

# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs

## **IX) Mélanges non réactifs**

Heures 34-35  - **Propriétés thermodynamiques des mélanges**  
- Psychrométrie



# IX) MÉLANGES NON-RÉACTIFS

## 1) Propriétés thermodynamiques des mélanges

### a) Composition d'un mélange

Pour décrire l'état d'un mélange, il faudrait deux propriétés intensives **et** la *composition* du mélange. Pour un mélange de gaz ( $m$ ) composé de  $k$  composants ( $i$ ), on peut décrire la composition de deux façons:

#### i) fraction de masse:

La masse du mélange est la somme des masses des composantes:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow mf_i \equiv \frac{m_i}{m_m} \equiv \text{fraction de masse}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k mf_i$$

#### ii) fraction molaire:

Le nombre de moles ( $N$ ) du mélange est la somme de ceux des composantes:

$$N_m = \sum_{i=1}^k N_i \rightarrow y_i \equiv \frac{N_i}{N_m} \equiv \text{fraction molaire}$$

$$1 = \sum_{i=1}^k y_i$$



# COMPOSITION D'UN MÉLANGE

Pour trouver la masse molaire du mélange:

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \rightarrow m = NM$$

$M$  (kg/kmol) est la masse molaire

$$N_m M_m = \sum_{i=1}^k N_i M_i$$

$$M_m = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} M_i$$

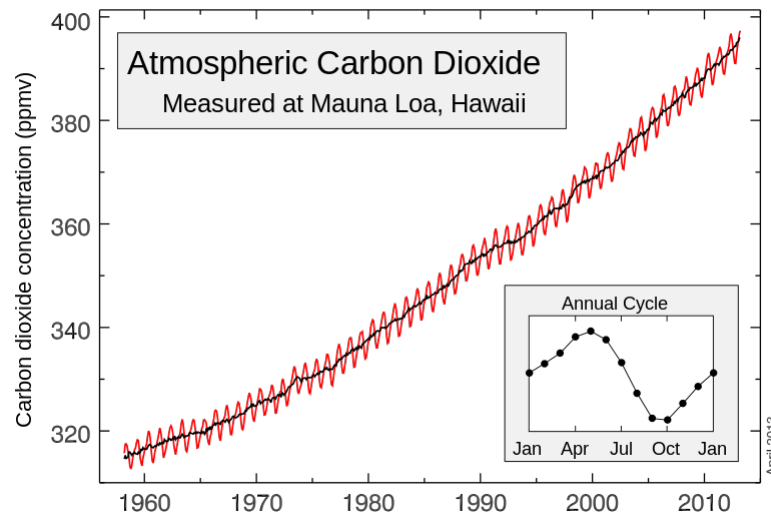
$$M_m = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$



# EXEMPLE #28: MASSE MOLAIRE DE L'AIR SEC

## Fractions molaires de l'air sec:

Espèce	y [%]
N <sub>2</sub>	78.08
O <sub>2</sub>	20.95
Ar	0.93
CO <sub>2</sub>	0.03
Ne, He, CH <sub>4</sub>	0.01



# EXEMPLE #29: COMPOSITION D'UN MÉLANGE

## Mélange de gaz

Espèce	Masse [kg]
O <sub>2</sub>	3
N <sub>2</sub>	5
CH <sub>4</sub>	12

On cherche:

- La fraction de masse de chaque constituant,  $m_f$
- La fraction molaire de chaque constituant,  $y_i$
- La masse molaire du mélange  $M_m$  et la constante  $R_m$



CBK&L ex. 13.1, p.661 (p.605 dans CB&L, 2ème éd., p.593 dans 1ère éd., p.703 dans C&B, 6ème éd.)

# B) MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

## Pour un gaz parfait:

- Les molécules sont très éloignées les unes des autres de sorte qu'elles ne sont pas affectées par leurs voisines
- Bonne approximation pour gaz réels à basse pression et haute température (donc basse densité) par rapport au point critique.
- Un mélange de gaz parfaits se comporte comme un gaz parfait

## i) Relation P-v-T

**Modèle de Dalton:** la pression du mélange est égale à la somme des ***pressions partielles*** exercées par les gaz composants si chacun d'eux était à la même température et occupait le volume total du mélange

$$P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m)$$

Où  $P_i$  est la pression partielle

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow P_i = y_i P_m$$

$$\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^k y_i P_m = P_m \left( \sum_{i=1}^k y_i \right) = P_m (1) = P_m$$

=1



# MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

## i) Relation P-v-T (cont.)

**Modèle d'Amagat:** le volume du mélange est égal à la somme des *volumes partiels* occupés par les gaz composants si chacun d'eux était à la pression et la température du mélange.

$$V_m = \sum_{i=1}^k V_i(P_m, T_m)$$

Où  $V_i$  est le volume partiel

$$\frac{V_i(P_m, T_m)}{V_m} = \frac{N_i R_u T_m / P_m}{N_m R_u T_m / P_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow V_i = y_i V_m$$

$$\sum_{i=1}^k V_i = \sum_{i=1}^k y_i V_m = V_m \left( \sum_{i=1}^k y_i \right) = V_m (1) = V_m$$

=1

**Notes :** Les modèles de Dalton et d'Amagat sont exacts et équivalent pour les gaz parfaits. Cependant, ils peuvent aussi être utilisés pour approximer les mélanges de gaz réels.



# MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

## ii) Propriétés U, H et S

U, H et S sont des propriétés extensives (comme la masse), donc les valeurs pour le mélange sont les sommes de leurs valeurs pour les composantes:

$$\left. \begin{aligned} U_m &= \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \\ H_m &= \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \\ S_m &= \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \end{aligned} \right\} , \text{ où } \bar{u}_i, \bar{h}_i, \bar{s}_i \text{ sont en termes de } kmol \text{ au lieu de } kg$$





# MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

ii) **Propriétés U, H et S** : Forme spécifique (divisé par  $m_m$  ou  $N_m$ ):

$$u_m = \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} u_i = \sum_{i=1}^k mf_i u_i \quad \text{et} \quad \bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{u}_i$$

$$h_m = \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} h_i = \sum_{i=1}^k mf_i h_i \quad \text{et} \quad \bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{h}_i$$

$$s_m = \frac{S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} s_i = \sum_{i=1}^k mf_i s_i \quad \text{et} \quad \bar{s}_m = \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{s}_i$$

iii) **Chaleurs massiques** : Similairement à  $u_m$ ,  $h_m$ , on peut trouver les chaleurs massiques du mélange par:

$$\left. \begin{aligned} c_{v,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{v,i} & \text{et} & \quad \bar{c}_{v,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \\ c_{p,m} &= \sum_{i=1}^k mf_i c_{p,i} & \text{et} & \quad \bar{c}_{p,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \end{aligned} \right\}, \text{ où } \bar{c}_v, \bar{c}_p \text{ sont en termes de } kmol \text{ au lieu de } kg$$

Notes:

$$\bar{u} = Mu, \quad \bar{h} = Mh, \quad \bar{s} = Ms, \quad \bar{c}_v = Mc_v, \quad \bar{c}_p = Mc_p$$



# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) *Mélanges non réactifs***

Heures 36



- ***Propriétés thermodynamiques des mélanges***
- Psychrométrie



# MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

## iv) Évolution avec composition constante

$$\Delta u_m = \frac{\Delta U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta u_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta u_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{u}_m = \frac{\Delta U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{u}_i$$

$$\Delta h_m = \frac{\Delta H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta h_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta h_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{h}_m = \frac{\Delta H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{h}_i$$

$$\Delta s_m = \frac{\Delta S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} \Delta s_i = \sum_{i=1}^k m f_i \Delta s_i \quad \text{et} \quad \Delta \bar{s}_m = \frac{\Delta S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \Delta \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \Delta \bar{s}_i$$



# MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

## iv) Évolution avec composition constante (cont.)

Note: Attention au changement d'entropie qui dépend du changement de température et aussi de pression, où il faut utiliser la pression partielle.

Pour chaque composante (i):

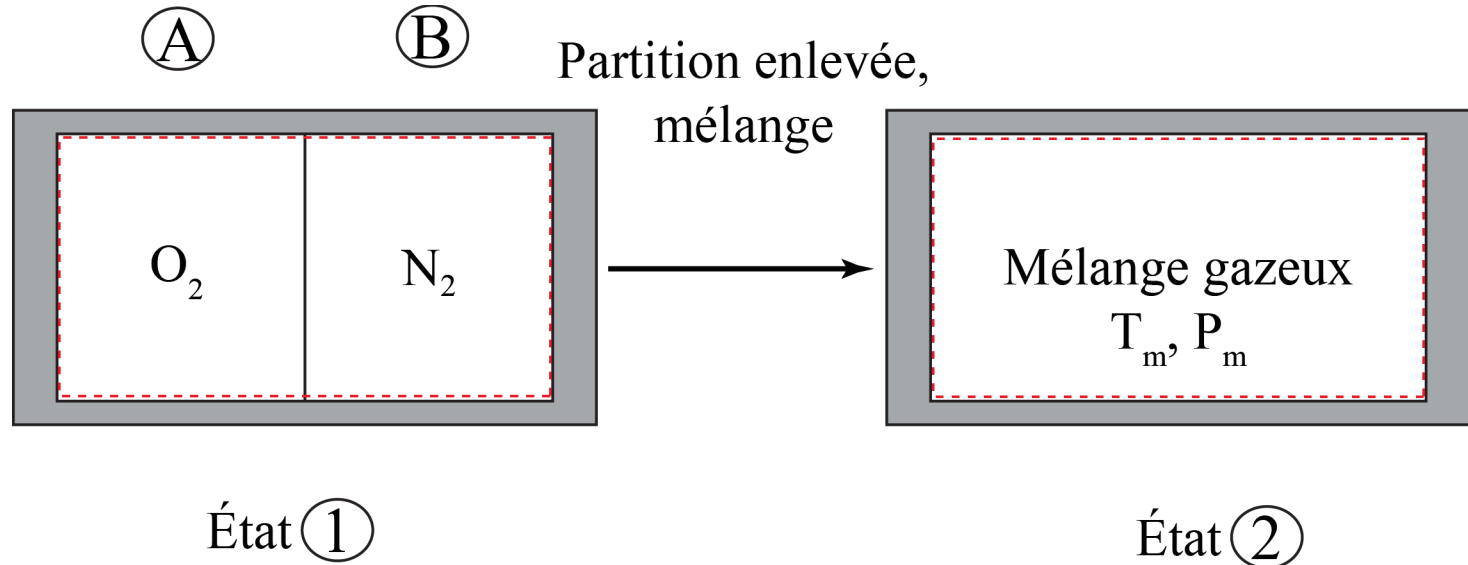
$$\Delta s_i = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

ou

$$\Delta \bar{s}_i = \bar{s}_{i,2}^o - \bar{s}_{i,1}^o - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$



# EXEMPLE #30: MÉLANGE DE DEUX GAZ PARFAITS EN SYSTÈME FERMÉ



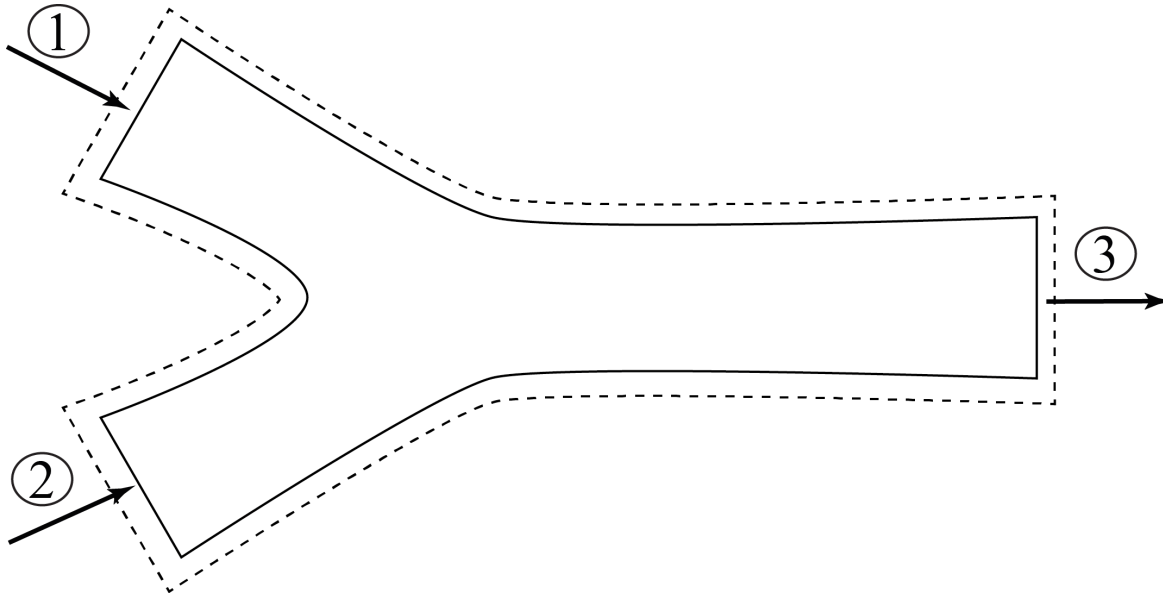
$T_A = 40^\circ\text{C}$	$T_B = 20^\circ\text{C}$
$P_A = 100 \text{ kPa}$	$P_B = 150 \text{ kPa}$
$m_A = 7 \text{ kg}$	$m_B = 4 \text{ kg}$

On cherche:

- $T_m$
- $P_m$
- $S_{\text{gen}}$



# EXEMPLE #31: MÉLANGE DE DEUX GAZ PARFAITS EN SYSTÈME OUVERT



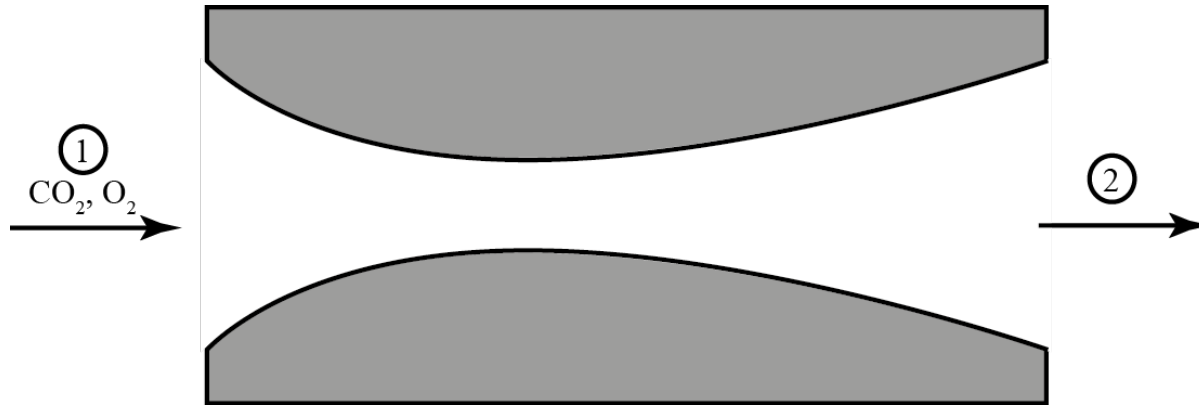
Questions :

- a)  $\dot{m}_{\text{air}}$ ,  $\dot{m}_{\text{H}_2}$ ?
- b)  $y_{\text{air}3}$ ,  $y_{\text{H}_2.3}$ ?
- c)  $\dot{S}_{\text{gen}}$  [kJ/min]?

1 : Air sec	2 : H <sub>2</sub>	3 : Mélange
$T_1 = 32^\circ\text{C}$	$T_2 = 127^\circ\text{C}$	$T_3 = 47^\circ\text{C}$
$P_1 = 100 \text{ kPa}$	$P_2 = 100 \text{ kPa}$	$P_3 = 100 \text{ kPa}$
$\dot{V}_1 = 100 \text{ m}^3/\text{min}$		



# EXEMPLE #32: PASSAGE D'UN MÉLANGE AU TRAVERS UNE TUYÈRE



$T_1 = 700 \text{ K}$	$P_2 = 1 \text{ atm}$
$P_1 = 5 \text{ atm}$	
$v_1 = 3 \text{ m/s}$	
$y_{\text{CO}_2} = 0.8$	
$y_{\text{O}_2} = 0.2$	

La tuyère est isentropique et l'écoulement est permanent.

On cherche:

- $T_2$
- $\Delta \bar{s}_{\text{CO}_2}, \Delta \bar{s}_{\text{O}_2}$
- $\vec{v}_2$



# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

heures 37-38



- *Propriétés thermodynamiques des mélanges*
- **Psychrométrie**





# 2) PSYCHROMÉTRIE

## a) Introduction

La psychrométrie étudie des mélanges d'air sec et de vapeur d'eau pour le contrôle de l'humidité dans des applications en climatisation, dépollution, séchage et autres.

### Quelques notions/définitions de base:

- i. L'air atmosphérique ou humide: mélange d'*air sec* (composition relativement constante) et une quantité souvent variable de *vapeur d'eau*. L'air sec peut être considéré comme un gaz parfait et la vapeur d'eau un deuxième gaz parfait :

$$\text{air humide: } P = \frac{mRT}{V} = \frac{NRT}{V} = P_a + P_v \quad (\text{mélange})$$

$$\text{air sec: } P_a = \frac{m_a R_{air} T}{V} = \frac{N_a R_u T}{V} \quad (\text{comp. 1})$$

$$\text{vapeur d'eau: } P_v = \frac{m_v R_{vap,eau} T}{V} = \frac{N_v R_u T}{V} \quad (\text{comp. 2})$$



# PSYCHROMÉTRIE

## Quelques notions/définitions de base

ii. Rapport d'humidité et humidité relative: La quantité de vapeur d'eau dans l'air peut être exprimée par:

• *Rapport d'humidité ( $\omega$ )*:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = \frac{P_v / R_v}{P_a / R_a} = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}$$

• *Humidité relative ( $\phi$ )*:

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v V / R_v T}{P_{sat@T} V / R_a T} = \frac{P_v}{P_{sat@T}} \quad \text{(valeur entre 0 et 1)}$$

**Maximum masse de vapeur d'eau saturée que le volume donné (V) peut contenir à cette température (T)**

• On peut relier  $\omega$  et  $\phi$  en jouant avec ces deux relations pour donner:

$$\phi = \frac{\omega P}{(0.622 + \omega) P_{sat@T}} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{0.622 \phi P_{sat@T}}{P - \phi P_{sat@T}}$$



# PSYCHROMÉTRIE

## Quelques notions/définitions de base

- Les propriétés U, H et S peuvent être exprimé en terme de  $\omega$ :

$$H = m_a h_a + m_v h_v = m_a \left( h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v \right) = m_a (h_a + \omega h_v)$$

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v \quad ; \quad \frac{U}{m_a} = u_a + \omega u_v \quad ; \quad \frac{S}{m_a} = s_a + \omega s_v$$

- Pour la vapeur d'eau à basse pression tel que dans les applications psychrométriques, on peut faire l'approximation:

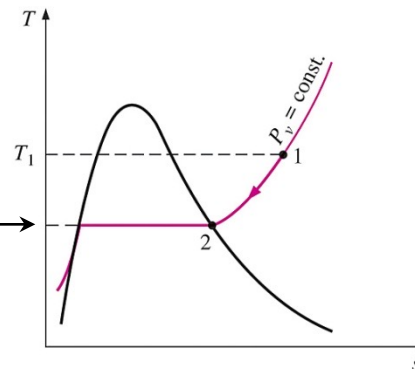
$$h_v \approx h_g(T)$$

### iii. Point de rosée:

Lors du refroidissement de l'air humide à pression constante, le point de rosée est le point où et indique le début de la condensation de la vapeur d'eau.

$$P_g(T_{pr}) = P_v$$

Température du point de rosée ( $T_{pr}$ )  
(température de saturation qui correspond  
à la pression partielle  $P_v$  de l'eau)

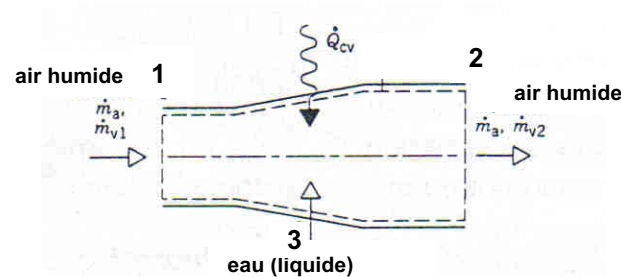


# PSYCHROMÉTRIE

## b) Analyse de systèmes psychrométriques

L'analyse des systèmes psychrométriques se fait comme celui de mélange de gaz parfait, mais généralement en terme d'unité de masse ou de débit d'air sec (avec  $\omega$  ou  $\phi$ ) aux entrées et sorties.

Exemple:



Conservation de masse:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2 \rightarrow \text{air : } \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\text{eau : } \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{\text{eau},3} = \dot{m}_{v2} \rightarrow \dot{m}_{\text{eau},3} = \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1)$$

Bilan d'énergie:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_2 h_2$$

$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{v1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{\text{eau},3} + \dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{v2})$$

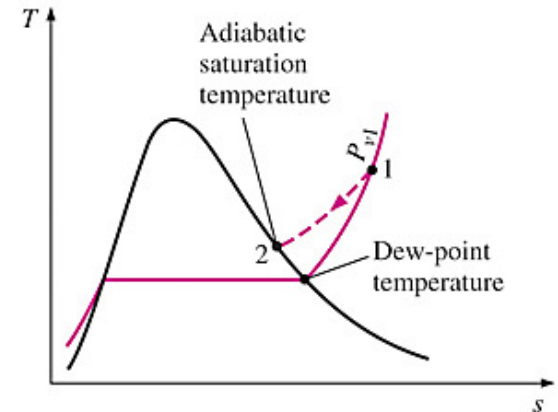
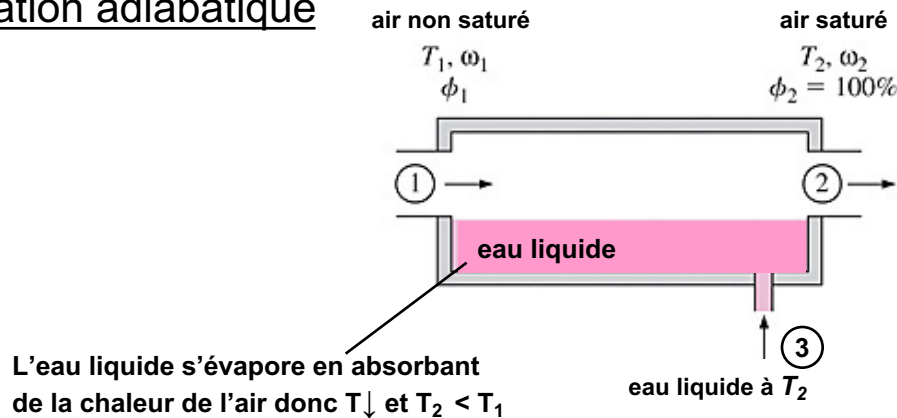
$$\dot{Q}_{cv} = \dot{m}_a [h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{v2} - \omega_1 h_{v1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{\text{eau},3}]$$



# C) SATURATION ADIABATIQUE ET ABAQUE PSYCHROMETRIQUE

Comment obtenir  $\omega$  ou  $\phi$  à partir de quantités mesurables?

i) Saturation adiabatique



$$\dot{Q}_{cv} = 0 \quad \text{et} \quad h_v \approx h_g(T) \quad \text{donne:}$$

Analyse de l'exemple de la page précédente avec

$$\dot{m}_a (h_{a1} + \omega_1 h_{g1}) + \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1) h_{eau,3} = \dot{m}_a (h_{a2} + \omega h_{g2}) \rightarrow h_{eau,3} \approx h_{f2}$$

$$h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 h_{g2} - \omega_1 h_{g1} + (\omega_1 - \omega_2) h_{f2} = 0$$

$$\omega_1 = \frac{h_{a2} - h_{a1} + \omega_2 (h_{g2} - h_{f2})}{h_{g1} - h_{f2}} \rightarrow h_{a2} - h_{a1} = c_p (T_2 - T_1); \quad h_{g2} - h_{f2} \equiv h_{fg2}$$

$$\omega_1 = \frac{c_p (T_2 - T_1) + \omega_2 h_{fg2}}{h_{g1} - h_{f2}}$$

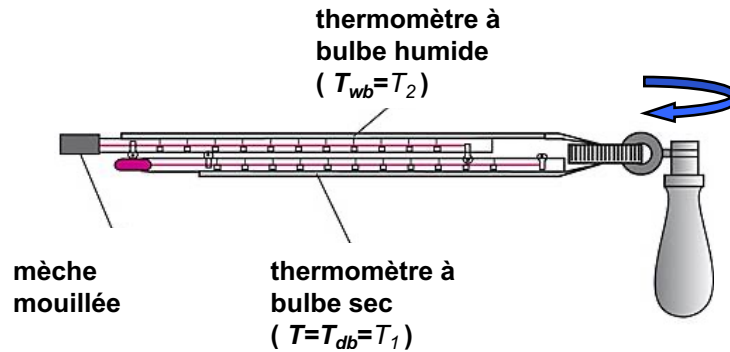
où

$$\omega_2 = \frac{0.622 P_{g2}}{P - P_{g2}} \quad (\phi_2 = 1)$$



# SATURATION ADIABATIQUE ET ABAQUES PSYCHROMÉTRIQUES

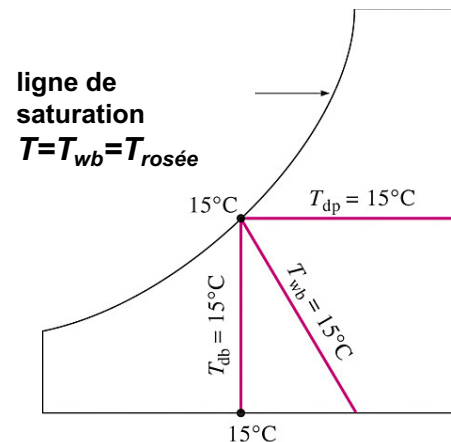
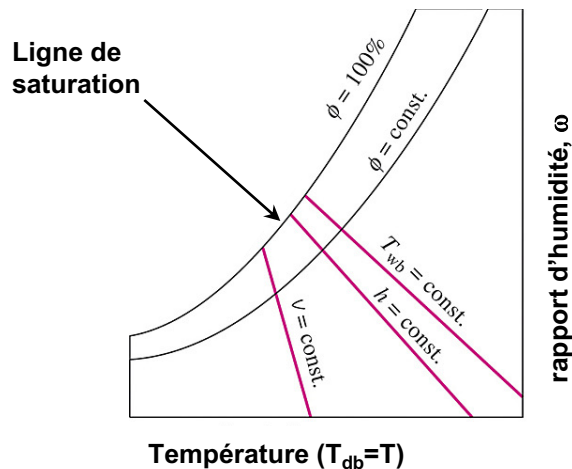
En pratique on peut approximer la saturation adiabatique avec un thermomètre à bulbe humide:



$$\omega_1 = f(T_{wb}, T, P)$$

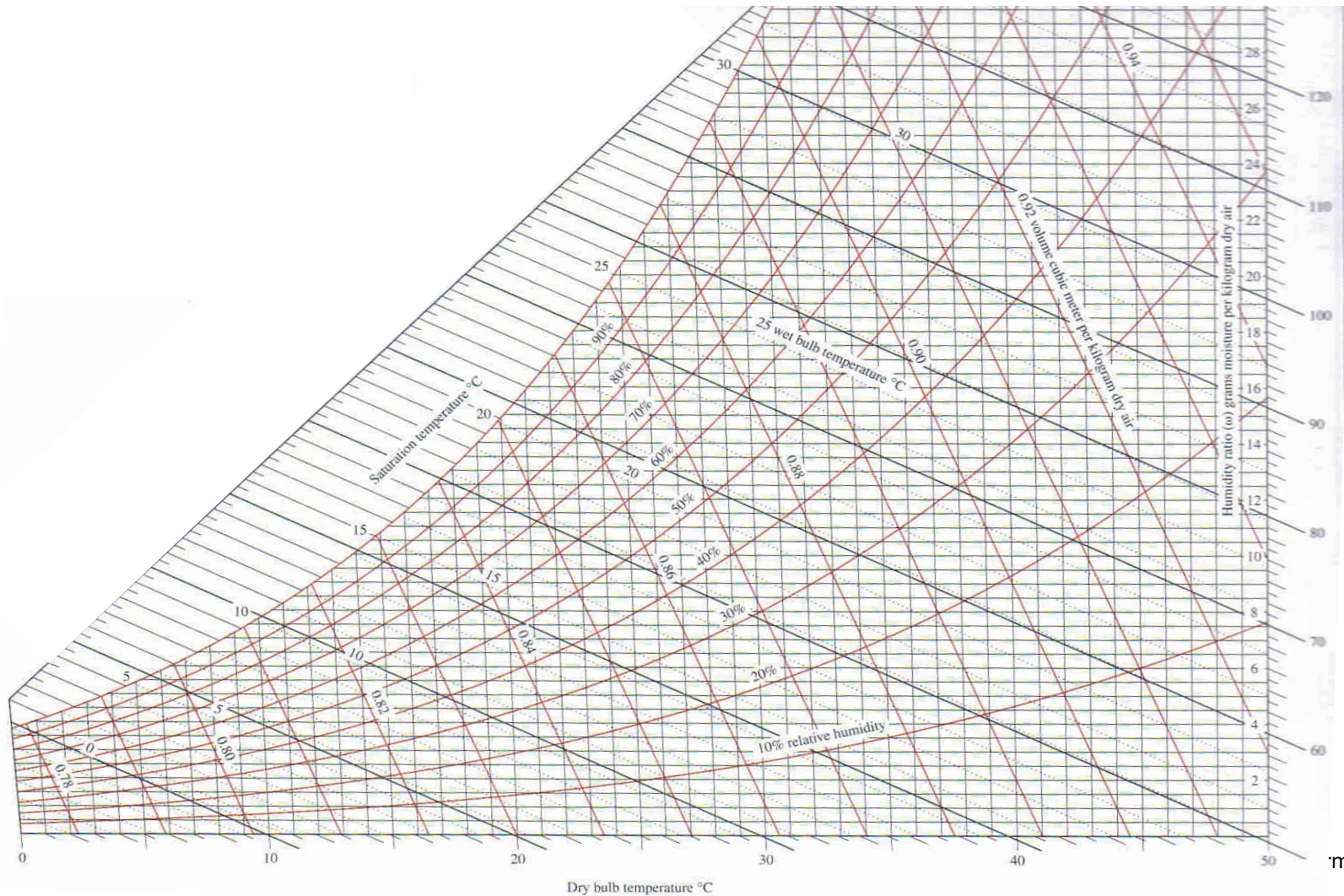
## ii) Abaque psychrométrique

Représentation graphique de la fonction (avec l'ajout de quantités dépendantes telles que  $\phi$ ,  $h$ ,  $v$ ) pour chaque valeur de P:





# ABAQUE PSYCHROMÉTRIQUE POUR P=101.325 KPA



# PSYCHROMÉTRIE

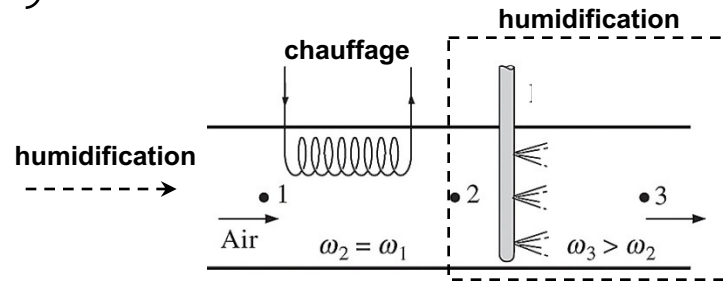
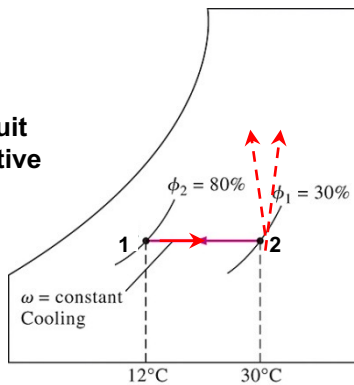
## d) Applications et exemples

i) refroidissement par évaporation

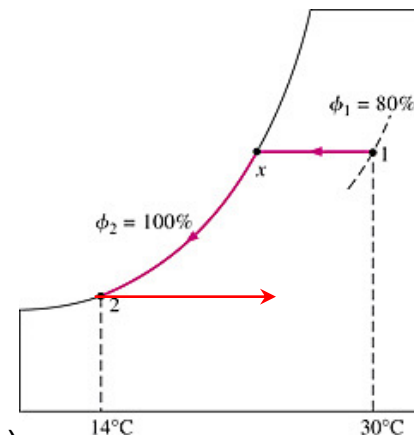
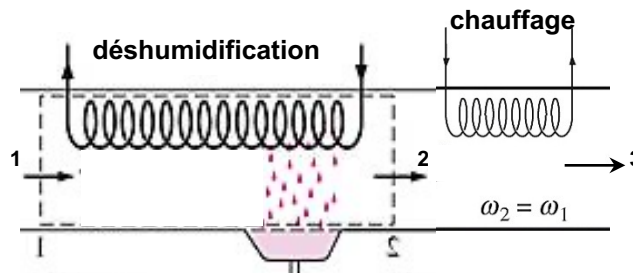
ii) humidification

} similaire au système de saturation adiabatique sans aller jusqu'à la saturation de l'eau

Chauffage réduit l'humidité relative



iii) déshumidification

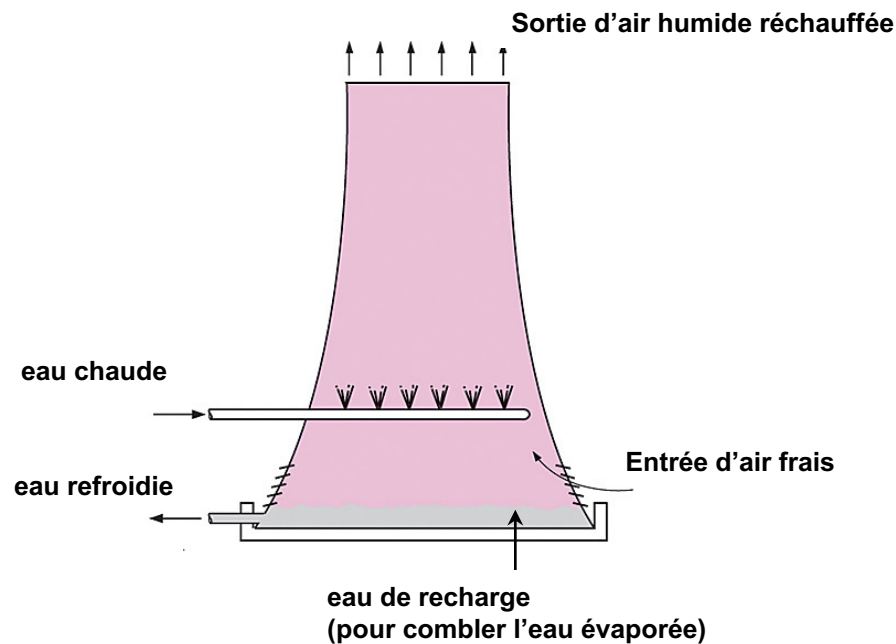




# PSYCHROMÉTRIE

## d) Applications et exemples (cont.)

### iv) tour de refroidissement



Exemple (à lire): CBK&L ex. 14.9, p. 711 (p. 653 dans CB&L, 2ème éd., p. 639 dans 1ère éd., p. 758 dans C&B, 6ème éd.)

