MEC1210_Thermodynamique
(Heures 12-17)

Analyse des systèmes ouverts

Smail Guenoun

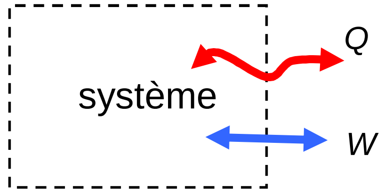
(D'après les notes de cours de Pr.Huu Duc Vo)

Objectifs

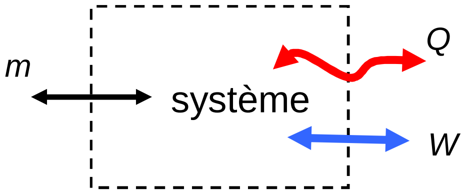
- ✓ **Développer le principe de la conservation de la masse**
- ✓ **Définir les concepts de travail et l'énergie d'écoulement**
- ✓ **Appliquer les principes de conservation de la masse et de l'énergie à divers dispositifs tels que les tuyères, les diffuseurs, les turbines, les compresseurs, les pompes et les échangeurs de chaleur.**

Rappels

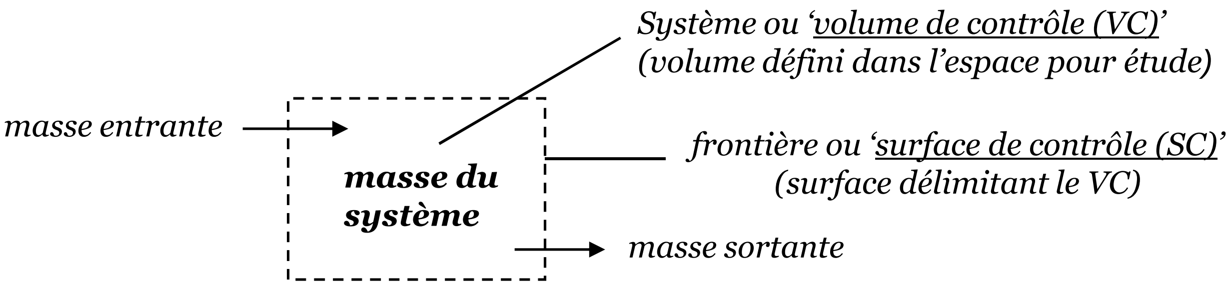
Système fermé: quantité de matière fixe, frontière ***imperméable*** à la masse, mais perméable à l'énergie (chaleur ou travail)



Système ouvert: frontière ***perméable*** à la masse et à l'énergie



Conservation de la masse



Conservation de la masse :

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\textbf{Changement net}\\ \textbf{de la masse du}\\ \textbf{système en temps } \boldsymbol{\Delta t}\end{bmatrix}}_{\Delta m_{système}} = \underbrace{\begin{bmatrix}\textbf{Masse entrante}\\ \textbf{en temps } \boldsymbol{\Delta t}\end{bmatrix}}_{\delta m_{in}} - \underbrace{\begin{bmatrix}\textbf{Masse sortante}\\ \textbf{en temps } \boldsymbol{\Delta t}\end{bmatrix}}_{\delta m_{out}}$$

$$\Delta m_{sys} = \delta m_{in} - \delta m_{out}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m_{sys}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta m_{in}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta m_{out}}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\delta m_{in}}{\Delta t} = \dfrac{dm_{in}}{dt} = \dot{m}_{in} = \text{Débit massique entrant} \\ \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\delta m_{out}}{\Delta t} = \dfrac{dm_{out}}{dt} = \dot{m}_{out} = \text{Débit massique sortant} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{dm_{sys}}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}}$$

(une entrée/une sortie)

Conservation de la masse

$$\boxed{\frac{dm_{sys}}{dt} = \sum_{in} \dot{m}_{in} - \sum_{out} \dot{m}_{out}}$$

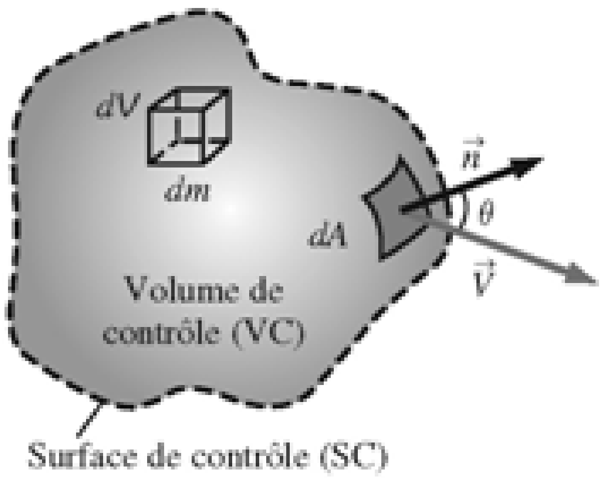
(Multiples entrées et sorties)

<ins>Masse dans le systéme</ins> : $m_{sys} = \int_{V_{vc}} \rho dV \rightarrow \frac{dm_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_{vc}} \rho dV$

<ins>Masse traversant la frontière:</ins>

$$m_{sc} = \int_{A_{sc}} \delta m_{sc} = \int_{A_{sc}} \rho \vec{v} \bullet \vec{n} dA \Delta t = \Delta t \int_{A_{sc}} \rho \vec{v} \bullet \vec{n} dA$$

$$\dot{m}_{sc} = \frac{dm_{sc}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{m_{sc}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta t} \int_{A_{sc}} \rho \vec{v} \bullet \vec{n} dA = \int_{A_{sc}} \rho \vec{v} \bullet \vec{n} dA$$



<ins>Note:</ins> $-90^o < \theta < 90^o (\vec{v} \bullet \vec{n} > 0)$: Débit sortant

$-90^o, 90^o (\vec{v} \bullet \vec{n} = 0)$: Débit zéro

$90^o < \theta < 270^o (\vec{v} \bullet \vec{n} < 0)$: Débit entrant

Conservation de la masse

Le principe de conservation de la masse peut donc être généralisé à tous les volumes de contrôles :

$$\frac{d}{dt}\int_{VC}\rho dV+\int_{SC}\rho\left(\vec{v}.\vec{n}\right)dA=0$$

Taux de changement de masse du système

Débit de masse net traversant la frontière.

$$\frac{d}{dt}\int_{VC}\rho dV+\sum_{out}\int_{sc}\rho\left(\vec{v}.\vec{n}\right)dA-\sum_{in}\int_{sc}\rho\left(\vec{v}.\vec{n}\right)dA=0$$

$$\boxed{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{VC}=\sum_{in}\dot{m}-\sum_{out}\dot{m}}$$

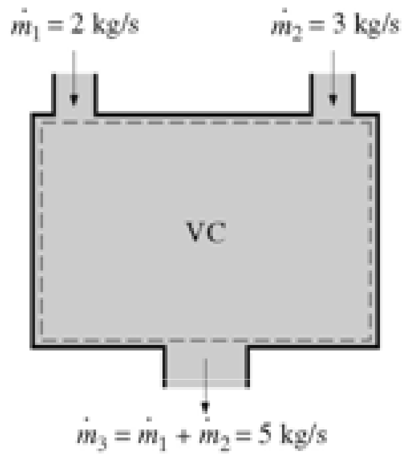
Conservation de la masse

Cas d'un écoulement permanent: aucun changement de propriété avec le temps pour n'importe quel point dans l'espace . donc, la conservation de masse devient:

$$\frac{dm_{sys}}{dt} = 0 = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \rightarrow \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\boxed{\sum_{in} \dot{m}_{in} = \sum_{out} \dot{m}_{out}}$$

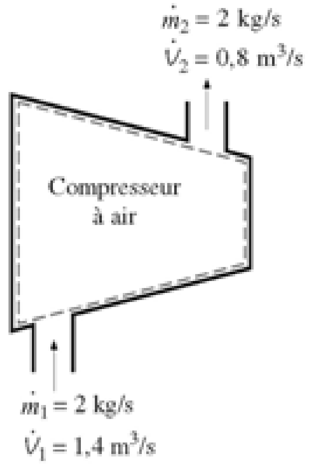
(écoulement Permanent)



Cas d'un fluide incompressible: **(ρ =constante)**

$$\dot{m} = \rho \dot{V}$$

$$\boxed{\sum_{in} \dot{V}_{in} = \sum_{out} \dot{V}_{out}}$$



Exemple 1

Entrée 1:

$$\begin{cases} Vapeur \\ P_1 = 700kPa \\ T_1 = 200°C \\ \dot{m}_1 = 40\ kg/s \end{cases}$$

Entrée 2:

$$\begin{cases} Liquide \\ P_2 = 700kPa \\ T_1 = 40°C \\ A_2 = 25cm^2 \end{cases}$$

Sortie (3):

$$\begin{cases} Liquide\ saturé \\ P_3 = 700kPa \\ x_3 = 0 \\ \dot{V}_3 = 0.06 \dfrac{m^3}{s} \end{cases}$$

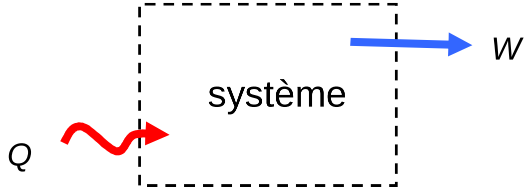
Pour un **écoulement permanent d'eau**:

1) Débit massique au point 2
2) Vitesse au point 2

Solution (en classe)

Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

Pour un système fermé: $\Delta E_{sys} = Q_{\substack{au\\sys}} - W_{\substack{par\\sys}}$



Pour un système ouvert:

$$\begin{pmatrix}\text{Changement d'énergie}\\ \text{du système}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Transfert de chaleur}\\ \text{au système}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Travail fait par}\\ \text{le système}\end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix}\text{Énergie du fluide}\\ \text{entrant}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Énergie du fluide}\\ \text{sortant}\end{pmatrix}}_{\text{Quantités inconnues}}$$

<u>**Énergie du fluide**</u> : $E_f = U + E_c + E_p = \delta mu + \frac{1}{2}\delta m\upsilon^2 + \delta mgz$

Par unité de masse: $e_f = \frac{E_f}{\delta m} = u + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz$

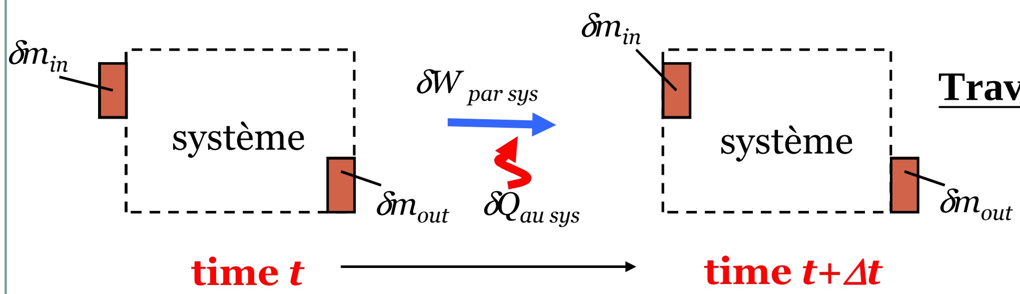
Si le systeme admet ou évacue un écoulement, alors:

<u>**Travail d'écoulement**</u> : $W_e = Force * déplacement =$

$=FL = P * A * L =$

$= PV \quad (kJ)$

<u>**Travail d'écoulement**</u> : $w_e = Pv \quad \left(kJ/kg\right)$



Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

$$\Delta E_{sys} = \delta Q_{\substack{au\\sys}} - \left[\underbrace{\delta W_{\substack{par\\sys}}}_{\text{Travail traditionnel}} + \underbrace{\delta m_{out}(Pv)_{out} - \delta m_{in}(Pv)_{in}}_{\text{Travail d'écoulement}} \right] + \delta m_{in} e_{fin} - \delta m_{out} e_{fout}$$

$$e_f = u + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz$$

Après arrangement:

$$\Delta E_{sys} = \delta Q_{\substack{au\\sys}} - \delta W_{\substack{par\\sys}} + \delta m_{in}(\underbrace{Pv+u}_{Enthalpie\ h} + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz)_{in} - \delta m_{out}(\underbrace{Pv+u}_{Enthalpie\ h} + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz)_{out}$$

Comme : $\theta \equiv h + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz$ (Énergie totale d'un fluide)

$$\Delta E_{sys} = \delta Q_{\substack{au\\sys}} - \delta W_{\substack{par\\sys}} + \delta m_{in}\theta_{in} - \delta m_{out}\theta_{out}$$

Taux:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta E_{sys}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta Q_{\substack{au\\sys}}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta W_{\substack{par\\sys}}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta m_{in}}{\Delta t}\theta_{in} - \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta m_{out}}{\Delta t}\theta_{out}$$

Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

$$\boxed{\dot{E}_{sys} = \dot{Q}_{\underset{sys}{au}} - \dot{W}_{\underset{sys}{par}} + \dot{m}_{in}\theta_{in} - \dot{m}_{out}\theta_{out}}$$

bilan d'énergie (forme simplifiée)
(une entrée/une sortie)

$$\boxed{\dot{E}_{sys} = \dot{Q}_{\underset{sys}{au}} - \dot{W}_{\underset{sys}{par}} + \sum_{in}\dot{m}_{in}\theta_{in} - \sum_{out}\dot{m}_{out}\theta_{out}}$$

bilan d'énergie (forme simplifiée)
(multiples entrées et sorties)

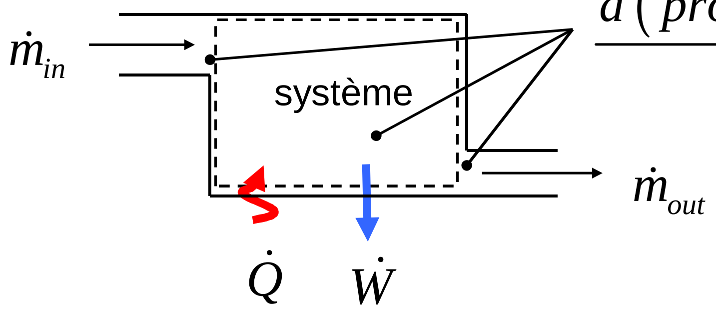
$$\underline{\text{Forme alternative}}: \begin{cases} \dot{E}_{sys} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} \\ \dot{E}_{in} \equiv \dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum_{in}\dot{m}_{in}\theta_{in} \\ \dot{E}_{out} \equiv \dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum_{out}\dot{m}_{out}\theta_{out} \end{cases}$$

$$\text{Avec}: \theta \equiv h + \frac{1}{2}\upsilon^2 + gz$$

Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

Écoulement permanent

Situation où il n'y a aucun changement de propriétés avec le temps à n'importe quel point dans l'espace.



$$\frac{d\left(propriétés\right)}{dt} = 0$$

à n'importe quel point dans l'espace

$$\dot{E}_{sys} \equiv \frac{dE_{sys}}{dt} = 0 \text{ , } \dot{m}_{sys} \equiv \frac{dm_{sys}}{dt} = 0 \text{ et } \frac{dV_{sys}}{dt} = 0 \text{ (travail PdV=0)}$$

- Cependant, $\dot{Q}, \dot{W}, \dot{m}_{in}, \dot{m}_{out} \neq 0$ car ce sont des ***interactions*** et pas des propriétés.

Mais le fait que les propriétés sont constantes dans l'espace implique en général que ces interactions soient aussi constantes

Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

Écoulement permanent

Conservation de la masse

$$\frac{dm_{sys}}{dt} = 0 = \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in} - \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out} \quad (\text{car écoulement permanent})$$

$$\boxed{\sum_{\#entrées} \dot{m}_{in} = \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out}}$$

Bilan d'énergie

$$\dot{E}_{sys} = \frac{dE_{système}}{dt} = 0 = \dot{Q}_{\substack{au\\sys}} - \dot{W}_{\substack{par\\sys}} + \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in}\theta_{in} - \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out}\theta_{out}$$

$$\dot{Q}_{\substack{au\\sys}} - \dot{W}_{\substack{par\\sys}} = \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out}\theta_{out} - \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in}\theta_{in}$$

Ou

$$\underbrace{\dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in}\theta_{in}}_{\dot{E}_{in}} = \underbrace{\dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out}\theta_{out}}_{\dot{E}_{out}}$$

Bilan d'énergie pour systèmes ouverts

Pour un système avec une entrée et une sortie

Conservation de la masse:
$$\begin{cases} \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} = \dot{m} \\ \rho_{in} \upsilon_{in} A_{in} = \rho_{out} \upsilon_{out} A_{out} = \dot{m} \end{cases}$$

Bilan d'énergie:
$$\begin{cases} \dot{Q}_{\substack{au \\ sys}} - \dot{W}_{\substack{par \\ sys}} = \dot{m}_{out}\theta_{out} - \dot{m}_{in}\theta_{in} \\ \dot{Q}_{\substack{au \\ sys}} - \dot{W}_{\substack{par \\ sys}} = \dot{m}(h_{out} + \frac{\upsilon_{out}^2}{2} + gz_{out}) - \dot{m}(h_{in} + \frac{\upsilon_{in}^2}{2} + gz_{in}) \\ \dot{Q}_{\substack{au \\ sys}} - \dot{W}_{\substack{par \\ sys}} = \dot{m}\left[\underbrace{(h_{out} - h_{in})}_{\Delta h} + \underbrace{\frac{(\upsilon_{out}^2 - \upsilon_{in}^2)}{2}}_{\Delta e_c} + \underbrace{g(z_{out} - z_{in})}_{\Delta e_P} \right] \end{cases}$$

Notes:

1) Δh : tables ou ($c_{p\ moyenne}(T_{out}-T_{in})$) pour gaz parfait

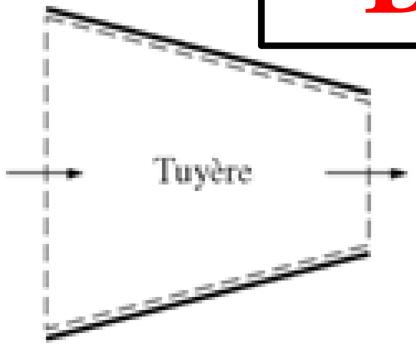
2) Δe_c: **si** $\upsilon_{out} \approx \upsilon_{in}$, Δe_c peut être négligeable lorsque υ_{out} et υ_{in} sont **petites**, mais non négligeable lorsque υ_{out} et υ_{in} sont **grandes**

3) Δe_p: seulement important s'il y a un changement d'hauteur (Δz) important

Applications

Diffuseur et tuyère

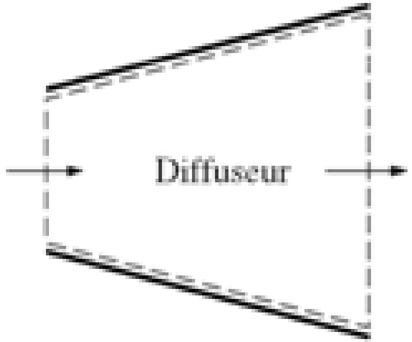
P_1
v_1



$P_2 < P_1$
$v_2 \gg v_1$

***Une tuyère** est conçue pour accroitre la vitesse de l'écoulement*

P_1
v_1



$P_2 > P_1$
$v_2 \ll v_1$

***Un diffuseur** est conçu pour augmenter la pression de l'écoulement*

Important : Pour les tuyères et diffuseurs, on peut supposer, à **moins d'indication au contraire**, que: $\boxed{\dot{W} \approx 0, \quad \dot{Q} \approx 0 \; , \; \Delta e_p \approx 0 \textbf{ et } \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}$

Bilan d'énergie : $h_1 + \dfrac{V_1^2}{2} = h_2 + \dfrac{V_2^2}{2}$

Exemple 2

Diffuseur et tuyère

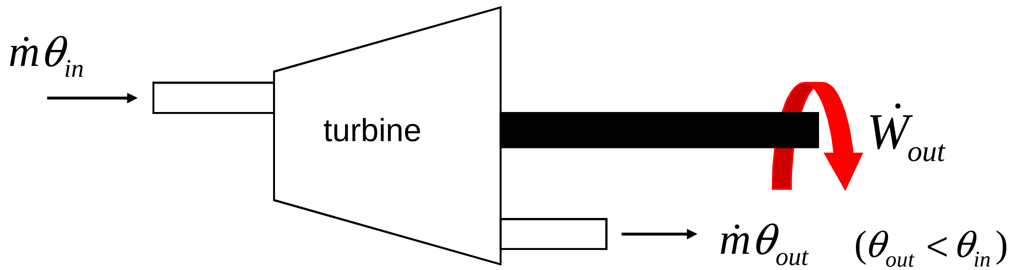
De la vapeur d'eau à 400°C et à 1.6 MPa entre dans une tuyère dont la section est 0.02 m^2. Le débit massique de la vapeur est 5 kg/s. La vapeur sort de la tuyère à 1.2 MPa avec une vitesse de 275 m/s. La chaleur perdue par la tuyère au profit du milieu extérieur est de 2.7 kJ/Kg. Déterminer:

a) La vitesse de la vapeur à l'entrée
b) La température de la vapeur à la sortie

Solution (en classe)

Applications

Turbine



***Une turbine* est conçue pour extraire de l'énergie du fluide pour produire du travail**

<u>Important :</u> Pour les turbine, on peut supposer, à **<u>moins d'indication au contraire</u>**, que:

$$\boxed{\dot{Q} \approx 0 \ \ , \ \ \Delta e_p = \Delta(gz) \approx 0 \ \textbf{et} \ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}$$

<u>Bilan d'énergie :</u>

$$\underbrace{\dot{W}_{CV}}_{\substack{Puissance \\ consommée}} = \dot{m}\left[h_1 - h_2 + \underbrace{\left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2}\right)}_{négligeable}\right]$$

Exemple 3 (5.44)

Turbine

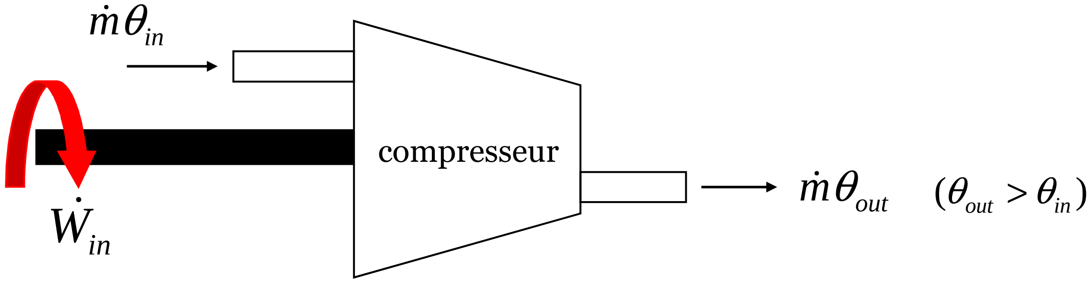
Un écoulement de vapeur d'eau s'écoule dans une turbine adiabatique. Les conditions à l'entrée de la turbine sont une pression de 10MPa, une température de 450^{0}C et une vitesse d'écoulement de 80 m/s. les conditions à la sortie sont une pression de 10kPa, un titre de 92% et une vitesse de 50 m/s. Déterminez :

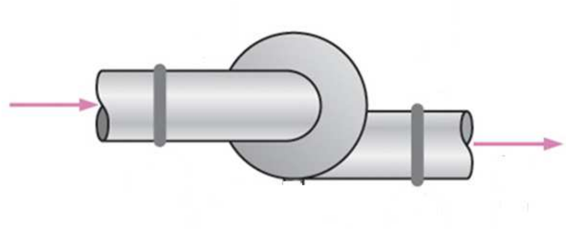
1) La variation de l'énergie cinétique de l'écoulement
2) La puissance produite par la turbine
3) L'aire à l'entrée de la turbine

Solution (en classe)

Applications

Compresseurs et pompes





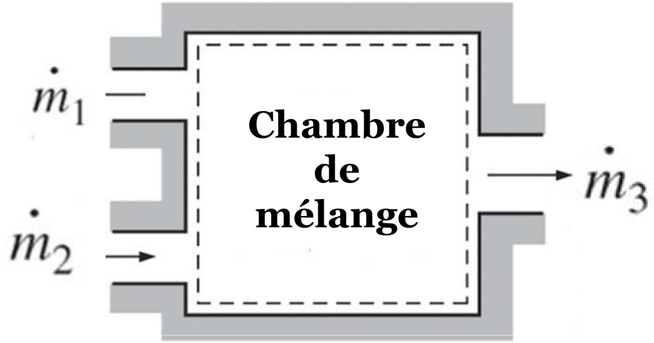
***Un compresseur* absorbe du travail pour augmenter de l'énergie du fluide**

<u>Important :</u> Pour les pompes et compresseurs on peut supposer, à **<u>moins d'indication au contraire</u>**, que: $\boxed{\dot{Q} \approx 0 \;,\; \Delta e_p = \Delta(gz) \approx 0 \text{ et } \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}$

<u>Bilan d'énergie :</u> $$\underbrace{\dot{W}_{CV}}_{\text{Puissance consommée}} = \dot{m}\left[h_2 - h_1 + \underbrace{\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right)}_{\text{négligeable}}\right]$$

Applications

Chambre de mélange



Dispositifs pour mélanger deux écoulements de fluides.

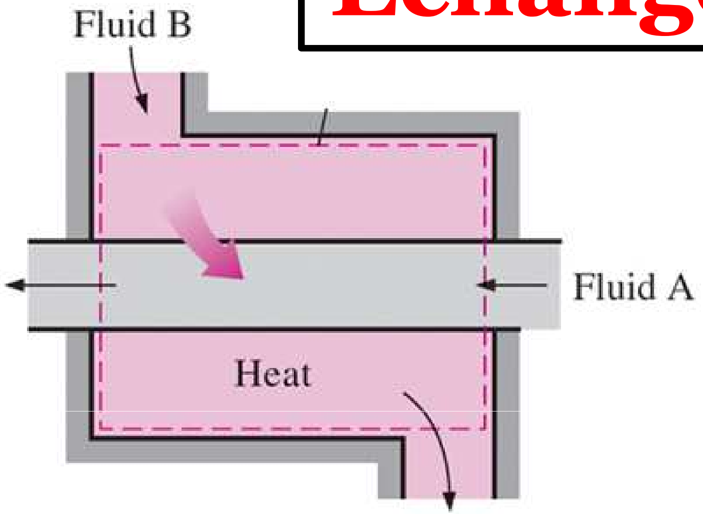
Important : Pour les tuyères et diffuseurs, on peut supposer, à **moins d'indication au contraire**, que:

$$\boxed{\dot{W} \approx 0 \;,\; \Delta e_p \approx \Delta e_C \approx 0 \textbf{ et } \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m} = 0}$$

Bilan d'énergie : $\dot{Q}_{CV} + \sum_{in} \dot{m}h - \sum_{out} \dot{m}h = 0$

Applications

Échangeur de chaleur



Dispositifs où deux écoulements de fluide s'échangent de la chaleur sans se mélanger.

<u>Important :</u> Pour les tuyères et diffuseurs, on peut supposer, à **<u>moins d'indication au contraire</u>**, que:

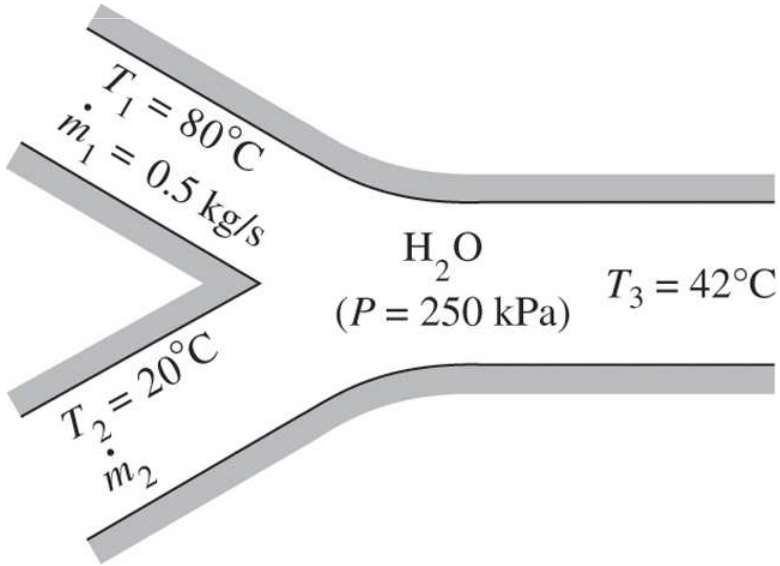
$$\boxed{\dot{W} \approx 0 \text{ , } \Delta e_p \approx \Delta e_C \approx 0 \textbf{ et } \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m} = 0}$$

<u>Bilan d'énergie</u> : $\dot{Q}_{CV} + \sum_{in} \dot{m}h - \sum_{out} \dot{m}h = 0$

Exemple 3

Chambre de mélange

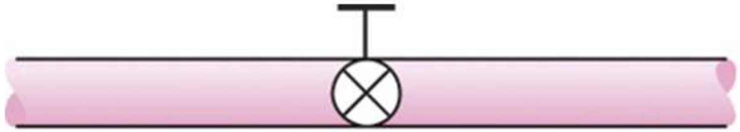
Un écoulement d'eau chaude à 80^{0}C dont le débit est de 0.5 kg/s pénètre dans un raccord ou il est mélangé à un écoulement d'eau froide à 20 ^{0}C. Déterminez le débit massique de l'eau froide si la température du mélange sortant est de 42^{0}C. supposez que la pression dans tous les écoulements est de 250kPa.

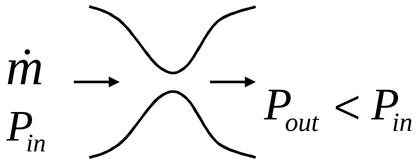


Solution (en classe)

Applications

Étrangleurs et valve





Dispositifs pour principalement faire tomber la pression sans transfert de chaleur, ni travail.

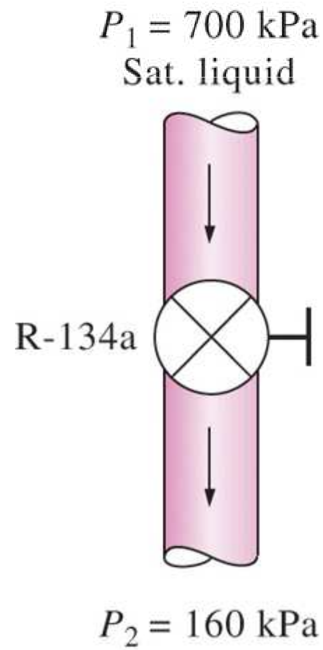
Important : Pour les étrangleurs et valves, on peut supposer, à **moins d'indication au contraire**, que: $\boxed{\dot{W} \approx 0, \quad \dot{Q} \approx 0 \ \ , \ \Delta e_p \approx \Delta e_C \approx 0 \text{ et } \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}$

Bilan d'énergie : $h_1 = h_2 \quad$ **(détente isenthalpique)**

Exemple 4

Chambre de mélange

Un écoulement de réfrigérant R134 a sous forme liquide saturé pénètre dans une soupape d'étranglement adiabatique à P1=700 kPa, et il en ressort à P2=160kPa. Calculer:
La chute de température et le volume spécifique après l'étranglement.

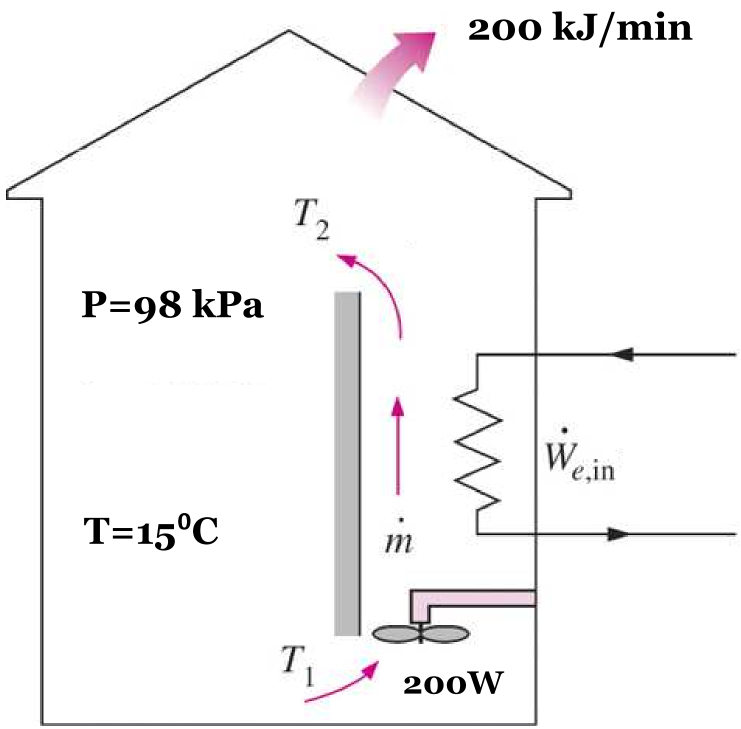


Solution (en classe)

Exemple 5

Une pièce dont les dimensions sont de 5m*6m*8m est chauffée par un écoulement électrique placé dans un conduit qui se trouve dans la pièce. Au départ, la pièce se trouve à 15^0C, et la pression atmosphérique est de 98kPa. La pièce perd de la chaleur au profit du milieu extérieur au taux de 200kJ/min. un ventilateur de 200W fait circuler l'air dans le conduit adiabatique avec un débit de 50 kg/min. si la température de la pièce atteint 25^0C après 15min, déterminez:

1) La puissance de l'élément électrique chauffant
2) L'augmentation de la température de l'air chaque fois qu'elle passe dans le conduit.



<u>Solution (en classe)</u>

Lecture suggérée

Sections **5.1 à 5.4** du livre, **«Thermodynamique, une approche pragmatique»**, Y.A. Çengel, M.A. Boles et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2008.