

MEC1210 THERMODYNAMIQUE

ENSEIGNANT: MARTIN GARIÉPY
BUREAU: JAB-5067
TELEPHONE: (514)340-4711 ext. 7450
COURRIEL: martin.gariepy@polymtl.ca

SEPTEMBRE 2011

D'après les notes de cours de Pr. Huu Duc Vo



Chapitre7: Entropie

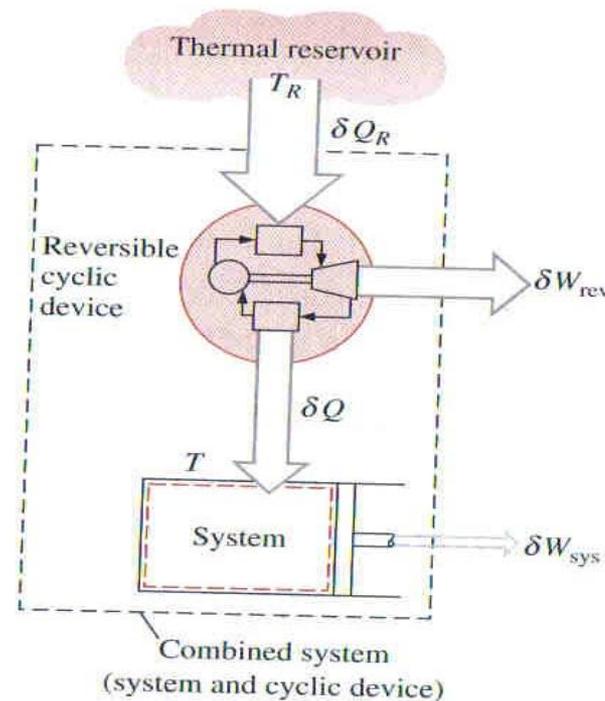
Objectifs

- Appliquer la deuxième loi de la thermodynamique aux évolutions
- Définir une nouvelle variable thermodynamique appelée **entropie**
- Établir le principe d'accroissement de l'entropie
- Étudier les évolutions isentropiques au sein des dispositifs et machines.
- Définir le rendement isentropique des machines



Inégalité de Clausius et entropie

- Inégalité de Clausius: $\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$



Entropie

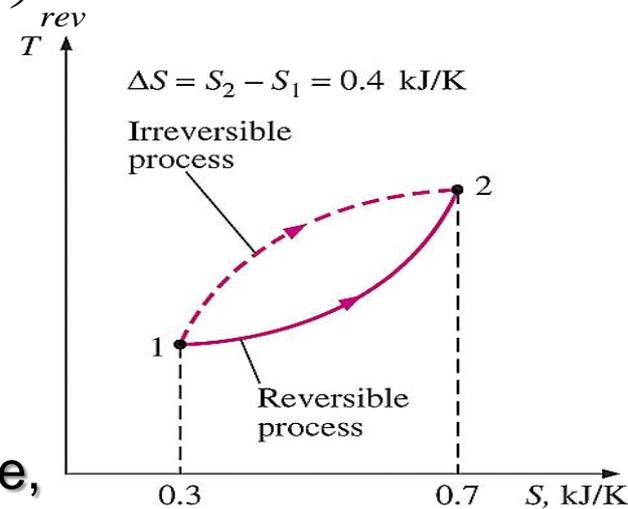
□ L'entropie peut être définie par: $dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$ [kJ / K]

□ La variation d'entropie entre deux états est donnée par:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

□ L'entropie est une variable thermodynamique, sa valeur ne dépend que de l'état du système ;

□ La variation d'entropie entre deux états ΔS est indépendante du chemin suivi, que l'évolution soit réversible ou irréversible;



Exemple p.283

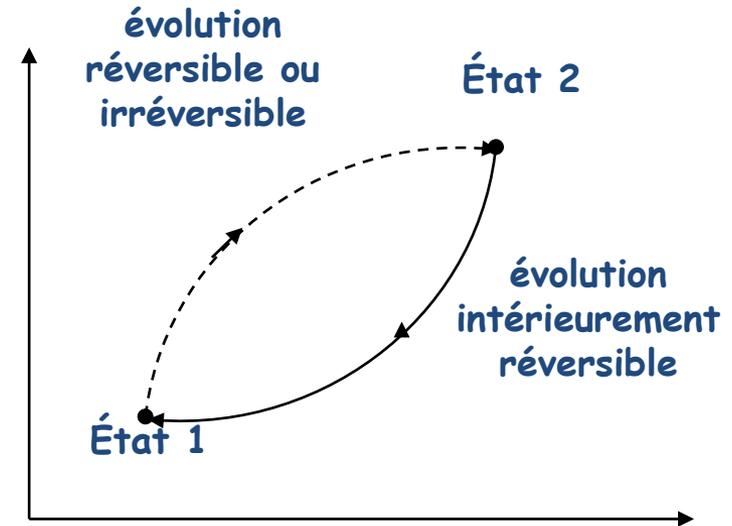
Soit un système piston cylindre contenant un mélange liquide-vapeur d'eau à 300 K. Durant l'évolution isobare, 750 kJ de chaleur sont transmis à l'eau dont une partie s'évapore. Déterminez la variation d'entropie de l'eau au cours de l'évolution.



Principe d'accroissement de l'entropie

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \underbrace{\int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév,int}}}_{S_1 - S_2} \leq 0$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ou} \quad dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$



Si on désigne par $S_{\text{gén}}$ l'entropie produite par les irréversibilités pendant l'évolution, alors:

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gén}}$$



Résumé: Qu'est –ce que l'entropie?

- L'entropie est une mesure du désordre moléculaire d'un système
- Une évolution se produit dans le sens qui obéit au principe de l'accroissement d'entropie, i.e $S_{\text{gén}} \geq 0$, une évolution qui enfreint ce principe n'existe pas;
- L'entropie n'est pas conservée. Dans toute les évolutions réelles, l'entropie totale (le système et le milieu extérieur) augmente;
- Le rendement de tous les systèmes se détériore en présence d'irréversibilités. **La production d'entropie est donc une mesure quantitative de la grandeur des irréversibilités qui interviennent durant une évolution.**

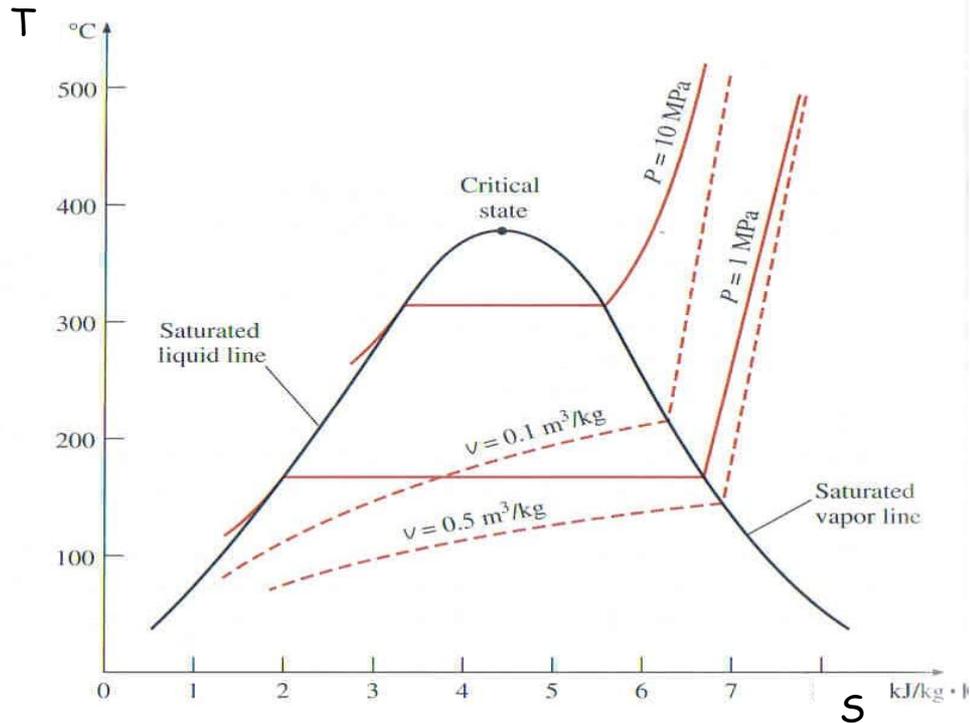


Exemple p.285

Soit une source de chaleur à 800 K qui cède 2000 kJ de chaleur à un puit aux températures suivantes: a) 500 K
b) 750 K. Déterminez laquelle des évolutions de transmission de chaleur est la plus irréversible.



Entropie d'un corps pur



Exemple p.288

Soit un réservoir rigide contenant 5 kg de réfrigérant R-134a à 20 °C et 140 kPa. Le réfrigérant est refroidi tout en étant remué jusqu'à ce que sa pression chute à 100 kPa. Déterminez la variation de l'entropie du réfrigérant durant l'évolution.

Exemple #2 p.289

Soit un système piston-cylindre contenant 2 kg d'eau liquide à 200 kPa et à 25 °C. On transmet au système 5532 kJ de chaleur à pression constante. Déterminez la variation de l'entropie de l'eau durant l'évolution.



Évolutions isentropiques

- Lors d'une évolution adiabatique ET réversible, l'entropie du système ne varie pas (isentropique):

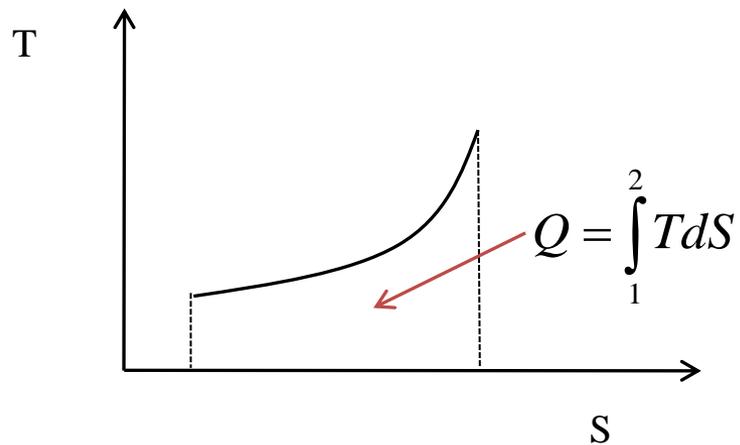
$$\Delta S=0 \text{ implique } S_1 = S_2$$

Exemple

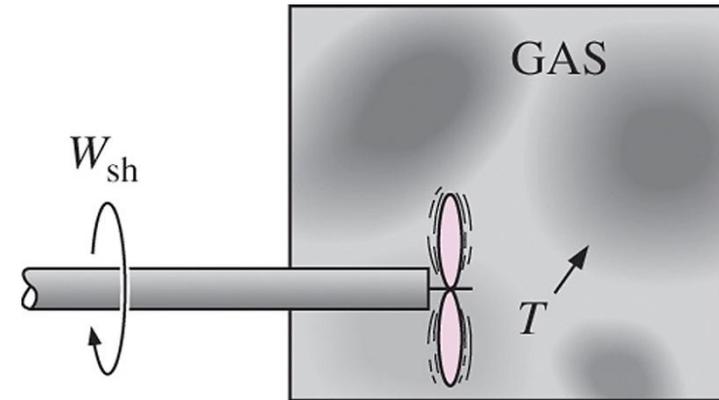
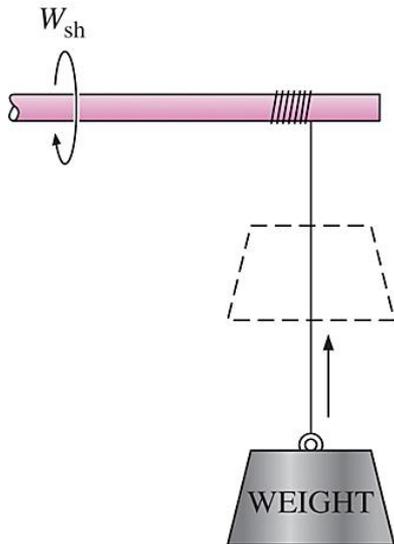
Un écoulement de vapeur pénètre dans une turbine adiabatique à 5 Mpa et à 450 °C, et en ressort à 1.4 Mpa. Déterminez le travail produit par la turbine en kJ/kg si l'évolution est réversible.



Diagramme T-s d'une évolution



Qu'est-ce que l'entropie ?



- La quantité d'énergie est toujours conservée (1^{ière} loi)
- La qualité de l'énergie est dégradée durant une évolution (2^{ième} loi)
- Cette dégradation se traduit par l'augmentation de l'entropie



Relations TdS

- Pour calculer l'entropie d'un système fermé subissant une évolution réversible, on peut utiliser les relations de GIBBS:

$$1) \quad ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

$$2) \quad ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

- Ces équations doivent être utilisées avec les relations suivantes:

$$1) \quad du = c_v dT$$

$$2) \quad dh = c_p dT$$

$$3) \quad P = \rho RT$$



Relations TdS

$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ ds &= \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \end{aligned} \right\}$$

- Les équations de Gibbs sont valables autant pour les évolutions réversibles qu'irréversibles.



Variation d'entropie pour les liquides et solides

$$\square ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \Rightarrow s_2 - s_1 = c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Exemple p.296

Le méthane est utilisé en cryogénie. La température critique du méthane est de 191 K. Il faut donc le maintenir au dessous de cette température pour qu'il demeure liquide. Déterminez la variation d'entropie du méthane durant une évolution de 110 K et de 1 Mpa à 120 K et 5 Mpa en modélisant le méthane comme un liquide incompressible.



Variation d'entropie pour les gaz parfaits

$$1A) \quad ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$2A) \quad ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$1B) \quad \bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$2B) \quad \bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$



Les chaleurs massiques variables (valeurs exactes)

$$1) \quad s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$2) \quad \bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kmol.K}]$$



Exemple p.301

Un écoulement d'air est comprimé de 100 kPa et de 17 °C à 600 kPa et à 57 °C. Déterminez la variation d'entropie de l'air au cours de la compression en utilisant

- la table de thermodynamique pour l'air
- en utilisant une valeur moyenne de la chaleur massique.



Évolution isentropique pour un gaz parfait

$$1) \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

$$2) \quad \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

$$3) \quad \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k$$



Exemple p.304

Un écoulement d'air est comprimé de façon réversible et adiabatique au sein d'un moteur. L'air se trouve au départ à 95 kPa et 22 °C. Le taux de compression est de $v_1/v_2 = 8$. Déterminez la température finale de l'air.



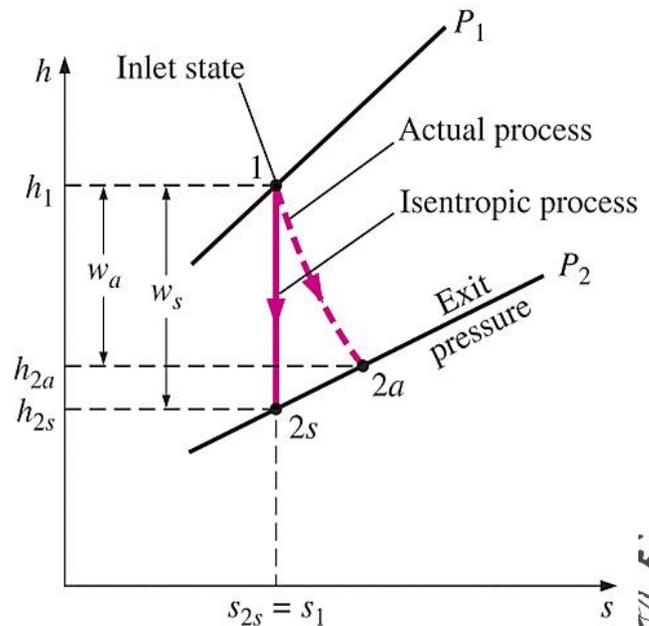
Rendement Isentropique

- Le rendement isentropique est **une mesure de l'écart séparant l'évolution réelle de l'évolution isentropique (idéale)** dans les dispositifs dans lesquels un écoulement en régime permanent se manifeste (turbine, pompe, compresseurs, tuyères, ...)

- Turbines:

$$\eta_T \equiv \frac{\text{Travail réel de la turbine}}{\text{Travail isentropique de la turbine}}$$

$$\eta_T \approx \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} \quad (\text{en négligeant } E_k \text{ et } E_p)$$



Exemple p.312

Un écoulement de vapeur d'eau pénètre dans une turbine à 3 Mpa et à 400 °C et en ressort à 50 kPa et à 100 °C. La puissance produite par la turbine est de 2 MW. Déterminez:

- a) Le rendement isentropique de la turbine
- b) Le débit massique de l'écoulement de vapeur

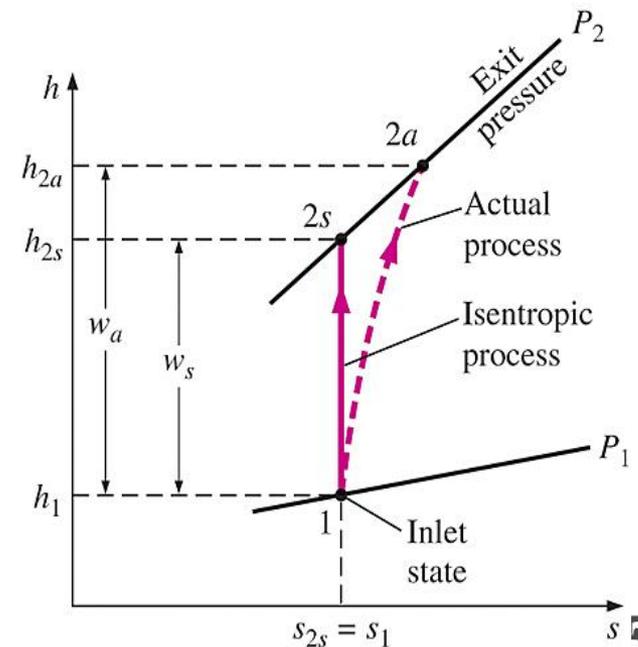


Compresseurs et Pompes

- Le rendement isentropique d'un compresseur est **le rapport entre le travail requis pour comprimer de façon isentropique le gaz au travail réel requis.**

- Compresseur: $\eta_C \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$

- Pompe: $\eta_P = \frac{v_1(p_2 - p_1)}{h_{2a} - h_1}$



Exemple p.314

Un écoulement d'air dont le débit est de 0.2 kg/s est comprimé de façon adiabatique de 100 kPa et de 12 °C à 800 kPa. Le rendement isentropique du compresseur est de 80 %. Déterminez

- a) La température de l'air à la sortie du compresseur
- b) La puissance que consomme le compresseur

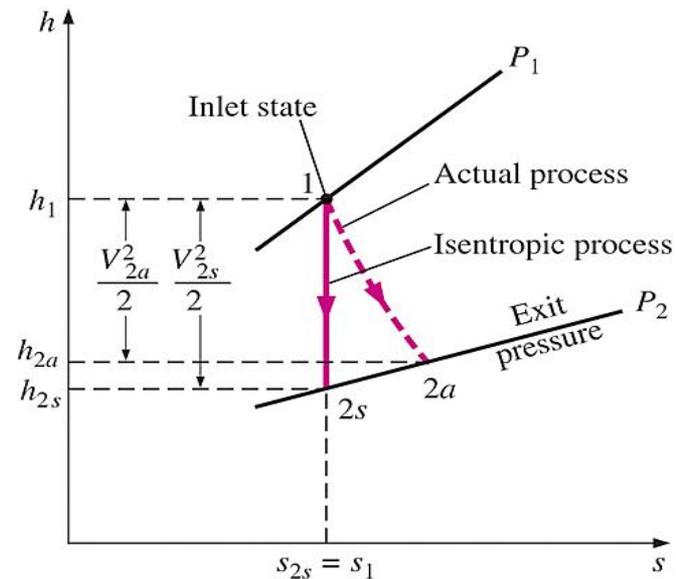


Tuyère

- Le rendement isentropique d'une tuyère est **le rapport entre l'énergie cinétique réelle de l'écoulement à la sortie de la tuyère à l'énergie cinétique réelle de l'écoulement à la sortie de la tuyère résultant d'une évolution isentropique.**

$$\square \eta_T \equiv \frac{\text{Énergie cinétique réelle à la sortie}}{\text{Énergie cinétique isentropique à la sortie}} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

$$\square \eta_{tuyère} \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



Exemple p.316

Un écoulement d'air pénètre dans une tuyère à 200 kPa et à 950 K et en ressort à 80 kPa. Le rendement isentropique de la tuyère est de 92%. Déterminez:

- a) La vitesse maximale (isentropique) de l'écoulement en sortie
- b) La température de l'air en sortie
- c) La vitesse réelle de l'air en sortie

Vous pouvez supposer que la vitesse en entrée est négligeable



Bilan d'entropie

- $\Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$
- La variation d'entropie du système (ΔS_{sys}) est nulle si l'état du système ne change pas (compresseur, pompe, turbine, tuyère etc).
- Transfert d'entropie (S_{in} et S_{out})
 - Transfert d'entropie par Transmission de chaleur: $S_{chaleur} = \frac{Q}{T}$
 - Transfert par l'écoulement d'un fluide: $S_{masse} = sm$
- Production d'entropie (S_{gen})
 - Phénomène réversible: $S_{gen} = 0$
 - Phénomène irréversible: $S_{gen} > 0$



Exemple p. 323

Un écoulement de vapeur d'eau en régime permanent se détend de 7 Mpa et 450 °C à 3 Mpa en traversant une soupape d'étranglement. Déterminez l'entropie produite durant l'évolution et vérifiez si le principe d'accroissement de l'entropie est respecté.

Exemple #2 p.322

Soit la transmission de chaleur à travers le mur de brique d'une maison. Les dimensions du mur sont de 5m par 7m, et son épaisseur de 30 cm. La température à l'intérieur de la maison est de 27 °C et, à l'extérieur, de 0 °C. La température mesurée sur la surface extérieure est de 5 °C. La puissance thermique transmise à travers le mur est de 1035 W. Déterminez le taux de production d'entropie dans le mur, ainsi que le taux total de production d'entropie dû à la transmission de chaleur.



Travail d'une évolution réversible avec écoulement permanent

$$\square w_{rev} = -\int_1^2 v dP \quad (\text{kJ/kg})$$

- Pour un compresseur: Minimiser v pour minimiser le travail requis
- Pour une turbine: Maximiser v pour maximiser le travail produit



Exemple p.307

Déterminez le travail requis pour comprimer de l'eau de façon isentropique de 100 kPa à 1 Mpa en supposant qu'à l'entrée du compresseur, l'eau se présente sous forme de liquide saturée.

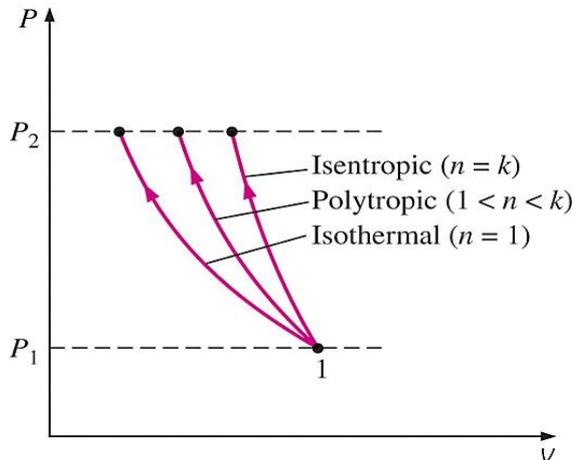


Optimisation du travail du compresseur

□ Évolution isentropique : $w_{rev} = \frac{kRT_1}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$

□ Évolution Polytropique (Avec refroidissement): $w_{rev} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$

□ Évolution isotherme (Refroidissement maximal): $w_{rev} = RT \ln \frac{P_2}{P_1}$



Exemple p.310

Un écoulement d'air est comprimé de 100 kPa et de 300 K à 900 kPa. Déterminez le travail de compression en kJ/kg :

- a) Pour une évolution isentropique (avec $k = 1.4$)
- b) Pour une évolution polytropique (avec $n = 1.3$)
- c) Pour une évolution isotherme
- d) Pour une compression étagée optimale ($n = 1.3$)



LECTURE SECTION DU LIVRE

Sections 7.1 à 7.13 du livre, «THERMODYNAMIQUE, une approche pragmatique», Y.A. Çengel, M.A. Boles et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2008.

