

# MEC1210 - Heures 22 à 27

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique

## **VII) Entropie**

heures 22,23



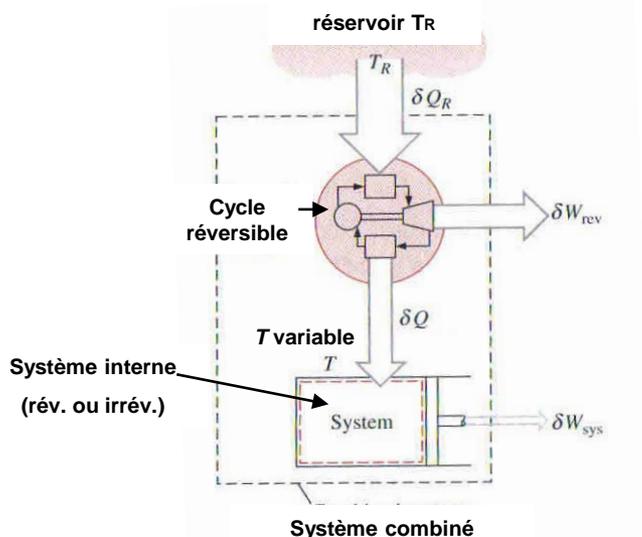
- *L'inégalité de Clausius*
- *Entropie d'un corps pur*
- *L'évolution isentropique*
- *Rendement isentropique*
- *Bilan d'entropie*
- *Travail en écoulement permanent et le second principe*

- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

# VII) Entropie

## 1) Inégalité de Clausius et entropie

### a) Inégalité de Clausius



$$\delta W_c = \delta Q_R - dE_c$$

(1<sup>ère</sup> loi pour système combiné)

où:

$$\delta W_c = \delta W_{rev} + \delta W_{sys}$$

Pour le cycle réversible:

$$\frac{\delta Q_R}{\delta Q} = \frac{T_R}{T} \rightarrow \delta Q_R = T_R \frac{\delta Q}{T}$$

$$\delta W_c = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_c$$

Laissons le système combiné faire un cycle complet du système interne en même temps que plusieurs cycles entiers du cycle réversible:

$$\oint \delta W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} - \oint dE_c$$

$$W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

**Pour ne pas violer l'énoncé de Kelvin-Planck**

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \rightarrow \oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int}^{rev} = 0$$

Car en l'absence d'irréversibilité interne, le système combiné peut effectuer l'évolution inverse avec un travail inversé, mais comme le travail ne peut être positif, il ne peut donc être que ZÉRO!

**Inégalité de Clausius**

## b) Entropie

Inégalité de clausius donne pour un cycle réversible:

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$$

Pour une propriété traversant un cycle:

$$\oint d(\text{propriété}) = 0$$

Clausius a défini une propriété 'entropie' (S):

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \rightarrow \oint dS = 0$$

Note: *similairement à l'énergie, c'est le changement d'entropie qui importe le plus:*

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

(+ve): transfert de chaleur au système

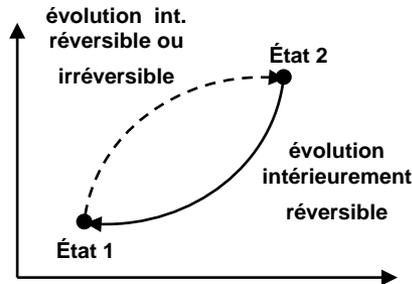
température locale à la frontière du système où la chaleur passe

durant une évolution intérieurement réversible!

***la référence S=0 n'a donc que peu d'importance***

### c) Principe d'accroissement de l'entropie

Considérons un système faisant un cycle fait d'une évolution réversible et d'une évolution intérieurement réversible ou irréversible



#### Appiquant l'inégalité de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \begin{array}{l} (=) \text{ pour une évolution intérieurement réversible} \\ (>) \text{ pour une évolution irréversible} \end{array}$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}} \quad \longrightarrow \quad S_{\text{gen}} \geq 0 \quad \begin{array}{l} \text{génération d'entropie:} \\ =0 \text{ (évol. int. réversible)} \\ >0 \text{ (évol. irréversible)} \end{array}$$

**Pour une évolution adiabatique ( $\delta Q=0$ ):  $\Delta S_{\text{sys, isolé}} = S_{\text{gen}} \geq 0$**

*Donc l'entropie d'un système isolé augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible*

**Si on combine le système et l'environnement pour former un système combiné isolé (sans interactions avec l'extérieur)**

$$\Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{env}} = \Delta S_{\text{sys, combiné}} = \Delta S_{\text{sys, isolé}} \geq 0$$

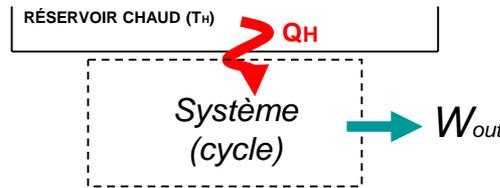
*Donc l'entropie de l'univers (système + environnement) augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible*

### c) Principe d'accroissement de l'entropie (cont.)

Notes: - l'entropie d'un système peut descendre durant une évolution, mais celui de l'univers doit augmenter ou rester constant

- lien entre  $S_{gen}$  et les énoncés de Clausius et de Kelvin-Planck

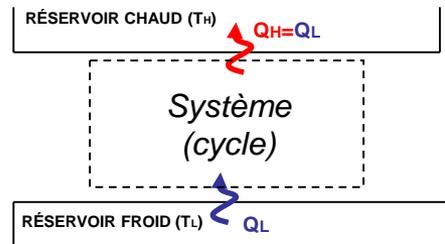
#### i) Énoncé de Kelvin-Planck



$$S_f - S_i = \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen} \quad \text{0 (cycle)}$$

$$S_{gen} = \frac{-Q_H}{T_H} < 0 \rightarrow \text{impossible!}$$

#### ii) Énoncé de Clausius



$$S_f - S_i = \frac{Q_L}{T_L} - \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen} \quad \text{0 (cycle)}$$

$$S_{gen} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L}$$

$$Q_H = Q_L \text{ et } T_H > T_L \rightarrow S_{gen} < 0 \rightarrow \text{impossible!}$$

	réfrigérateur réversible:	$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L} \rightarrow S_{gen} = 0$
	réfrigérateur irréversible:	$Q_H > Q_L \frac{T_H}{T_L}$ (car $W_{in} > W_{in,rev}$ ) $\rightarrow S_{gen} > 0$

### c) Principe d'accroissement de l'entropie (cont.)

Notes: - Pour un cycle opérant entre deux réservoirs:  $W=Q_{in}-Q_{out}$

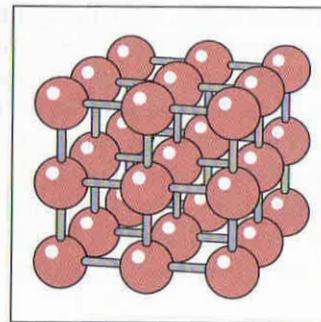
$W_{out,irr\acute{e}v} < W_{out,r\acute{e}v}$  (moteur thermique) } la différence va à la  
 $W_{in,irr\acute{e}v} > W_{in,r\acute{e}v}$  (réfrigération) } génération d'entropie

exemple (en classe): preuve qu'un cycle réversible produit plus de travail

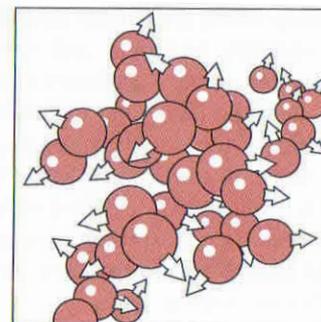
### d) Signification physique de l'entropie

L'entropie est une mesure du nombre de configurations microscopiques que peut contenir un état macroscopique, autrement dit de désordre du système.

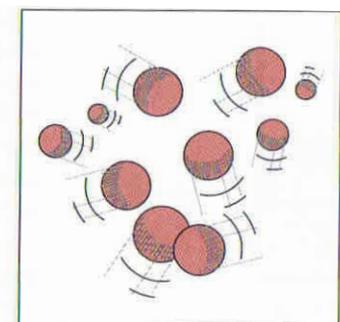
**S=0: état d'ordre absolu  
l'état d'une substance  
cristalline pure 0 degré K**



**solide**  
(basse entropie)



**liquide**

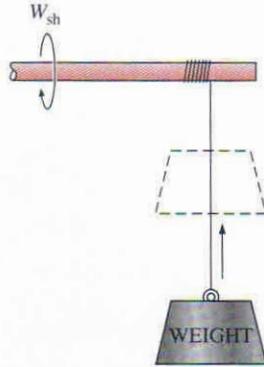


**gaz**  
(haute entropie)

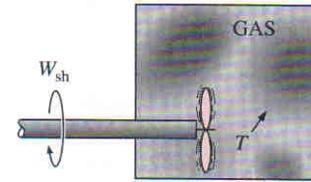
Comme l'énergie cinétique désordonnée (multidirectionnelle) des particules (énergie interne) est de basse qualité (difficile d'y extraire du travail), l'augmentation de l'entropie représente une perte de la qualité de l'énergie, c'est-à-dire le pouvoir de faire du travail.

## d) Signification physique de l'entropie (cont.)

ex.:



Énergie organisée ( $W_{sh}$ )  
se converti en énergie  
organisée ( $\Delta E_{potentielle}$ )  
 $\Delta S=0$



Énergie organisée ( $W_{sh}$ )  
se converti en énergie  
désorganisée ( $\Delta u$ )  
 $\Delta S>0$

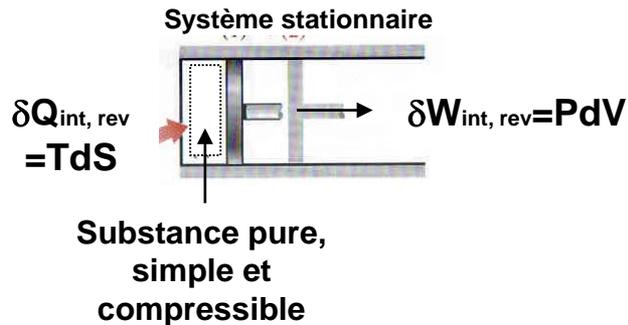
## e) Autres remarques sur l'entropie

- Entropie ( $S$ ) est une propriété extensive avec unité [KJ/K] en SI,  $s=S/m$
- Contrairement à l'énergie, l'**entropie** n'est **pas** une quantité **conservée**
- Lien avec le second principe: une évolution doit aller dans le sens où  $S_{gen} \geq 0$  pour être réalisable
- La génération d'entropie ( $S_{gen}$ ) est une mesure d'irréversibilités dans un système: plus il y en a, plus grand est  $S_{gen}$

## 2) Entropie d'un corps pur

### a) Relations TdS

évolution intérieurement réversible



Bilan d'énergie:

$$dU = \delta Q_{\text{int, rev}} - \delta W_{\text{int, rev}}$$

$$dU = TdS - PdV$$

$$TdS = dU + PdV$$

$$Tds = du + Pdv$$

Équation de Gibbs

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + Pdv + vdP$$

$$dh = Tds + vdP$$

$$Tds = dh - vdP$$

Équation de Gibbs

- Notes:
- Bien que dérivés à partir d'une évolution intérieurement réversible, ces relations sont uniquement en terme de propriétés, donc indépendantes de l'évolution
  - L'équation de Gibbs permet de lier l'entropie aux autres propriétés, donc de le calculer

## a)\_Relations TdS (cont.)

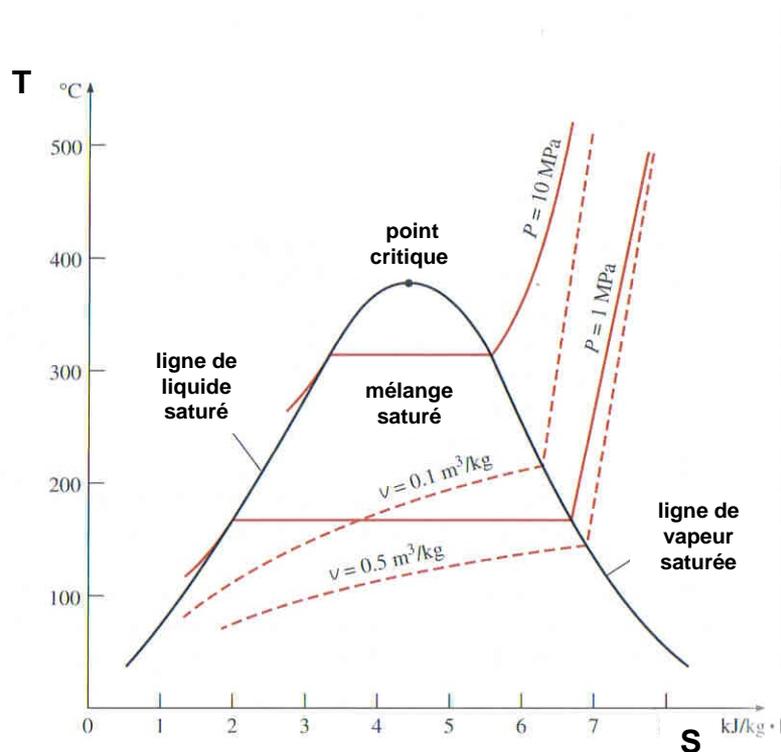
$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

Pour intégrer et trouver  $\Delta S$ , il faudrait connaître les relations entre  $u$ ,  $h$  et  $T$  ainsi que les relations d'état liant  $P, v, T$

## b) Changement d'entropie d'une substance, pure, simple et compressible (tables)

diagramme T-s



Note: aire sous la courbe T-s pour une évolution intérieurement réversible représente transfert de chaleur  $q$  au système

## b) Changement d'entropie d'une substance, pure, simple et compressible (cont.)

l'entropie ( $s$ ) se trouve dans les tables au côté de  $v, u$ , et  $h$  pour le liquide comprimé, liquide et vapeur saturée et vapeur surchauffée.

$$\Delta S = m\Delta s$$

i) mélange saturé:  $s = s_f + x s_{fg}$

ii) liquide comprimé (en l'absence de tables):  $s \cong s_f(T)$

## c) Changement d'entropie pour un gaz parfait

$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ ds &= \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} du &= c_v dT \\ dh &= c_p dT \\ Pv &= RT \end{aligned}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

c) Changement d'entropie pour un gaz parfait (cont.)

i) analyse approximative:  $c_v(T) \cong c_{v,moy} = const.$

$$c_p(T) \cong c_{p,moy} = const.$$

[kJ/kg.K]

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

[kJ/kmol.K]

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$

ii) analyse exacte:

Contrairement à  $u$  ou  $h$  pour un gaz parfait,  $s=f(T \text{ et } \underline{v \text{ ou } P})$  et non  $f(T \text{ uniquement})$ . Les tables sont en terme de  $T$  uniquement et donnent:

$$s^o \equiv \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \rightarrow \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^o - s_1^o$$

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kmol.K}]$$

**d) Changement d'entropie pour une substance incompressible (liquide, solide)**

$$dv = 0$$

$$du = c(T)dT$$

$$c(T) \cong c_{moy} = \text{const.}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

### 3) L'évolution isentropique

#### a) Définition

Évolution qui est *intérieurement réversible* ( $s_{gen}=0$ ) et *adiabatique* ( $q=0$ ):

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + s_{gen} = 0 \rightarrow \boxed{\Delta s = 0} \rightarrow s_1 = s_2$$

utilité: - modéliser un procédé réel

- sert de référence pour définir le rendement d'un procédé réel

#### b) Évolution isentropique d'une substance incompressible

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \rightarrow \text{Substance incompressible: isentropique=isothermique}$$

#### c) Évolution isentropique pour un gaz parfait

i) forme approximative:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &\cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \rightarrow c_{v,moy} = c_v \\ \ln \frac{T_2}{T_1} &= -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} R = c_p - c_v \\ k \equiv \frac{c_p}{c_v} \end{array} \right.$$

### c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-\frac{R}{c_v}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \quad \text{éqn. (1)}$$

similairement:  $s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \rightarrow c_{p,moy} = c_p$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_p} \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{éqn. (2)}$$

éqn. (1)=éqn. (2):  $\left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \rightarrow Pv^k = const.$

**(isentropique)**

$Tv^{k-1} = const.$

$TP^{\frac{1-k}{k}} = const.$

**formes approximatives d'évolution isentropique  
pour gaz parfait. k (fonction de T)  
est évaluée à une T moyenne**

ii) forme exacte:  $s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{s_2^o - s_1^o}{R}} = \frac{e^{\frac{s_2^o}{R}}}{e^{\frac{s_1^o}{R}}} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{S=const.} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \quad \text{éqn. (3)}$$

### c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

$$\text{où } P_r \equiv e^{\frac{s^\circ}{R}} = f(T) \longrightarrow \text{‘pression relative’ (sans dimension et seulement définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et donné dans les tables)}$$

alternativement: équation d'état d'un gaz parfait donne

$$Pv = RT \rightarrow \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \quad \text{éqn. (4)}$$

$$\text{éqn. (3) dans (4): (évol. isentropique)} \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_{1r}}{P_{2r}} \right) = \frac{T_2/P_{2r}}{T_1/P_{1r}} \equiv \frac{v_{2r}}{v_{1r}} \rightarrow \boxed{\left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{2r}}{v_{1r}}}$$

$$\text{où } v_r \equiv \frac{T}{P_r} = f(T) \longrightarrow \text{‘volume spécifique relatif’ donné dans tables (seulement défini pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait)}$$

exemple 1 (en classe): compression isentropique de l'air dans un moteur à piston, CBK&L ex. 7.10, p. 344 (p. 314 dans CB&L, 2<sup>ème</sup> éd., p. 304 dans 1<sup>ère</sup> éd., p. 366 dans C&B, 6<sup>ème</sup> éd.)

# Où on en est

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) *Entropie***
  - *L'inégalité de Clausius*
  - *Entropie d'un corps pur*
  - *L'évolution isentropique*
  - ***Rendement isentropique***
  - ***Bilan d'entropie***
  - ***Travail en écoulement permanent et le second principe***
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

heures 24-27



## 4) Rendement Isentropique

Paramètre pour comparer la performance dispositifs quasi-adiabatique avec écoulement permanent (turbines, compresseurs, tuyères, ...) versus une référence idéale (réversible, adiabatique, donc isentropique)

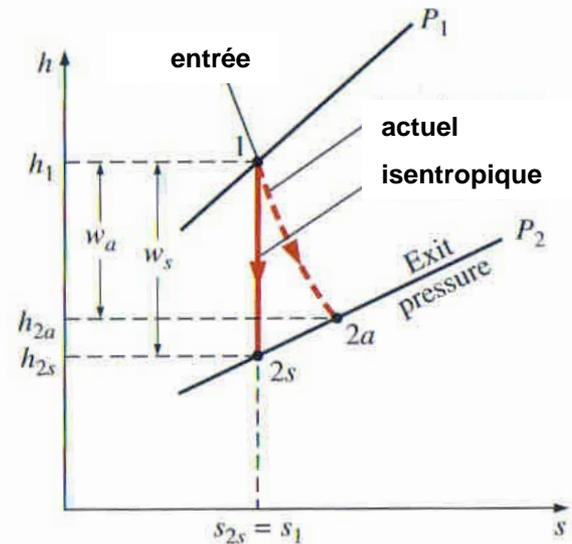
### a) Turbines

$$\eta_T \equiv \frac{\text{travail\_actuel}}{\text{travail\_isentropique}} = \frac{W_a}{W_s} = \frac{w_a}{w_s}$$

**pour mêmes conditions d'entrée**  
**même pression à la sortie**

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



## b) Compresseurs

$$\eta_c \equiv \frac{\text{travail}_{\text{isentropique}}}{\text{travail}_{\text{actuel}}} = \frac{W_s}{W_a} = \frac{w_s}{w_a}$$

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

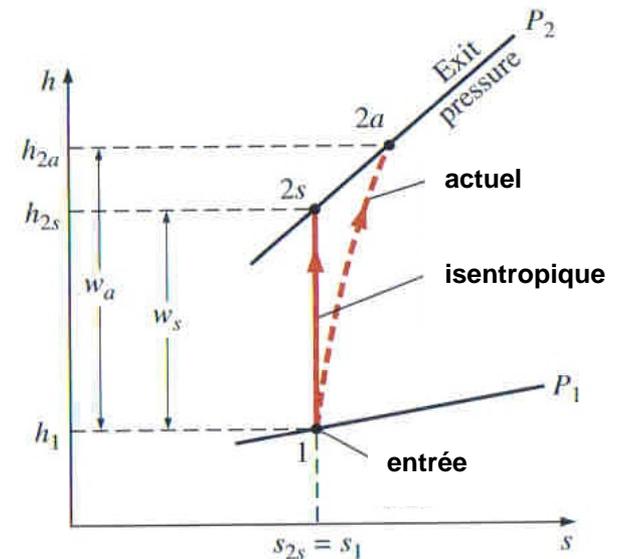
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

**pompes** (incompressible, négligeant changement d'énergie cinétique et potentielle):

$$\eta_p = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

car (on va voir plus tard):  $w_{rev} = -\int_1^2 v dP$

**pour mêmes conditions d'entrée**  
**même pression à la sortie**

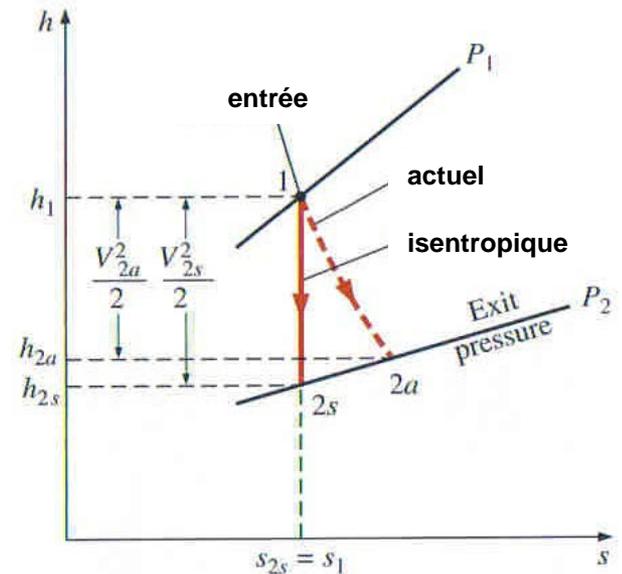


### c) Tuyères

$$\eta_N \equiv \frac{Ec\_sortie\_actuel}{Ec\_sortie\_isentropique} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

Si on néglige le changement d'énergie potentielle entre l'entrée et la sortie ainsi que la vitesse à l'entrée:

$$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



exemples (à lire): CBK&L ex. 7.14, p.352 (p. 322, dans CB&L, 2<sup>ème</sup> éd., p. 312 dans 1<sup>ère</sup> éd., p. 377 dans C&B, 6<sup>ème</sup> éd.)

CBK&L ex. 7.16, p. 356 (p. 326 dans CB&L, 2<sup>ème</sup> éd., p. 316 dans 1<sup>ère</sup> éd., p. 381 dans C&B, 6<sup>ème</sup> éd.)

exemple 2 (en classe): compresseur d'air

exemple 3 (en classe): tuyère à vapeur

## 5) Bilan d'entropie

### a) Général

$$\Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$$

ou

$$\dot{S}_{sys} = \dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen}$$

$$\Delta s_{sys} = s_{in} - s_{out} + s_{gen}$$

Termes:

i) Changement d'entropie du système ( $\Delta S_{sys}$ )

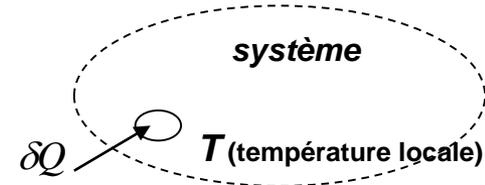
$$\Delta S_{sys} = S_{final} - S_{initial} = S_2 - S_1$$

Notes: - l'entropie est une propriété donc  $\Delta S_{sys} = 0$  pour les cycles et  $\dot{S}_{sys} = 0$  pour les dispositifs à écoulement permanent

- l'entropie est une propriété extensive donc:  $S_{sys} = \int_m s dm = \sum S_{composante}$

ii) Mécanismes de transfert d'entropie ( $S_{in}$  et  $S_{out}$ )

- transfert de chaleur:  $S_{chaleur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$   
 +ve: entrant  
 -ve: sortant



Note: le travail n'implique **aucun** transfert d'entropie

ii) Mécanismes de transfert d'entropie ( $S_{in}$  et  $S_{out}$ ) (cont.)

- écoulement:  $S_{masse} = \delta m_{in} s_{in} - \delta m_{out} s_{out}$

$$\dot{S}_{masse} = \dot{m}_{in} s_{in} - \dot{m}_{out} s_{out} = - \int_{A_{frontiere}} s \rho V_n dA$$

$V_n$  : vitesse perpendiculaire à la frontière

iii) Génération d'entropie ( $S_{gen}$ )

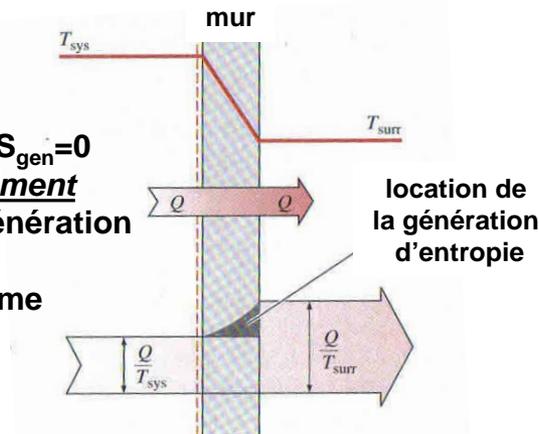
$S_{gen} \geq 0$  :  $S_{gen} = 0$  réversible, entropie conservée

$S_{gen} > 0$  irréversible, entropie non conservée

$S_{gen}$  est une mesure de la génération d'entropie par les irréversibilités à l'intérieur des frontières du système telles que la friction, l'évolution non quasi-statique et le transfert de chaleur à travers un gradient de température

ex: Q à travers un mur

**Note:** dans ce cas,  $S_{gen}=0$  (système intérieurement réversible) car la génération d'entropie se fait à l'extérieur du système



**Note:** Si le système inclurait le mur,  $S_{gen}>0$  car la génération d'entropie se fait à l'intérieur du système

## b) bilan d'entropie d'un système fermé

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

Note: pour un système fermé et adiabatique (Q=0)  $S_2 - S_1 = S_{gen}$

## c) bilan d'entropie d'un système ouvert

$$\dot{S}_{sys} = \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \sum \dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{gen}$$

Notes: - pour un système ouvert à écoulement permanent ( $\dot{S}_{sys} = 0$ )

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_{out} s_{out} - \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- pour un système ouvert à écoulement permanent avec une entrée/sortie

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in}) - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- pour un système ouvert adiabatique à écoulement perm. avec une entrée/sortie

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in})$$

exemple (à lire): CBK&L ex. 7.18, p. 363 (p. 333, dans CB&L, 2<sup>ème</sup> éd., p. 323 dans 1<sup>ère</sup> éd., p. 189 dans C&B, 6<sup>ème</sup> éd.)

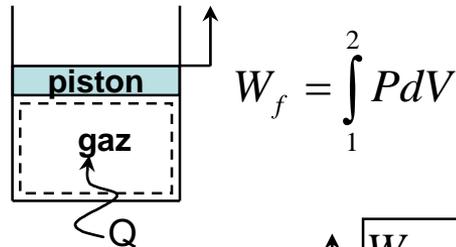
exemple 4 (en classe): boîte de vitesse

exemple 5 (en classe): dispositif à azote (N<sub>2</sub>)

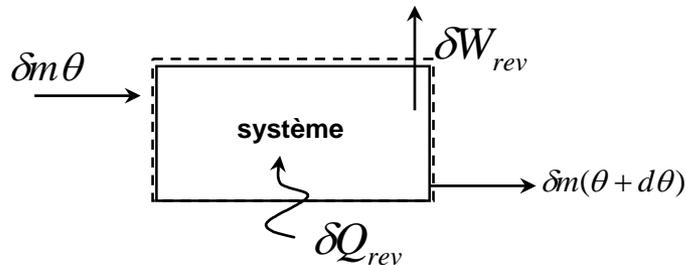
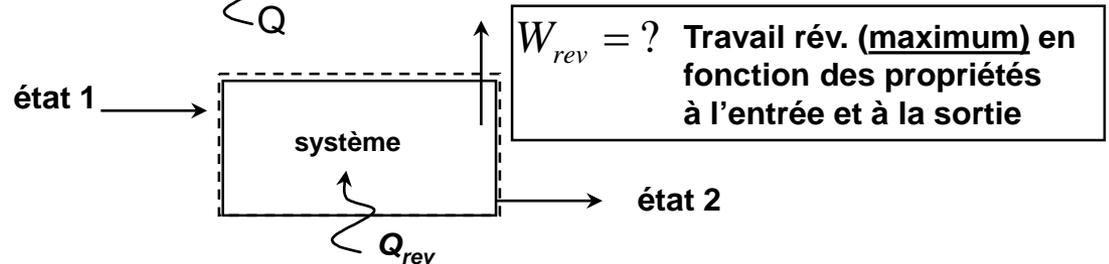
## 6) Travail en écoulement permanent et le second principe

### a) Travail réversible pour écoulement permanent

Pour un système fermé:



Pour un système ouvert:



bilan d'énergie:  $dE_{sys} = \delta Q_{rev} - \delta W_{rev} + \delta m \theta - \delta m(\theta + d\theta) = 0$

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = d\theta = dh + de_c + de_p$$

$$\delta w_{rev} = \delta q_{rev} - dh - de_c - de_p \longrightarrow Tds = dh - vdP$$

$$\delta q_{rev} \equiv Tds$$

## a) Travail réversible pour écoulement permanent (cont.)

$$\delta w_{rev} = TdS - (TdS + v dP) - de_c - de_p$$

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP - \Delta e_{c1,2} - \Delta e_{p1,2}$$

Travail réversible (maximum) par système en écoulement permanent

- i) implications: - travail d'un dispositif en écoulement permanent augmente avec le volume spécifique ( $v$ ), donc:
- pour un compresseur, on devrait minimiser  $v$  pour minimiser le travail requis
  - pour une turbine, on devrait maximiser  $v$  pour maximiser le travail sortant

### ii) travail isothermique et polytropique pour les gaz (négligeant $\Delta e_c$ et $\Delta e_p$ )

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP$$

isothermique (gaz parfait):  $Pv = const = P_1 v_1 \rightarrow v = \frac{P_1 v_1}{P} \rightarrow (Pv = RT = const \text{ pour } T \text{ const.})$

$$w_{rev} = -P_1 v_1 \int_1^2 \frac{dP}{P} = -P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = -RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

polytropique:  $Pv^n = \text{const} = C = P_1v_1^n = P_2v_2^n \rightarrow v = C^{\frac{1}{n}}P^{-\frac{1}{n}}$

$$W_{rev} = -C^{\frac{1}{n}} \int_1^2 P^{-\frac{1}{n}} dP = -C^{\frac{1}{n}} \left( \frac{P_2^{-\frac{1}{n}+1} - P_1^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$W_{rev} = \frac{-1}{-\frac{1}{n}+1} \left[ \left( P_2v_2^n \right)^{\frac{1}{n}} P_2^{-\frac{1}{n}+1} - \left( P_1v_1^n \right)^{\frac{1}{n}} P_1^{-\frac{1}{n}+1} \right]$$

$$W_{rev} = \frac{-n}{n-1} (P_2v_2 - P_1v_1)$$

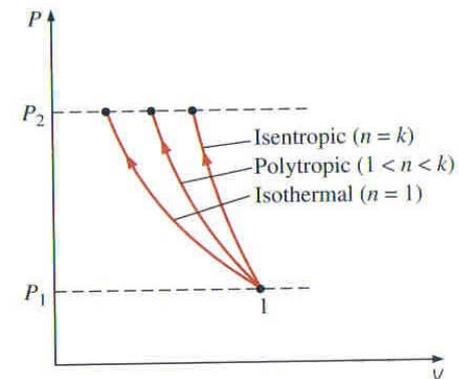
Gaz Parfait:  $Pv = RT \longrightarrow W_{rev} = \frac{-nR}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{-nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$

iii) minimisation du travail de compression

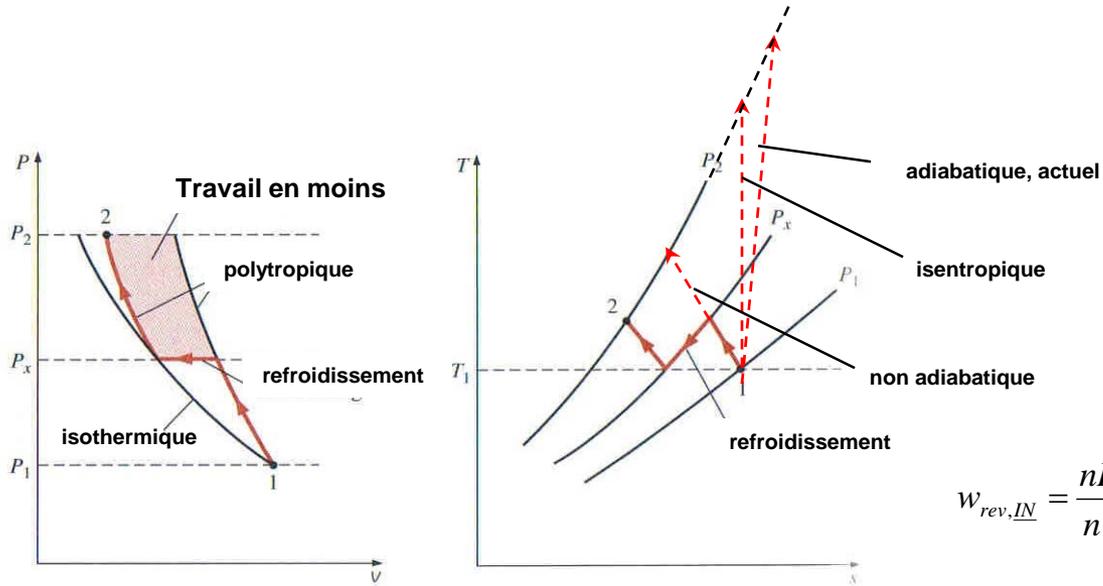
$$W_{rev} = - \int_1^2 v dP \longrightarrow \text{Minimum } W_{rev} \text{ en minimisant } v$$



**Exemple: minimiser l'augmentation de la température**



exemple: compression (polytropique) à multiétage avec refroidissement intermédiaire



$$W_{rev,IN} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

## b) Travail réversible versus travail irréversible

On veut prouver que le travail d'un système réversible en écoulement permanent est toujours plus grand que celui d'un système irréversible pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie.

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_c + de_p = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$Tds - \delta w_{rev} = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{irrev}}{T} = ds - \frac{\delta q_{irrev}}{T} \longrightarrow ds > \frac{\delta q_{irrev}}{T}$$

**Principe d'accroissement de l'entropie**

$$\delta w_{rev} > \delta w_{irrev}$$