

OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2^{ème} principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs

IX) Mélanges non réactifs

Heures 34-35  - **Propriétés thermodynamiques des mélanges**
- Psychrométrie



IX) MÉLANGES NON-RÉACTIFS

1) Propriétés thermodynamiques des mélanges

a) Composition d'un mélange

Pour décrire l'état d'un mélange, il faudrait deux propriétés intensives **et** la *composition* du mélange. Pour un mélange de gaz (m) composé de k composants (i), on peut décrire la composition de deux façons:

i) fraction de masse:

La masse du mélange est la somme des masses des composantes:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow mf_i \equiv \frac{m_i}{m_m} \equiv \text{fraction de masse}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k mf_i$$

ii) fraction molaire:

Le nombre de moles (N) du mélange est la somme de ceux des composantes:

$$N_m = \sum_{i=1}^k N_i \rightarrow y_i \equiv \frac{N_i}{N_m} \equiv \text{fraction molaire}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k y_i$$



COMPOSITION D'UN MÉLANGE

Pour trouver la masse molaire du mélange:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow m = NM$$

M (kg/kmol) est la masse molaire

$$N_m M_m = \sum_{i=1}^k N_i M_i$$

$$M_m = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} M_i$$

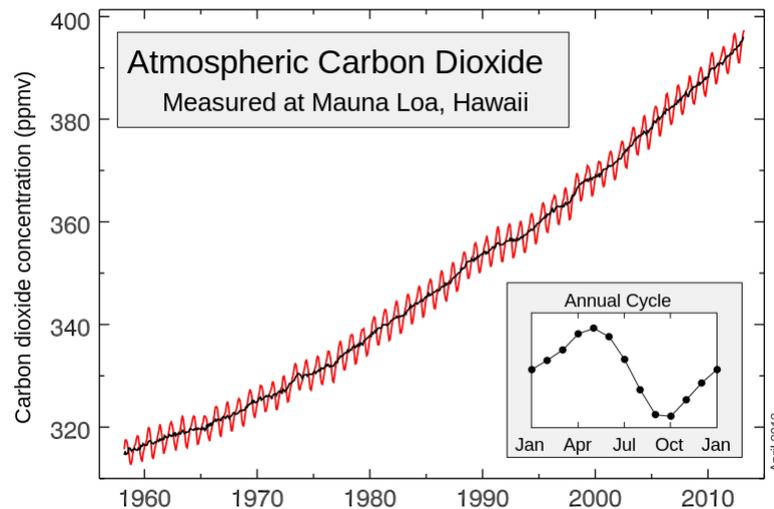
$$M_m = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$



EXEMPLE #28: MASSE MOLAIRE DE L'AIR SEC

Fractions molaires de l'air sec:

Espèce	y [%]
N ₂	78.08
O ₂	20.95
Ar	0.93
CO ₂	0.03
Ne, He, CH ₄	0.01



EXEMPLE #29: COMPOSITION D'UN MÉLANGE

Mélange de gaz

Espèce	Masse [kg]
O ₂	3
N ₂	5
CH ₄	12

On cherche:

- La fraction de masse de chaque constituant, m_f
- La fraction molaire de chaque constituant, y_i
- La masse molaire du mélange M_m et la constante R_m



CBK&L ex. 13.1, p.661 (p.605 dans CB&L, 2ème éd., p.593 dans 1ère éd., p.703 dans C&B, 6ème éd.)

B) MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

Pour un gaz parfait:

- Les molécules sont très éloignées les unes des autres de sorte qu'elles ne sont pas affectées par leurs voisines
- Bonne approximation pour gaz réels à basse pression et haute température (donc basse densité) par rapport au point critique.
- Un mélange de gaz parfaits se comporte comme un gaz parfait

i) Relation P-v-T

Modèle de Dalton: la pression du mélange est égale à la somme des ***pressions partielles*** exercées par les gaz composants si chacun d'eux était à la même température et occupait le volume total du mélange

$$P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m)$$

Où P_i est la pression partielle

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow P_i = y_i P_m$$

$$\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^k y_i P_m = P_m \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) = P_m (1) = P_m$$

=1



MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

i) Relation P-v-T (cont.)

Modèle d'Amagat: le volume du mélange est égal à la somme des *volumes partiels* occupés par les gaz composants si chacun d'eux était à la pression et la température du mélange.

$$V_m = \sum_{i=1}^k V_i(P_m, T_m)$$

Où V_i est le volume partiel

$$\frac{V_i(P_m, T_m)}{V_m} = \frac{N_i R_u T_m / P_m}{N_m R_u T_m / P_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow V_i = y_i V_m$$

$$\sum_{i=1}^k V_i = \sum_{i=1}^k y_i V_m = V_m \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) = V_m (1) = V_m$$

=1

Notes : Les modèles de Dalton et d'Amagat sont exacts et équivalent pour les gaz parfaits. Cependant, ils peuvent aussi être utilisés pour approximer les mélanges de gaz réels.



MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

ii) Propriétés U, H et S

U, H et S sont des propriétés extensives (comme la masse), donc les valeurs pour le mélange sont les sommes de leurs valeurs pour les composantes:

$$\left. \begin{aligned} U_m &= \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \\ H_m &= \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \\ S_m &= \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \end{aligned} \right\} , \text{ où } \bar{u}_i, \bar{h}_i, \bar{s}_i \text{ sont en termes de } kmol \text{ au lieu de } kg$$



MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

ii) **Propriétés U, H et S** : Forme spécifique (divisé par m_m ou N_m):

$$u_m = \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} u_i = \sum_{i=1}^k mf_i u_i \quad \text{et} \quad \bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{u}_i$$

$$h_m = \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} h_i = \sum_{i=1}^k mf_i h_i \quad \text{et} \quad \bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{h}_i$$

$$s_m = \frac{S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} s_i = \sum_{i=1}^k mf_i s_i \quad \text{et} \quad \bar{s}_m = \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{s}_i$$

iii) **Chaleurs massiques** : Similairement à u_m , h_m , on peut trouver les chaleurs massiques du mélange par:

$$\left. \begin{aligned} c_{v,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{v,i} & \text{et} & \quad \bar{c}_{v,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \\ c_{p,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{p,i} & \text{et} & \quad \bar{c}_{p,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \end{aligned} \right\}, \text{ où } \bar{c}_v, \bar{c}_p \text{ sont en termes de } kmol \text{ au lieu de } kg$$

Notes:

$$\bar{u} = Mu, \quad \bar{h} = Mh, \quad \bar{s} = Ms, \quad \bar{c}_v = Mc_v, \quad \bar{c}_p = Mc_p$$



OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2^{ème} principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) *Mélanges non réactifs***

Heures 36



- ***Propriétés thermodynamiques des mélanges***
- Psychrométrie



MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

iv) Évolution avec composition constante

$$\Delta u_m = \frac{\Delta U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta u_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta u_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{u}_m = \frac{\Delta U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{u}_i$$

$$\Delta h_m = \frac{\Delta H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta h_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta h_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{h}_m = \frac{\Delta H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{h}_i$$

$$\Delta s_m = \frac{\Delta S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta s_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta s_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{s}_m = \frac{\Delta S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{s}_i$$



MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

iv) Évolution avec composition constante (cont.)

Note: Attention au changement d'entropie qui dépend du changement de température et aussi de pression, où il faut utiliser la pression partielle.

Pour chaque composante (i):

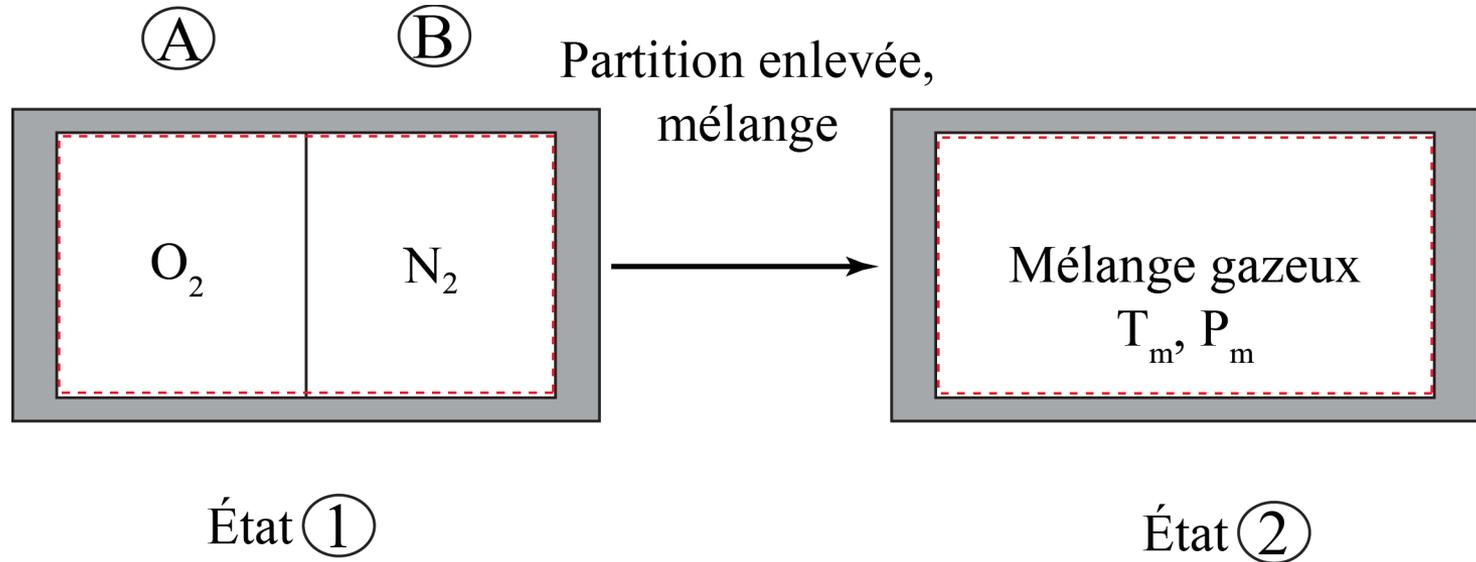
$$\Delta s_i = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

ou

$$\Delta \bar{s}_i = \bar{s}_{i,2}^o - \bar{s}_{i,1}^o - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$



EXEMPLE #30: MÉLANGE DE DEUX GAZ PARFAITS EN SYSTÈME FERMÉ



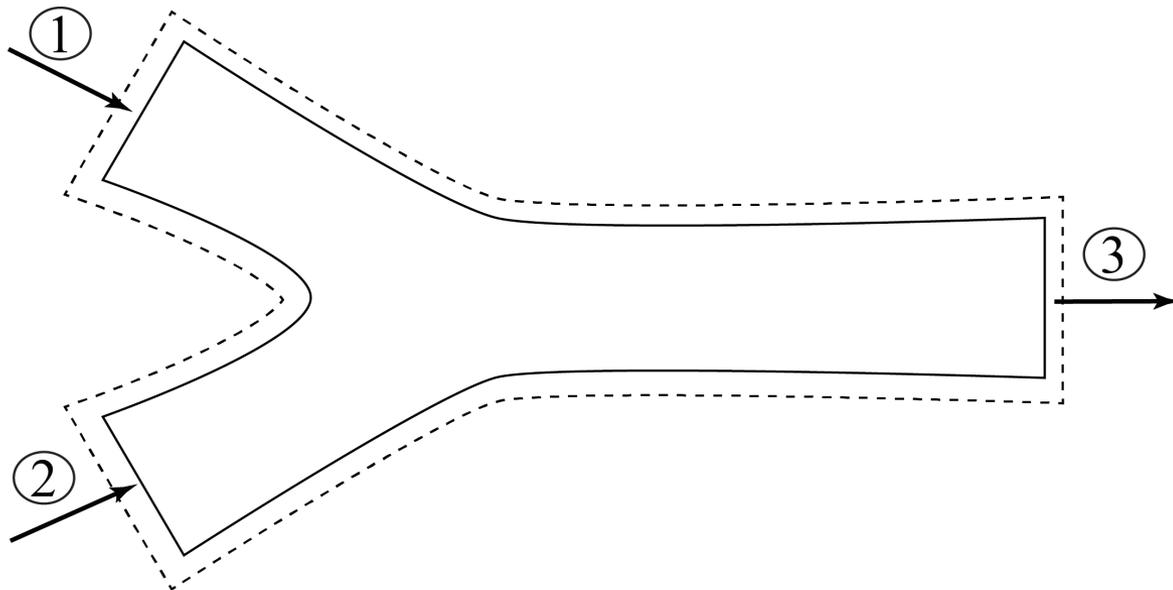
$T_A = 40^\circ\text{C}$	$T_B = 20^\circ\text{C}$
$P_A = 100 \text{ kPa}$	$P_B = 150 \text{ kPa}$
$m_A = 7 \text{ kg}$	$m_B = 4 \text{ kg}$

On cherche:

- T_m
- P_m
- S_{gen}



EXEMPLE #31: MÉLANGE DE DEUX GAZ PARFAITS EN SYSTÈME OUVERT



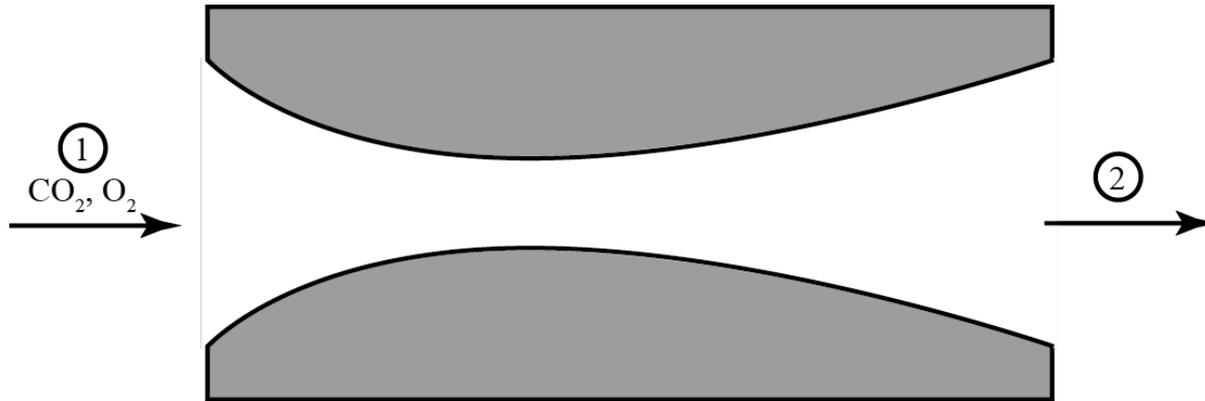
Questions :

- a) \dot{m}_{air} , \dot{m}_{H_2} ?
- b) $y_{\text{air}3}$, $y_{\text{H}_2.3}$?
- c) \dot{S}_{gen} [kJ/min]?

1 : Air sec	2 : H ₂	3 : Mélange
$T_1 = 32^\circ\text{C}$	$T_2 = 127^\circ\text{C}$	$T_3 = 47^\circ\text{C}$
$P_1 = 100 \text{ kPa}$	$P_2 = 100 \text{ kPa}$	$P_3 = 100 \text{ kPa}$
$\dot{V}_1 = 100 \text{ m}^3/\text{min}$		



EXEMPLE #32: PASSAGE D'UN MÉLANGE AU TRAVERS UNE TUYÈRE



$T_1 = 700 \text{ K}$	$P_2 = 1 \text{ atm}$
$P_1 = 5 \text{ atm}$	
$v_1 = 3 \text{ m/s}$	
$y_{\text{CO}_2} = 0.8$	
$y_{\text{O}_2} = 0.2$	

La tuyère est isentropique et l'écoulement est permanent.

On cherche:

- T_2
- $\Delta \bar{s}_{\text{CO}_2}, \Delta \bar{s}_{\text{O}_2}$
- \vec{v}_2



OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1^{er} principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2^{ème} principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

heures 37-38  - *Propriétés thermodynamiques des mélanges*
- **Psychrométrie**



2) PSYCHROMÉTRIE

a) Introduction

La psychrométrie étudie des mélanges d'air sec et de vapeur d'eau pour le contrôle de l'humidité dans des applications en climatisation, dépollution, séchage et autres.

Quelques notions/définitions de base:

- i. L'air atmosphérique ou humide: mélange d'*air sec* (composition relativement constante) et une quantité souvent variable de *vapeur d'eau*. L'air sec peut être considéré comme un gaz parfait et la vapeur d'eau un deuxième gaz parfait :

$$\text{air humide: } P = \frac{mRT}{V} = \frac{NRT}{V} = P_a + P_v \quad (\text{mélange})$$

$$\text{air sec: } P_a = \frac{m_a R_{air} T}{V} = \frac{N_a R_u T}{V} \quad (\text{comp. 1})$$

$$\text{vapeur d'eau: } P_v = \frac{m_v R_{vap,eau} T}{V} = \frac{N_v R_u T}{V} \quad (\text{comp. 2})$$



PSYCHROMÉTRIE

Quelques notions/définitions de base

ii. Rapport d'humidité et humidité relative: La quantité de vapeur d'eau dans l'air peut être exprimée par:

• *Rapport d'humidité (ω)*:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = \frac{P_v / R_v}{P_a / R_a} = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}$$

• *Humidité relative (ϕ)*:

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v V / R_v T}{P_{sat@T} V / R_a T} = \frac{P_v}{P_{sat@T}} \quad \text{(valeur entre 0 et 1)}$$

Maximum masse de vapeur d'eau saturée que le volume donné (V) peut contenir à cette température (T)

• On peut relier ω et ϕ en jouant avec ces deux relations pour donner:

$$\phi = \frac{\omega P}{(0.622 + \omega) P_{sat@T}} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{0.622 \phi P_{sat@T}}{P - \phi P_{sat@T}}$$



PSYCHROMÉTRIE

Quelques notions/définitions de base

- Les propriétés U, H et S peuvent être exprimé en terme de ω :

$$H = m_a h_a + m_v h_v = m_a \left(h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v \right) = m_a (h_a + \omega h_v)$$

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v \quad ; \quad \frac{U}{m_a} = u_a + \omega u_v \quad ; \quad \frac{S}{m_a} = s_a + \omega s_v$$

- Pour la vapeur d'eau à basse pression tel que dans les applications psychrométriques, on peut faire l'approximation:

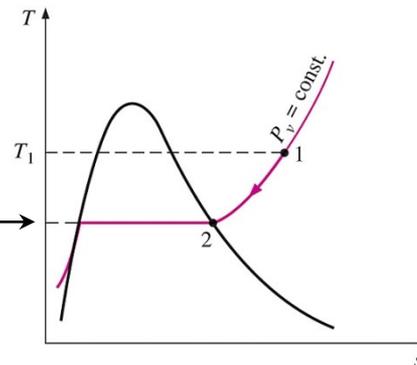
$$h_v \approx h_g(T)$$

iii. Point de rosée:

Lors du refroidissement de l'air humide à pression constante, le point de rosée est le point où et indique le début de la condensation de la vapeur d'eau.

$$P_g(T_{pr}) = P_v$$

Température du point de rosée (T_{pr})
(température de saturation qui correspond
à la pression partielle P_v de l'eau)

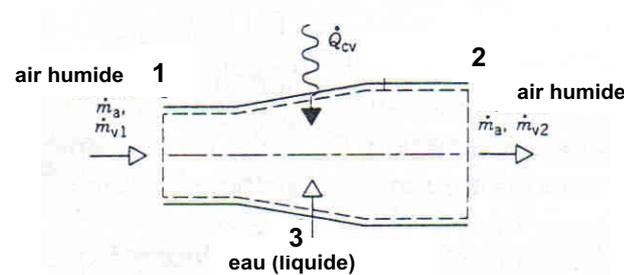


PSYCHROMÉTRIE

b) Analyse de systèmes psychrométriques

L'analyse des systèmes psychrométriques se fait comme celui de mélange de gaz parfait, mais généralement en terme d'unité de masse ou de débit d'air sec (avec ω ou ϕ) aux entrées et sorties.

Exemple:



Conservation de masse:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2 \rightarrow \text{air : } \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\text{eau : } \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{eau,3} = \dot{m}_{v2} \rightarrow \dot{m}_{eau,3} = \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1)$$

Bilan d'énergie:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_2 h_2$$

$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{v1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{eau,3} + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{v2})$$

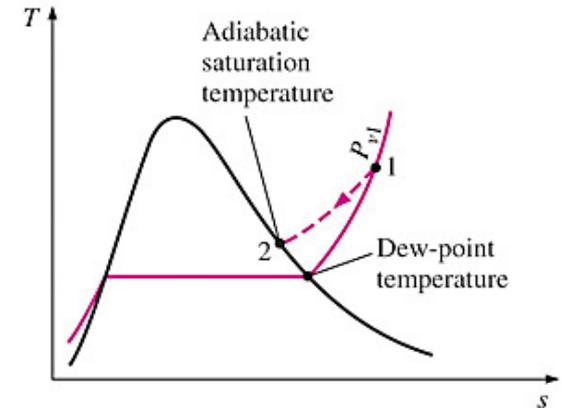
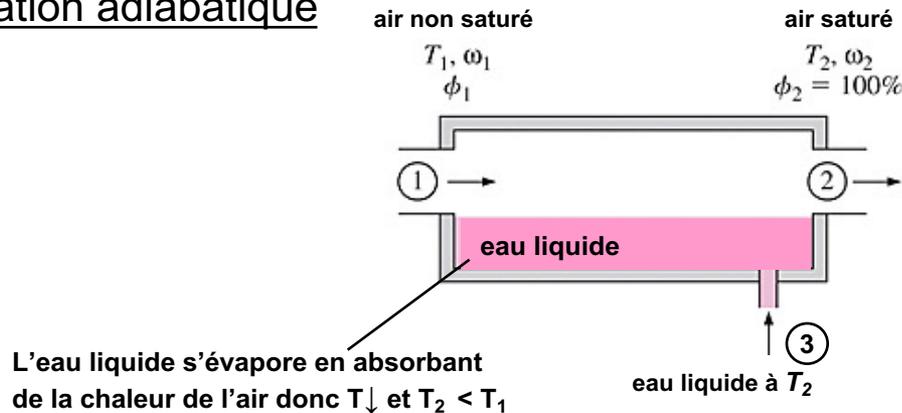
$$\dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a [h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{v2} - \omega_1 h_{v1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{eau,3}]$$



C) SATURATION ADIABATIQUE ET ABAQUE PSYCHROMETRIQUE

Comment obtenir ω ou ϕ à partir de quantités mesurables?

i) Saturation adiabatique



$$\dot{Q}_{cv} = 0 \quad \text{et} \quad h_v \approx h_g(T) \quad \text{donne:}$$

Analyse de l'exemple de la page précédente avec

$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{g1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{eau,3} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{g2}) \quad \rightarrow \quad h_{eau,3} \approx h_{f2}$$

$$h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{g2} - \omega_1 h_{g1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{f2} = 0$$

$$\omega_1 = \frac{h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 (h_{g2} - h_{f2})}{h_{g1} - h_{f2}} \quad \rightarrow \quad h_{a2} - h_{a1} = c_p (T_2 - T_1); \quad h_{g2} - h_{f2} \equiv h_{fg2}$$

$$\omega_1 = \frac{c_p (T_2 - T_1) + \omega_2 h_{fg2}}{h_{g1} - h_{f2}}$$

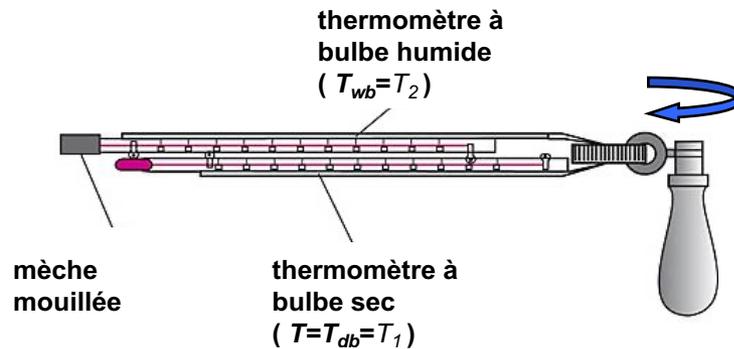
où

$$\omega_2 = \frac{0.622 P_{g2}}{P - P_{g2}} \quad (\phi_2 = 1)$$



SATURATION ADIABATIQUE ET ABAQUES PSYCHROMÉTRIQUES

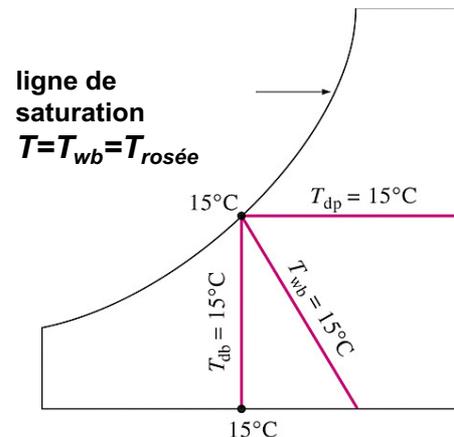
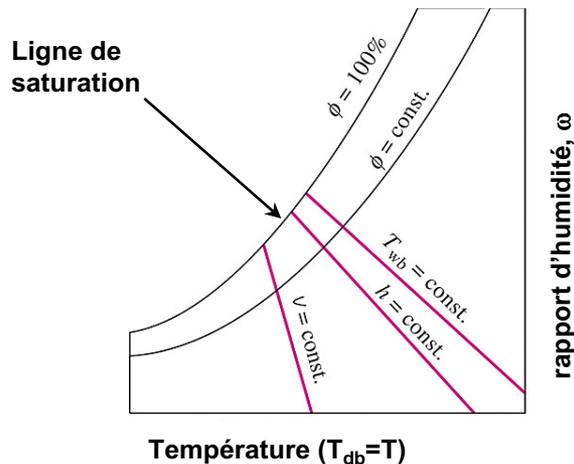
En pratique on peut approximer la saturation adiabatique avec un thermomètre à bulbe humide:



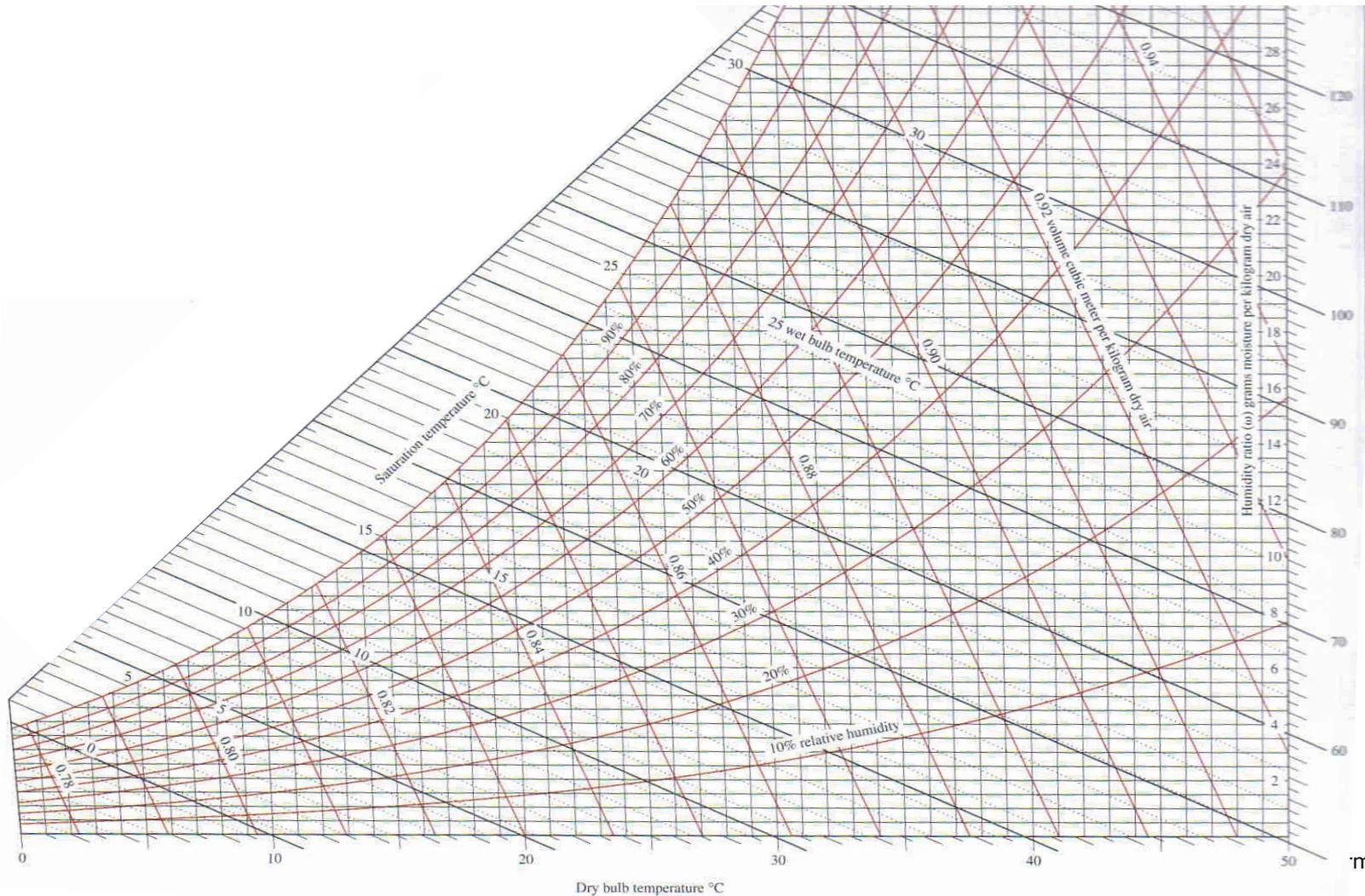
$$\omega_1 = f(T_{wb}, T, P)$$

ii) Abaque psychrométrique

Représentation graphique de la fonction (avec l'ajout de quantités dépendantes telles que ϕ , h , v) pour chaque valeur de P:



ABAQUE PSYCHROMÉTRIQUE POUR P=101.325 KPA



PSYCHROMÉTRIE

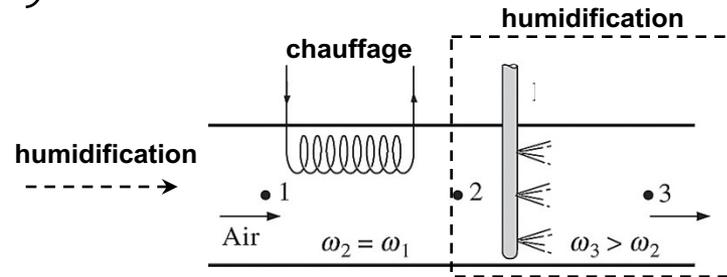
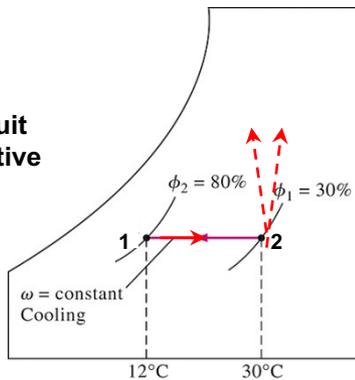
d) Applications et exemples

i) refroidissement par évaporation

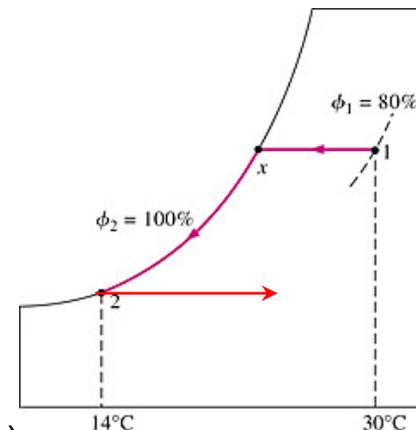
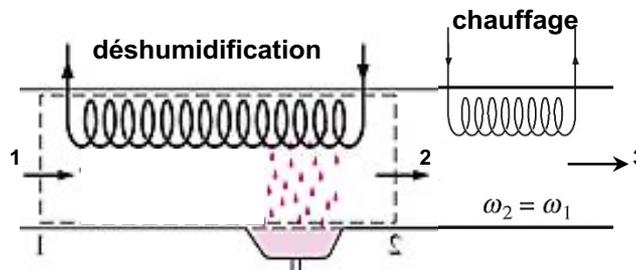
ii) humidification

} similaire au système de saturation adiabatique sans aller jusqu'à la saturation de l'eau

Chauffage réduit l'humidité relative



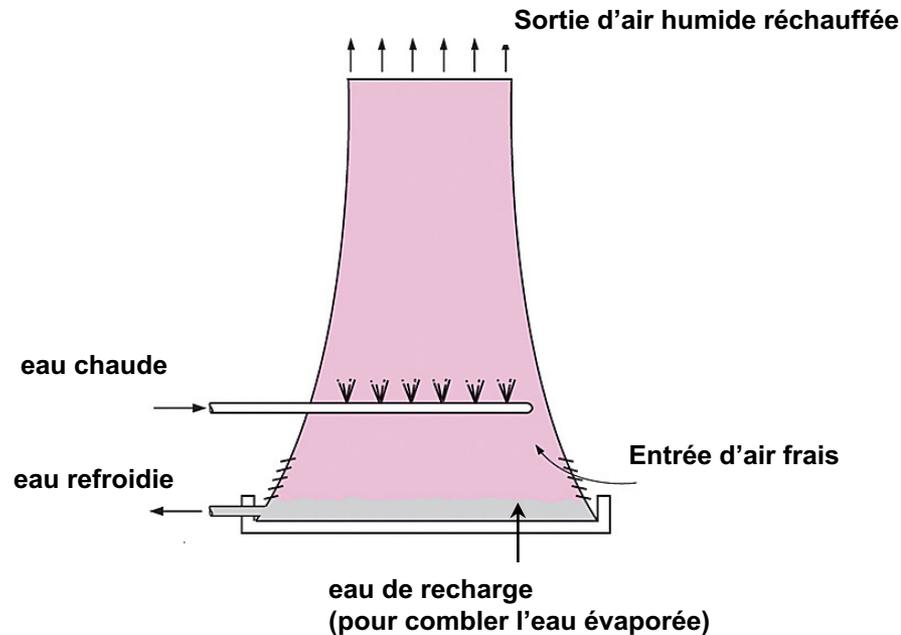
iii) déshumidification



PSYCHROMÉTRIE

d) Applications et exemples (cont.)

iv) tour de refroidissement



Exemple (à lire): CBK&L ex. 14.9, p. 711 (p. 653 dans CB&L, 2ème éd., p. 639 dans 1ère éd., p. 758 dans C&B, 6ème éd.)

