

POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL



LE GÉNIE
EN PREMIÈRE CLASSE

NeuroPoly



Reconstruction tomographique

Eva Alonso Ortiz

ELE8812

3 avril 2025

Plan

1. Introduction

- Tomographie à rayons X (TRX)
- Autres modalités

2. Formulation du problème de TRX — Transformée de Radon

3. Reconstruction en TRX : approche analytique

- Géométrie à rayons parallèles

4. IRM : reconstruction par retroprojections

Plan

1. Introduction

- Tomographie à rayons X (TRX)
- Autres modalités

2. Formulation du problème de TRX — Transformée de Radon

3. Reconstruction en TRX : approche analytique

- Géométrie à rayons parallèles

4. IRM : reconstruction par retroprojections

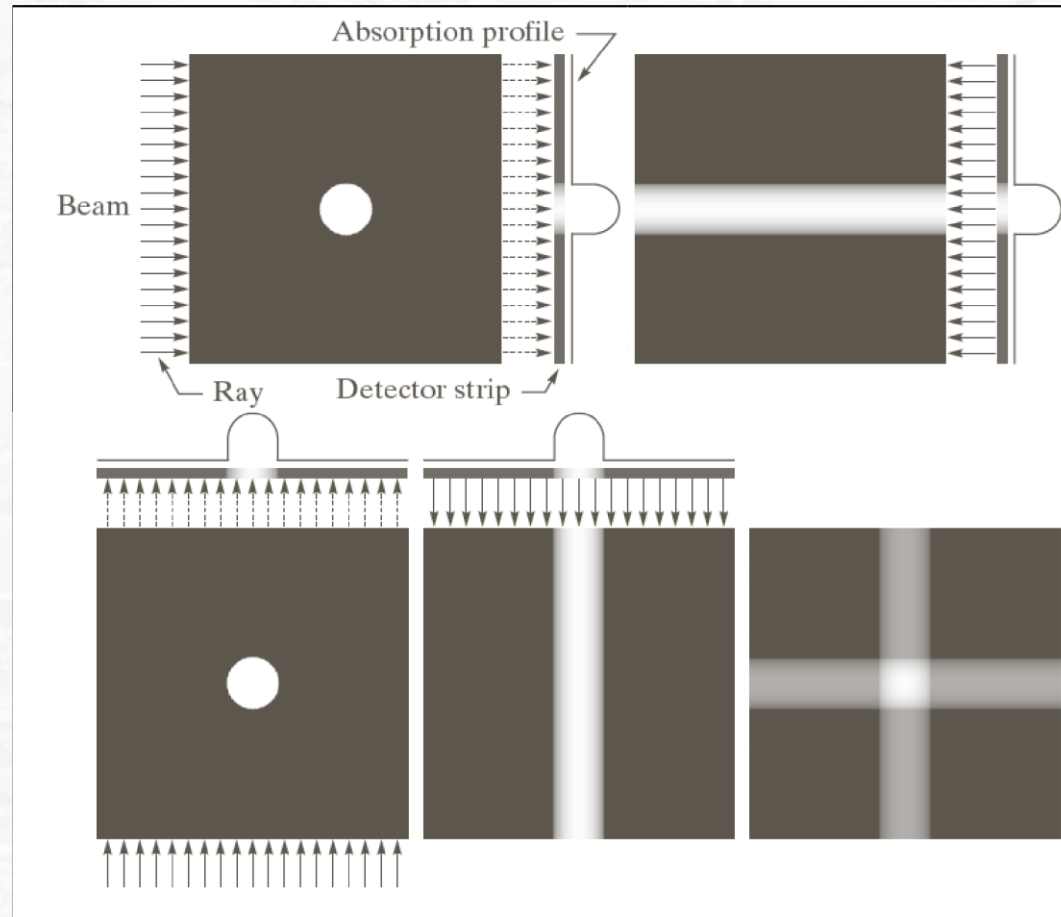
Reconstruction à partir de projections (1)

Projection et rétroprojection : principe

a b c
d e f

FIGURE 5.32

(a) Flat region with a single object. (b) Parallel beam, detector strip, and profile of sensed 1-D absorption signal. (c) Result of back-projecting the absorption profile. (d) Beam and detectors rotated by 90° . (e) Backprojection. (f) The sum of (c) and (e), intensity-scaled. The intensity where the backprojections intersect is twice the intensity of the individual backprojections.



Reconstruction à partir de projections (2)

Reconstruction par rétroprojections : effet du nombre de projections

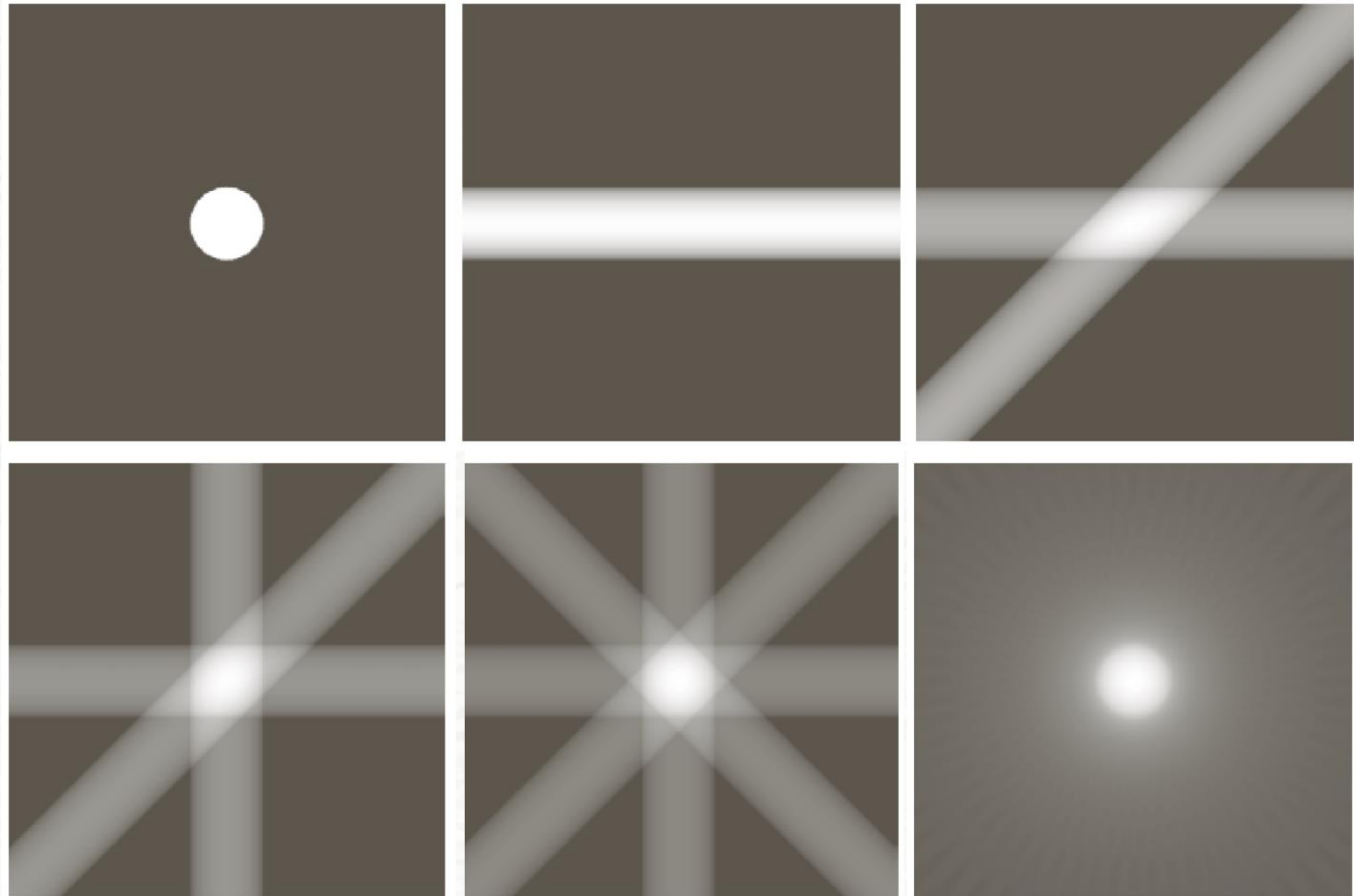
a b c
d e f

FIGURE 5.33

(a) Same as Fig. 5.32(a).

(b)-(e) Reconstruction using 1, 2, 3, and 4 back-projections 45° apart.

(f) Reconstruction with 32 back-projections 5.625° apart (note the blurring).



Reconstruction à partir de projections (3)

Reconstruction par rétroprojections : effet de la complexité de l'objet

a b c
d e f

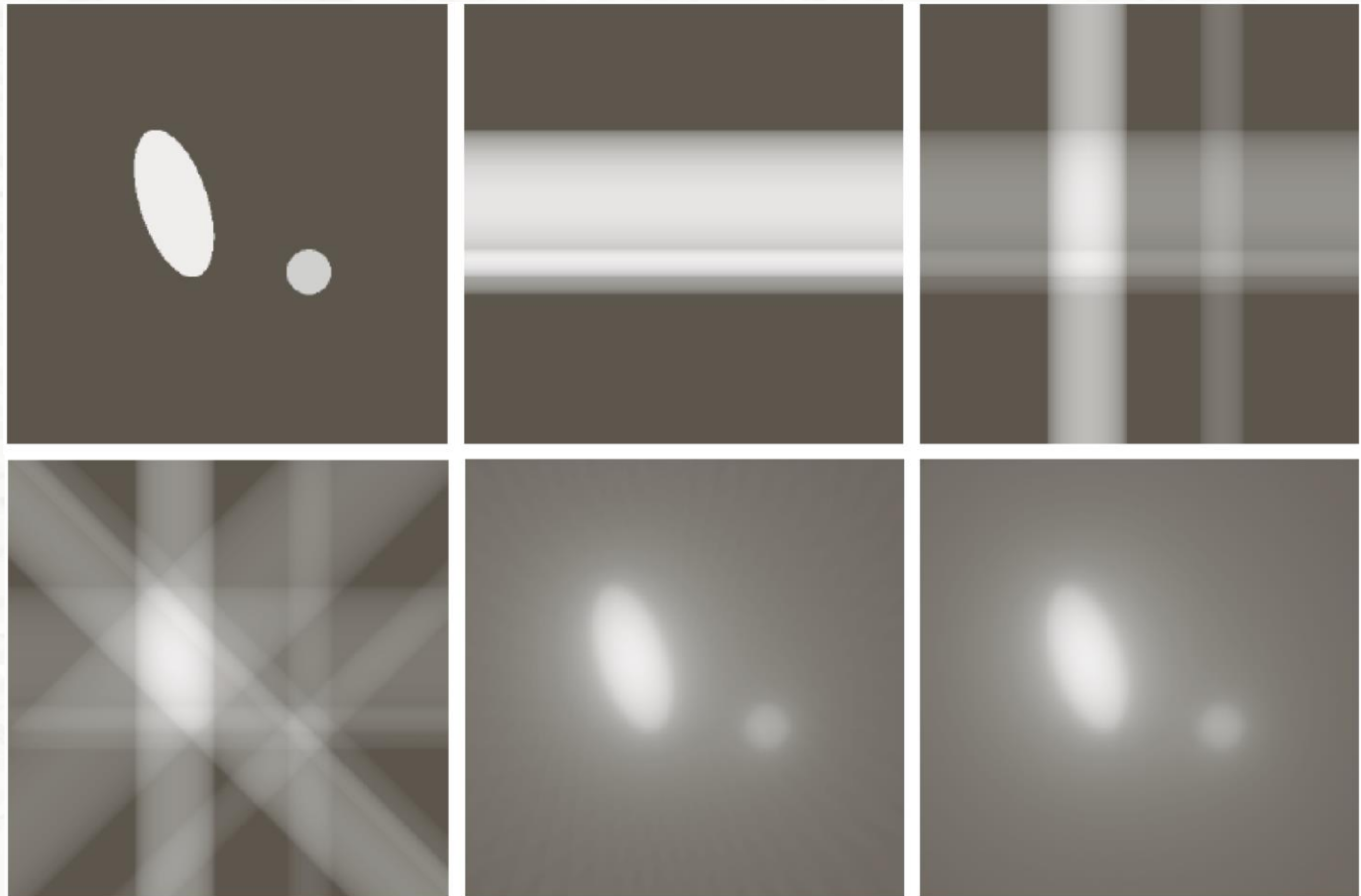
FIGURE 5.34

(a) Two objects with different absorption characteristics.

(b)–(d) Reconstruction using 1, 2, and 4 backprojections, 45° apart.

(e) Reconstruction with 32 backprojections, 5.625° apart.

(f) Reconstruction with 64 backprojections, 2.8125° apart.



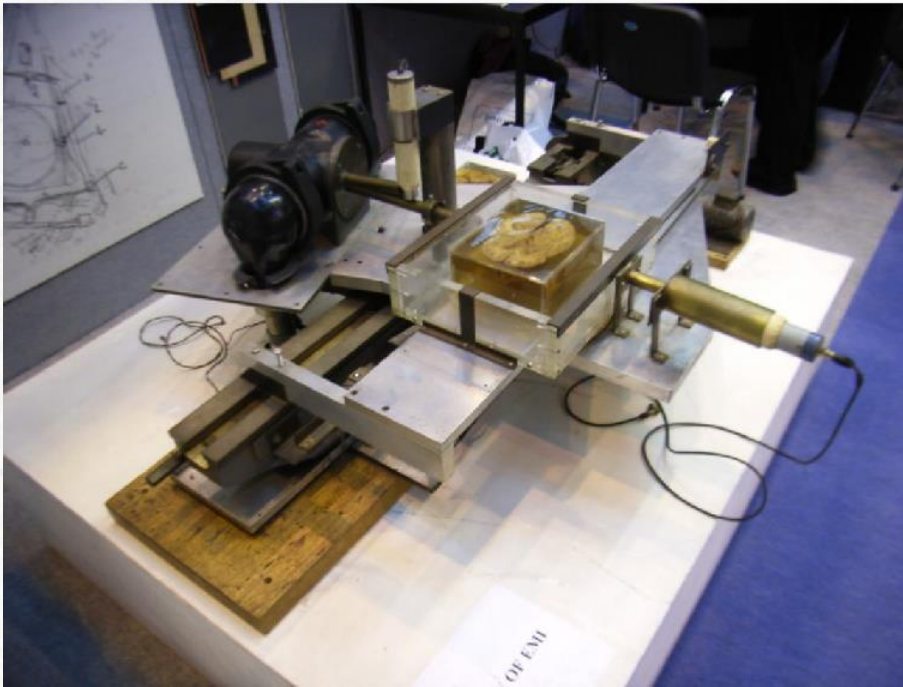


La rétroprojection ne permet pas une reconstruction exacte, comment corriger ce problème?

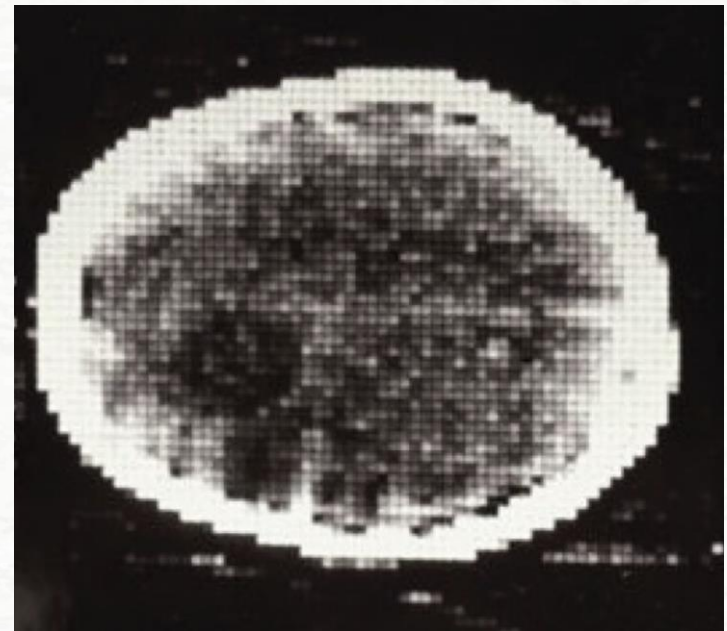
ⁱ The Slido app must be installed on every computer you're presenting from

Tomographie à rayons X (1)

Premiers tomographes (Hounsfield, années 1970)



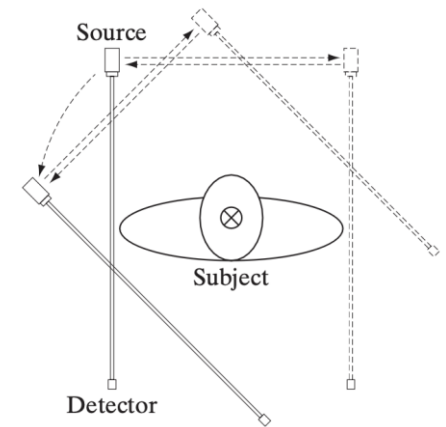
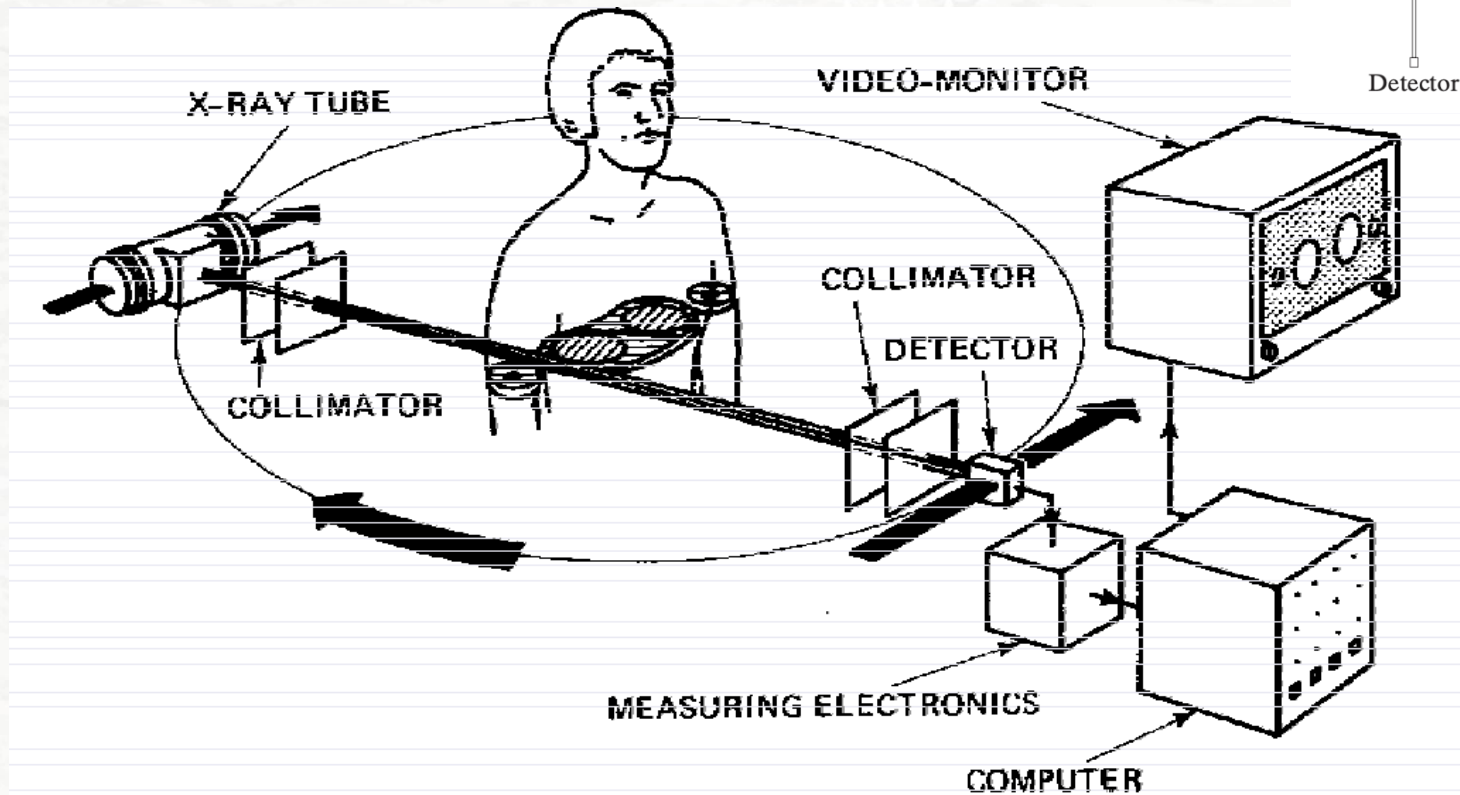
Première image clinique avec TRX



'Medical Imaging Systems: An Introductory Guide,' Maier A, Steidl S, Christlein V, et al., editors., CC BY

Tomographie à rayons X (2)

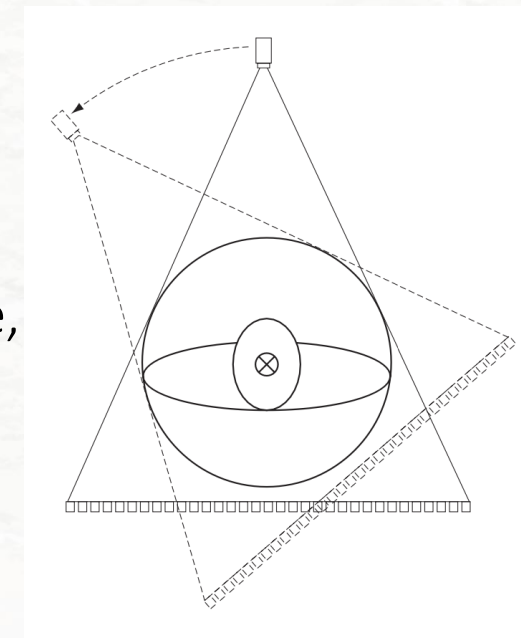
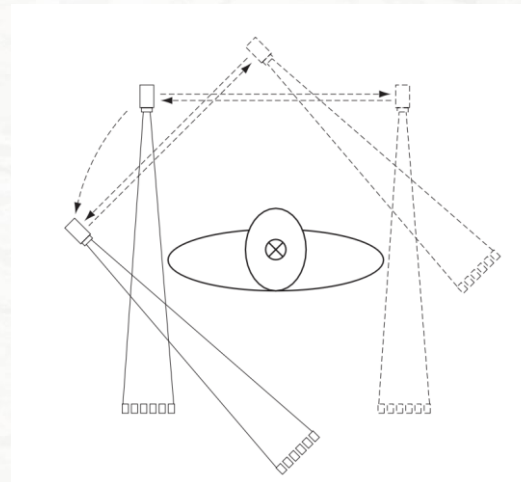
Tomographes de première génération



Tomographie à rayons X (3)

Évolution technologique

- Deuxième génération
 - détecteurs multiples
 - Géométrie en éventail (fan-beam)
- Troisième génération
 - Une barrette complète de détecteurs
 - Rotation rapide de l'ensemble, plus besoin de translation
 - Fan-beam aussi



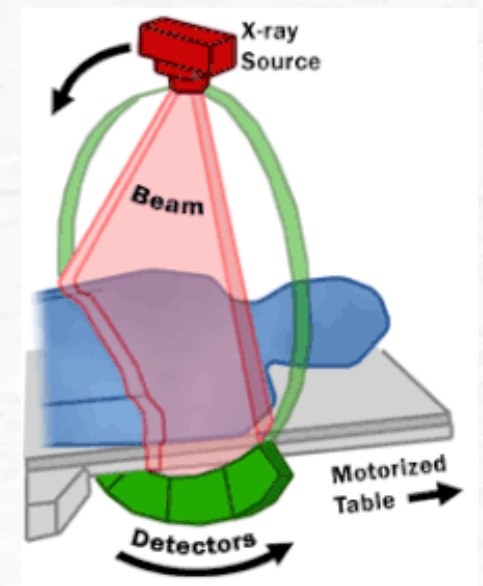
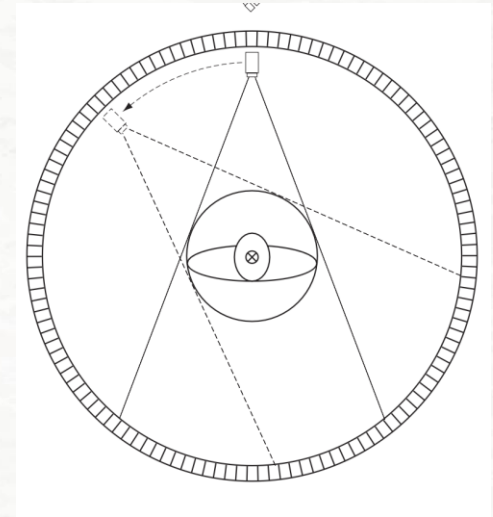
Source divergente / en éventail

Reconstruction:
appliquer une correction géométrique pour compenser les effets de bords de la forme éventail

Tomographie à rayons X (4)

Évolution technologique

- Quatrième génération et +:
 - rotation continue de la source à rayons X
 - translation de la table (tomographie hélicoïdale) → scan d'un volume complet sans arrêts
 - barettes multiples (plusieurs anneaux de détecteurs) → plusieurs tranches/slices à la fois
 - double tube de rayons X décalés d'un certain angle → réduit le temps d'acquisition



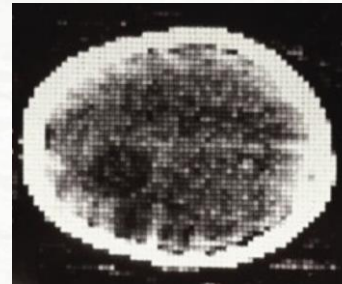
https://en.wikipedia.org/wiki/CT_scan

Tomographie à rayons X (5)

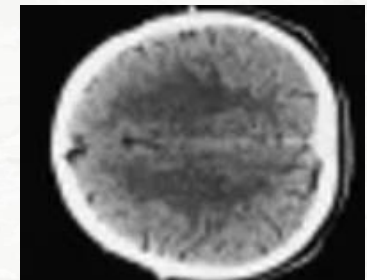


https://en.wikipedia.org/wiki/CT_scan

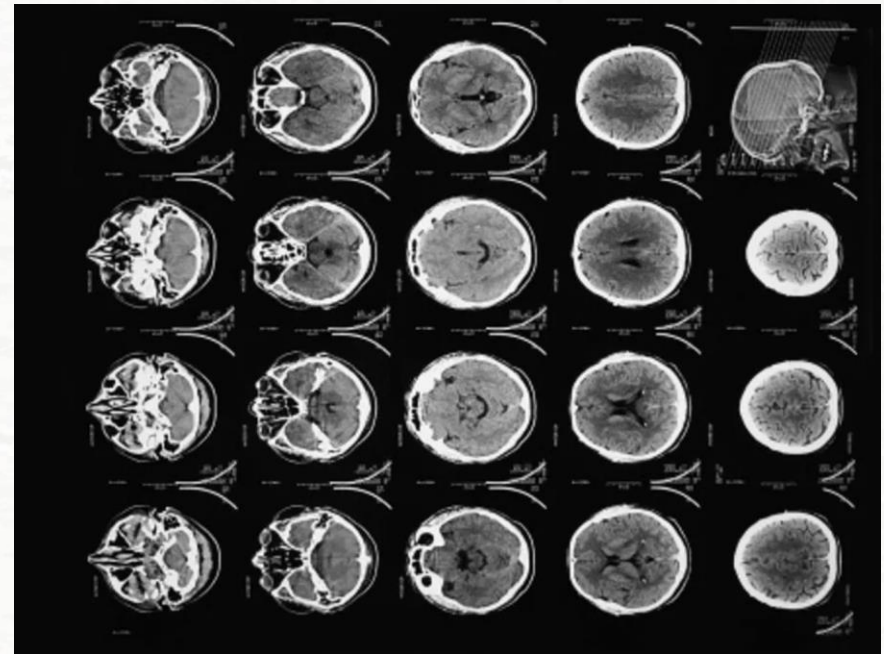
années 70



présent



VS.



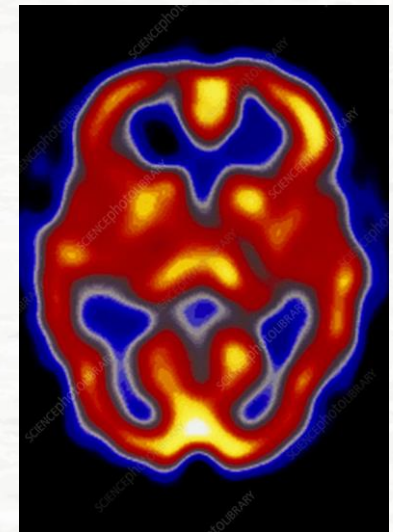
<https://www.smithsonianmag.com/innovation/fifty-years-ago-the-first-ct-scan-let-doctors-see-inside-a-living-skull-180978792/>

Autres modalités (1)

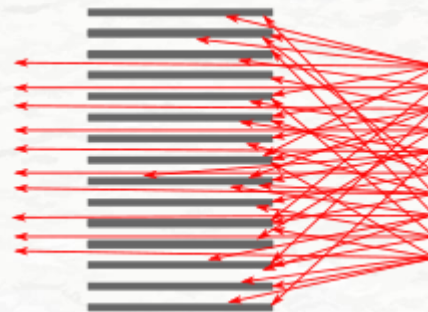
Projections rectilignes : SPECT

Single Photon Emission Computed Tomography

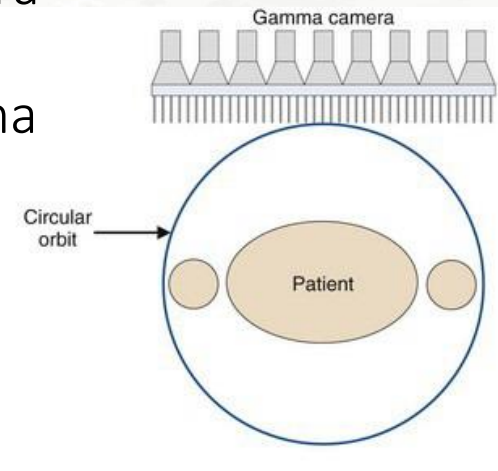
- Injection d'un radioisotope
- Migration vers un endroit d'intérêt dans le corps (radioisotope lié à une molécule cible)
- Émission de rayons **gamma**
- Détection des rayons **perpendiculaires** par camera gamma rotative avec un **collimateur**
- Reconstruction 3D à partir des projections gamma sous différents angles



Wikimedia Commons



collimateur



Physics in Nuclear Medicine, Cherry, Sorenson and Phelps 3rd ed.



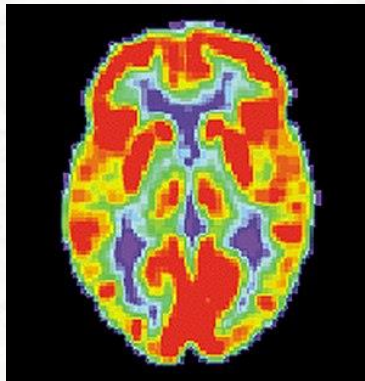
En imagerie SPECT, quel est le rôle principal du collimateur utilisé avec la caméra gamma?

Autres modalités (2)

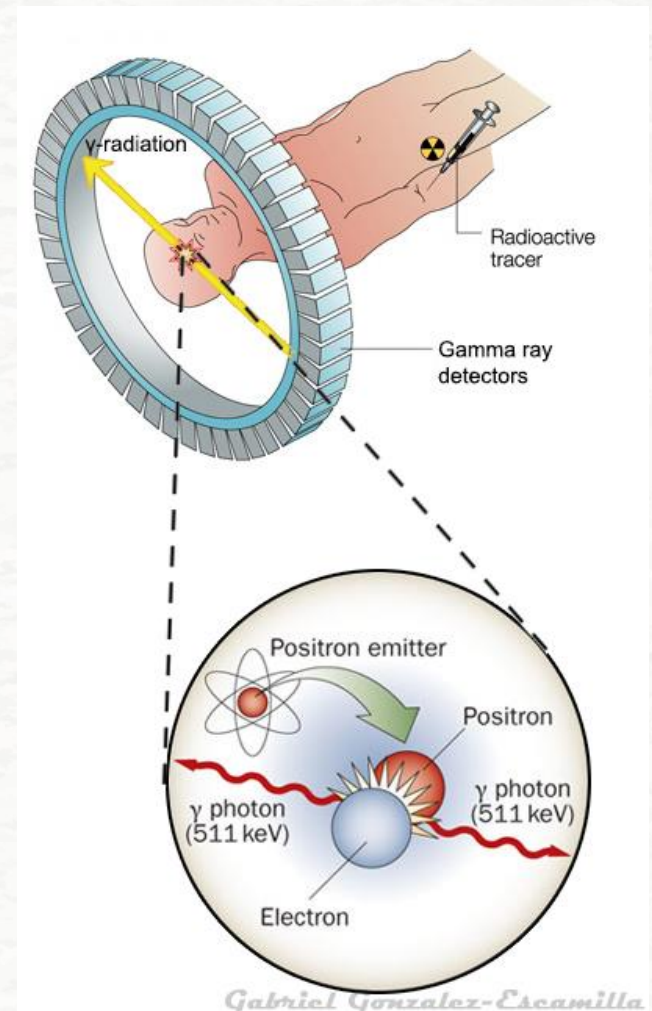
Projections rectilignes :PET

Tomographie par émission de positrons

- Injection d'un radioisotope qui émet des positrons en se désintégrant
- Positron + électron \rightarrow Émission de 2 photons exactement à l'opposé (180 degrés)
- Détection de rayons gamma opposés simultanément par l'anneau de détecteurs



https://en.wikipedia.org/wiki/Brain_positron_emission_tomography



<https://multimodalneuroimaging.wordpress.com/>

Résumé

| | CT | SPECT | PET |
|-----------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Principe physique | Atténuation de rayons X transmis | Émission de rayons γ | Annihilation d'un positron → émission de 2 photons γ opposés |
| Source de rayonnement | Externe (tube à rayons X) | Interne (radioisotope injecté) | Interne (radioisotope émetteur de positron) |
| Détecteur | Détecteur à rayons X (en barrette ou en anneau) | Caméra gamma | Anneau de détecteurs |
| Collimateur | Aucun | Collimateur mécanique (plomb) | Aucun |
| Type d'image | Anatomique (densité des tissus) | Fonctionnelle (perfusion, activité métabolique) | Fonctionnelle avancée (consummation de glucose, activité cellulaire) |
| Utilisations typiques | Os, poumons, pathologies structurelles | Coeur, cerveau, squelette | Oncologie, neurologie, cardiologie |

Plan

1. Introduction

- Tomographie à rayons X (TRX)
- Autres modalités

2. Formulation du problème de TRX — Transformée de Radon

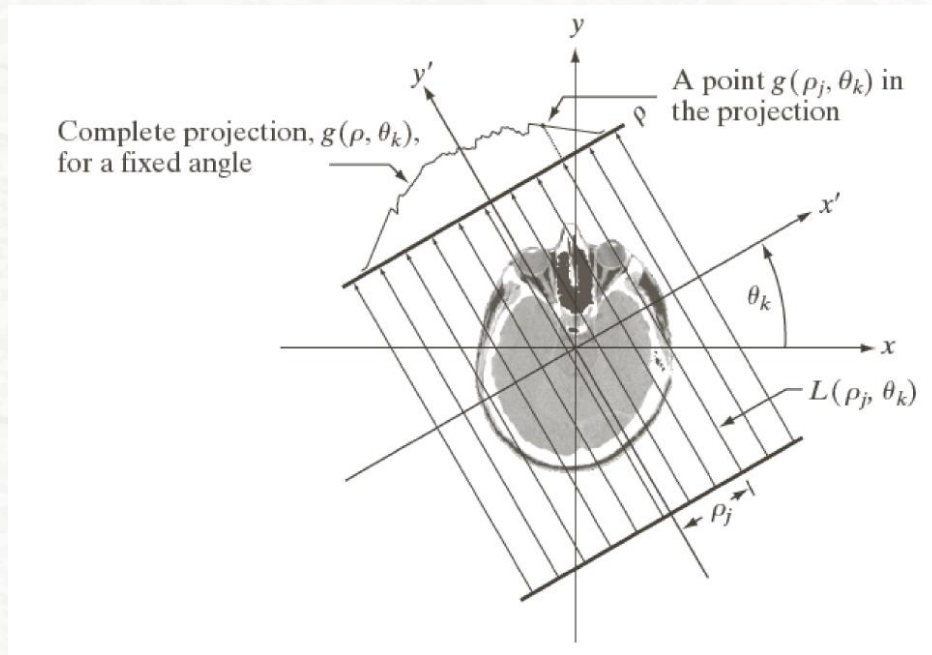
3. Reconstruction en TRX : approche analytique

- Géométrie à rayons parallèles

4. IRM : reconstruction par retroprojections

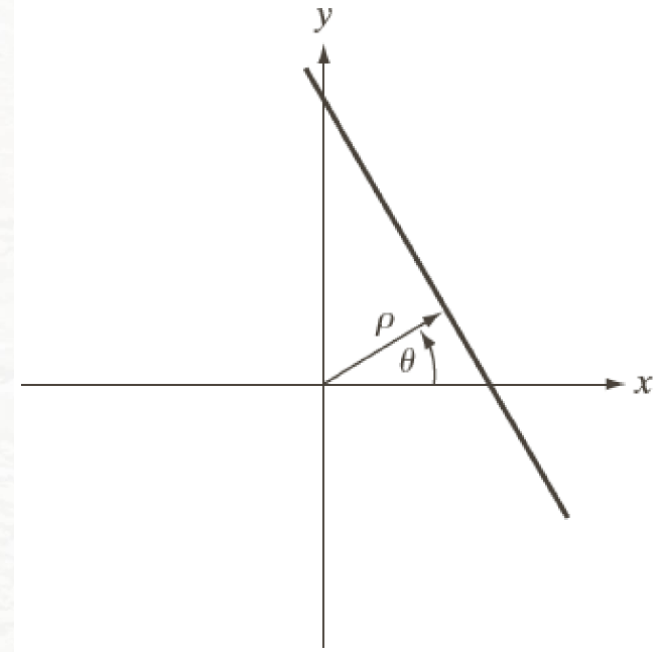
Projections à rayons parallèles : transformée de Radon (1)

Géométrie utilisée



© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

Caractéristiques d'un rayon



© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

La projection $g(\rho_j, \theta_k)$ est la somme (intégrale) des valeurs de $f(x, y)$ (l'objet) le long de la droite L.
Ça correspond à ce qu'un détecteur mesure pour un certain angle

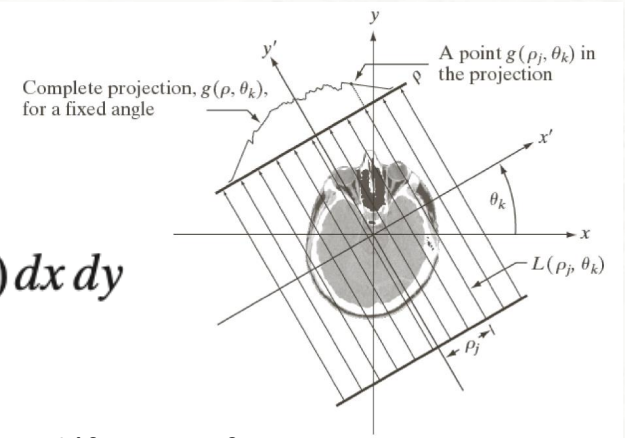
Projections à rayons parallèles : transformée de Radon (2)

Expression d'un point d'une projection

$$g(\rho_j, \theta_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta_k + y \sin \theta_k - \rho_j) dx dy$$

L'argument de δ est nul pour la ligne $x \cos \theta_j + y \sin \theta_k = \rho_j$

Donc l'intégrale est non nulle pour $\delta(0)$, lorsqu'on est sur la ligne définie par θ et ρ



Transformée de Radon

$$g(\rho, \theta) = \int \int f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) dx dy$$

Reconstruction : inversion de la transformée de Radon ?

Transformée de Radon : Exemple

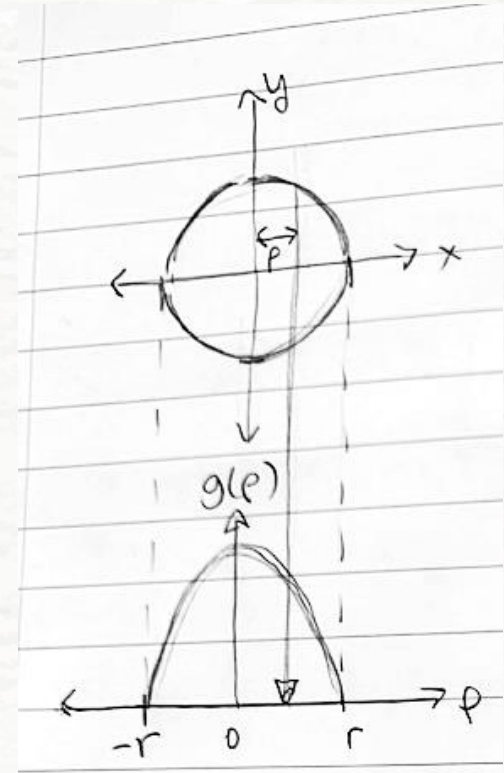
Projection d'un objet circulaire

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Trouvez la transformé de Radon; $g(\theta, \rho)$

Rappel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \delta(x - a) dx = h(a)$$





$g(\theta, \rho)$?

i The Slido app must be installed on every computer you're presenting from

Plan

1. Introduction

- Tomographie à rayons X (TRX)
- Autres modalités

2. Formulation du problème de TRX — Transformée de Radon

3. Reconstruction en TRX : approche analytique

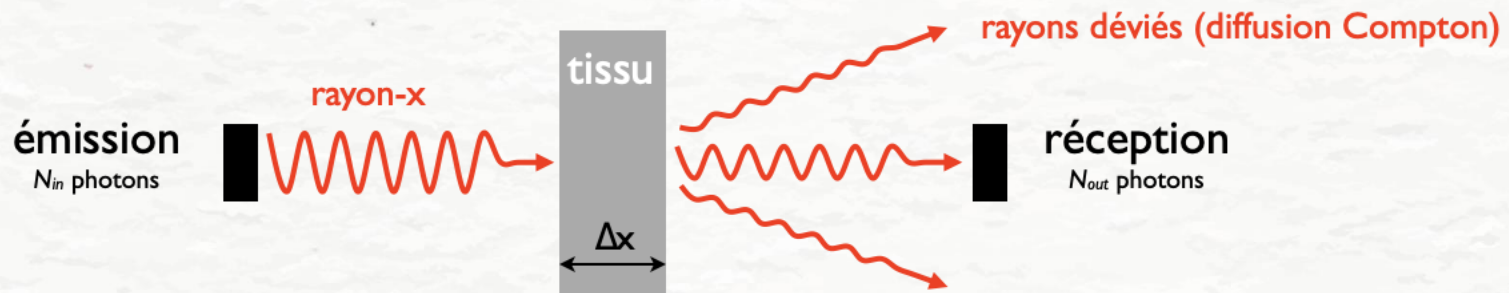
- Géométrie à rayons parallèles

4. IRM : reconstruction par retroprojections

Reconstruction en TRX : approche analytique (1)

Hypothèses

- Rayons infiniment fins
- Sources et détecteurs ponctuels
- Milieu atténuant $f(x, y)$ continu
- Projections $g(\rho, \theta)$ disponibles pour tout (ρ, θ)
- Modèle de propagation : loi de Beer-Lambert déterministe



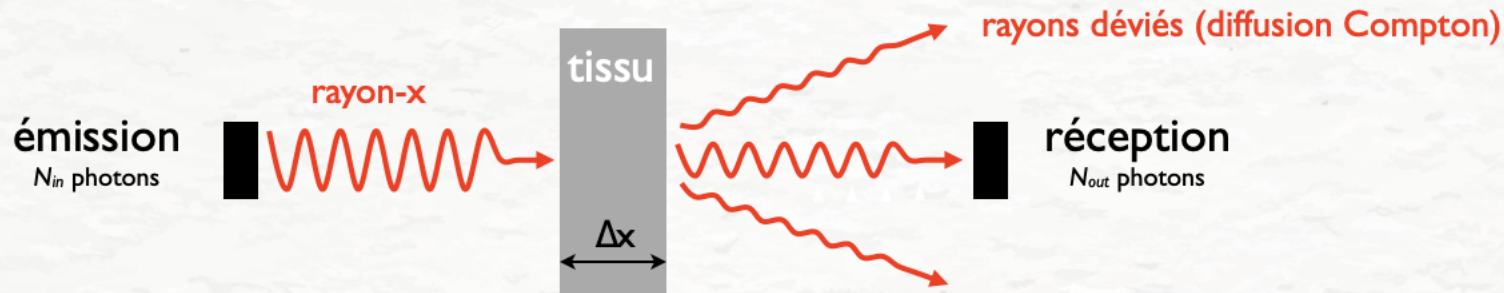
$$I_{out} = I_{in} \cdot e^{-\mu \cdot \Delta x}$$

μ : coefficient d'atténuation
 Δx épaisseur traversée

Loi de Beer-Lambert

Source: GBM8379

Reconstruction en TRX : approche analytique (2)



$$I_{out} = I_{in} \cdot e^{-\mu \cdot \Delta x}$$

μ : coefficient d'atténuation
 Δx épaisseur traversée

Loi de Beer-Lambert

Lien avec la transformée de Radon:

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = e^{-\mu \Delta x} = e^{-\int \mu(x,y) ds} = e^{-A} \rightarrow A = -\ln\left(\frac{I_{out}}{I_{in}}\right)$$

Les détecteurs mesurent une intégrale de $f(x, y)$, donc une valeur de la transformée de Radon

Reconstruction en TRX : approche analytique (3)

En pratique

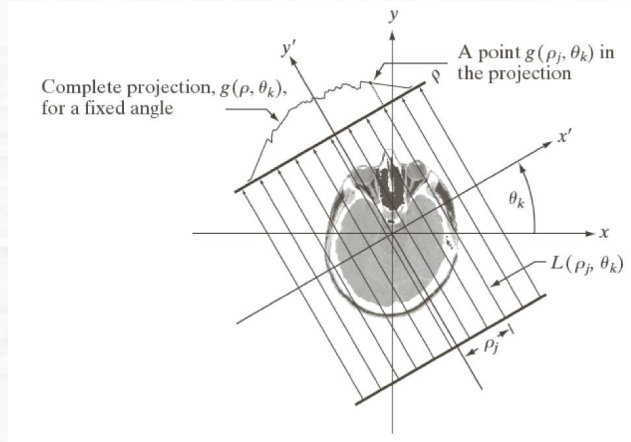
- Sources et détecteurs non ponctuels
- Milieu $f(x, y)$ échantillonné
- Projections échantillonnées, angles discrets
- Émission et transmission des photons : phénomène aléatoire
- Atténuation dépendante de l'énergie des photons
- Autres incertitudes (bruit, géométrie, ...)

Reconstruction en TRX : approche analytique (3)

Définitions

Projection d'angle θ

$$g(\rho, \theta) = \int \int f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) dx dy$$



Rappel:

C'est l'intégrale de $f(x, y)$ le long de la droite définie par :

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

Le delta dirac permet de sélectionner les points (x, y) sur cette droite

Sinogramme

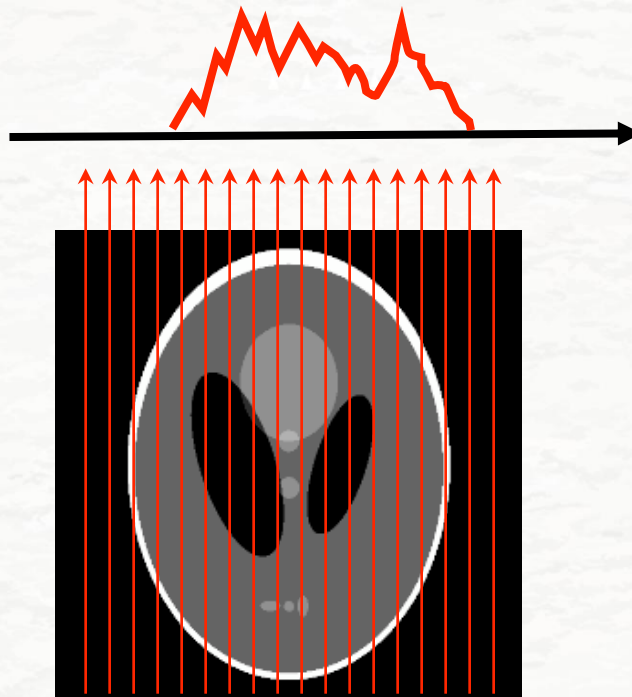
Ensemble $\{g(\rho, \theta) ; \rho \in \mathbb{R}, 0 \leq \theta < \pi\}$

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple

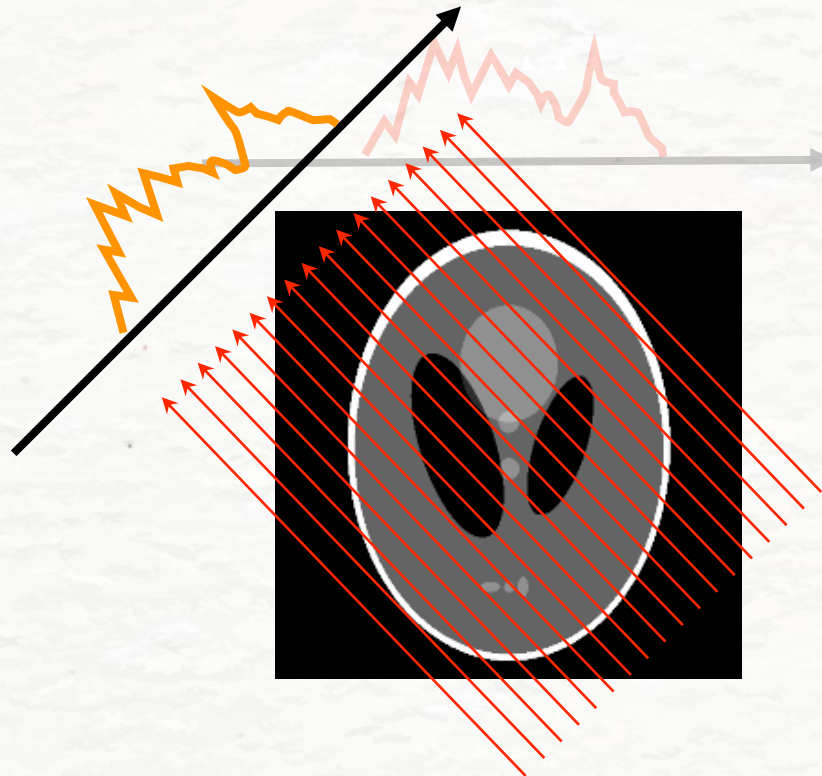


on projette l'image pour :

$$\vartheta = 0^\circ$$

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



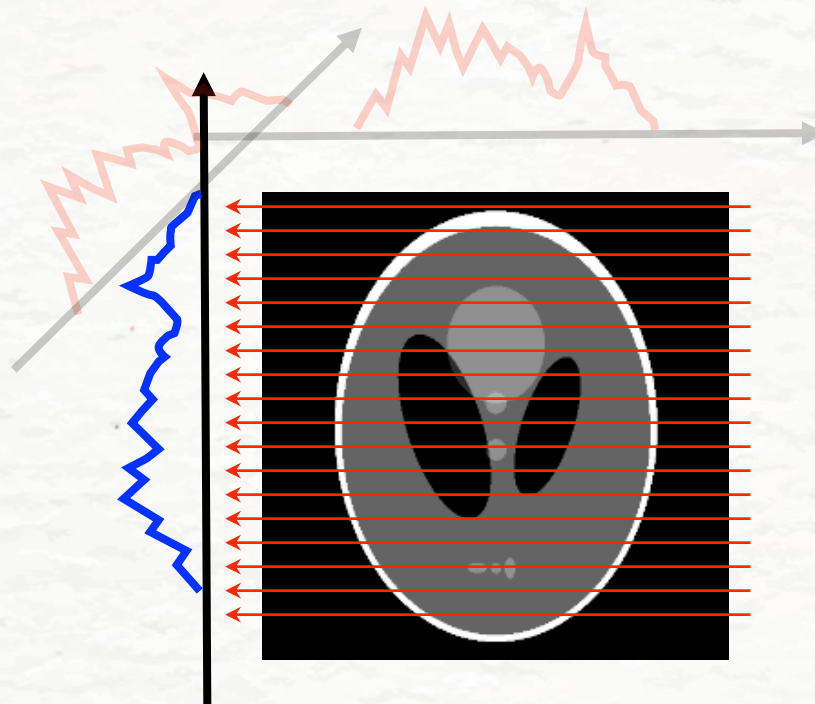
on projette l'image pour :

$$\vartheta = 0^\circ$$

$$\vartheta = 45^\circ$$

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



on projette l'image pour :

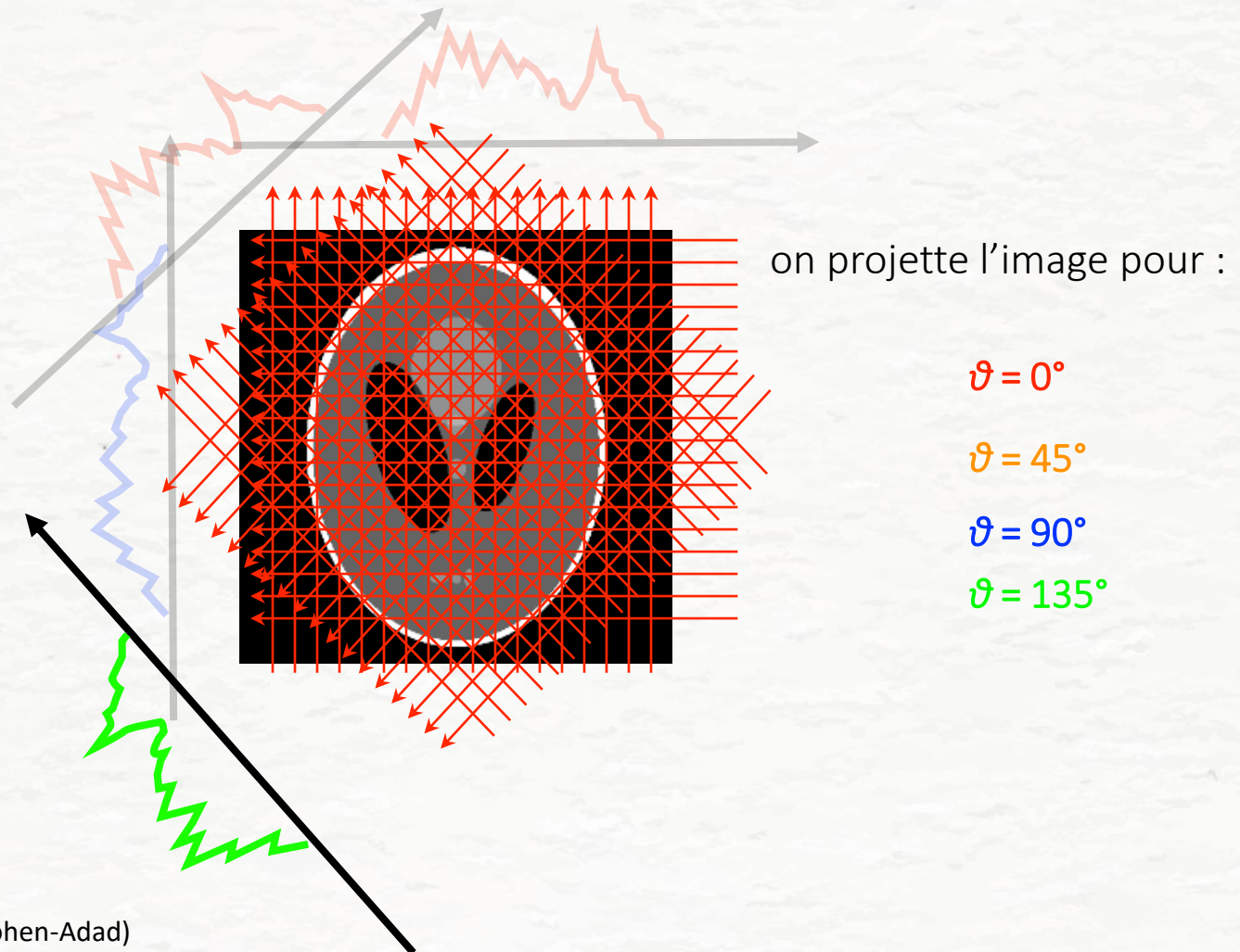
$$\vartheta = 0^\circ$$

$$\vartheta = 45^\circ$$

$$\vartheta = 90^\circ$$

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple

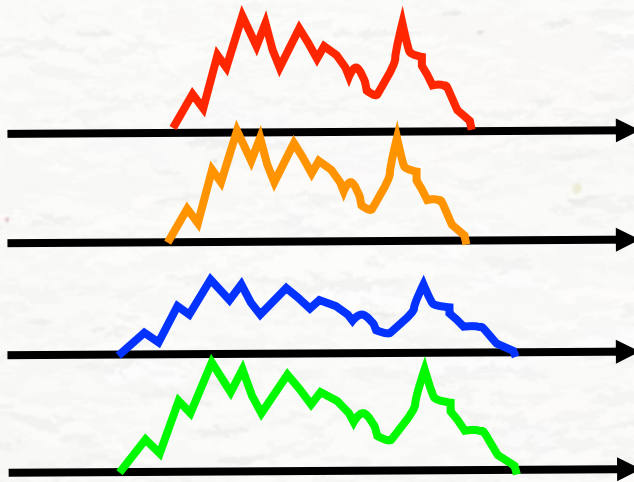
On “empile” chacune des projections

$\vartheta = 0^\circ$

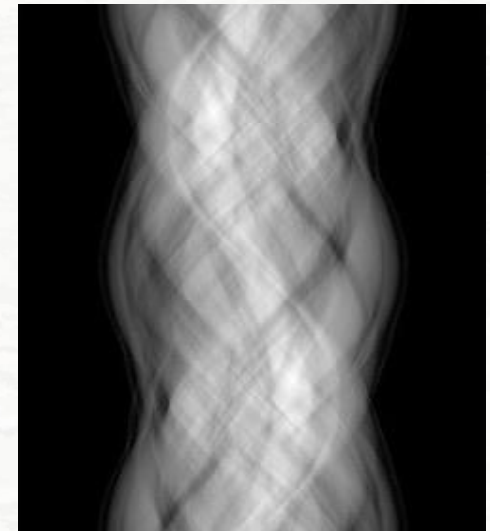
$\vartheta = 45^\circ$

$\vartheta = 90^\circ$

$\vartheta = 135^\circ$



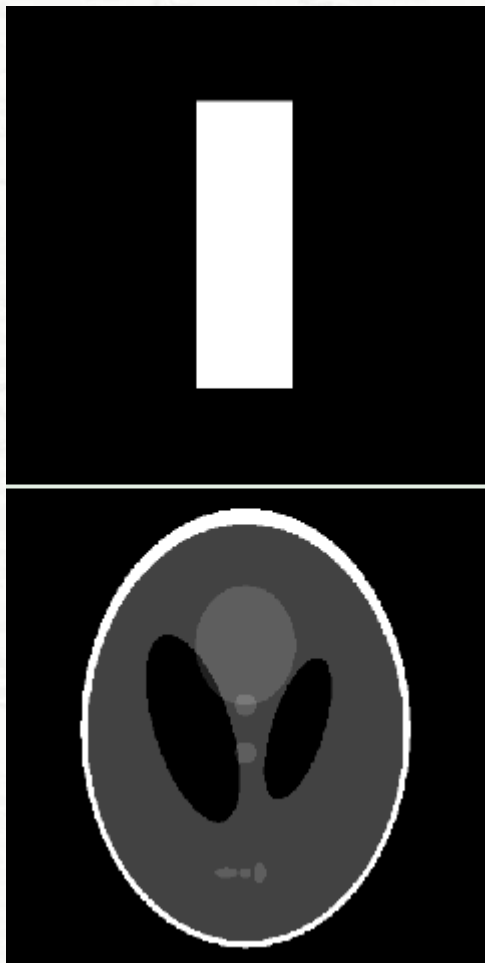
sinogramme



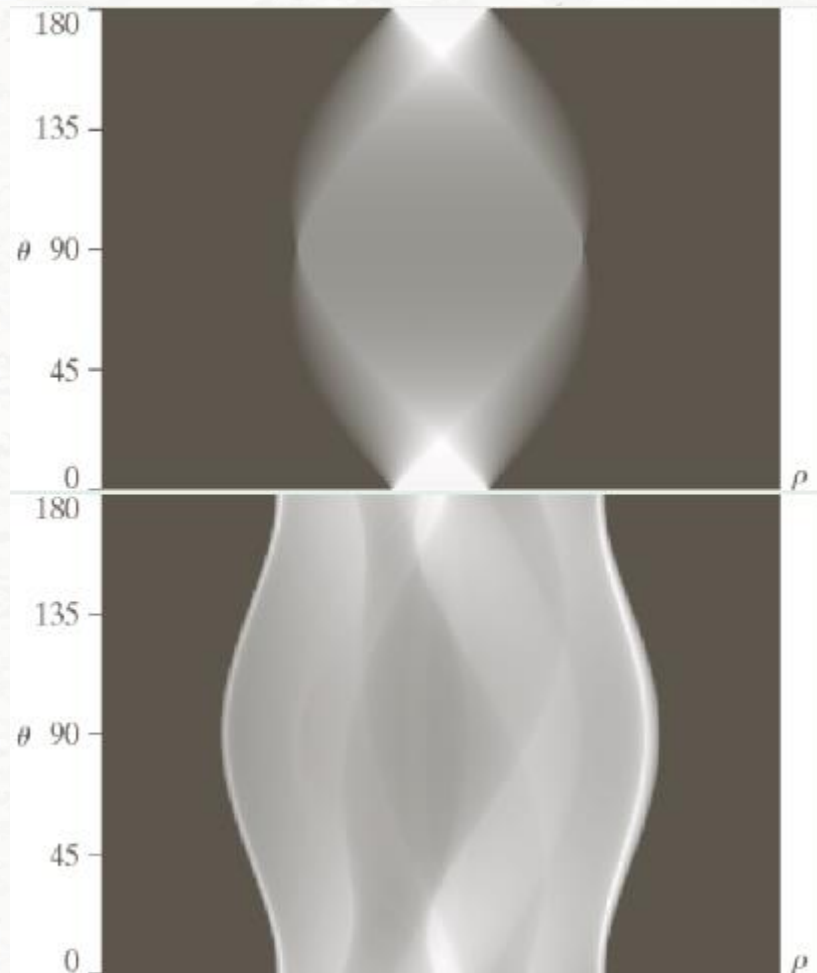
Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple

Image



Sinogramme



© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

Reconstruction en TRX : approche analytique (4)

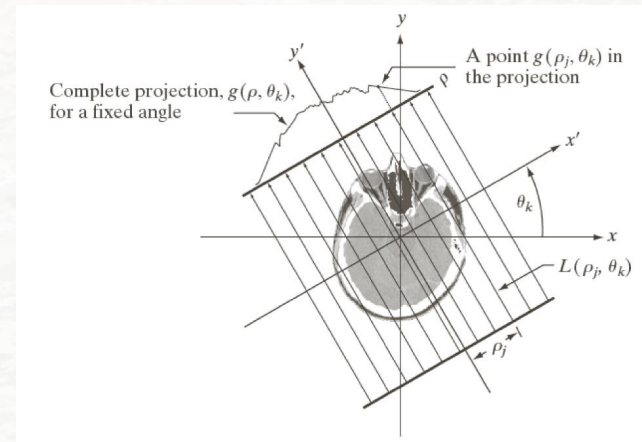
Définitions

Rétroprojection d'angle θ

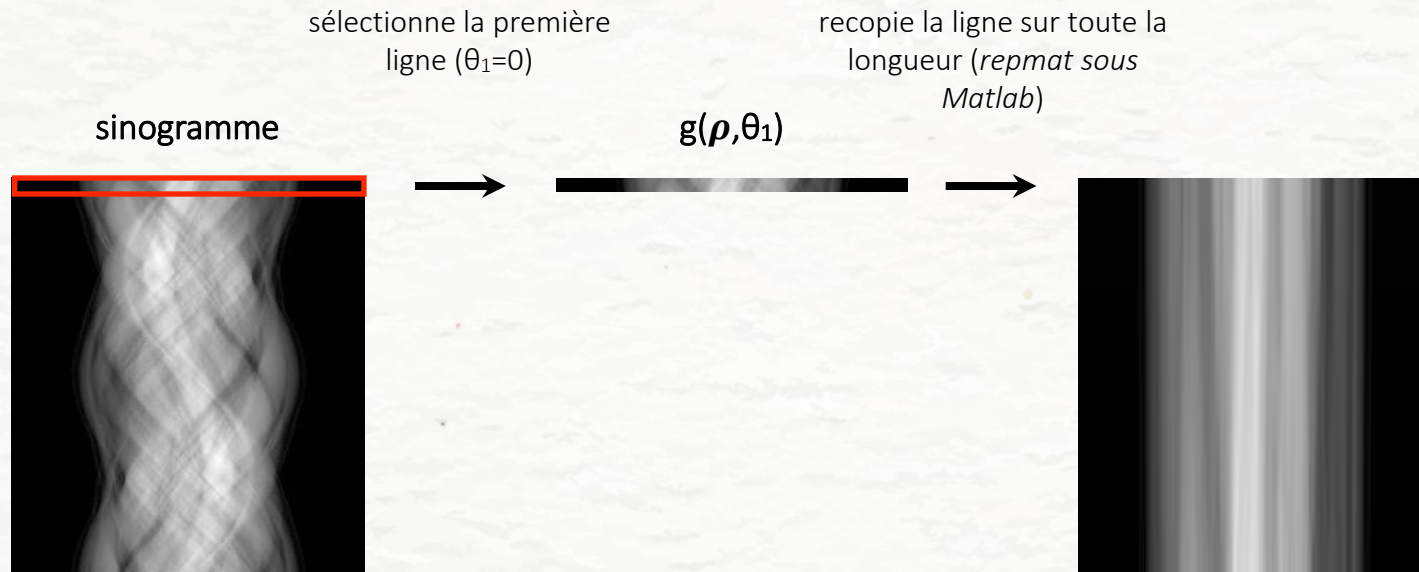
$$f_{\theta}(x, y) = g(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta)$$

Image rétroprojetée

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} f_{\theta}(x, y) d\theta$$

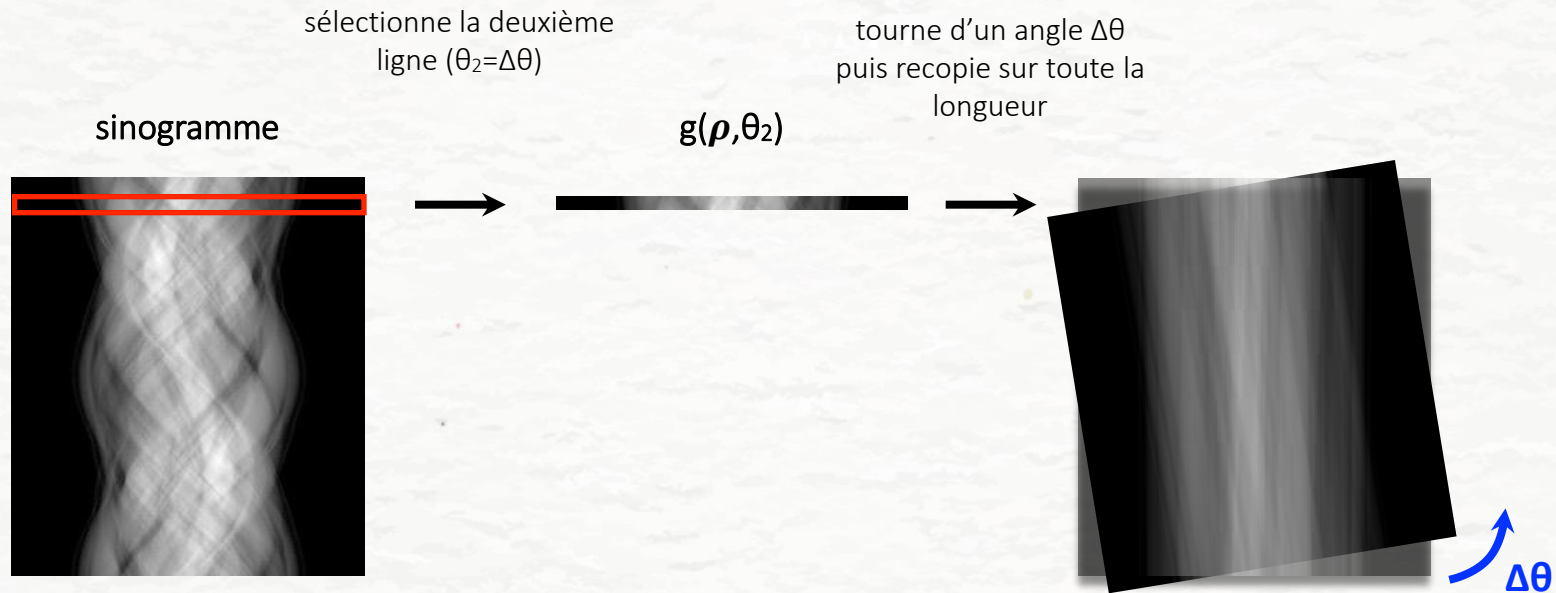


Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



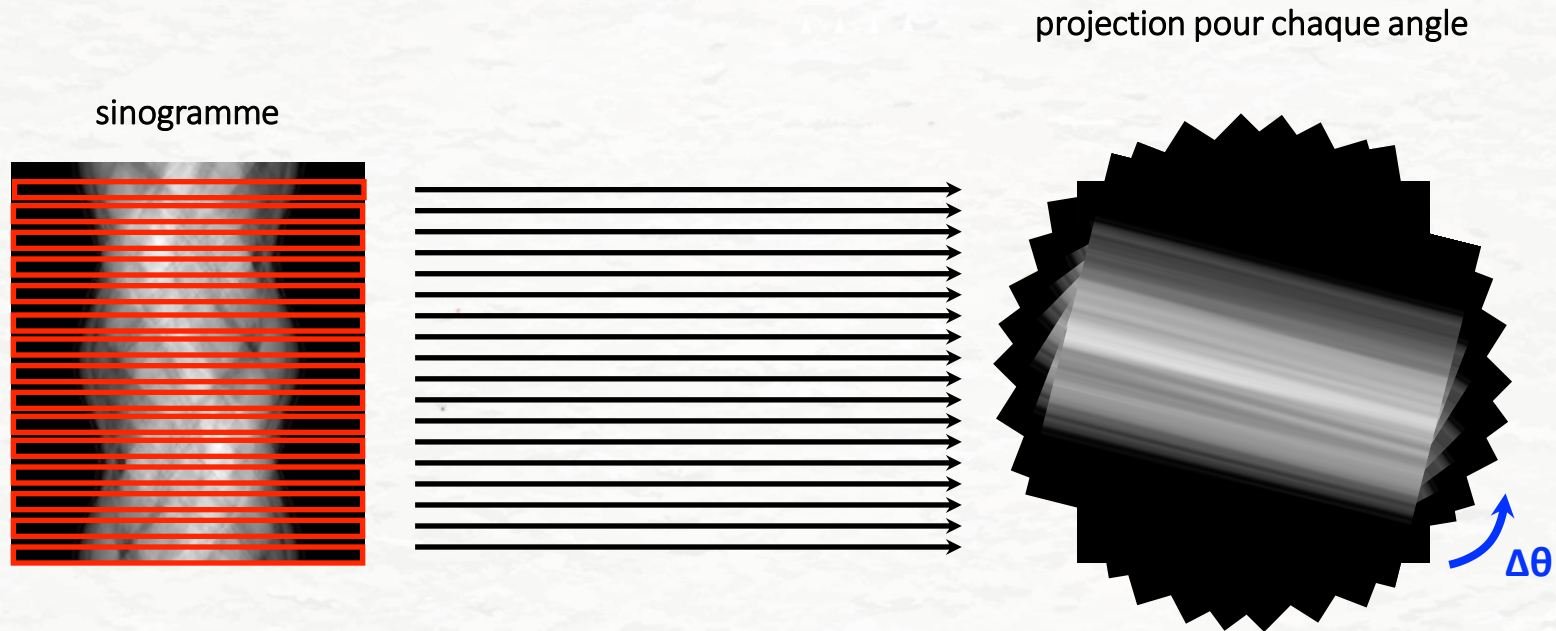
Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

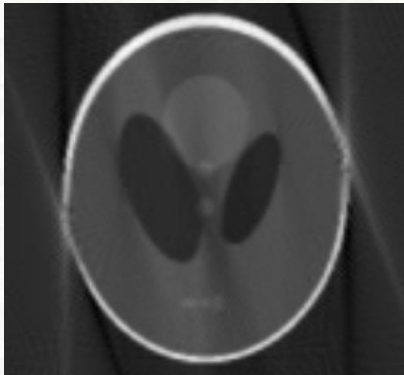
Reconstruction en TRX : rétroprojection simple



Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction en TRX : rétroprojection simple

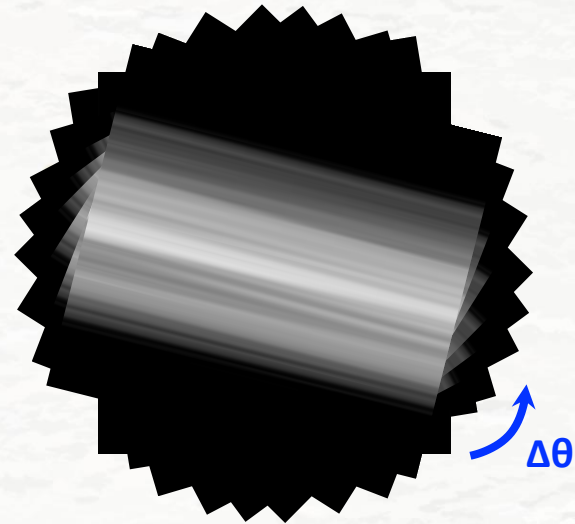
image rétroprojetée
(laminogramme)



somme de toutes les
rétroprojections



projection pour chaque angle

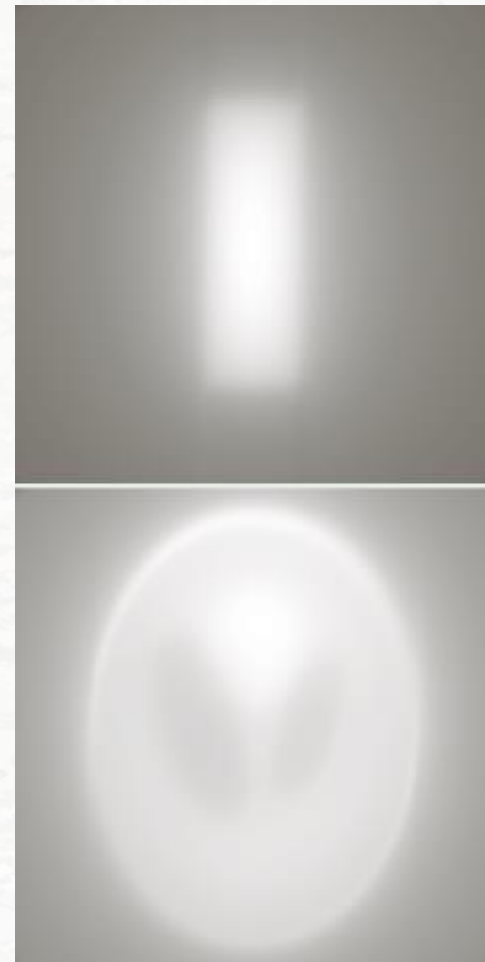
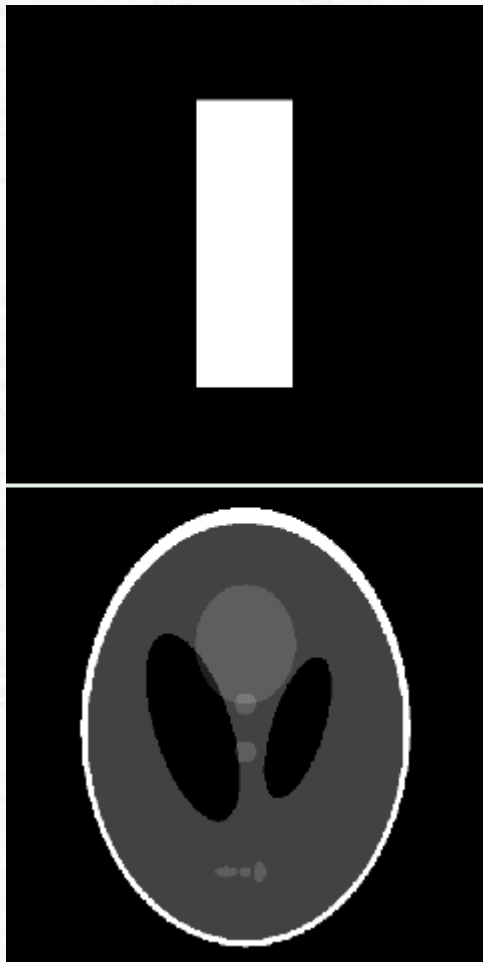


<https://www.youtube.com/watch?v=BhOMbjXzjP8>

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

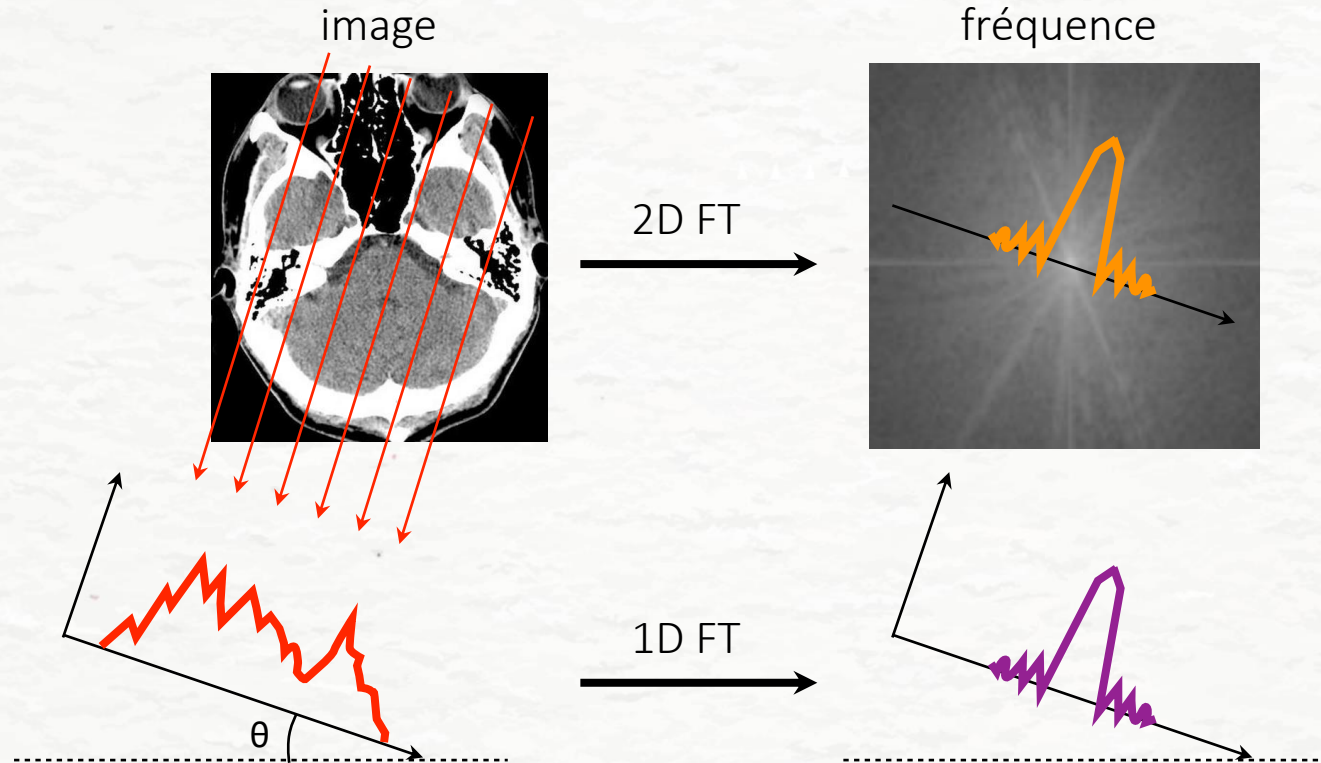
Reconstruction en TRX : rétroprojection simple

Exemples de projection et de rétroprojection, très flou !



© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

Théorème de la tranche de Fourier (1)



*La TF-1D de la **projection** correspond à une ligne centrale de la TF-2D de l'image (orientée de ϑ)*

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Théorème de la tranche de Fourier (2)

Transformée de Fourier d'une projection

$$G(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\rho, \theta) e^{-j2\pi\omega\rho} d\rho$$

$$G(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) e^{-j2\pi\omega\rho} dx dy d\rho$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) e^{-j2\pi\omega\rho} d\rho \right] dx dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad u = \omega \cos \theta \quad v = \omega \sin \theta$$

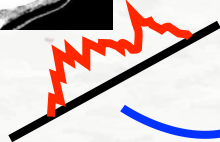
$$G(\omega, \theta) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux + vy)} dx dy \right]_{u=\omega \cos \theta; v=\omega \sin \theta}$$

$$\begin{aligned} G(\omega, \theta) &= [F(u, v)]_{u=\omega \cos \theta; v=\omega \sin \theta} \\ &= F(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta) \end{aligned}$$

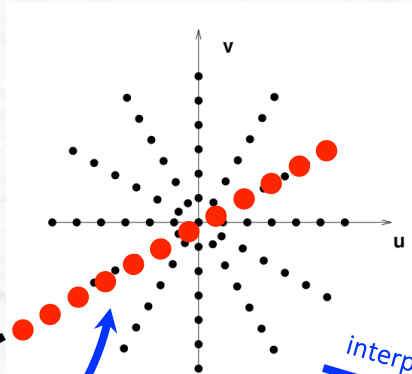
Reconstruction: Méthode de Fourier

$$f(x, y) = FT_{2D}^{-1}\{G(\omega, \theta)\}$$

1 Faire la TF-1D de chaque projection



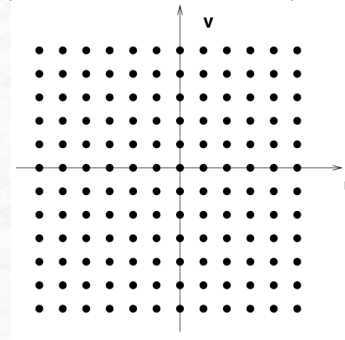
TF 1D



interpolation

2

Remplir le domaine fréquentiel + interpoler



TF⁻¹ 2D

3 Faire la TF-2D inverse

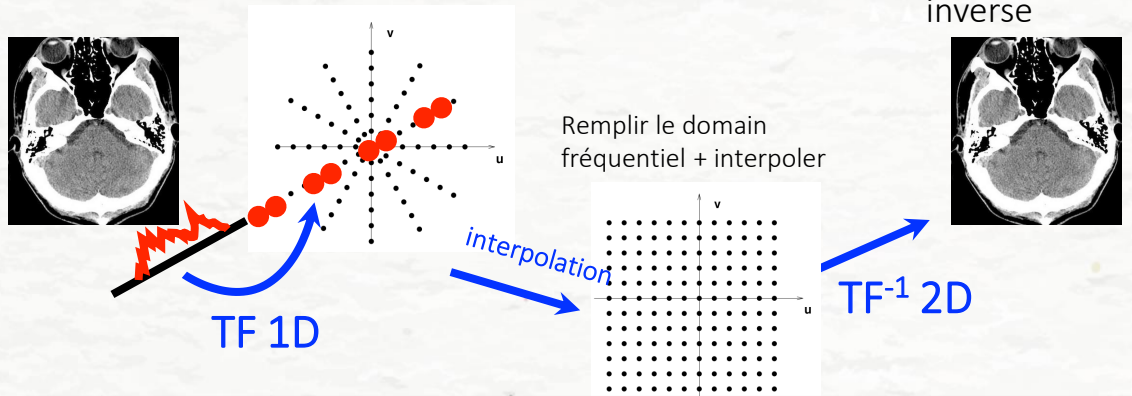


problème d'interpolation (polaire → cartésien)

Reconstruction: Méthode de Fourier

$$f(x, y) = FT_{2D}^{-1}\{G(\omega, \theta)\}$$

Faire la TF-1D de chaque projection



problème d'interpolation (polaire → cartésien)

- Discrétisation irrégulière
- Espacement des points variable selon θ
- Nécessite des techniques d'interpolation

Solution : rétroprojection filtrée

Reconstruction par rétroprojections filtrées (1)

Coordonnées cartésienne

→ polaires

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta) e^{j2\pi\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \omega d\omega d\theta$$

théorème tranche
centrale

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} G(\omega, \theta) e^{j2\pi\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \omega d\omega d\theta$$

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G(\omega, \theta) e^{j2\pi\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} d\omega d\theta$$

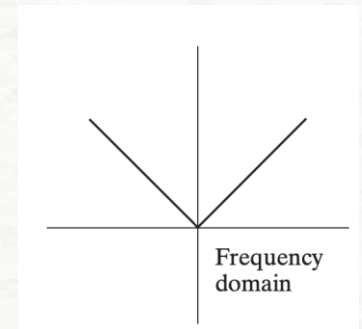
$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G(\omega, \theta) e^{j2\pi\omega\rho} d\omega \right]_{\rho=x \cos \theta + y \sin \theta} d\theta$$

somme de
rétroprojections

FT inverse

filtrage

FT d'une projection



FT inverse (temps CPU)

Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction par rétroprojections filtrées (2)

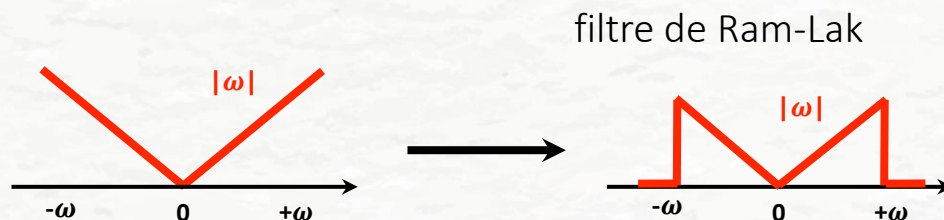
Autre approche : passage à une convolution

$$\begin{aligned} \text{retroproj. filtrée} \longrightarrow f(x, y) &= \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G(\omega, \theta) e^{j2\pi\omega\rho} d\omega \right]_{\rho=x \cos \theta + y \sin \theta} d\theta \\ &= \int_0^\pi [s(\rho) \star g(\rho, \theta)]_{\rho=x \cos \theta + y \sin \theta} d\theta \end{aligned}$$

La FT inverse de $|\omega|$ n'est pas définie (énergie infinie)

En pratique, ça signifie qu'on **ne peut pas l'implémenter directement** sans la modifier, car elle amplifierait fortement les hautes fréquences \rightarrow bruit !

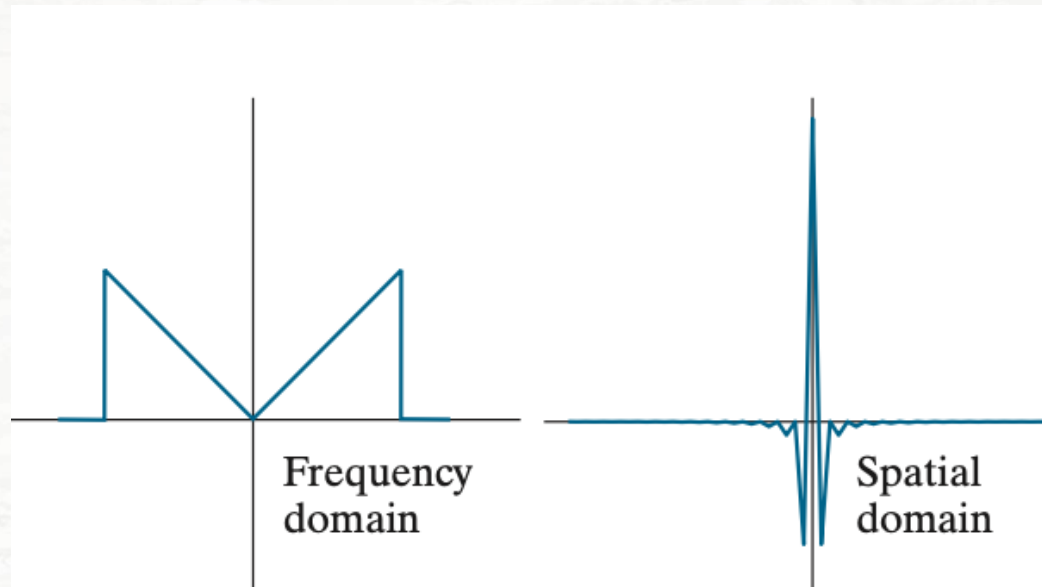
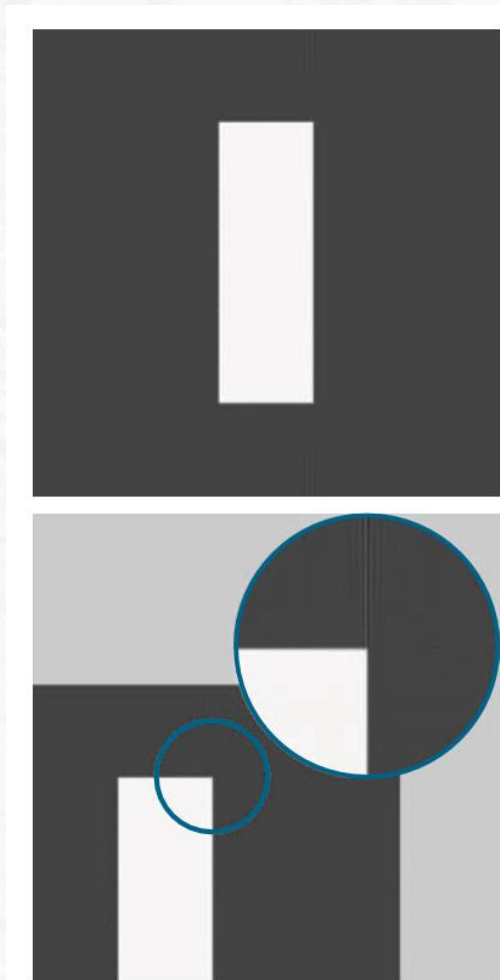
Solution : Filtrage de la fonction rampe $|\omega|$, on la tronque



Source: GBM8379 (Julien Cohen-Adad)

Reconstruction par rétroprojections filtrées (3)

Exemple : rétroprojections avec filtre Ram-Lak



Quelle est la cause de ces artefacts ?



Quelle est la cause de ces artefacts ?

 The Slido app must be installed on every computer you're presenting from

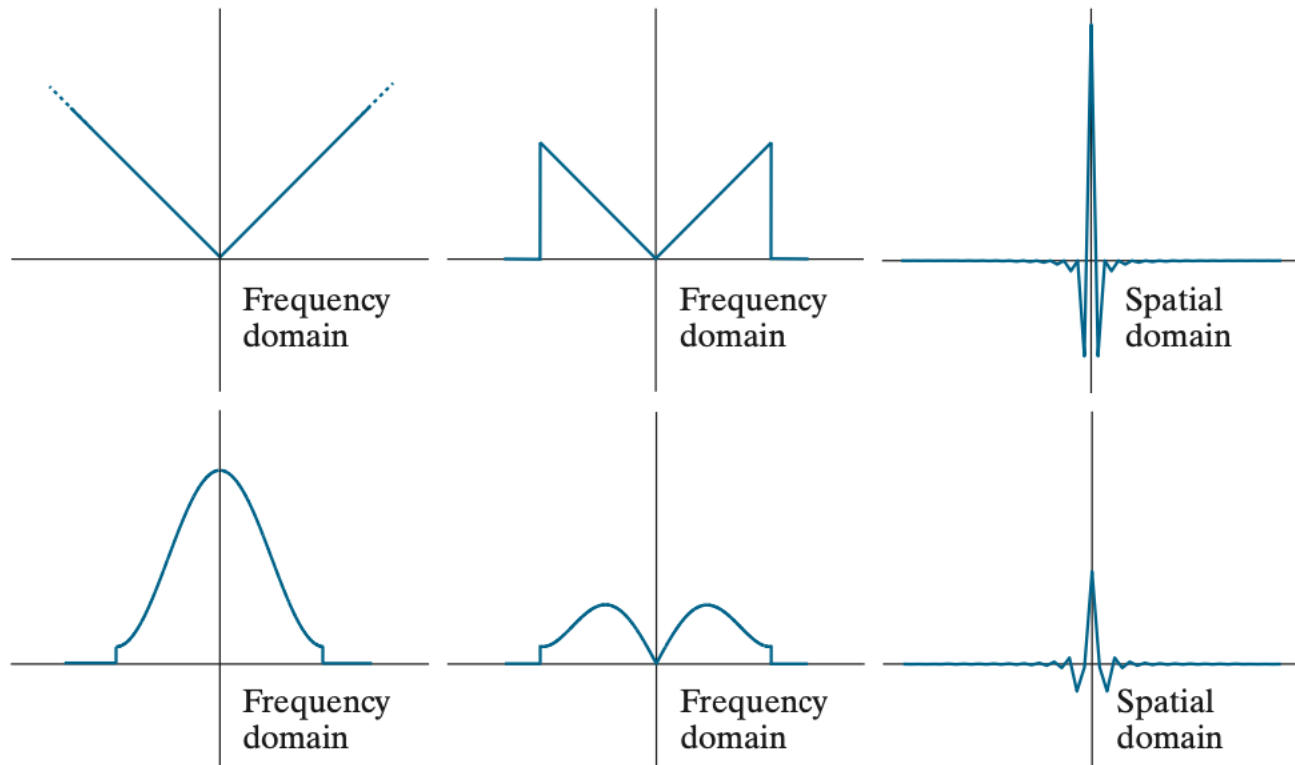
Reconstruction par rétroprojections filtrées (4)

Exemple : rétroprojections avec fenêtrage Hamming

| | | |
|---|---|---|
| a | b | c |
| d | e | f |

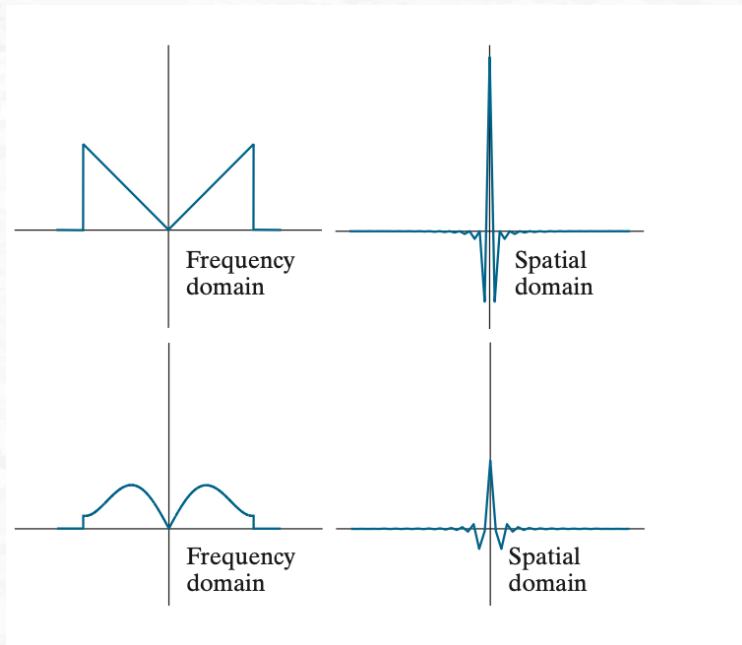
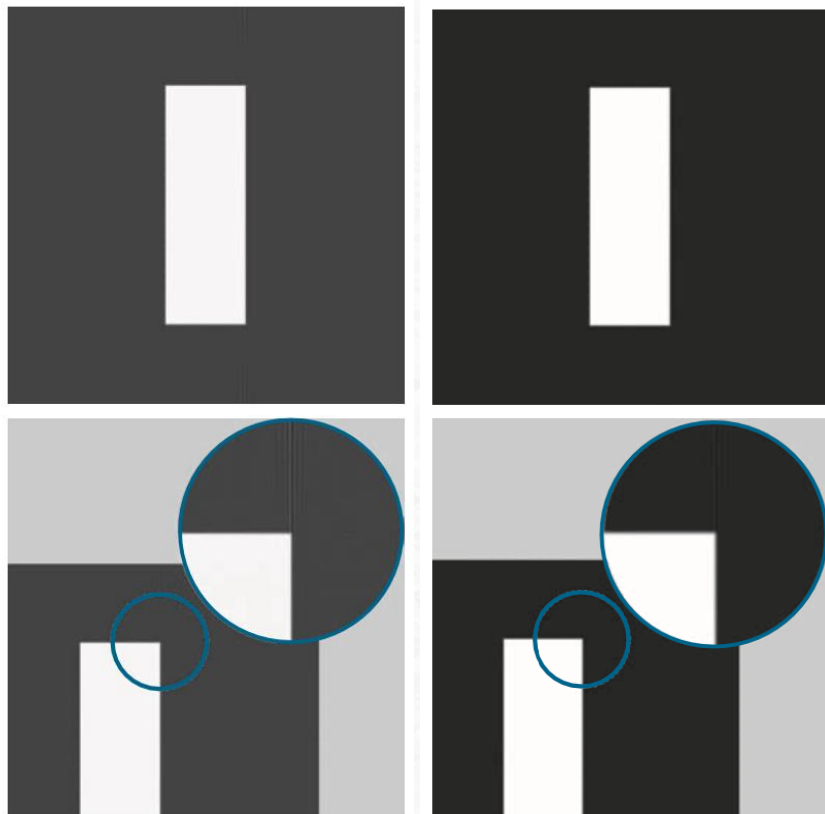
FIGURE 5.42

(a) Frequency domain ramp filter transfer function. (b) Function after band-limiting it with a box filter. (c) Spatial domain representation. (d) Hamming windowing function. (e) Windowed ramp filter, formed as the product of (b) and (d). (f) Spatial representation of the product. (Note the decrease in ringing.)



Reconstruction par rétroprojections filtrées (5)

Exemple : rétroprojections avec fenêtrage Hamming



© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

Les bords sont maintenant un peu plus flous qu'avant. Pourquoi?



Les bords sont maintenant un peu plus flous qu'avant. Pourquoi?

ⁱ The Slido app must be installed on every computer you're presenting from

Plan

1. Introduction

- Tomographie à rayons X (TRX)
- Autres modalités

2. Formulation du problème de TRX — Transformée de Radon

3. Reconstruction en TRX : approche analytique

- Géométrie à rayons parallèles

4. IRM : reconstruction par retroprojections

Acquisition radiale vs cartésienne

Paul Lautrerbur, 1973

- Comment créer des images avec la résonance magnétique
- Échantillonnage radial du domaine fréquentiel
- Reconstruction par rétroprojections filtrées

Image Formation by Induced Local Interactions: Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance

AN image of an object may be defined as a graphical representation of the spatial distribution of one or more of its properties. Image formation usually requires that the object interact with a matter or radiation field characterized by a wavelength comparable to or smaller than the smallest features to be distinguished, so that the region of interaction may be restricted and a resolved image generated.

This limitation on the wavelength of the field may be removed, and a new class of image generated, by taking advantage of induced local interactions. In the presence of a second field that restricts the interaction of the object with the first field to a limited region, the resolution becomes independent of wavelength, and is instead a function of the ratio of the normal width of the interaction to the shift produced by a gradient in the second field. Because the interaction may be regarded as a coupling of the two fields by the object, I propose that image formation by this technique be known as zeugmatography, from the Greek *zeugma*, "that which is used for joining".

The nature of the technique may be clarified by describing two simple examples. Nuclear magnetic resonance (NMR) zeugmatography was performed with 60 MHz (3 m) radiation and a static magnetic field gradient corresponding, for proton resonance, to about 700 Hz cm^{-1} . The test object consisted of two 1 mm inside diameter thin-walled glass capillaries of H_2O attached to the inside wall of a 4.2 mm inside diameter glass tube of D_2O . In the first experiment, both capillaries contained pure water. The proton resonance line width, in the absence of the transverse field gradient, was about 5 Hz,

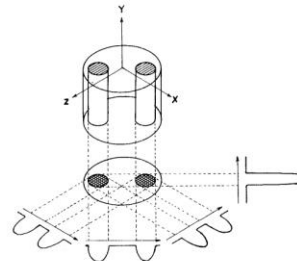


Fig. 1 Relationship between a three-dimensional object, its two-dimensional projection along the Y-axis, and four one-dimensional projections at 45° intervals in the XZ-plane. The arrows indicate the gradient directions.

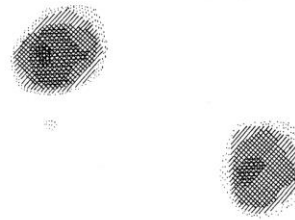


Fig. 2 Proton nuclear magnetic resonance zeugmatograms of the object described in the text, using four relative orientations of object and gradients as diagrammed in Fig. 1.

NATURE VOL. 242 MARCH 16 1973

line widths may be generated, NMR zeugmatography of solids, electron spin resonance zeugmatography, and analogous experiments in other regions of the spectrum should also be possible. Zeugmatographic techniques should find many useful applications in studies of the internal structures, states, and compositions of microscopic objects.

P. C. LAUTERBUR

Department of Chemistry,
State University of New York at Stony Brook,
Stony Brook, New York 11790

Received October 30, 1972; revised January 8, 1973.

- ¹ Bracewell, R. N., and Riddle, A. C., *Astrophys. J.*, **150**, 427 (1967).
- ² Vainshtein, B. K., *Soviet Physics-Crystallography*, **15**, 781 (1971).
- ³ Ramaschandra, G. N., and Lakshminarayana, A. V., *Proc. U.S. Nat. Acad. Sci.*, **68**, 2236 (1971).
- ⁴ Gordon, R., and Herman, G. T., *Comm. Assoc. Comput. Mach.*, **14**, 759 (1971).
- ⁵ Klug, A., and Crowther, R. A., *Nature*, **238**, 435 (1972).
- ⁶ Weisman, I. D., Bennett, L. H., Maxwell, Sr., L. R., Woods, M. W., and Burk, D., *Science*, **178**, 1288 (1972).

Applications of this technique to the study of various inhomogeneous objects, not necessarily restricted in size to those commonly studied by magnetic resonance spectroscopy, may be anticipated. The experiments outlined above demonstrate the ability of the technique to generate pictures of the distributions of stable isotopes, such as H and D, within an object. In the second experiment, relative intensities in an image were made to depend upon relative nuclear relaxation times. The variations in water contents and proton relaxation times among biological tissues should permit the generation, with field gradients large compared to internal magnetic inhomogeneities, of useful zeugmatographic images from the rather sharp water resonances of organisms, selectively picturing the various soft structures and tissues. A possible application of considerable interest at this time would be to the *in vivo* study of malignant tumours, which have been shown to give proton nuclear magnetic resonance signals with much longer water spin-lattice relaxation times than those in the corresponding normal tissues⁶.

The basic zeugmatographic principle may be employed in many different ways, using a scanning technique, as described above, or transient methods. Variations on the experiment, to be described later, permit the generation of two- or three-dimensional images displaying chemical compositions, diffusion coefficients and other properties of objects measurable by spectroscopic techniques. Although applications employing nuclear magnetic resonance in liquid or liquid-like systems are simple and attractive because of the ease with which field gradients large enough to shift the narrow resonances by many

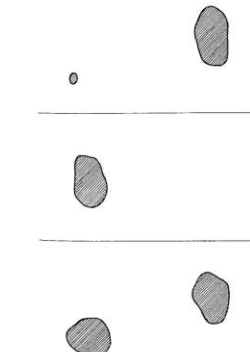
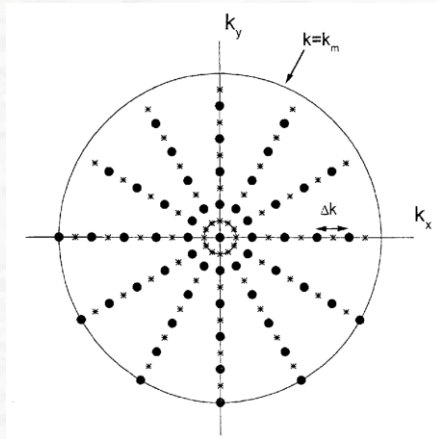


Fig. 3 Proton nuclear magnetic resonance zeugmatograms of an object containing regions with different relaxation times. a, Low power; b, high power; c, difference between a and b.

Acquisition radiale vs cartésienne

Mesurer plusieurs lignes de dans le domaine fréquentiel:



Reconstruction par rétroprojections filtrées:

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G(\omega, \theta) e^{j2\pi\omega\rho} d\omega \right]_{\rho=x \cos \theta + y \sin \theta} d\theta$$

somme de rétroprojections

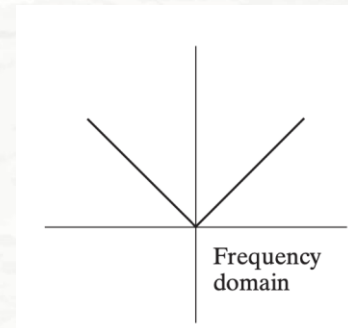
FT inverse

filtrage

On mesure une ligne dans le domaine fréquentiel

Comparé a la reconstruction par rétroprojections filtrées en TRX (sans passer par une convolution dans le domaine spatiale), la reconstruction par rétroprojections filtrées en IRM implique :

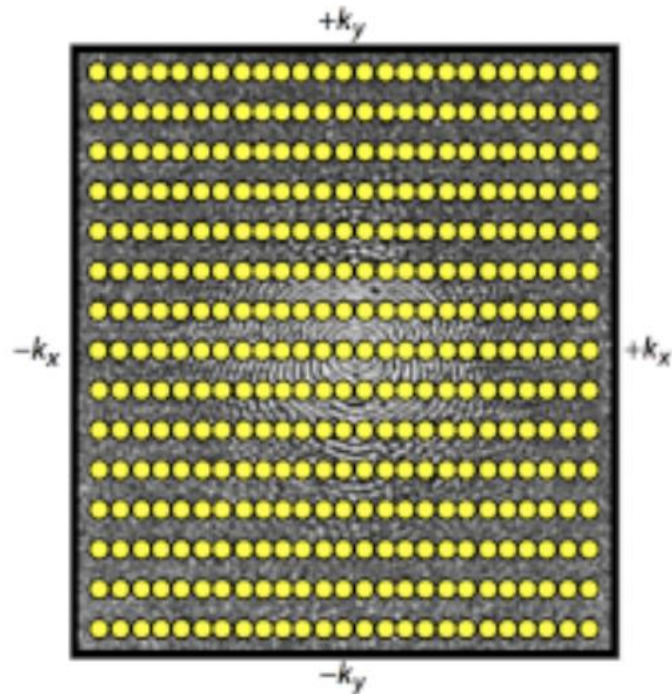
- Plus de calculs
- Moins de calculs
- Le même nombre de calculs



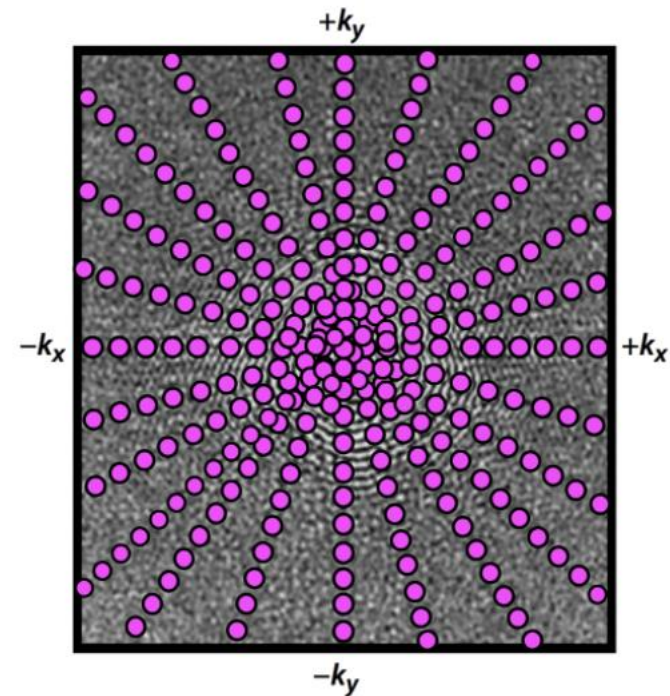


Comparé à la reconstruction par rétroprojections filtrées en TRX (sans passer par une convolution dans le domaine spatiale), la reconstruction par rétroprojections filtrée en IRM implique

Acquisition radiale vs cartésienne



Rectilinear (Cartesian) sampling of k -space



Radial sampling of k -space

Plus courant
Pas d'erreur d'interpolation

Pas de rétroprojection filtrée
FFT et échantillonnage rapide
Mesure des signaux basse fréquence plusieurs fois

<https://mriquestions.com/radial-sampling.html>

Problème

Le bruit des signaux mesurés en IRM est blanc et gaussien. Quel sera l'effet de la rétroprojection filtrée avec un filtre passe-haut sur le bruit de l'image résultante?

Le bruit de l'image résultante sera:

- A) blanc et gaussien
- B) coloré et gaussien
- C) blanc avec une distribution non-gaussienne
- D) coloré avec une distribution non-gaussienne



Le bruit des signaux mesuré en IRM est blanc et gaussien. Quel sera l'effet de la rétroprojection filtré avec un filtre passe-haut sur le bruit de l'image résultante?

Le bruit de l'image résultante sera:

Problème

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \int_0^\pi FT^{-1}(H(\omega) \cdot G) d\theta = \int_0^\pi FT^{-1}(H(\omega) \cdot (S + N)) d\theta \\
 &= \int_0^\pi (h(\rho) \circledast (s + n)) d\theta = \int_0^\pi (h(\rho) \circledast s + h(\rho) \circledast n) d\theta
 \end{aligned}$$

Convolution d'un gaussien avec un filtre

$$y[n] = h[n] \circledast x[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]x[n - m]$$

$y[n]$ est la somme de gaussiens, donc $y[n]$ est aussi gaussien

$$y[n] = h[0]x[n] + \dots, \text{et}$$

$$y[n + 1] = h[1]x[n] + \dots$$

Alors, $y[n]$ et $y[n + 1]$ sont corrélé. $y[n]$ n'est pas du bruit blanc.