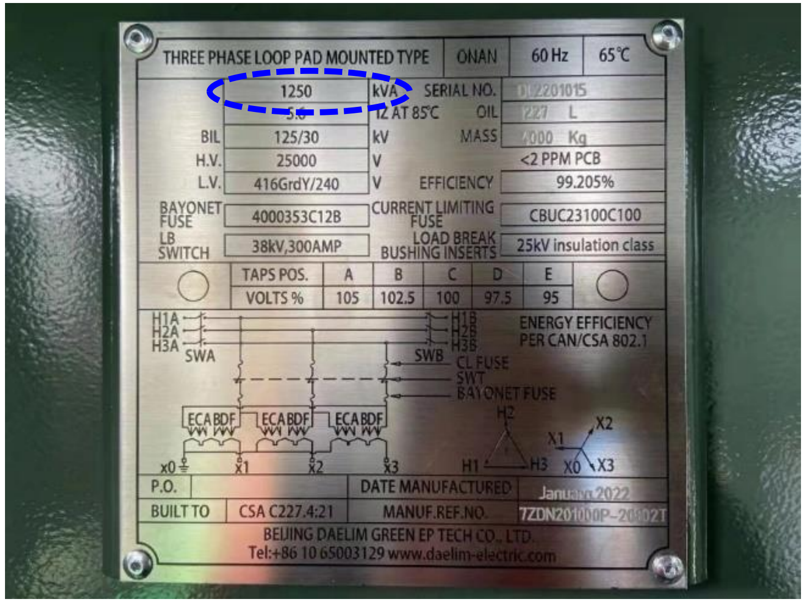
$$S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad [\text{VA}]$$

❑ Puissance apparente complexe

$$\overline{S} = P + jQ = S\angle\varphi = VI\angle\varphi = \overline{V}.\overline{I}^* = \overline{Z}I^2$$



Triangle des puissances



Plaque signalétique d'un transformateur triphasé 1250 kVA

Exemple d'application 1: Une impédance est donnée par son module $Z = 33\,\Omega$ et le déphasage est $\varphi = 30\,°$. Calculez sa résistance et sa réactance, de même que les puissances active, réactive et apparente correspondant à une tension appliquée de $220\,V$ de valeur efficace.

Solution de l'exemple

- ✓ **Résistance et réactance** : selon le triangle des impédances

$$\begin{cases} R = Z\cos\varphi = 33 \times \cos 30° = \boxed{28.58\ \Omega} \\ X = Z\sin\varphi = 33 \times \sin 30° = \boxed{16.5\ \Omega} \end{cases}$$

- ✓ **Puissances** : avec le module de l'impédance et la valeur efficace de la tension, on obtient :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{33} = 6.667\ A$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = RI^2 = 28.58 \times (6.667)^2 = \boxed{1.270\ kW} \\ Q = XI^2 = 16.5 \times (6.667)^2 = \boxed{733.4\ \mathrm{var}} \end{cases}$$

Avec le triangle de puissance, on obtient :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(1270)^2 + (733.4)^2} = \boxed{1.466\ kVA}$$

Puissance et facteur de puissance: *Correction du facteur de puissance*

- **Autre définition du facteur de puissance**

$$FP = \cos\varphi = \frac{P}{S}$$

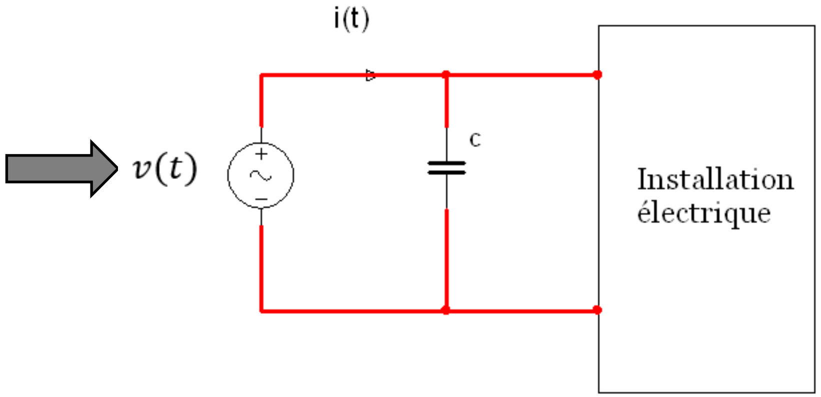
- **Remarque:**

Le facteur de puissance permet de **caractériser l'efficacité d'un système de distribution d'énergie**. Il est désirable d'avoir un facteur de puissance **aussi proche que possible de 1**. Dans la plupart des cas, l'utilisateur représente une **charge inductive (voir tableau ci-contre).**

Facteurs de puissances des appareils les plus courants

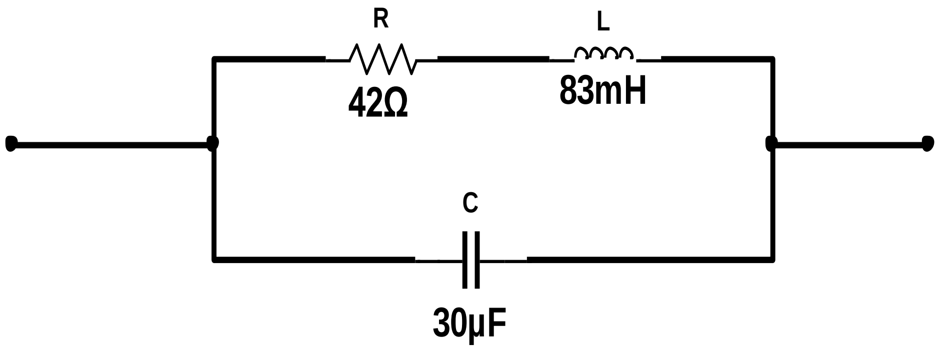
Appareils	Facteur de puissance	Observations
Moteurs asynchrones en charge		
0 % de charge	0.17	Il faut éviter d'utiliser les moteurs asynchrones à vide
25 % de charge	0.55	
50 % de charge	0.73	
75 % de charge	0.8	
100 % de charge	0.85	
Lampes		
Lampes à incandescence	1	Ces lampes sont généralement compensées dès l'origine
Lampes à fluorescence	0.5	
Lampes à décharge	0.4 à 0.6	
Fours		
Fours à résistance	1	
Fours à induction	0.85	
Fours à arc	0.8	

Une des solutions pour améliorer le facteur de puissance est de raccorder des condensateurs en **parallèle** avec la charge. On dit alors qu'on corrige ou améliore le facteur de puissance ou alors que l'on compense l'énergie réactive



Exemple d'application 6 : Une charge est constituée par la mise en parallèle d'une capacité $C = 30\ \mu F$ avec un dipôle formé par la mise en série d'une inductance $L = 83\ mH$ et d'une résistance $R = 42\ \Omega$.

1. Calculez la valeur de l'impédance de cette charge à une fréquence de $60\ Hz$ et son facteur de puissance.
2. Comparez avec le facteur de puissance obtenu en l'absence de capacité.

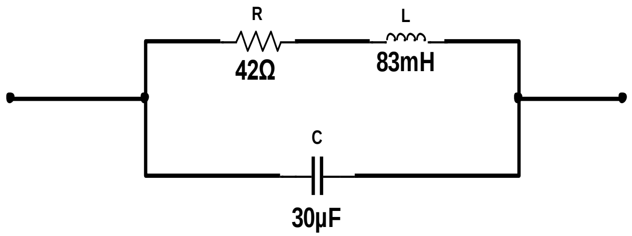


À $60\ Hz$ ($\omega = 377\ \text{rad/s}$), les réactances sont les suivantes :

$$\begin{cases} X_L = L\omega = 83 \times 10^{-3} \times 377 = 31.291\ \Omega \\ X_C = -\frac{1}{C\omega} = -\frac{1}{30\times10^{-6}\times377} = -88.417\ \Omega \end{cases}$$

Exemple d'application 6 : Une charge est constituée par la mise en parallèle d'une capacité $C = 30\,\mu F$ avec un dipôle formé par la mise en série d'une inductance $L = 83\,mH$ et d'une résistance $R = 42\,\Omega$.

1. **Calculez la valeur de l'impédance de cette charge à une fréquence de $60\,Hz$ et son facteur de puissance.**
2. Comparez avec le facteur de puissance obtenu en l'absence de capacité



À $60\,Hz$ ($\omega = 377$ rad/s), les réactances sont les suivantes :

$$\begin{cases} X_L = L\omega = 83 \times 10^{-3} \times 377 = 31{,}291\,\Omega \\ X_C = -\frac{1}{C\omega} = -\frac{1}{30\times10^{-6}\times377} = -88{,}417\,\Omega \end{cases}$$

Solution de l'exemple d'application

1. Impédance équivalente et facteur de puissance.

L'impédance équivalente à R et L en série vaut :

$$\bar{Z}_{R,L} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + jX_L = 42 + j31{,}291\,\Omega = 52.375\angle 36.687°\,\Omega$$

Avec $\bar{Z}_C = jX_C = -j88.417\,\Omega = 88.417\angle -90°\,\Omega$ on obtient une impédance équivalente totale en utilisant la relation (produit divisé par la somme) comme suit :

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_{R,L} \times \bar{Z}_C}{\bar{Z}_{R,L} + \bar{Z}_C} = \frac{(52.375\angle 36.687°)(88.417\angle -90°)}{42 + j31.291 - j88.417}$$

$$= \frac{4630.84\angle -53.313°}{42 - j57.126} = \frac{4630.84\angle -53.313°}{70.904\angle -53.676°}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{Z}_{eq} = 65.311\angle 0.363°\,\Omega}$$

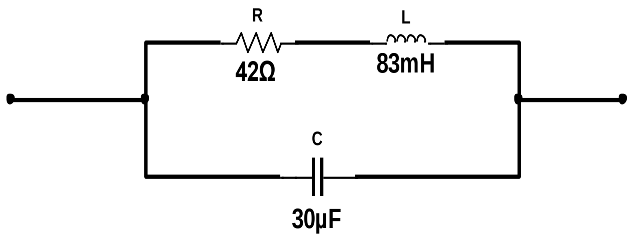
On identifie le facteur de puissance comme montré ci-dessous :

$$\bar{Z}_{eq} = \underbrace{65.311}_{Z_{eq}}\angle\underbrace{0.363°}_{\varphi}\,\Omega \Rightarrow FP = \cos\varphi = \cos(0.363°)$$

$$= \boxed{0.99 \text{ retard}} \text{ car } \varphi > 0$$

Exemple d'application 6 : Une charge est constituée par la mise en parallèle d'une capacité $C = 30\,\mu F$ avec un dipôle formé par la mise en série d'une inductance $L = 83\,mH$ et d'une résistance $R = 42\,\Omega$.

1. Calculez la valeur de l'impédance de cette charge à une fréquence de $60\,Hz$ et son facteur de puissance.
2. **Comparez avec le facteur de puissance obtenu en l'absence de capacité**



À $60\,Hz$ ($\omega = 377$ rad/s), les réactances sont les suivantes :

$$\begin{cases} X_L = L\omega = 83 \times 10^{-3} \times 377 = 31{,}291\,\Omega \\ X_C = -\frac{1}{C\omega} = -\frac{1}{30\times10^{-6}\times377} = -88{,}417\,\Omega \end{cases}$$

Solution de l'exemple d'application

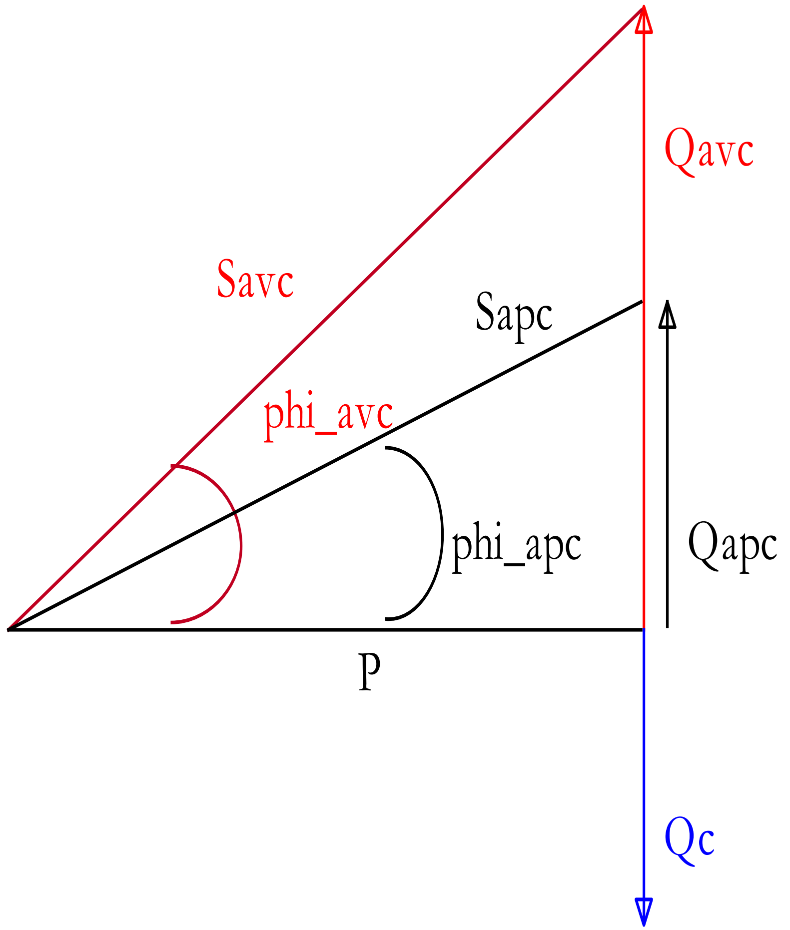
2. Facteur de puissance en l'absence de la capacité

Dans ce cas, on considère la valeur de $\overline{Z}_{R,L}$ et on identifie le facteur de puissance comme précédemment.

$$\overline{Z}_{R,L} = 52.375\angle\underbrace{36.687°}_{\varphi_{\text{avc}}} \Rightarrow FP_{\text{avc}} = \cos(\varphi_{\text{avc}})$$

$$= \cos(36.687°) = \boxed{0.8\text{ retard}}$$

Puissance et FP : *Dimensionnement du condensateur de compensation*



Aussi

$$Q_C = P_{\text{totale}}\left(\tan\varphi_{\text{apc}} - \tan\varphi_{\text{avc}}\right)$$

- ✓ **Étape 1**: à partir du facteur de puissance avant compensation FP_{avc}, on obtient Q_{avc} comme suit :

$$S_{\text{avc}} = \frac{P}{FP_{\text{avc}}};\ Q_{\text{avc}} = \sqrt{S_{\text{avc}}^2 - P^2}$$

- ✓ **Étape 2**: avec le facteur de puissance désiré FP_{apc} (après compensation), on obtient Q_{apc} comme suit :

$$S_{\text{apc}} = \frac{P}{FP_{\text{apc}}};\ Q_{\text{apc}} = \sqrt{S_{\text{apc}}^2 - P^2}$$

- ✓ **Étape 3**: Bilan de puissance réactive de l'installation permet

$$Q_C = Q_{\text{apc}} - Q_{\text{avc}}$$

- ✓ **Étape 4**: Valeurs de X_C et de C

$$X_C = -\frac{1}{C\omega} \Rightarrow Q_C = -C\omega V^2 \Rightarrow C = -\frac{Q_C}{\omega V^2}$$

- ✓ **Autres formules utiles**

$$Q_C = X_C I_C^2 \text{ avec } I_C = \frac{V}{-X_C} \Rightarrow Q_C = \frac{V^2}{X_C}$$

Puissance et FP : *Exemple d'application 3*

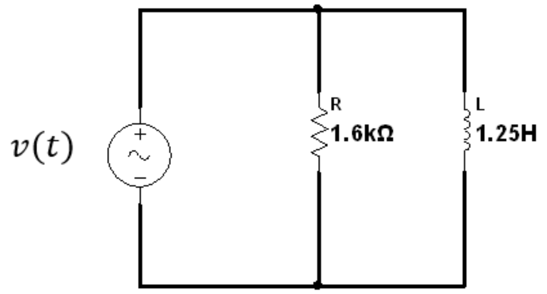
Énoncé: Une installation électrique est équivalente à une résistance R de $1{,}6\ k\Omega$ en parallèle avec une inductance de $1.25\ H$ comme montré ci-dessous. La valeur efficace de la tension d'alimentation est V= $230\ V$ à une fréquence de $\mathbf{50}\ \boldsymbol{Hz}$. Sans calculer l'impédance équivalente du circuit :

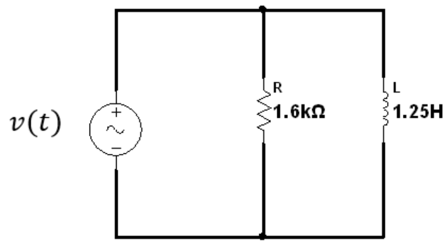
1. Calculez les puissances active et réactive et apparente consommées par l'installation.
2. En déduire le courant efficace et le facteur de puissance du circuit.
3. Calculez le déphasage de la tension par rapport au courant.
4. On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.

a. Quelle doit être la capacité du condensateur pour relever le facteur de puissance à 0.90 retard ?

b. Déterminez la nouvelle valeur efficace du courant fournie par la source.

c. Quelle est la valeur efficace du courant dans le condensateur.





1. Calcul de $\boldsymbol{P, Q}$ et $\boldsymbol{S}$

La puissance active P est due seulement à la résistance tandis que la puissance Q est celle consommée par l'inductance. R et L étant en parallèle sont soumis à la même tension :

- ✓ L'impédance d'une résistance pure est égale à R ce qui donne :

$$Z_R = 1.6\ k\Omega \Rightarrow I_R = \frac{V}{Z_R} = \frac{230}{1600} = 0.143\ A\ ;\ \ P_R = RI_R^2 \ \Rightarrow P_R = 1600 \times (0.143)^2 = \boxed{32.72\ W}$$

- ✓ L'impédance d'une inductance pure est égale à $X_L = L\omega$ ce qui donne :

$$Z_L = 1.25 \times 2\pi \times 50 = 392.7\ \Omega \Rightarrow I_L = \frac{V}{Z_L} = \frac{230}{392.7} = 0.585\ A\ ;\ \ Q_L = X_L I_L^2 \ \Rightarrow Q_L = 392.7 \times (0.585)^2 = \boxed{134.4\ \text{var}}$$

La puissance apparente se calcule à partir du triangle de puissance comme suit :

$$S = \sqrt{P_R^2 + Q_L^2} = \sqrt{(32.72)^2 + (134.4)^2} = \boxed{138.325\ VA}$$

2. Calcul de I et de FP

En utilisant (7) et (12) des notes de cours on obtient :

$$\begin{cases} I = \frac{S}{V} = \frac{138.325}{230} = \boxed{0.6\ A} \\ FP = \frac{P}{S} = \frac{32.72}{138.325} = \boxed{0.236 \text{ retard}} \end{cases}$$

3. Calcul du déphasage

Il est définit comme suit:

$$\varphi = \text{acos}(FP) = \text{acos}(0.236) = \boxed{+76.35°} \text{ car circuit inductif}$$

4. Compensation

a. Calcul de la capacité du condensateur de compensation.

Des questions précédentes, on identifie :

$$P = 32.72\ W;\ S_{\text{avc}} = 138.325\ VA\ ;\ Q_{\text{apc}} = 134.4 \text{ var}\ ;\ FP_{\text{apc}} = 0.9$$

En utilisant la formule (13) des notes de cours, on obtient

$$S_{\text{apc}} = \frac{P}{FP_{\text{apc}}} = \frac{32.72}{0.9} = 36.355\ VA \Rightarrow\ Q_{\text{apc}} = \sqrt{S_{\text{apc}}^2 - P^2} = \sqrt{(36.355)^2 - (32.72)^2} = 15.845 \text{ var}$$

Calcul de Q_C avec la formule (15) des notes de cours:

$$Q_C = Q_{\text{apc}} - Q_{\text{avc}} = 15.845 - 134.4 = -118.555 \text{ var}$$

Ce qui donne finalement :

$$C = -\frac{Q_C}{\omega V^2} = -\frac{-118.555}{2\pi \times 50 \times 230^2} = \boxed{7.133\ \mu F}$$

b. Nouvelle valeur efficace du courant de source

Avec la formule (14), on aura :

$$I_{\text{apc}} = \frac{S_{\text{apc}}}{V} = \frac{36.355}{230} = \boxed{0.158\ A}$$

c. Valeur efficace du courant dans le condensateur

La réactance du condensateur est définie comme suit :

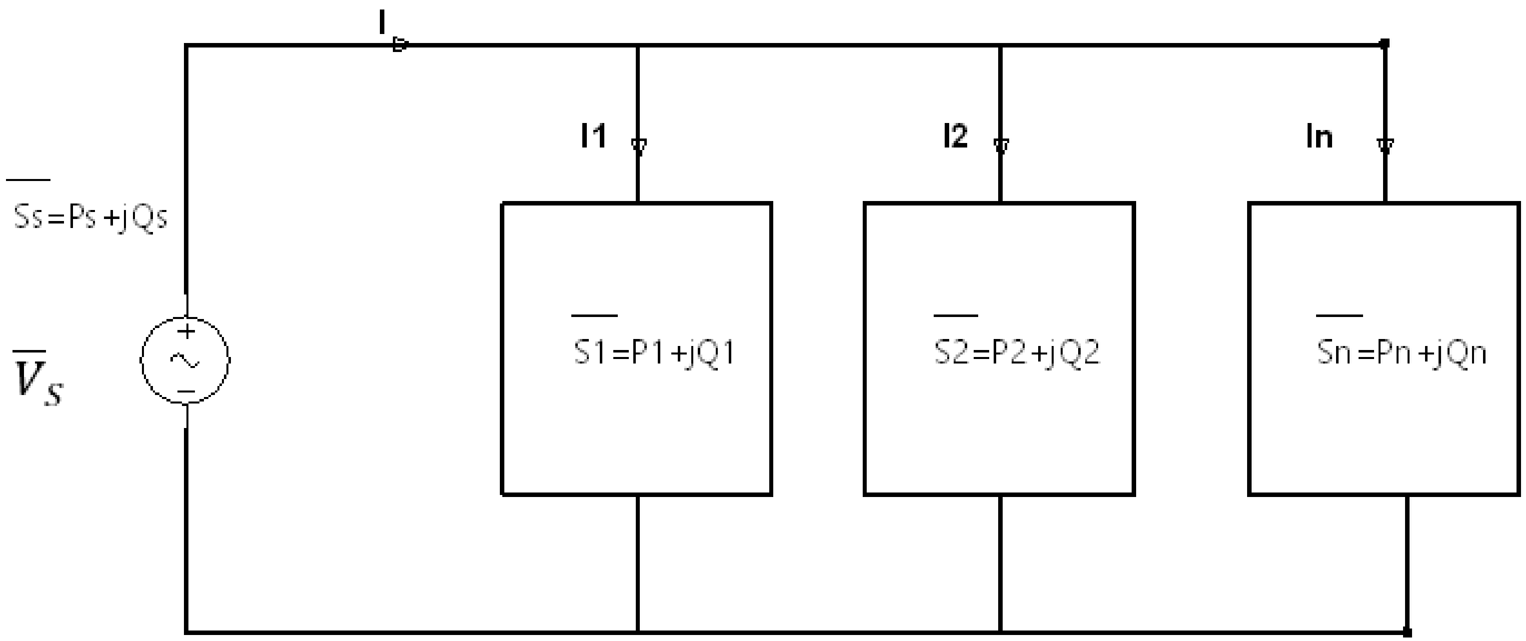
$$X_C = -\frac{1}{C\omega} = -\frac{1}{7{,}133 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 50} = -446.25\ \Omega$$

Avec on obtient :

$$I_C = \frac{V}{-X_C} = \frac{230}{-(-446.25)} = \boxed{0.515\ A}$$

Conservation de puissances : *Énoncé du théorème*

Soit une installation monophasée comportant n charges raccordées en parallèle aux bornes d'une source de tension sinusoïdale comme montré ci-contre. La source fournit pour l'ensemble des charges une puissance apparente complexe $\overline{S}_S = P_S + jQ_S$.



Conservation de puissances : *Énoncé du théorème*

Le théorème de Boucherot s'énonce comme suit :

- La somme des puissances actives consommées par l'installation est égale à la puissance active fournie par la source.

$$P_S = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n = \sum P_i$$

- La somme des puissances réactives consommées par l'installation est égale à la puissance réactive de la source.

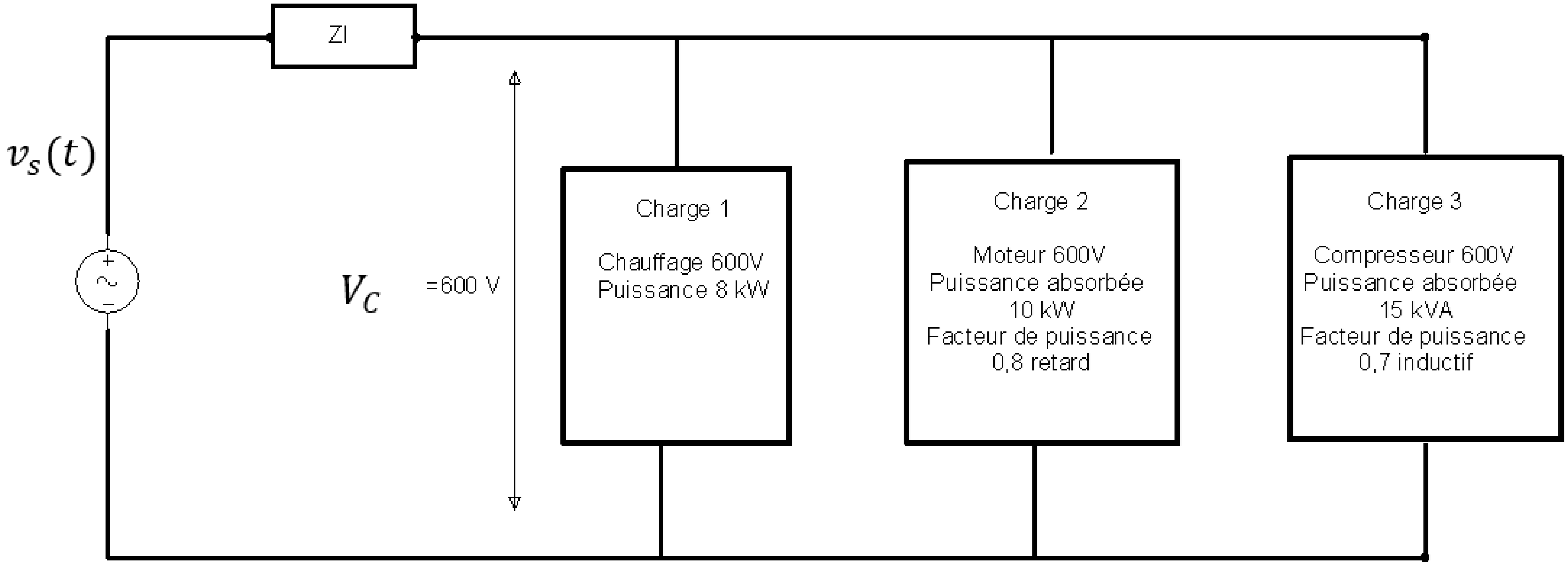
$$Q_S = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n = \sum Q_i$$

- La puissance apparente dans ce cas se calcule comme suit :

$$\bar{S}_S = P_S + jQ_S = \sum P_i + j\left(\sum Q_i\right) \Rightarrow S_S = \sqrt{\left(\sum P_i\right)^2 + \left(\sum Q_i\right)^2} = VI$$

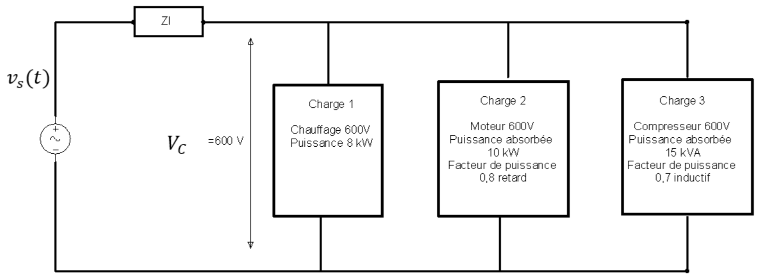
Conservation de puissances : *Exemple d'application 5*

Résolvons l'installation ci-dessous avec la méthode du bilan de puissance. Les *questions de l'exercice seront en gras rouge*.



Conservation de puissances : *Exemple d'application 5*

Question 1: Calcul du courant débité par la source



Bilan de puissance

- **Charge 1**

$$FP_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = P_1 = 8\ kVA \\ Q_1 = 0\ kvar \end{cases}$$

- **Charge 2**

$$FP_2 = 0{,}8 \text{ retard} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = \dfrac{P_2}{FP_2} = \dfrac{10}{0.8} = 12.5\ kVA \\ Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{(12.5)^2 - (10)^2} = 7.5\ kvar \end{cases}$$

- **Charge 3**

$$FP_3 = 0.7 \text{ retard} \Rightarrow \begin{cases} P_3 = S_3 \times FP_3 = 15 \times 0.7 = 10.5\ kW \\ Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{(15)^2 - (10.5)^2} = 10.712\ kvar \end{cases}$$

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Bilan de puissance

- **Charge 1**

$$FP_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = P_1 = 8\ kVA \\ Q_1 = 0\ kvar \end{cases}$$

- **Charge 2**

$$FP_2 = 0{,}8 \text{ retard}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_2 = \dfrac{P_2}{FP_2} = \dfrac{10}{0.8} = 12.5\ kVA \\ Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{(12.5)^2 - (10)^2} = 7.5\ kvar \end{cases}$$

- **Charge 3**

$$FP_3 = 0.7 \text{ retard}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_3 = S_3 \times FP_3 = 15 \times 0.7 = 10.5\ kW \\ Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{(15)^2 - (10.5)^2} = 10.712\ kvar \end{cases}$$

- **Bilan de puissance pour la charge**

$$\begin{cases} P_C = \sum P = 8 + 10 + 10{,}5 = 28.5\ kW \\ Q_C = \sum Q = 0 + 7.5 + 10.712 = 18.212\ kvar \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = 33.822\ kVA$$

Conservation de puissances : *Exemple d'application 5*

- **Bilan de puissance pour la charge**

$$\begin{cases} P_C = \sum P = 8 + 10 + 10.5 = 28.5\ kW \\ Q_C = \sum Q = 0 + 7.5 + 10.712 = 18.212\ \text{kvar} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = 33.822\ kVA$$

On peut maintenant calculer la valeur efficace du courant débité par la source comme suit:

$$I_S = \frac{S_C}{V_C} = \frac{33.822 \times 1000}{600} = \boxed{56.37\ A}$$

Question 2: Calcul de la tension de source avant correction

- Puissances dissipées dans la ligne

$$\begin{cases} P_\ell = R_\ell I_S^2 = 0.15 \times (56.37)^2 = 476.636\ W \\ Q_\ell = X_\ell I_S^2 = 0.2 \times (56.37)^2 = 635.515\ \text{var} \end{cases}$$

- Bilan de puissances de la source

$$\begin{cases} P_S = P_C + P_\ell = 28.5 + \dfrac{476.636}{1000} = 28.976\ kW \\ Q_S = Q_C + Q_\ell = 18.212 + \dfrac{635.515}{1000} = 18.847\ \text{kvar} \end{cases} \Rightarrow S_S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = 34.566\ kVA$$

Avec le bilan de puissance de la source on obtient la tension de source avant correction comme suit:

$$V_S = \frac{S_S}{I_S} = \frac{34.566 \times 1000}{56.37} = \boxed{613.2\ V}$$

Question 3: Calcul de la réactance capacitive pour compenser toute l'énergie réactive de la charge

La puissance réactive du condensateur doit valoir $-Q_C$ pour compenser le besoin en puissance réactive de la charge. On détermine alors la réactance capacitive comme ci-dessous :

$$-Q_C = X_C . I_C^2 = \frac{V_C^2}{X_C} \Rightarrow X_C = -\frac{V_C^2}{Q_C} = -\frac{600^2}{18.212 \times 1000} = \boxed{-197.767\ \Omega}$$

Conservation de puissances : *Exemple d'application 5*

Question 4: Calcul de la tension de source après correction

Après correction, les puissances dans la charge deviennent :

$$\begin{cases} P_C = 28.5\ kW \\ Q_C = 0\ \text{kvar} \end{cases} \Rightarrow S_C = P_C = 28.5\ kVA \Rightarrow I_S = \frac{S_C}{V_C} = \frac{28.5 \times 1000}{600} = 47.5\ A$$

Les pertes en ligne deviennent :

$$\begin{cases} P_\ell = R_\ell I_S^2 = 0.15 \times (47.5)^2 = 338.437\ W \\ Q_\ell = X_\ell I_S^2 = 0.2 \times (47.5)^2 = 451.25\ \text{var} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_S = P_C + P_\ell = 28.5 + \dfrac{338.437}{1000} = 28.838\ kW \\ Q_S = Q + Q_\ell = 0 + \dfrac{451.25}{1000} = 0.451\ kvar \end{cases}$$

Ce qui donne

$$S_S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = 28.841\ kVA \ \Rightarrow\ V_S = \frac{S_S}{I_S} = \frac{28.841 \times 1000}{47.5} = \boxed{607.18\ V}$$

Remarque : la méthode de conservations des puissances est plus simple, car elle ne nécessite pas la manipulation des phaseurs.

À venir

Cours 5: circuits triphasés

Merci pour votre aimable attention