ÉCOLE POLYTECHNIQUE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
COURS MEC2405 - RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX II
TRAVAIL DIRIGÉ ÉVALUÉ NO. 4 – 16 mars 2021

NOTES:
- Durée : 45 minutes + 10 minutes pour le scan et le dépôt
- Une question

NOM:______________________ PRÉNOM:__________________

SIGNATURE:____________________ MATRICULE:______________

Note : /10

QUESTION 1

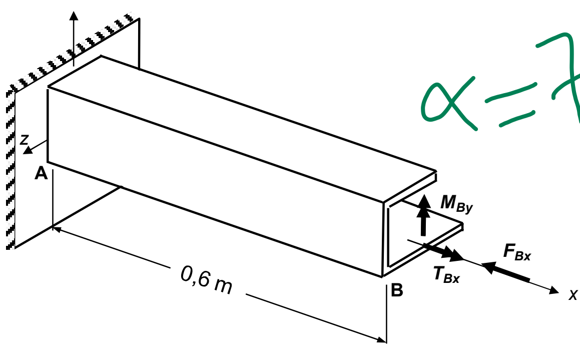
La figure 1a illustre un profilé AB en acier de longueur de 0,6 m, encastré à son extrémité A et chargée à son extrémité B par un moment T_{Bx} = 0,5 kN.m (selon le sens montré), un moment M_{By} = 20 kN.m (selon le sens montré) et une force F_{Bx} = 35 kN (selon le sens montré).

Les dimensions de ce profilé, ainsi que la position du centroïde et les valeurs de I_y et I_z sont indiquées sur la Figure 1b.

Les propriétés du matériau sont : E = 200 000 MPa ; ν = 0,3 ; S_Y = 320 MPa.

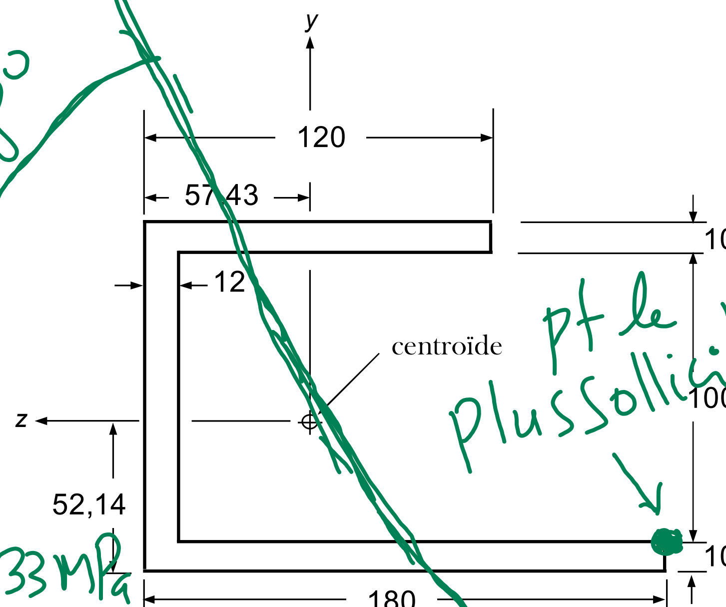
$\alpha = 72{,}8°$

a) Démontrez que la valeur de I_{yz} = 3.05 x 10^6 mm^4. (1 point)
b) Dessinez l'inclinaison du plan neutre sur la Figure 1b). (1 point)
c) Déterminez s'il y a écoulement au point le plus critique de la poutre. (7 points)
d) Représentez sur le cube élémentaire de la Figure 1c l'état des contraintes au point le plus sollicité du profilé en spécifiant le sens de chaque contrainte. (1 point)



$\alpha = 72{,}8°$

Figure 1a : Profilé et chargement.



pt le plus sollicité

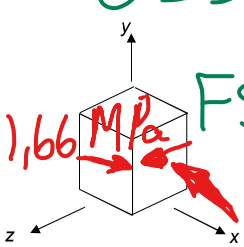
(Le schéma est à l'échelle - dimensions en mm)
Figure 1b : Section de profilé

$\sigma_x = (-8{,}33) + (-209) = -217{,}33\,\text{MPa}$

$\tau = 31{,}66\,\text{MPa}$

$FS = \dfrac{320}{4{,}5 - (-221{,}9)} = 1{,}4$

I_y= 11,40 x 10^6 mm^4
I_z= 9,84 x 10^6 mm^4



31,66 MPa
217,4 MPa

Figure 1c : Cube élémentaire

Formulaire MEC2405

Section 1 : révision RDM 1 (Mec 1420)

$$\sigma_x = \frac{F}{A} \qquad \sigma_x = \frac{pr_m}{2t} \qquad \sigma_\theta = \frac{pr_m}{t}$$

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} = -\frac{M_z}{S_z} \qquad I = \frac{bh^3}{12} \qquad I = \frac{\pi r^4}{4} \qquad I = \pi r^3 t$$

$$\tau_{x\theta} = \frac{Tr}{J} \qquad \tau = \frac{VQ}{Ib} \qquad J = \frac{\pi r^4}{2} \qquad J = 2\pi r^3 t$$

Torsion section ouverte

$$\tau_{xi} = \frac{Tt}{J} \qquad J = \sum \frac{bt^3}{3}$$

Torsion section fermée

$$\tau_{xs} = \frac{T}{2\bar{A}t} \qquad J = \frac{4\bar{A}^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\sin(2\theta) \qquad \tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin(2\theta) + \tau_{xy}\cos(2\theta)$$

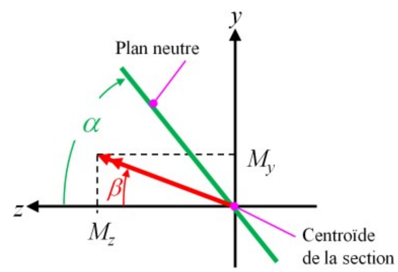
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad \tan(2\theta_1) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$$

Section 2 : flexion gauche

$$\bar{y}_i = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} \qquad \tan\beta = \frac{M_y}{M_z} \qquad \tan\alpha = \frac{M_z I_{yz} + M_y I_z}{M_y I_{yz} + M_z I_y} = \frac{I_{yz} + I_z \tan\beta}{I_{yz}\tan\beta + I_y}$$

$$\sigma_x = -\frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2}\left[\left(M_y I_{yz} + M_z I_y\right) y - \left(M_z I_{yz} + M_y I_z\right) z\right]$$



$$\sigma_x = -\left[\frac{M_y}{I_{yz}^*} + \frac{M_z}{I_z^*}\right] y + \left[\frac{M_z}{I_{yz}^*} + \frac{M_y}{I_y^*}\right] z$$

$$I_y^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_z} \quad ; \quad I_z^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_y} \quad ; \quad I_{yz}^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_{yz}}$$

$$I_{yz} = \sum\left(I_{y_i z_i} + \bar{y}_i \bar{z}_i A\right)$$

$$I_{y'} = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2}\cos 2\theta - I_{yz}\sin 2\theta$$

$$I_{z'} = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2}\cos 2\theta + I_{yz}\sin 2\theta$$

$$I = Ar^2$$

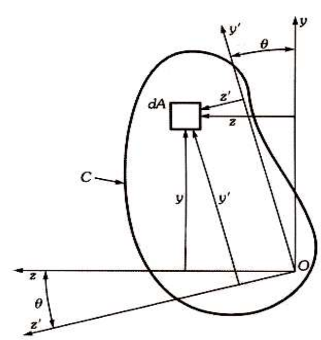


Figure A.4 Réaction du système d'axes. Le système d'axes y' et z' fait avec le système d'axes y et z un angle θ.