

MEC1210 - Heures 34 à39

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2^{ème} principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs

IX) Mélanges non réactifs

heures 34-36  - **Propriétés thermodynamiques des mélanges**
- Psychrométrie

IX) Mélanges non-réactifs

1) Propriétés thermodynamiques des mélanges

a) Composition d'un mélange

Pour décrire l'état d'un mélange, il faudrait deux propriétés intensives **et** la *composition* du mélange. Pour un mélange de gaz (m) composé de k composants (i), on peut décrire la composition de deux façons:

i) fraction de masse:

La masse du mélange est la somme des masses des composantes:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow mf_i \equiv \frac{m_i}{m_m} \equiv \text{fraction de masse}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k mf_i$$

ii) fraction molaire:

Le nombre de moles (N) du mélange est la somme de ceux des composantes:

$$N_m = \sum_{i=1}^k N_i \rightarrow y_i \equiv \frac{N_i}{N_m} \equiv \text{fraction molaire}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k y_i$$

a) Composition d'un mélange (cont.)

Pour trouver la masse molaire du mélange:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow m = NM \quad , \text{ où } M \text{ (kg/kmol) est la masse molaire}$$

$$N_m M_m = \sum_{i=1}^k N_i M_i$$

$$M_m = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} M_i$$

$$M_m = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$

exemple 1 (en classe): masse molaire de l'air sec

exemple 2 (en classe): CBK&L ex. 13.1, p.661 (p.605 dans CB&L, 2^{ème} éd., p.593 dans 1^{ère} éd., p.703 dans C&B, 6^{ème} éd.)

b) Mélange de gaz parfaits

Pour un gaz parfait:

- les molécules sont très éloignées l'un de l'autre de sorte qu'elles ne sont pas affectées l'un par l'autre
- comportement approximé par gaz réels à basse pression et haute température (donc basse densité) par rapport au point critique.
- mélange de gaz parfaits se comporte donc comme un gaz parfait

i) Relation P-v-T

- modèle de Dalton: la pression du mélange est égale à la somme des *pressions partielles* exercées par les gaz composants si chacun d'eux était à la température et occupait le volume total du mélange

$$P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m) \quad , \text{ où } P_i \text{ est la pression partielle}$$

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow \boxed{P_i = y_i P_m}$$

$$\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^k y_i P_m = P_m \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) = P_m (1) = P_m$$

=1

b) Mélange de gaz parfaits (cont.)

i) Relation P-v-T (cont.)

- modèle d'Amagat: le volume du mélange est égal à la somme des *volumes partielles* occupés par les gaz composants si chacun d'eux était à la pression et la température du mélange.

$$V_m = \sum_{i=1}^k V_i(P_m, T_m) \quad , \text{ où } V_i \text{ est le volume partiel}$$

$$\frac{V_i(P_m, T_m)}{V_m} = \frac{N_i R_u T_m / P_m}{N_m R_u T_m / P_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow \boxed{V_i = y_i V_m}$$

$$\sum_{i=1}^k V_i = \sum_{i=1}^k y_i V_m = V_m \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) = V_m (1) = V_m$$

=1

Notes : Les modèles de Dalton et d'Amagat sont exacts et équivalent pour les gaz parfaits. Cependant, ils peuvent aussi être utilisés pour approximer les mélanges de gaz réels.

ii) Propriétés U, H et S

U, H et S sont des propriétés extensives (comme la masse), donc les valeurs pour le mélange sont les sommes de leurs valeurs pour les composantes:

b) Mélange de gaz parfaits (cont.)

ii) Propriétés U, H et S (cont.)

$$\left. \begin{aligned} U_m &= \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \\ H_m &= \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \\ S_m &= \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \end{aligned} \right\} , \text{ où } \bar{u}_i, \bar{h}_i, \bar{s}_i \text{ sont en terme de } kmol \text{ au lieu de } kg$$

forme spécifique (divisé par m_m ou N_m):

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} u_i = \sum_{i=1}^k m f_i u_i & \text{ et } \bar{u}_m &= \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{u}_i \\ h_m &= \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} h_i = \sum_{i=1}^k m f_i h_i & \text{ et } \bar{h}_m &= \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{h}_i \\ s_m &= \frac{S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} s_i = \sum_{i=1}^k m f_i s_i & \text{ et } \bar{s}_m &= \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{s}_i \end{aligned}$$

b) Mélange de gaz parfaits (cont.)

iii) Chaleurs massiques

Similairement à u_m, h_m , on peut trouver les chaleurs massiques du mélange par:

$$\left. \begin{aligned} c_{v,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{v,i} & \text{et} & & \bar{c}_{v,m} &= \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \\ c_{p,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{p,i} & \text{et} & & \bar{c}_{p,m} &= \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \end{aligned} \right\}, \text{ où } \bar{c}_v, \bar{c}_p \text{ sont en terme de } kmol \text{ au lieu de } kg$$

Notes: $\bar{u} = Mu$, $\bar{h} = Mh$, $\bar{s} = Ms$, $\bar{c}_v = Mc_v$, $\bar{c}_p = Mc_p$

iv) Évolution avec composition constante

$$\Delta u_m = \frac{\Delta U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta u_i = \sum_{i=1}^k mf_i \Delta u_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{u}_m = \frac{\Delta U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{u}_i$$

$$\Delta h_m = \frac{\Delta H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta h_i = \sum_{i=1}^k mf_i \Delta h_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{h}_m = \frac{\Delta H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{h}_i$$

$$\Delta s_m = \frac{\Delta S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta s_i = \sum_{i=1}^k mf_i \Delta s_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{s}_m = \frac{\Delta S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{s}_i$$

b) Mélange de gaz parfaits (cont.)

iv) Évolution avec composition constante (cont.)

Note: Attention au changement d'entropie qui dépend du changement de température et aussi de pression, où il faut utiliser la pression partielle.
Pour chaque composante (i):

$$\Delta s_i = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

ou

$$\Delta \bar{s}_i = \bar{s}_{i,2}^o - \bar{s}_{i,1}^o - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

exemple 3 (en classe): CB&L ex. 13.3, p.601 (p.601 dans C&B, 6^{ème} éd.) mélange de deux gaz parfaits en système fermé

exemple 4 (en classe): mélange de deux gaz parfaits en système ouvert

exemple 5 (en classe): passage d'un mélange à travers une tuyère

Où on en est

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2^{ème} principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

heures 37-39



- *Propriétés thermodynamiques des mélanges*

- **Psychrométrie**

IX) Mélanges non-réactifs (cont.)

2) Psychrométrie

a) Introduction

La psychrométrie étudie des mélanges d'air sec et de vapeur d'eau pour le contrôle de l'humidité dans des applications en climatisation, dépollution, séchage et autres.

Quelques notions/définitions de base:

i) l'air atmosphérique ou humide: mélange d'*air sec* (composition relativement constante) et une quantité souvent variable de *vapeur d'eau*. L'air sec peut être considéré comme **un** gaz parfait et la vapeur d'eau un deuxième gaz parfait :

$$\text{air humide: } P = \frac{mRT}{V} = \frac{NRT}{V} = P_a + P_v \quad (\text{mélange})$$

$$\text{air sec: } P_a = \frac{m_a R_{air} T}{V} = \frac{N_a R_u T}{V} \quad (\text{comp. 1})$$

$$\text{vapeur d'eau: } P_v = \frac{m_v R_{vap,eau} T}{V} = \frac{N_v R_u T}{V} \quad (\text{comp. 2})$$

a) Introduction (cont.)

Quelques notions/définitions de base (cont.)

ii) rapport d'humidité et humidité relative:

La quantité de vapeur d'eau dans l'air peut être exprimée par:

- *rapport d'humidité (ω):*

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = \frac{P_v / R_v}{P_a / R_a} = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}$$

- *humidité relative (ϕ):*

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v V / R_v T}{P_{sat@T} V / R_a T} = \frac{P_v}{P_{sat@T}} \quad \text{(valeur entre 0 et 1)}$$

Maximum masse de vapeur d'eau saturée que le volume donné (V) peut contenir à cette température (T)

on peut relier ω et ϕ en jouant avec ces deux relations pour donner:

$$\phi = \frac{\omega P}{(0.622 + \omega) P_{sat@T}} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{0.622 \phi P_{sat@T}}{P - \phi P_{sat@T}}$$

a) Introduction (cont.)

Quelques notions/définitions de base (cont.)

Notes: - les propriétés U, H et S peuvent être exprimé en terme de ω :

$$H = m_a h_a + m_v h_v = m_a \left(h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v \right) = m_a (h_a + \omega h_v)$$

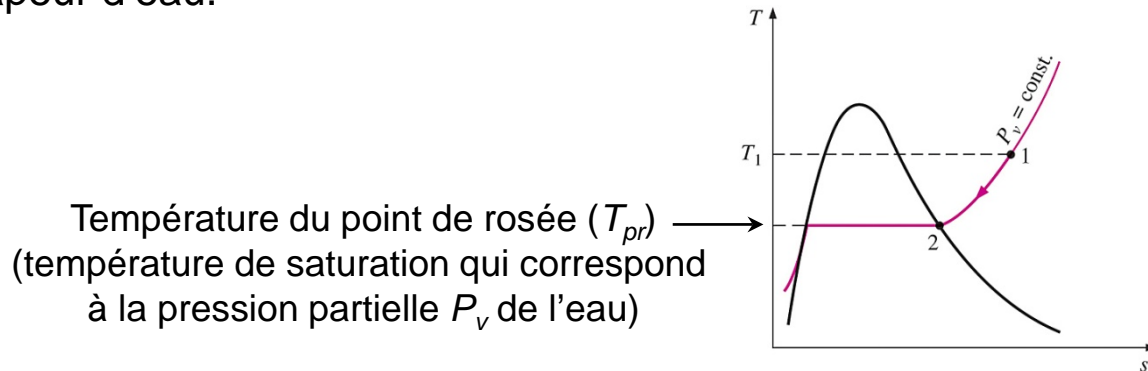
$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v \quad ; \quad \frac{U}{m_a} = u_a + \omega u_v \quad ; \quad \frac{S}{m_a} = s_a + \omega s_v$$

- Pour la vapeur d'eau à basse pression tel que dans les applications psychrométriques, on peut faire l'approximation:

$$h_v \approx h_g(T)$$

iii) Point de rosée:

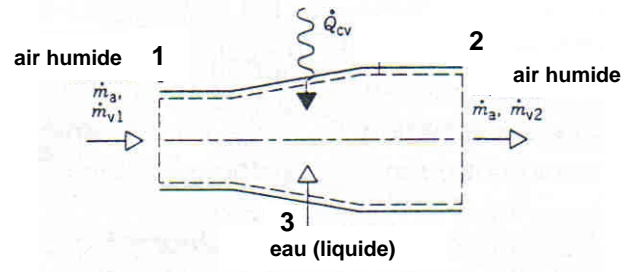
Lors du refroidissement de l'air humide à pression constante, le point de rosée est le point où $P_g(T_{pr}) = P_v$ et indique le début de la condensation de la vapeur d'eau.



b) Analyse de systèmes psychrométriques

L'analyse des systèmes psychrométriques se fait comme celui de mélange de gaz parfait, mais généralement en terme d'unité de masse ou de débit d'air sec (avec ω ou ϕ) aux entrées et sorties.

exemple:



Conservation de masse:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2 \rightarrow \text{air : } \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\text{eau : } \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{eau,3} = \dot{m}_{v2} \rightarrow \dot{m}_{eau,3} = \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1)$$

Bilan d'énergie:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_2 h_2$$

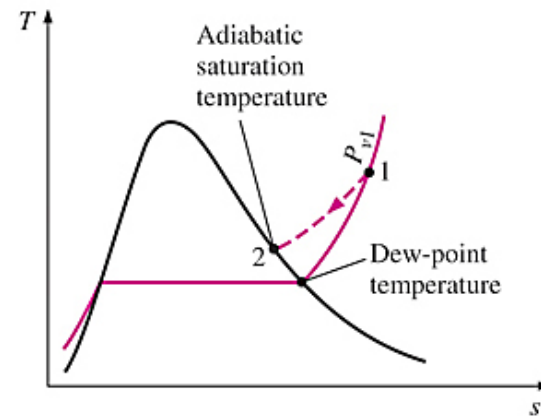
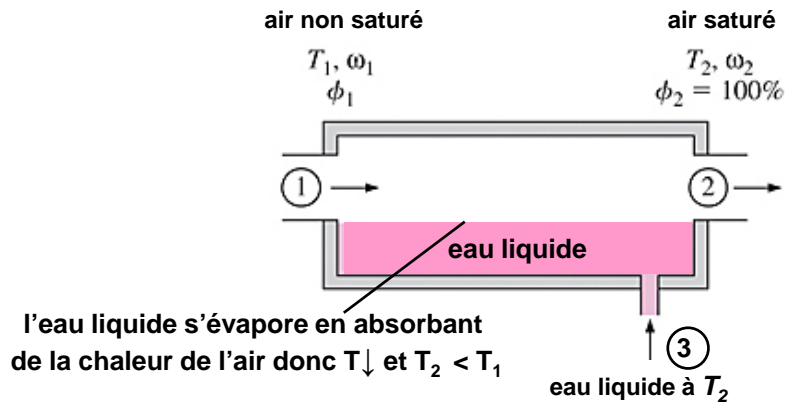
$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{v1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{eau,3} + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{v2})$$

$$\dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a [h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{v2} - \omega_1 h_{v1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{eau,3}]$$

c) Saturation adiabatique et abaque psychrométrique

Comment obtenir ω ou ϕ à partir de quantités mesurables?

i) Saturation adiabatique



Faisant la même analyse que pour l'exemple de la page précédente avec

$\dot{Q}_{cv} = 0$ et $h_v \approx h_g(T)$ donne :

$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{g1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{eau,3} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{g2}) \rightarrow h_{eau,3} \approx h_{f2}$$

$$h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{g2} - \omega_1 h_{g1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{f2} = 0$$

$$\omega_1 = \frac{h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 (h_{g2} - h_{f2})}{h_{g1} - h_{f2}} \rightarrow h_{a2} - h_{a1} = c_p (T_2 - T_1); h_{g2} - h_{f2} \equiv h_{fg2}$$

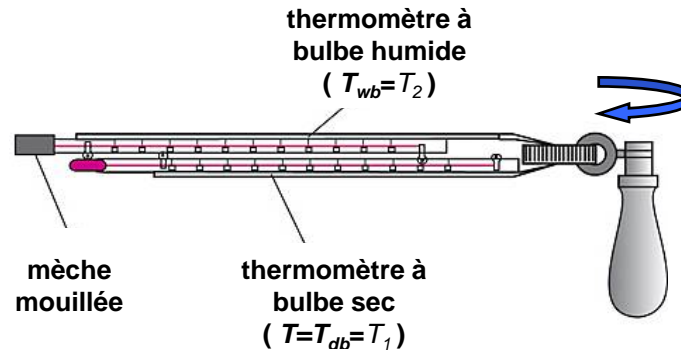
$$\omega_1 = \frac{c_p (T_2 - T_1) + \omega_2 h_{fg2}}{h_{g1} - h_{f2}}$$

où

$$\omega_2 = \frac{0.622 P_{g2}}{P - P_{g2}} \quad (\phi_2 = 1)$$

c) Saturation adiabatique et abaques psychrométriques (cont.)

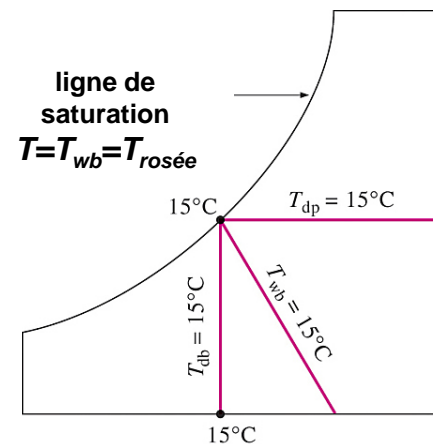
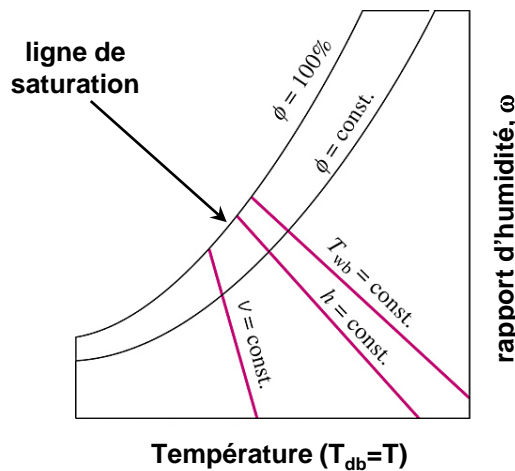
En pratique on peut approximer la saturation adiabatique avec un thermomètre à bulbe humide:



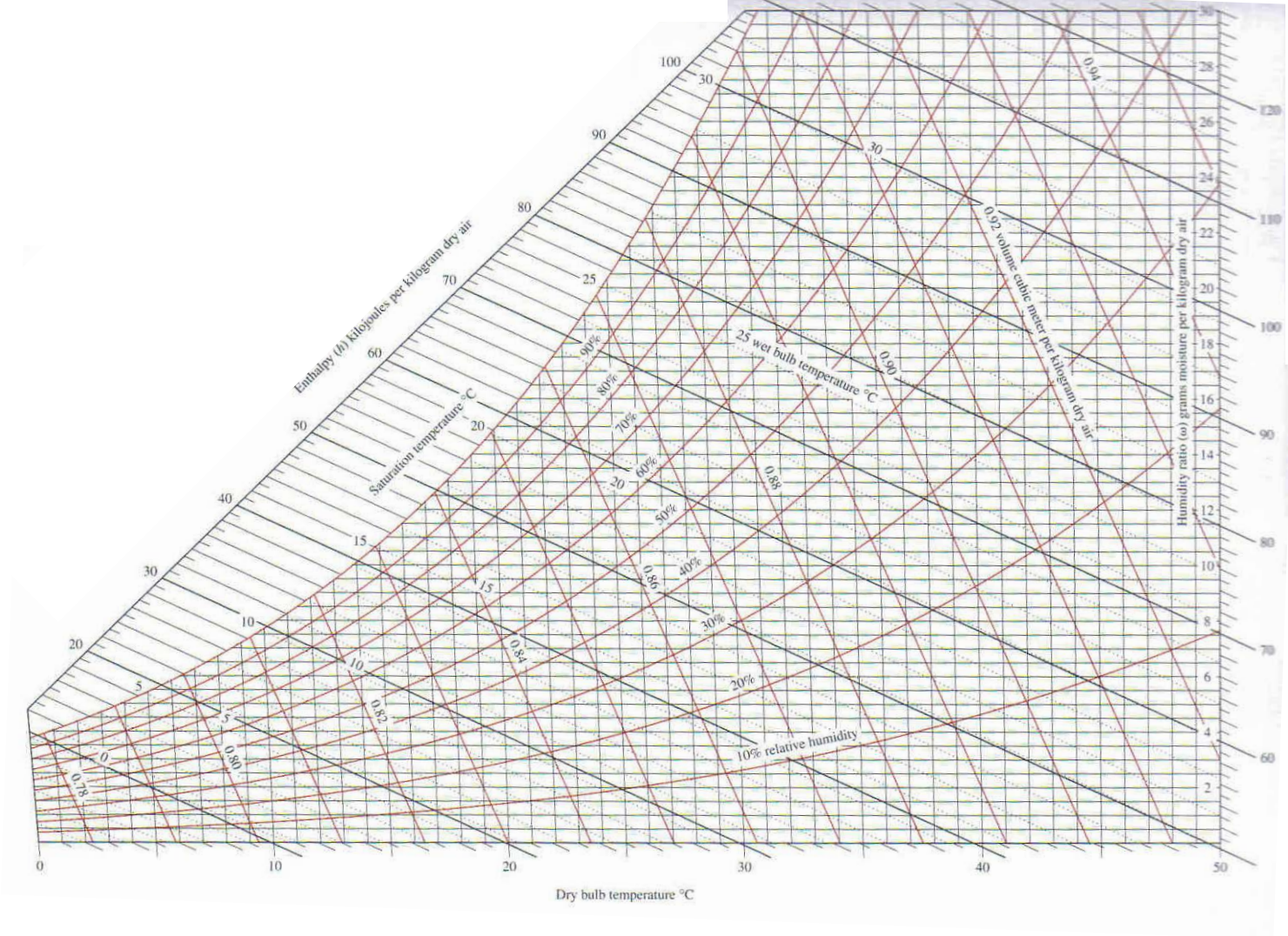
$$\omega_1 = f(T_{wb}, T, P)$$

ii) Abaque psychrométrique

Représentation graphique de la fonction $\omega_1 = f(T_{wb}, T, P)$ (avec l'ajout de quantités dépendantes telles que ϕ , h , v) pour chaque valeur de P:



exemple: abaque psychrométrique pour P=101.325 kPa

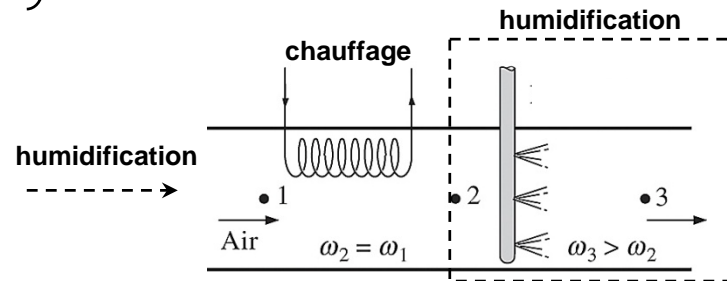
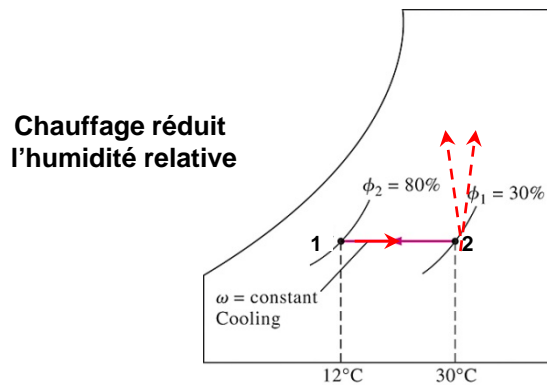


d) Applications et exemples

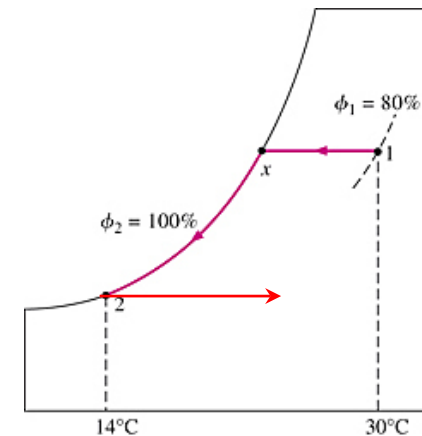
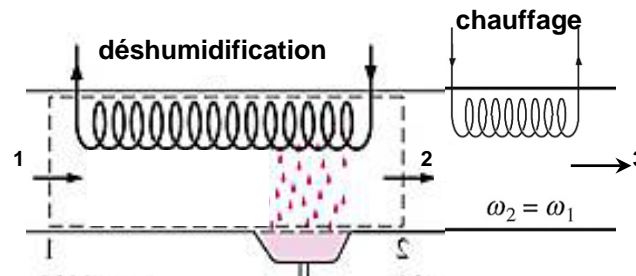
i) refroidissement par évaporation

ii) humidification

} similaire au système de saturation adiabatique sans aller jusqu'à la saturation de l'eau



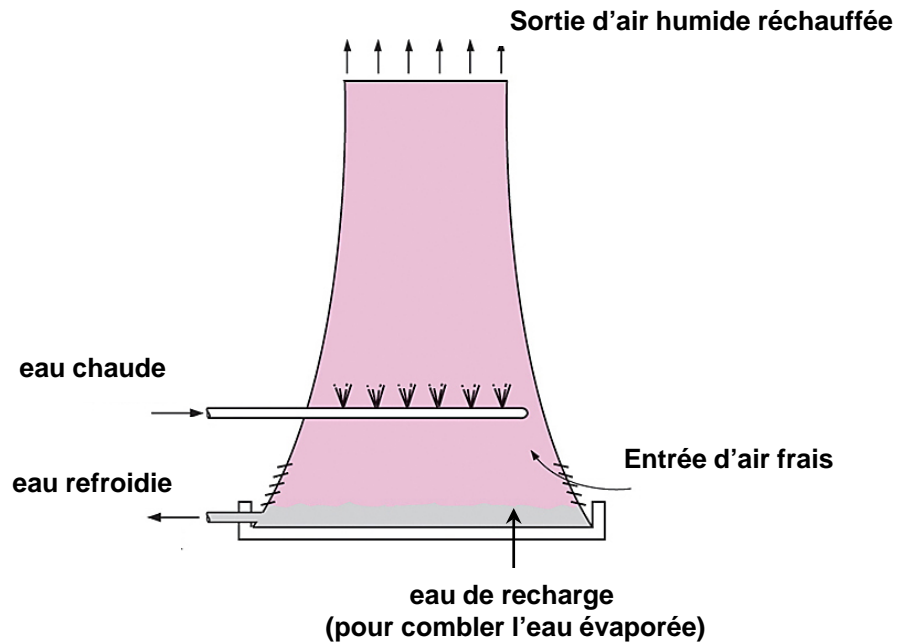
iii) déshumidification



exemple (à lire): CBK&L ex. 14.6, p. 706 (p. 648 dans CB&L, 2^{ème} éd., p. 634 dans 1^{ère} éd., p. 753 dans C&B, 6^{ème} éd.)

d) Applications et exemples (cont.)

iv) tour de refroidissement



exemple (à lire): CBK&L ex. 14.9, p. 711 (p. 653 dans CB&L, 2^{ème} éd.,
p. 639 dans 1^{ère} éd., p. 758 dans
C&B, 6^{ème} éd.)