POLYTECHNIQUE MONTRÉAL UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Exercices chapitre 3

Exercices avec solution

Exercice 1

Soit donnée une source alternative de valeur efficace 208 V et de fréquence 60 Hz. Déterminez

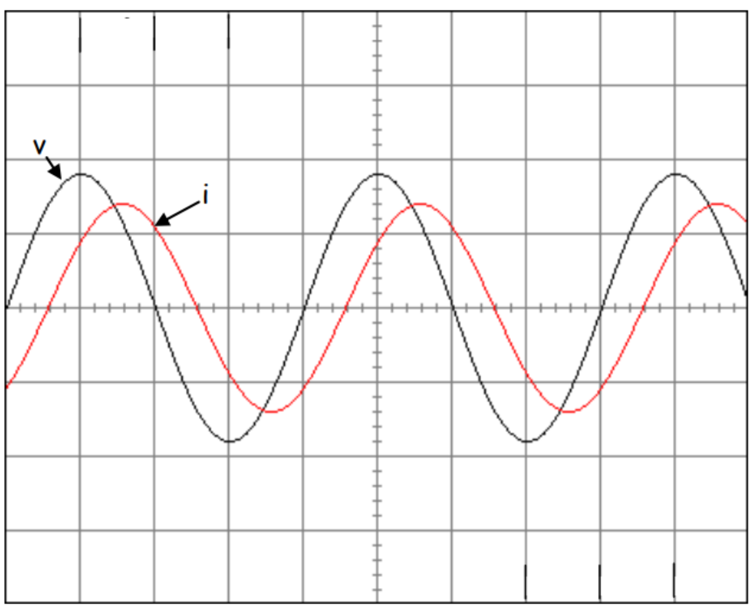
1. Sa valeur crête ou amplitude
2. Sa pulsation
3. Sa période

Réponses : $V_{\max} = \mathbf{294,156}\ \boldsymbol{V}$; $\omega = \mathbf{376,8\ rad/s}$; $T = \mathbf{16,66}\ \boldsymbol{ms}$.

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 2

Pour une charge de nature inconnue, on relève l'oscillographe ci-dessous. La courbe noire représente la tension aux bornes de charge et la courbe en rouge, le courant dans la charge. L'échelle des temps est de $5\ \mu s/\mathrm{div}$.



1. Déterminez la période et la fréquence des signaux relevés.
2. Quelle est la nature (inductive ou capacitive) de la charge ? Justifiez votre réponse.
3. Déterminer la valeur du déphasage entre la tension v et le courant i.

Réponses : $\boldsymbol{T = 20\ \mu s}$; $\boldsymbol{f = 50\ kHz}$; **inductive,** $\boldsymbol{\varphi = 54\ ° = 0,942}$ **rad.**

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 3

Deux impédances complexes sont définies sous leurs formes algébriques comme suit : $\overline{Z}_1 = 2 + 3j\ \Omega$; $\overline{Z}_2 = 3 - 4j\ \Omega$.

1. Quelle est la forme polaire (phaseurs) des impédances $\overline{Z}_1$ et $\overline{Z}_2$?
2. Calculez sous formes polaires les impédances complexes suivantes : $\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2$ et $\frac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2}$.

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 4

Écrire sous forme de phaseurs, les grandeurs électriques suivantes :

1. $v_1(t) = \cos(20t)\ \ (V)$
2. $i_1(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - 30°)\ \ (A)$
3. $v_2(t) = 5\sqrt{2}\sin(20t + 120°)\ \ (V)$
4. $i_2(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t)\ \ (A)$

Réponses : $\begin{cases} \overline{V}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle 0°\ V \\ \overline{I}_1 = I\angle -30°\ A \end{cases}$; $\begin{cases} \overline{V}_2 = 5\angle 30°\ V \\ \overline{I}_2 = I\angle -\pi/2\ \ A \end{cases}$

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 5

1. On considère les courants suivants tournants à la fréquence $f = 60\ Hz$. Écrire chaque courant sous la forme instantanée.

a. $\overline{I}_1 = 8\angle 0°\ \ (A)$

b. $\overline{I}_2 = 20\angle -30°\ \ (A)$

c. $\overline{I}_3 = 9\angle -90°\ \ (A)$

d. $\overline{I}_4 = 10\angle -180°\ \ (A)$

2. Écrire sous forme complexe trigonométrique et exponentielle les courants instantanés suivants :

a. $i_1(t) = 45\sin(377t)$

b. $i_2(t) = 5\cos(377t - 0{,}25)$

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 6 : *Pertinence de l'utilisation des phaseurs dans l'analyse des installations électriques.*

1. Calculez le courant $i = i_1 + i_2$ en temporelle en considérant les expressions temporelles suivantes :

$$\begin{cases} i_1 = 50\sqrt{2}\cos(377t - 30°)\ \ \ (A) \\ i_2 = 25\sqrt{2}\cos(377t - 20°)\ \ \ (A) \end{cases}$$

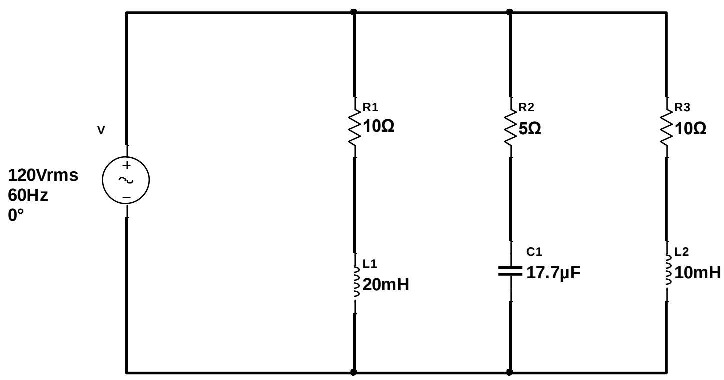
2. Utilisez à présent la méthode des phaseurs pour calculer le courant i précédent. Comparez la méthode temporelle et celle utilisant les phaseurs.

Réponse : $i(t) = 105.714\cos(377t - 26.667°)\ \ A$

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 7 : *Impédance équivalente*

1. Calculez pour le circuit ci-dessous, la résistance et la réactance, du dipôle vues des bornes du générateur délivrant une tension de $120\ V$ à $60\ Hz$.
2. Calculez la valeur efficace du courant débité par la source.



Réponses : $\begin{cases} R = 5{,}317\ \Omega \\ X = 2{,}611\ \Omega \end{cases}$; $I = 20{,}26\ A$

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Exercice 8

En alimentant une installation par une tension d'expression $v(t) = 110\sqrt{2}\cos(377t + 60°)\ V$, on obtient un courant absorbé d'expression $i(t) = 5\sqrt{2}\cos(377t + 120°)\ A$

1. Écrivez sous forme de phaseurs le courant et la tension.
2. Calculez son facteur de puissance, préciser si le circuit est inductif ou capacitif.
3. Calculez l'impédance complexe du circuit.

Réponses : $\begin{cases} \overline{V} = 110\angle 60°\ V \\ \overline{I} = 5\ \angle 120°\ A \end{cases}$; $FP = 0{,}5$ avance (capacitif); $\overline{Z} = 11 - j19{,}052\ \Omega = 22\angle -60°\ \Omega$

Cliquez ici pour le corrigé détaillé

Corrigé des exercices

Solution Exercice 1

On donne $V = 208\,V$ et $f = 60\,Hz$.

1. **Valeur crête et sa valeur crête à crête**

$$V_{\max} = V\sqrt{2} = 208 \times \sqrt{2} = \boxed{\mathbf{294,156\ V}}$$

2. **Pulsation**

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3{,}14 \times 60 = \boxed{\mathbf{376,8\ rad/s}}$$

3. **Période**

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = \boxed{\mathbf{0.0166\ s = 16,66\ ms}}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/56d7d64b1fec43f0926fdb68ff73e011?sid=2e2ed597-2422-4e6a-b6fe-63062302f569

Solution Exercice 2

1. **Période et fréquence des signaux**

$$T = 4\ divisions = 4 \times 5\ \mu s = 20\ \mu s = 20 \times 10^{-6} s$$

Ce qui donne une fréquence de :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \times 10^{-6}} = 50000 = 50\ kHz$$

$$\boxed{\mathbf{T = 20\ \times 10^{-6} s = 20\ \mu s}}\ ;\ \boxed{\mathbf{f = 50000\ Hz = 50\ kHz}}$$

2. **Nature de la charge**

Réponse : **La charge est inductive**

Justification : **car la tension est en avance sur le courant.**

3. **Valeur du déphasage**

Le décalage horaire Δt correspond à $3\ \mu s$; ce qui donne alors :

$$\varphi(°) = 360° \times \frac{\Delta t}{T} = 360° \times \frac{3}{20} = 54\ °$$

Ou

$$\varphi(\text{rad}) = 2\pi \times \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \times \frac{3}{20} = 0{,}942\ \text{rad}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = 54\,° = 0,942 \text{ rad}}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/91463862f28d445198b3639dc90a07e3?sid=bea38fb7-69db-40a2-9e24-3401aae95708

Solution Exercice 3

1. **Phaseurs des impédances $\overline{Z}_1$ et $\overline{Z}_2$.**

Pour passer de la forme algébrique (rectangulaire) à la forme polaire, la formule de passage est la suivante :

$$\overline{Z} = A + Bj = Z\angle\theta \;\Rightarrow \begin{cases} Z = \sqrt{A^2 + B^2} \\ \theta = \arctan\dfrac{B}{A} \end{cases}$$

Ainsi on aura :

$$\overline{Z}_1 = 2 + 3j = Z_1\angle\theta_1 \;\Rightarrow \begin{cases} Z_1 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \\ \theta = \arctan\dfrac{3}{2} = 56{,}31° \end{cases} \Rightarrow \boxed{\overline{Z}_1 = \sqrt{13}\angle 56{,}31°\ \Omega}$$

De la même façon, on obtient :

$$\overline{Z}_2 = 3 - 4j\ \Omega = Z_2\angle\theta_2 \;\Rightarrow \begin{cases} Z_2 = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5 \\ \theta = \arctan\dfrac{-4}{3} = -53{,}13° \end{cases} \Rightarrow \overline{Z}_2 = 5\angle -53{,}13°\ \Omega$$

2. **Formes polaires de la somme et du quotient des impédances complexes.**

La forme algébrique $(A + Bj)$ est appropriée pour les sommes et donc on aura :

$$\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = (2 + 3j) + (3 - 4j\,) = 5 - j = \sqrt{5^2 + (-1)^2}\angle \arctan\frac{-1}{5} = \boxed{\sqrt{26}\angle -11{,}3\,°\ \Omega}$$

La forme polaire $Z\angle\theta$ est appropriée pour les quotients et multiplications ce qui donne alors :

$$\frac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2} = \frac{\sqrt{13}\angle 56{,}31°}{5\angle -53{,}13°} = \frac{\sqrt{13}}{5}\angle\big(56{,}31° - (-53{,}13°)\big) = \boxed{0{,}721\angle 109{,}44°\ \Omega}$$

Réponses : $\begin{cases} \overline{Z}_1 = \sqrt{13}\angle 56{,}31°\ \Omega \\ \overline{Z}_2 = 5\angle -53{,}13°\ \Omega \end{cases}$; $\begin{cases} \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = \sqrt{26}\angle -11{,}3\,°\ \Omega \\ \dfrac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2} = 0{,}721\angle 109{,}44°\ \Omega \end{cases}$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/e218f8885cdc430ab6baa80429463cf7?sid=802af8bb-2292-4cb2-8068-59395bfa358d

Solution Exercice 4

Calcul du phaseur des grandeurs électriques

On a juste besoin d'identifier les valeurs efficaces V ou I et les phases à l'origine θ_v ou θ_i pour chacune de ces grandeurs.

1. $v_1(t) = \cos(20t) \ \ (V)$

$$\Rightarrow v_1(t) = \sqrt{2}\underbrace{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{V}\cos\left(20t + \underbrace{0°}_{\theta_v}\right) \Rightarrow \boxed{\overline{V}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle 0°\ V = \frac{\sqrt{2}}{2}\ V}$$

2. $i_1(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - 30°) \ \ (A)$

$$\boxed{\overline{I}_1 = I\angle -30°\ A}$$

3. $v_2(t) = 5\sqrt{2}\sin(20t + 120°) \ \ (V)$

Rappel d'identité trigonométrique

$$\sin\alpha = \cos(\alpha - 90°)$$

Ainsi :

$$v_2(t) = 5\sqrt{2}\cos(20t + 120° - 90°) = \underbrace{5}_{E}\sqrt{2}\cos\left(20t + \underbrace{30°}_{\theta_e}\right) \Rightarrow \boxed{\overline{V}_2 = 5\angle 30°\ V}$$

4. $i_2(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t) \ \ (A)$

Comme précédemment,

$$i_2(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\ (A) \Rightarrow \boxed{\overline{I}_2 = I\angle -\pi/2\ \ A}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/94751aa2d4b6447e96e09f00151ee9d7?sid=c4cee192-fe71-4398-9fba-dbf786305796

Solution Exercice 5

1. Écriture instantanée pour une fréquence $f = 60\ Hz \ \Rightarrow \omega = 377\ \ rad/s$.

Rappel : $X_{\max} = X\sqrt{2}$

a. $\overline{I}_1 = 8\angle 0° \ \ (A)$

$$\overline{I}_1 = 8\angle 0° \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 8 \\ \theta_1 = 0° \end{cases} \Rightarrow \boxed{i_1(t) = 8\sqrt{2}\cos(377t)\ \ A}$$

b. $\overline{I}_2 = 20\angle -30° \ \ (A)$

$$\boxed{i_2(t) = 20\sqrt{2}\cos(377t - 30°)\ \ A}$$

c. $\bar{I}_3 = 9\angle -90°\ (A)$

$$i_3(t) = 9\sqrt{2}\cos(377t - 90°)\ A = \boxed{9\sqrt{2}\sin(377t)\ A}$$

d. $\bar{I}_4 = 10\angle -180°\ (A)$

$$i_4(t) = 10\sqrt{2}\cos(377t - 180°) = \boxed{-10\sqrt{2}\cos(377t)\ A}$$

2. Écriture sous forme complexe trigonométrique et exponentielle des courants instantanés suivants :

a. $i_1(t) = 45\sin(377t)$

On peut réécrire le courant instantanée comme suit :

$$i_1(t) = \sqrt{2}\underbrace{\left(\frac{45}{\sqrt{2}}\right)}_{31,82}\cos(377t - 90°)$$

Le phaseur de ce courant s'écrit alors comme suit :

$$\bar{I}_1 = 31,82\angle -90°\ A$$

Ce qui donne sous forme complexe trigonométrique :

$$\bar{I}_1 = 31,82\left(\underbrace{\cos(-90°)}_{0} + j\sin(-90°)\right) \Rightarrow \boxed{\bar{I}_1 = 31,82(j\sin(-90°))\ A\ = 31,82e^{-j90°}\ A}$$

b. $i_2(t) = 5\cos(377t - 0,25)$

Dans ce cas, on identifie :

$$\begin{cases} I_2 = \dfrac{5}{\sqrt{2}} = 3,535\ A \\ \theta_2 = -0,25\ \text{rad} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_2 = 3,535(\cos(-0,25) + j\sin(-0,25))\ A\ = 3,535e^{-j0,25}\ A}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/21539d93e1154cf196d8378df8165940?sid=7e16ffbe-7389-4c74-a2e0-64893df110ea

Solution Exercice 6

Pertinence de l'utilisation des phaseurs dans l'analyse des installations électriques.

1. **Calcul du courant $i = i_1 + i_2$ en temporelle en considérant les expressions temporelles suivantes** :

$$\begin{cases} i_1 = 50\sqrt{2}\cos(377t - 30°) & (A) \\ i_2 = 25\sqrt{2}\cos(377t - 20°) & (A) \end{cases}$$

Rappels d'identités trigonométriques

$$\cos(a - b) = \cos a\cos b + \sin a\ \sin b$$

Ainsi, on aura :

$$i_1 = 50\sqrt{2}\cos(377t - 30°) = \underbrace{50\sqrt{2}}_{70,71}\left(\cos(377t)\underbrace{\cos 30°}_{0,866} + \sin(377t)\underbrace{\sin 30°}_{0,5}\right)$$

$$\Rightarrow i_1 = 61,235\cos(377t) + 35,355\sin(377t) \quad (1)$$

Développons également i_2

$$i_2 = 25\sqrt{2}\cos(377t - 20°) = 25\sqrt{2}\left(\cos(377t)\underbrace{\cos 20°}_{0,94} + \sin(377t)\underbrace{\sin 20°}_{0,342}\right)$$

$$\Rightarrow i_2 = 33,234\cos(377t) + 12,091\sin(377t) \quad (2)$$

En considérant les équations (1) et (2), on obtient :

$$i = i_1 + i_2 = 94,469\cos(377t) + 47,446\sin(377t) \quad (3)$$

Posons : $A = \sqrt{(94,469)^2 + (47,446)^2} = 105,714$

Ainsi, l'expression de $\boldsymbol{i}$ devient :

$$i = A\left(\underbrace{\frac{94,469}{A}}_{0,893\approx\cos(26,667°)}\cos(377t) + \underbrace{\frac{47,446}{A}}_{0,448\approx\sin(26,667°)}\sin(377t)\right)$$

Soit encore :

$$i = A\left(\underbrace{\cos(26,667°)\cos(377t) + \sin(26,667°)\sin(377t)}_{\cos(377t - 26,667°)}\right)$$

On obtient finalement :

$$\boxed{i(t) = 105,714\cos(377t - 26,667°) \quad A}$$

2. Utilisation de la méthode des phaseurs pour calculer le courant $\boldsymbol{i}$ précédent.

$$\begin{cases} i_1 = 50\sqrt{2}\cos(377t - 30°) \\ i_2 = 25\sqrt{2}\cos(377t - 20°) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = 50\angle -30° = 43,301 - j25 \\ \bar{I}_2 = 25\angle -20° = 23,492 - j8,55 \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = (43,301 - j25) + (23,492 - j8,55) \Rightarrow \bar{I} = 66,793 - j33,55\ A = 74,745\angle -26,67°\ A$$

On extrait finalement l'expression temporelle du courant résultant comme suit :

$$i(t) = \underbrace{74,745\sqrt{2}}_{105,705}\cos(377t - 26,67°)\ A$$

Et donc :

$$\boxed{i(t) = 105,705\cos(377t - 26,67°)\ A}$$

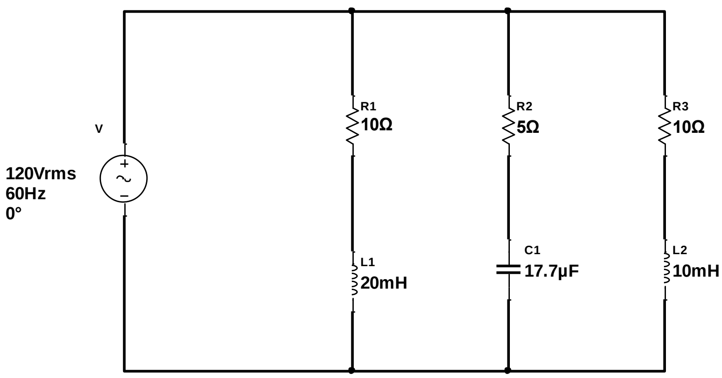
Qui correspond à la même expression obtenue précédemment, mais **en très peu de lignes**. La méthode des phaseurs est **alors moins fastidieuse pour effectuer des opérations en régime sinusoïdal**.

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/241d6eaa571a43e293f22cb6b5c6d7ea?sid=418fadfb-ff89-4ba2-b82d-ea55c9d087c0

Solution Exercice 7 : *Impédance équivalente*



1. **Calcul pour le circuit ci-dessous de la résistance et la réactance du dipôle vue des bornes du générateur délivrant une tension de $120\ V$ à $60\ Hz$ ($\omega = 377\ \text{rad/s}$).**

Commençons par calculer les réactances des composants L et du C du circuit.

$$\begin{cases} L_1 = 20\ mH \\ L_2 = 10\ mH \\ C_1 = 17{,}7\ \mu F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{L_1} = L_1\omega = 7{,}54\ \Omega \\ X_{L_2} = L_2\omega = 3{,}77\ \Omega \\ X_{C_1} = -\dfrac{1}{C_1\omega} = -149{,}86\ \Omega \end{cases}$$

- Pour les éléments R_1 et L_1 en série, R_2 et C_2 en série et finalement R_3 et L_2 on aura les impédances équivalentes suivantes :

$$\begin{cases} \overline{Z}_{eq_1} = R_1 + jX_{L_1} = 10 + j7{,}54\ \Omega \\ \overline{Z}_{eq_2} = R_2 + jX_{C_1} = 5 - j149{,}86\ \Omega \\ \overline{Z}_{eq_3} = R_3 + jX_{L_2} = 10 + j3{,}77\ \Omega \end{cases}$$

- En utilisant l'équation de l'association en parallèle des impédances, on obtient l'impédance équivalente suivante :

$$\overline{Z}_{eq} = \left(\sum \frac{1}{\overline{Z}_i}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{10 + j7{,}54} + \frac{1}{5 - j149{,}86} + \frac{1}{10 + j3{,}77}\right)^{-1} = \underbrace{5{,}317}_{R} + j\,\underbrace{2{,}611}_{X}\ \Omega$$

On identifie alors :

$$\boxed{\begin{cases} R = 5{,}317\ \Omega \\ X = 2{,}611\ \Omega \end{cases}}$$

Détails des calculs de la réactance et de la résistance.

Méthode 1: Méthode recommandée

On doit effectuer le calcul suivant :

$$\overline{Z}_{eq} = \left(\sum \frac{1}{\overline{Z}_i}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{10 + j7.54} + \frac{1}{5 - j149.86} + \frac{1}{10 + j3.77}\right)^{-1} \qquad \text{(Eq 1)}$$

On utilise l'identité suivante pour le complexe conjugué:

$$(A + jB)(A - jB) = A^2 - jAB + jAB - \underbrace{j^2}_{\substack{\Downarrow \\ -1}} B^2 = A^2 + B^2$$

Ainsi on aura :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{10 + j7,54} = \dfrac{10 - j7,54}{10^2 + 7,54^2} = \dfrac{10}{156,85} - j\dfrac{7,54}{156,85} = 0,063 - j0,048 \\ \dfrac{1}{5 - j149,86} = \dfrac{5 + j149,86}{5^2 + (-149,86)^2} = \dfrac{5}{22483} + j\dfrac{149,86}{22483} = 2,22 \times 10^{-4} + j6,66 \times 10^{-3} \\ \dfrac{1}{10 + j3,77} = \dfrac{10 - j3,77}{10^2 + 3,77^2} = \dfrac{10}{114,21} - j\dfrac{3,77}{114,21} = 0,087 - j0,033 \end{cases}$$

L'équation (1) devient alors :

$$\overline{Z}_{eq} = (0,063 - j0,048 + 2,22 \times 10^{-4} + j6,66 \times 10^{-3} + 0,087 - j0,033)^{-1} = (0,15 - j0,074)^{-1}$$

$$\Rightarrow \overline{Z}_{eq} = \frac{1}{0,15 - j0,074} = \frac{0,15 + j0,074}{0,15^2 + 0,074^2} = \frac{0,15}{0,028} + j\frac{0,074}{0,028} = 5,35 + j2,64 \Rightarrow \boxed{\begin{cases} R = 5,3\ \Omega \\ X = 2,6\ \Omega \end{cases}}$$

Lien vidéo pour explications du calcul de l'impédance équivalente: https://www.loom.com/share/c72450de388241f283eed4f5bfd5ac4e?sid=d9d09867-689a-4d0c-aea8-cc08941f9e68

Méthode 2 : trop détaillée et il n'est pas nécessaire de reporter tous les détails des calculs.

$$\overline{Z}_{eq} = \left(\sum \frac{1}{\overline{Z}_i}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{10 + j7,54} + \frac{1}{5 - j149,86} + \frac{1}{10 + j3,77}\right)^{-1} \qquad \text{(Eq 1)}$$

- **Étape 1** : on doit premièrement faire **3 quotients** et pour cela c'est la forme polaire $(Z\angle\varphi)$ qui est appropriée.

Rappels :

✓ Quotient des phaseurs

$$\begin{cases} \overline{Z}_1 = Z_1\angle\varphi_1 \\ \overline{Z}_2 = Z_2\angle\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2} = \frac{Z_1}{Z_2}\angle\varphi_1 - \varphi_2$$

✓ Passage de la forme algébrique à la forme polaire

$$\overline{Z} = A + jB \Rightarrow \overline{Z} = Z\angle\varphi \text{ avec } \begin{cases} Z = \sqrt{A^2 + B^2} \\ \varphi = \arctan\dfrac{B}{A} \end{cases}$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{10 + j7{,}54} = \dfrac{1\angle 0°}{\sqrt{10^2 + 7{,}54^2}\angle \arctan\dfrac{7{,}54}{10}} = \dfrac{1\angle 0°}{12{,}524\angle 37{,}01°} = \dfrac{1}{12{,}524}\angle 0° - 37{,}01° = 0{,}0798\angle - 37{,}01° \\ \dfrac{1}{5 - j149{,}86} = \dfrac{1\angle 0°}{\sqrt{5^2 + (149{,}86)^2}\angle \arctan - \dfrac{149{,}86}{5}} = \dfrac{1\angle 0°}{149{,}943\angle - 88{,}089°} = 6{,}67 \times 10^{-3}\angle 88{,}089° \\ \dfrac{1}{10 + j3{,}77} = \dfrac{1\angle 0°}{\sqrt{10^2 + (3{,}77)^2}\angle \arctan\dfrac{3{,}77}{10}} = \dfrac{1\angle 0°}{10{,}687\angle 20{,}656°} = 0{,}0935\angle - 20{,}656° \end{cases}$$

L'équation (1) devient alors :

$$\overline{Z}_{eq} = (0{,}0798\angle - 37{,}01° + 6{,}67 \times 10^{-3}\angle 88{,}089° + 0{,}0935\angle - 20{,}656°)^{-1} \qquad \text{(Eq 2)}$$

- **Étape 2** : on doit à présent faire la **somme de 3 phaseurs** (ou complexes) et pour cela c'est la forme algébrique $(A + jB)$ qui est appropriée.

Rappels : pour passer de la forme polaire à la forme algébrique

$$\overline{Z} = Z\angle\varphi \Rightarrow \overline{Z} = A + jB \text{ avec } \begin{cases} A = Z\cos\varphi \\ B = Z\sin\varphi \end{cases}$$

Ainsi :

$$\begin{cases} 0{,}0798\angle - 37{,}01° = 0{,}0798(\cos(-37{,}01°) + j\sin(-37{,}01°)) = 0{,}0637 - j0{,}048 \\ 6{,}67 \times 10^{-3}\angle 88{,}089° = 6{,}67 \times 10^{-3}(\cos(88{,}089°) + j\sin(88{,}089°)) = 2{,}22 \times 10^{-4} + j6{,}66 \times 10^{-3} \\ 0{,}0935\angle - 20{,}656° = 0{,}0935(\cos(-20{,}656°) + j\sin(-20{,}656°)) = 0{,}0874 - j0{,}032 \end{cases}$$

L'équation (3) devient alors :

$$\overline{Z}_{eq} = (0{,}0637 - j0{,}048 + 2{,}22 \times 10^{-4} + j6{,}66 \times 10^{-3} + 0{,}0874 - j0{,}032)^{-1} = (0{,}151 - j0{,}0733)^{-1}$$

On doit maintenant écrire ce phaseur sous sa forme polaire; ce qui donne :

$$\overline{Z}_{eq} = (0{,}151 - j0{,}0733)^{-1} = \left(\sqrt{0{,}151^2 + (-0{,}0733)^2}\angle \arctan\frac{-0{,}0733}{0{,}151}\right)^{-1} = (0{,}167\angle - 25{,}89°)^{-1}$$

$$\Rightarrow \overline{Z}_{eq} = \frac{1}{0{,}167\angle - 25{,}89°} = \frac{1}{0{,}167}\angle 25{,}89° = 5{,}98\angle 25{,}89° = \underbrace{5{,}379}_{\Downarrow\, R} + j\underbrace{2{,}61}_{\Downarrow\, X} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} R = 5{,}37\ \Omega \\ X = 2{,}61\ \Omega \end{cases}}$$

2. **Calcul de la valeur efficace du courant débité par la source.**

L'impédance du dipôle est le module de l'impédance équivalente; ce qui donne :

$$Z_{eq} = \sqrt{R^2 + X^2} = 5{,}923\ \Omega$$

La valeur efficace du courant est liée à celle de la tension par la loi d'Ohm comme suit :

$$I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{120}{5{,}923} = \boxed{20{,}26\ A}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/a77ceb2a72104060ae2452c1e17b53b3?sid=242f135d-966d-4218-80f1-3ccb32bd3004

Solution Exercice 8

En alimentant une installation par une tension d'expression $v(t) = 110\sqrt{2}\cos(377t + 60°)\ V$, on obtient un courant absorbé d'expression $i(t) = 5\sqrt{2}\cos(377t + 120°)\ A$

1. **Écriture sous forme de phaseurs du courant et la tension.**

En ne considérant que les valeurs efficaces et les phases à l'origine, on obtient :

$$\boxed{\begin{cases} \overline{V} = 110\angle 60°\ V \\ \overline{I} = 5\ \angle 120°\ A \end{cases}}$$

2. **Calcul du facteur de puissance, et nature du circuit.**

$$FP = \cos\varphi = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos\underbrace{(60° - 120°)}_{\Downarrow \atop -60° < 0} = \boxed{0{,}5 \text{ avance}}$$

Le circuit est capacitif et pour le justifier on fait l'observation suivante :

"Le courant est en avance sur la tension"

3. **Calcul de l'impédance complexe du circuit.**

La formule est la suivante :

$$\overline{Z} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = \frac{110\angle 60°}{5\ \angle 120°} = \frac{110}{5}\angle 60° - 120° = \frac{550\angle - 60°}{25} = \boxed{22\angle - 60°\ \Omega = 11 - j19{,}052\ \Omega}$$

Cliquez ici pour retourner à l'énoncé

Lien vidéo pour explications

https://www.loom.com/share/0450158432a649e08a8658e4adf387f8?sid=60d89059-b81b-4a59-b797-eb2b3356a1f1

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Exercice résolus uniquement en salle

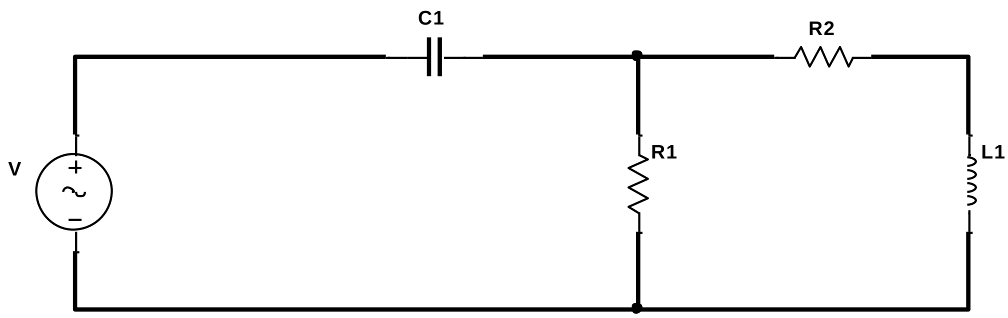
Notes importantes : **Pas de solutionnaire pour les exercices qui suivent. Reportez-vous aux notes de vos collègues si avez été absent.e durant la séance. Aucun solutionnaire ne sera déposé sur Moodle ni maintenant ni à l'approche de l'examen de mi-session**.

Exercice 9

Pour le circuit ci-dessous, on donne :

$$v(t) = 169.7\cos\left(377\,t + \frac{\pi}{6}\right);\ C_1 = 10\,\mu F\ ;\ \ R_1 = 300\,\Omega;\ \ R_2 = 300\,\Omega\,;\ L_1 = 22\,mH$$

La charge est raccordée à la source par un câble dont l'impédance complexe est : $\overline{Z}_C = 0.4 + j0.3\,\Omega$



1. Déterminer l'impédance équivalente de la charge.
2. Déterminer la valeur efficace du courant i_S débité par la source.
3. Déterminer l'expression temporelle du courant de source.

Réponses

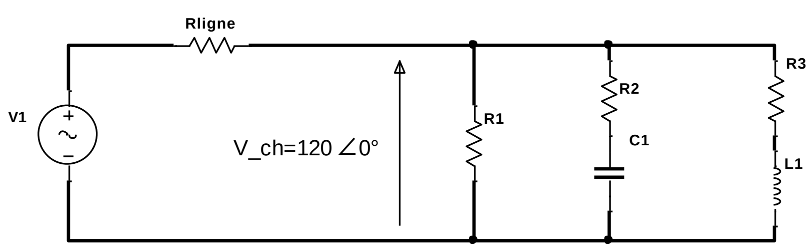
$$\begin{cases} \overline{Z}_{ch} = 150 - j263{,}18\,\Omega = 300{,}9385\angle - 60.3141°\,\Omega \\ I_{S_{\text{eff}}} = I_S = \ 0.39\,A \\ i_S(t) = \mathbf{0.55}\cos(\mathbf{377}\boldsymbol{t} + \mathbf{90.22°})\ A \end{cases}$$

Exercice 10

Pour le circuit ci-dessous, la charge totale est un atelier comportant d'une charge purement résistive, d'une charge capacitive et d'une charge inductive raccordées en parallèle. Les valeurs des composants sont :

$$R_1 = 15\,\Omega;\ R_2 = 10\,\Omega;\ C_1 = 332\,\mu F;\ R_3 = 6\,\Omega;\ L_1 = 22\,mH$$

$R_{\text{ligne}} = 0.5\,\Omega$ représente la résistance du fil de ligne reliant la source $v(t)$ à l'atelier. On désire maintenir aux bornes de la charge une tension constante dont le phaseur est $\overline{V}_{ch} = 120\angle 0°$. La fréquence du réseau est de $60\,Hz$.



1. Déterminer les Phaseurs des courants dans les trois branches qui constituent la charge.
2. Déterminer la valeur efficace de la tension de source.
3. Déterminer l'impédance équivalente de l'atelier seulement.

Réponses :

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = 8\angle 0°\ A = 8\ A;\ \bar{I}_2 = 9.3752\angle 38.6232°\ A = 7.3246 + j5.852\ A;\ \bar{I}_3 = 11.7225\angle -54.1175°\ A = 6.8709 - j9.4978\ A \\ 131.11\ V \\ 5.335\angle 9.3282°\ \Omega = 5.2645 + j0.8647\ \Omega \end{cases}$$

Exercice 11

Pour le montage ci-dessous, la fréquence est de 60 Hz. On mesure une tension de 122.165 V aux bornes de la résistance et une tension de 147.58 V aux bornes de l'impédance inconnue. Le courant dans le circuit est en retard de 30 ° sur la tension de source. La résistance R a une valeur de $50\ \Omega$.

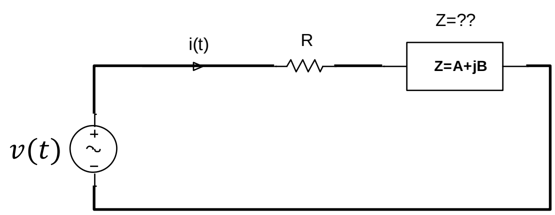


Figure 1. Circuit pour l'exercice 11

1. Quelle est la valeur efficace du courant dans le circuit ?
2. Déterminer le phaseur $\overline{Z}$ de l'impédance inconnue.

Réponses

$$I = 2.443\ A\ \ ;\ \begin{cases} R_Z = 33.625\ \Omega \\ X_Z = 48.280\ \Omega \end{cases} \Leftrightarrow \overline{Z} = 33.625 + j48.28\ \Omega$$