

# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique

## VII) **Entropie**

heures 22



- ***L'inégalité de Clausius***
- *Entropie d'un corps pur*
- *L'évolution isentropique*
- *Rendement isentropique*
- *Bilan d'entropie*
- *Travail en écoulement permanent et le second principe*

- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs



# PROPRIÉTÉS ET INTERACTIONS

En thermodynamique, on est intéressé par deux types de quantités

- Les propriétés
  - Nombres obtenus à partir de mesures
  - Utilisées pour définir les états
  - Indépendantes du chemin
- Les interactions
  - Dépendent du chemin
  - Intégration le long du chemin

$$\int_1^2 dT = \Delta T = T_2 - T_1$$

$$W = \delta w = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Propriétés	Interactions
Pression P	Travail W
Température T	Transfert de chaleur Q
Volume V	
Enthalpie h	



# PROPRIÉTÉS ET INTERACTIONS

Quelle quantité de travail peut être faite

- 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique

Travail fait en réalité

- Intégrale de chemin

$$W = Q - \Delta E$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

L'énergie comme propriété

- Définie en termes de sa dépendance envers les interactions
- Pratique, indépendante du chemin
- Valeur absolue difficile à établir, c'est la différence qui compte

$$de = \delta q - \delta w$$

$$\int_1^2 de = \int_1^2 \delta q - \int_1^2 \delta w$$

$$\Delta E = Q - W$$



# PROPRIÉTÉS ET INTERACTIONS

En manipulant les équations de base, on peut faire apparaître de nouvelles propriétés

- Simplifient les calculs
- Transforment une dérivée inexacte en dérivée totale
- Plus besoin d'intégrer

Exemple, travail de frontière d'un système

$$\partial w = p dV$$

$$\frac{\partial w}{p} = dV$$

$$\int_1^2 \frac{\partial w}{p} = \int_1^2 dV$$

$$\int_1^2 \frac{\partial w}{p} = \Delta V = V_2 - V_1$$



# L'ENTROPIE

L'entropie  $S$  est une propriété dérivée à partir du transfert de chaleur  $Q$

- Concept introduit par Clausius, remarque que  $S$  se comporte comme variable d'état (propriété)
- Du grec trope, « changement »

$$\partial Q = dE + \partial W$$

$$\partial q = du + pdv$$

$$\partial q = C_v dT + \frac{RT}{v} dv$$

$$\frac{\partial q}{T} = \frac{C_v dT}{T} + \frac{R}{v} dv$$

$$\int_1^2 \frac{\partial q}{T} = C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

Hypothèses:

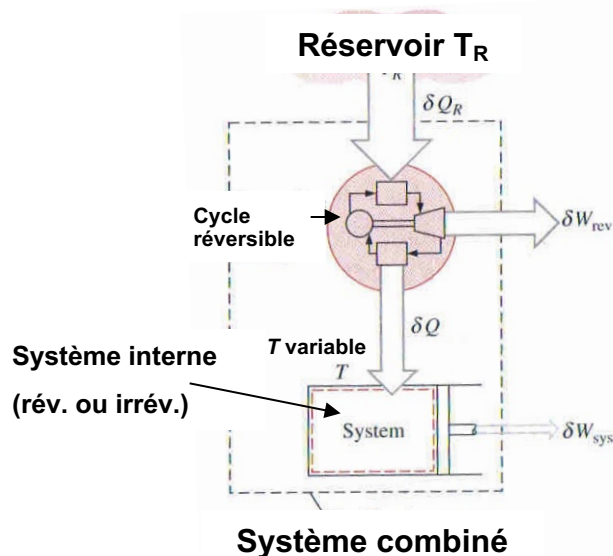
- Gaz parfait
- $C_v$  constant
- Pas de variation d'énergie cinétique et potentielle.



# VII) ENTROPIE

## 1) INÉGALITÉ DE CLAUSIUS ET ENTROPIE

### a) Inégalité de Clausius



$$\delta W_c = \delta Q_R - dE_c$$

(1<sup>ère</sup> loi pour système combiné)

où:

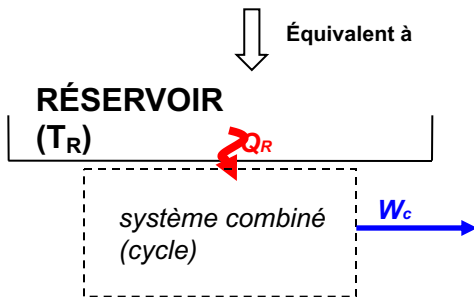
$$\delta W_c = \delta W_{rev} + \delta W_{sys}$$

$$\delta W_c = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_c$$

Pour le cycle réversible:

$$\frac{\delta Q_R}{\delta Q} = \frac{T_R}{T} \rightarrow \delta Q_R = T_R \frac{\delta Q}{T}$$

Laissons le système combiné faire un cycle complet du système interne en même temps que plusieurs cycles entiers du cycle réversible:



$$\oint \delta W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} - \oint dE_c$$

Pour ne pas violer l'énoncé de Kelvin-Planck

$$W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \rightarrow \oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} = 0$$

Car en l'absence d'irréversibilité interne, le système combiné peut effectuer l'évolution inverse avec un travail inversé, mais comme le travail ne peut être positif, il ne peut donc être que ZÉRO!



### Inégalité de Clausius

# ENTROPIE

- Inégalité de Clausius donne pour un cycle réversible:  $\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$
- Pour une propriété traversant un cycle:  $\oint d(\text{propriété}) = 0$
- Clausius a défini une propriété 'entropie' (S):  $dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \rightarrow \oint dS = 0$

Notes: *Similairement à l'énergie, c'est le changement d'entropie qui importe le plus.*

**La référence  $S=0$  n'a donc que peu d'importance**

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

(+): Transfert de chaleur au système

Température locale à la frontière du système où la chaleur passe

Durant une évolution intérieurement réversible!

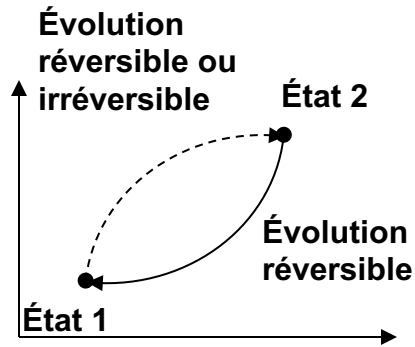


# C) PRINCIPE D'ACCROISSEMENT DE L'ENTROPIE

Considérons un système faisant un cycle fait d'une évolution réversible et d'une évolution intérieurement réversible ou irréversible

**Appliquant l'inégalité de Clausius:**

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0$$



$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

(=) pour une évolution réversible  
(>) pour une évolution intérieurement irréversible

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

→ où  $S_{gen} \geq 0$

génération d'entropie:  
=0 (évol. Int. réversible)  
>0 (évol. irréversible)

**Pour une évolution adiabatique ( $\delta Q=0$ ):  $\Delta S_{\text{sys, isolé}} = S_{gen} \geq 0$**

*Donc l'entropie d'un système isolé augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible*

**Si on combine le système et l'environnement pour former un système combiné isolé (sans interaction avec l'extérieur)**

$$\Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{env}} = \Delta S_{\text{sys, combiné}} = \Delta S_{\text{sys, isolé}} \geq 0$$

*Donc l'entropie de l'univers (système + environnement) augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible*



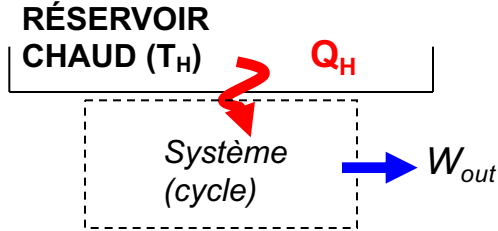


# PRINCIPE D'ACCROISSEMENT DE L'ENTROPIE

## Notes:

- L'entropie d'un système peut descendre durant une évolution, mais celui de l'univers doit augmenter ou rester constant
- Lien entre  $S_{gen}$  et les énoncés de Clausius et de Kelvin-Planck:

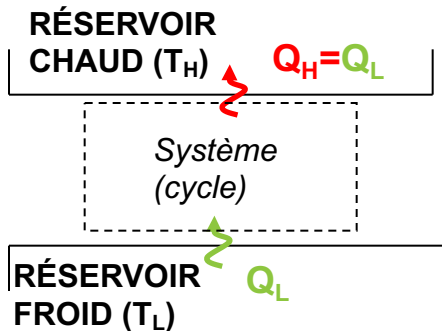
### i) Énoncé de Kelvin-Planck



$$S_f - S_i = \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen} \quad \mathbf{0 \text{ (cycle)}}$$

$$S_{gen} = \frac{-Q_H}{T_H} < 0 \rightarrow \mathbf{\text{impossible!}}$$

### ii) Énoncé de Clausius



$$S_f - S_i = \frac{Q_L}{T_L} - \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen} \quad \mathbf{0 \text{ (cycle)}}$$

$$S_{gen} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L}$$

$$Q_H = Q_L \text{ et } T_H > T_L \rightarrow S_{gen} < 0 \rightarrow \mathbf{\text{impossible!}}$$

réfrigérateur réversible:  $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L} \rightarrow S_{gen} = 0$

réfrigérateur irréversible:  $Q_H > Q_L \frac{T_H}{T_L}$  (car  $W_{in} > W_{in,rev}$ )  $\rightarrow S_{gen} > 0$



# PRINCIPE D'ACCROISSEMENT DE L'ENTROPIE

Notes: - Pour un cycle opérant entre deux réservoirs:  $W=Q_{in}-Q_{out}$

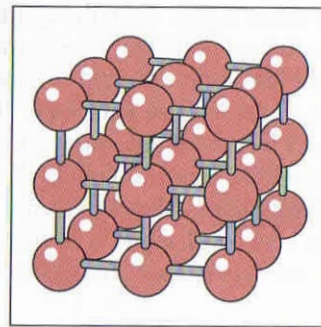
$$\left. \begin{array}{l} W_{out,irr\acute{e}v} < W_{out,r\acute{e}v} \text{ (moteur thermique)} \\ W_{in,irr\acute{e}v} > W_{in,r\acute{e}v} \text{ (r\acute{e}frig\acute{e}ration)} \end{array} \right\} \text{ la diff\acute{e}rence va \acute{a} la g\acute{e}n\acute{e}ration d'entropie}$$

exemple (en classe): preuve qu'un cycle r\acute{e}versible produit plus de travail

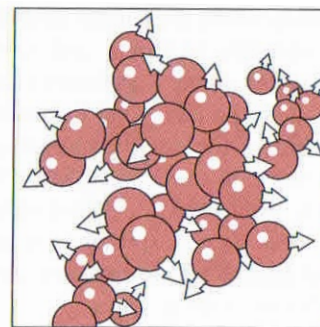
## d) Signification physique de l'entropie

L'entropie est une mesure du nombre de configurations microscopiques que peut contenir un \acute{e}tat macroscopique, autrement dit de d\acute{e}sordre du syst\acute{e}me.

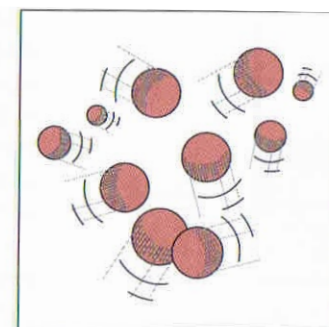
**S=0: \acute{e}tat d'ordre absolu  
l'\acute{e}tat d'une substance  
cristalline pure 0 degr\acute{e} K**



**solide  
(basse entropie)**



**liquide**

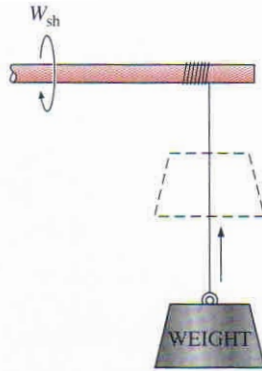


**gaz  
(haute entropie)**

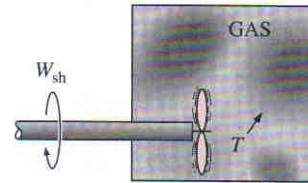
Comme l'\acute{e}nergie cin\acute{e}tique d\acute{e}sordonn\acute{e}e (multidirectionnelle) des particules (\acute{e}nergie interne) est de basse qualit\acute{e} (difficile d'y extraire du travail), l'augmentation de l'entropie repr\acute{e}sente une perte de la qualit\acute{e} de l'\acute{e}nergie, c'est-\acute{a}-dire le potentiel de faire du travail.



# D) SIGNIFICATION PHYSIQUE DE L'ENTROPIE



Énergie organisée ( $W_{sh}$ )  
se convertit en énergie  
organisée ( $\Delta E_{potentielle}$ )  
 $\Delta S=0$



Énergie organisée ( $W_{sh}$ )  
se convertit en énergie  
désorganisée ( $\Delta u$ )  
 $\Delta S>0$

## e) Autres remarques sur l'entropie

- Entropie ( $S$ ) est une propriété extensive avec unité [KJ/K] en SI,  $s=S/m$
- Contrairement à l'énergie, l'**entropie** n'est **pas** une quantité **conservée**
- Lien avec le second principe: une évolution doit aller dans le sens où  $S_{gen} \geq 0$  pour être réalisable
- La génération d'entropie ( $S_{gen}$ ) est une mesure d'irréversibilité dans un système: plus il y en a, plus grand est  $S_{gen}$



# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique

## VII) **Entropie**

Heure 23



- *L'inégalité de Clausius*
- **Entropie d'un corps pur**
- **L'évolution isentropique**
- *Rendement isentropique*
- *Bilan d'entropie*
- *Travail en écoulement permanent et le second principe*

- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs



# RÉCAPITULATIF - ENTROPIE

- L'entropie est une propriété thermodynamique **non-conservée**, contrairement à l'énergie

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \rightarrow \oint dS = 0$$

- **Bilan d'entropie** pour un système intérieurement réversible (du point de vue du système)

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

- P est uniforme lors de l'évolution (quasi-statique)
- T est uniforme lors de l'évolution (Q est lent)
- Aucune dissipation (frottement, viscosité) dans le système
- S augmente si Q est positif, diminue si négatif
- Toute irréversibilité crée de l'entropie, au détriment du travail utile.
- 3 méthodes pour calculer S
  1. Tables thermodynamiques
  2. Évaluation de l'intégrale  $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$
  3. Combiner les bilans de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> principes



# CALCUL DE L'ENTROPIE - TABLES

Comme pour l'énergie interne, pas de mesure directe. On choisit une référence  $s = 0$  [kJ/kg K]

- Pour l'eau: point triple, phase liquide (0.01°C, 0.6113 kPa)

Variation d'entropie par rapport à la référence

- Expérience de calorimétrie (mesure Q)
- Mesure T, Utilise  $C_p$  ou  $C_v$

**L'entropie ( $s$ ) se trouve dans les tables au côté de  $v, u$ , et  $h$  pour le liquide comprimé, liquide et vapeur saturée et vapeur surchauffée.**

$$\Delta S = m\Delta s$$

i) mélange saturé:  $s = s_f + x s_{fg}$

ii) liquide comprimé (en l'absence de tables):  $s \cong s_f(T)$



# CALCUL D'ENTROPIE, INTÉGRATION

Intégration directe de la différentielle  $dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int,rév}}$

- La forme de  $\delta Q(T)$  est très rarement connue

## Quelques observations:

- Si la température est constante

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{12}}{T_{\text{sys}}} \quad (\text{int. rév.})$$

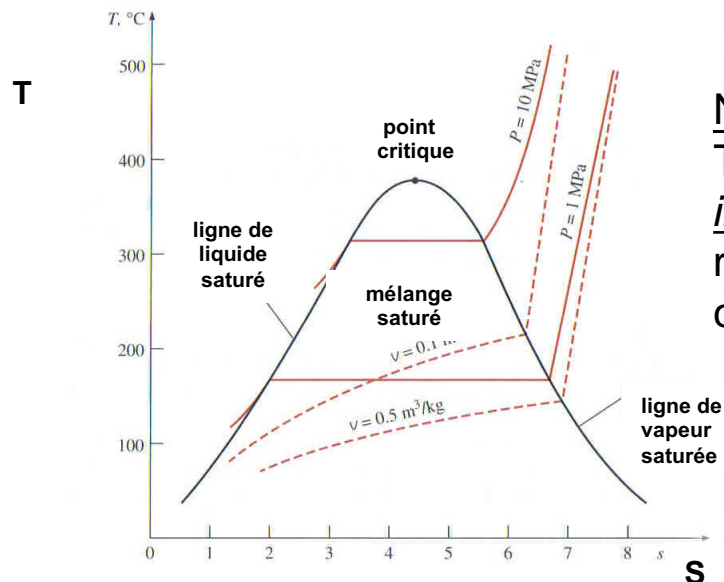
- Changements de phase

- Pour la vaporisation de l'eau  $q_{12} = h_{fg}$

- Si il n'y a pas de transfert de chaleur

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (\text{int. rév.})$$

## Diagramme T-s



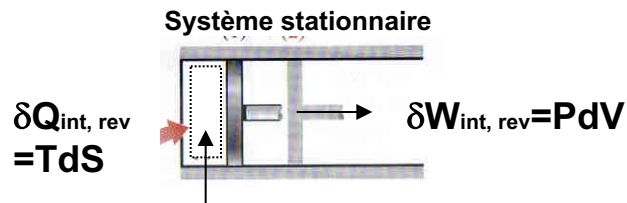
Note: aire sous la courbe T-s pour une évolution intérieurement réversible représente transfert de chaleur  $q$  au système



# 2) ENTROPIE D'UN CORPS PUR

## a) Relations TdS

Évolution intérieurement réversible



Substance pure,  
simple et  
compressible

Bilan d'énergie:

$$dU = \delta Q_{\text{int, rev}} - \delta W_{\text{int, rev}}$$

$$dU = TdS - PdV$$

$$TdS = dU + PdV$$

$$Tds = du + Pdv$$

Équation de Gibbs

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + Pdv + vdP$$

$$dh = Tds + vdP$$

$$Tds = dh - vdP$$

### Notes:

- Bien que dérivées à partir d'une évolution intérieurement réversible, ces relations sont uniquement en termes de propriétés, donc indépendantes de l'évolution
- L'équation de Gibbs permet de lier l'entropie aux autres propriétés, donc de la calculer





# CHANGEMENT D'ENTROPIE D'UNE SUBSTANCE, PURE, SIMPLE ET COMPRESSIBLE

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

Pour intégrer et trouver  $\Delta S$ , il faudrait connaître les relations entre  $u$ ,  $h$  et  $T$  ainsi que les relations d'état liant  $P, v, T$

## c) Changement d'entropie pour un gaz parfait

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

$$Pv = RT$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



# CHANGEMENT D'ENTROPIE POUR UN GAZ PARFAIT

i) analyse approximative:

$$c_v(T) \cong c_{v,moy} = \text{const.}$$

$$c_p(T) \cong c_{p,moy} = \text{const.}$$

[kJ/kg.K]

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

[kJ/kmol.K]

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$

ii) analyse exacte:

Contrairement à  $u$  ou  $h$  pour un gaz parfait,  $s=f(T \text{ et } \underline{v \text{ ou } P})$  et non  $f(T \text{ uniquement})$ . Les tables sont en termes de  $T$  uniquement et donnent:

$$s^o \equiv \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \rightarrow \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^o - s_1^o$$

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kmol.K}]$$



# CHANGEMENT D'ENTROPIE POUR UNE SUBSTANCE INCOMPRESSIBLE (LIQUIDE, SOLIDE)

$$\left. \begin{aligned} dv &= 0 \\ du &= c(T)dT \\ c(T) &\cong c_{moy} = const. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s_2 - s_1 &= \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T} \\ s_2 - s_1 &\cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

## Exemple pour méthane liquide (CBK&L 7.7)

Méthode exacte

$$\begin{aligned} \Delta s &= s_2 - s_1 \\ &= 0.270 \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]} \end{aligned}$$

Méthode approximative

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= 0.303 \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]} \end{aligned}$$

État 1	État 2
$P_1 = 1 \text{ MPa}$	$P_2 = 5 \text{ MPa}$
$T_1 = 110 \text{ K}$	$T_2 = 120 \text{ K}$
$s_1 = 4.875 \text{ Kj/kg K}$	$s_2 = 5.145 \text{ Kj/kg K}$
$c_{p1} = 3.471 \text{ Kj/kg K}$	$c_{p2} = 3.486 \text{ Kj/kg K}$

# 3) L'ÉVOLUTION ISENTROPIQUE

## a) Définition

Évolution qui est *intérieurement réversible* ( $s_{gen}=0$ ) et *adiabatique* ( $q=0$ ):

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + s_{gen} = 0 \rightarrow \boxed{\Delta s = 0} \rightarrow s_1 = s_2$$

utilité: - modéliser un procédé réel

- sert de référence pour définir le rendement d'un procédé réel

## b) Évolution isentropique d'une substance incompressible

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \rightarrow \text{Substance incompressible: isentropique=isothermique}$$

## c) Évolution isentropique pour un gaz parfait

i) Forme approximative:

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \rightarrow c_{v,moy} = c_v$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$R = c_p - c_v$$

$$k \equiv \frac{c_p}{c_v}$$



# ÉVOLUTION ISENTROPIQUE POUR UN GAZ PARFAIT

similairement:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-\frac{R}{c_v}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \quad \text{éqn. (1)}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \rightarrow c_{p,moy} = c_p$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_p} \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{éqn. (2)}$$

**(isentropique)**

éqn. (1)=éqn. (2):  $\left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \rightarrow Pv^k = const.$

$Tv^{k-1} = const.$
$TP^{\frac{1-k}{k}} = const.$

ii) forme exacte:

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{s_2^o - s_1^o}{R}} = \frac{e^{\frac{s_2^o}{R}}}{e^{\frac{s_1^o}{R}}} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{S=const.} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \quad \text{éqn. (3)}$$

**formes approximatives d'évolution isentropique pour gaz parfait.  $k$  (fonction de  $T$ ) est évaluée à une  $T$  moyenne**



# ÉVOLUTION ISENTROPIQUE POUR UN GAZ PARFAIT

où  $P_r \equiv e^{\frac{s^\circ}{R}} = f(T) \longrightarrow$  **'pression relative' (sans dimension et seulement définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et donné dans les tables)**

Alternativement: équation d'état d'un gaz parfait donne

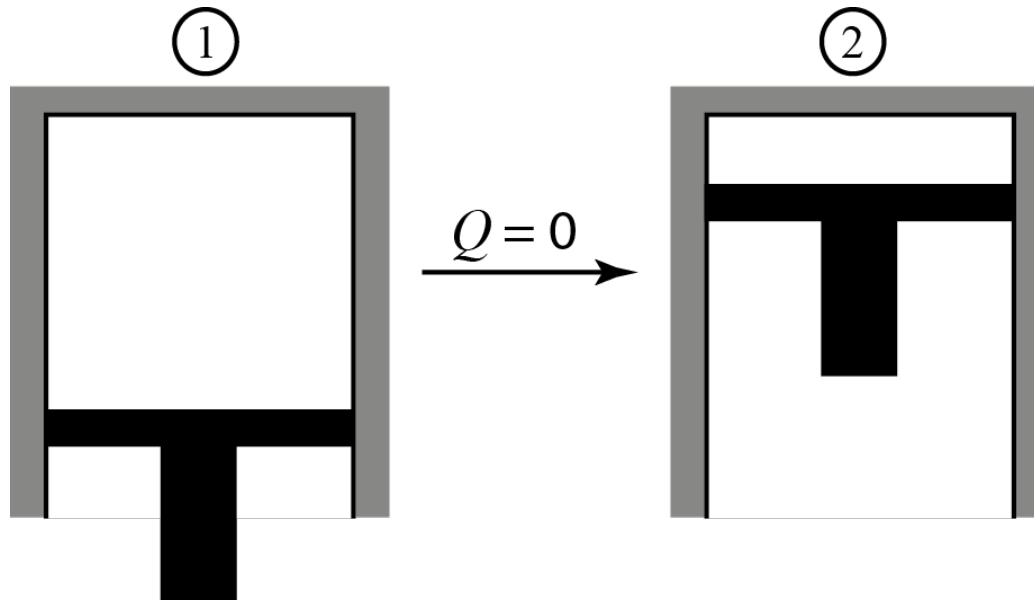
$$Pv = RT \rightarrow \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \quad \text{éqn. (4)}$$

éqn. (3) dans (4): (évol. isentropique)  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_{1r}}{P_{2r}} \right) = \frac{T_2/P_{r2}}{T_1/P_{r1}} \equiv \frac{v_{2r}}{v_{1r}} \rightarrow \boxed{\left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{2r}}{v_{1r}}}$

où  $v_r \equiv \frac{T}{P_r} = f(T) \longrightarrow$  **'volume spécifique relatif' donné dans tables (seulement défini pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait)**



# EXEMPLE #17: COMPRESSION ISENTROPIQUE DE L'AIR DANS UN MOTEUR À PISTON



$P_1 = 95 \text{ kPa}$	$V_1/V_2 = 8$
$T_1 = 22^\circ\text{C}$	$T_2 = ?$



CBK&L ex. 7.10, p. 344 (p. 314 dans CB&L, 2ème éd., p. 304 dans 1ère éd., p. 366 dans C&B, 6ème éd.)

# QUESTION CONCEPTUELLE

## RELATIONS ISENTROPIQUES

On comprime de l'air sec initialement à 30°C de manière adiabatique et réversible. Calculez le taux de compression ( $r = v_1/v_2$ ) maximum qu'il est possible d'utiliser pour que la température finale n'excède pas 250°C. L'air peut être considéré comme un gaz parfait à chaleur massiques constantes ( $k = 1.4$ )

- A.  $r = 2.55$
- B.  $r = 3.91$
- C.  $r = 1.24$
- D.  $r = 0.26$





# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique

## VII) **Entropie**

- *L'inégalité de Clausius*
- *Entropie d'un corps pur*
- *L'évolution isentropique*
- **Rendement isentropique**
- **Bilan d'entropie**
- *Travail en écoulement permanent et le second principe*

heures 24-25



- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs

# 4) RENDEMENT ISENTROPIQUE

« Paramètre pour comparer la performance dispositifs quasi-adiabatique avec écoulement permanent (turbines, compresseurs, tuyères, ...) versus une référence idéale (réversible, adiabatique, donc isentropique) »

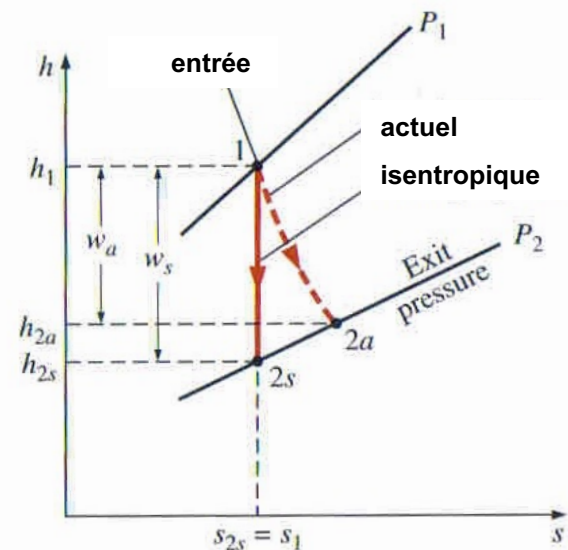
## a) Turbines

$$\eta_T \equiv \frac{\text{travail\_actuel}}{\text{travail\_isentropique}} = \frac{W_a}{W_s} = \frac{w_a}{w_s}$$

**pour mêmes conditions d'entrée**  
**même pression à la sortie**

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



# RENDEMENT ISENTROPIQUE

## b) Compresseurs

$$\eta_c \equiv \frac{\text{travail}_{\text{isentropique}}}{\text{travail}_{\text{actuel}}} = \frac{W_s}{W_a} = \frac{w_s}{w_a}$$

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

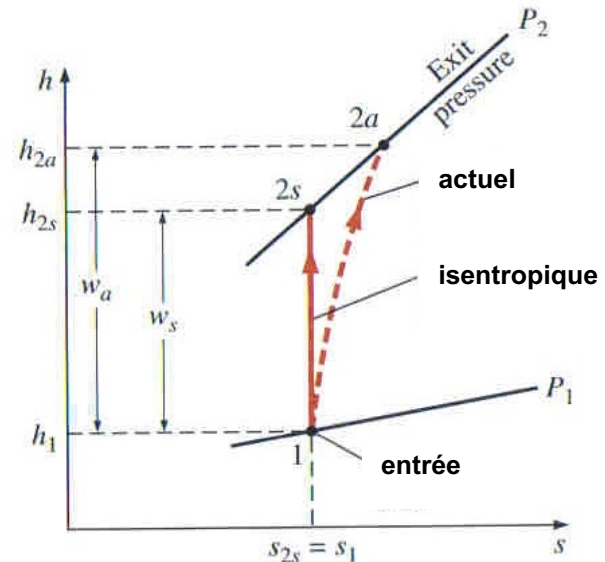
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

**pompes** (incompressible, négligeant changement d'énergie cinétique et potentielle):

$$\eta_P = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

**car (on va voir plus tard):**  $w_{rev} = -\int_1^2 v dP$

**pour mêmes conditions d'entrée**  
**même pression à la sortie**



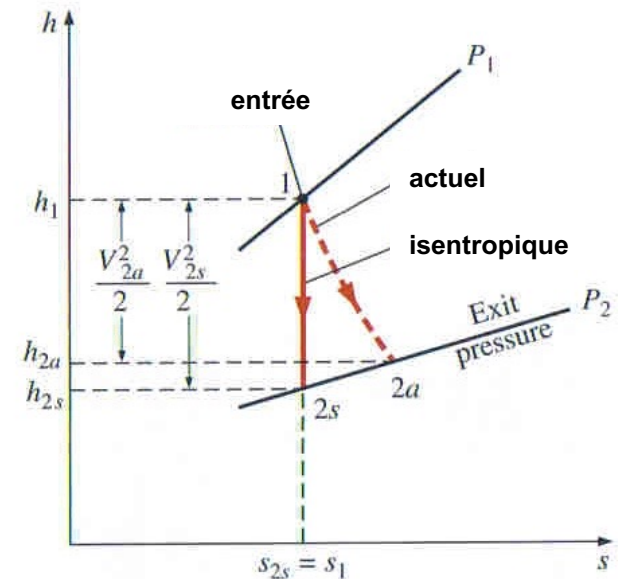
# RENDEMENT ISENTROPIQUE

## c) Tuyères

$$\eta_N \equiv \frac{Ec\_sortie\_actuel}{Ec\_sortie\_isentropique} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

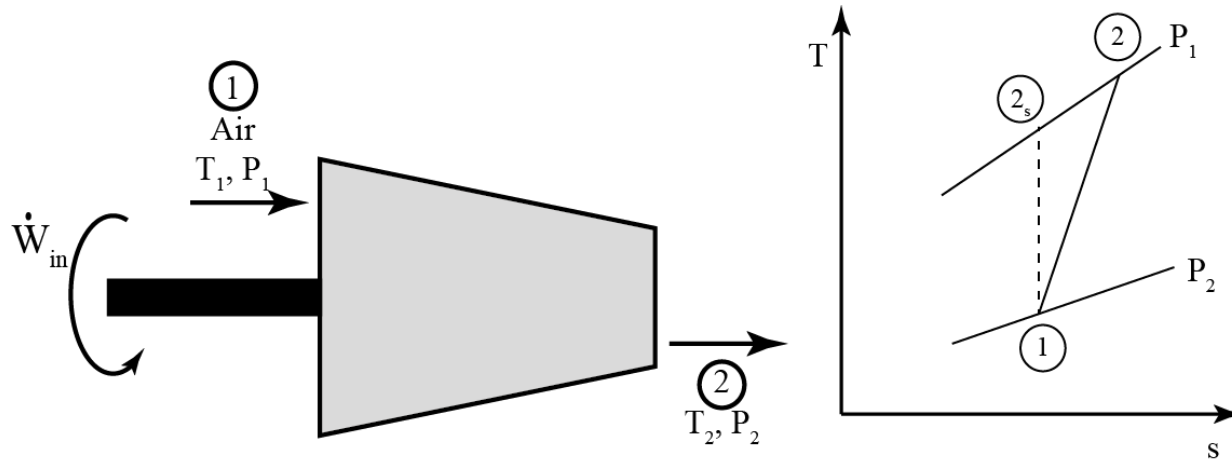
Si on néglige le changement d'énergie potentielle entre l'entrée et la sortie ainsi que la vitesse à l'entrée:

$$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



**Exemples (à lire):** - CBK&L ex. 7.14, p.352 (p. 322, dans CB&L, 2ème éd., p. 312 dans 1ère éd., p. 377 dans C&B, 6ème éd.)  
- CBK&L ex. 7.16, p. 356 (p. 326 dans CB&L, 2ème éd., p. 316 dans 1ère éd., p. 381 dans C&B, 6ème éd.)

# EXEMPLE #18: COMPRESSEUR D'AIR

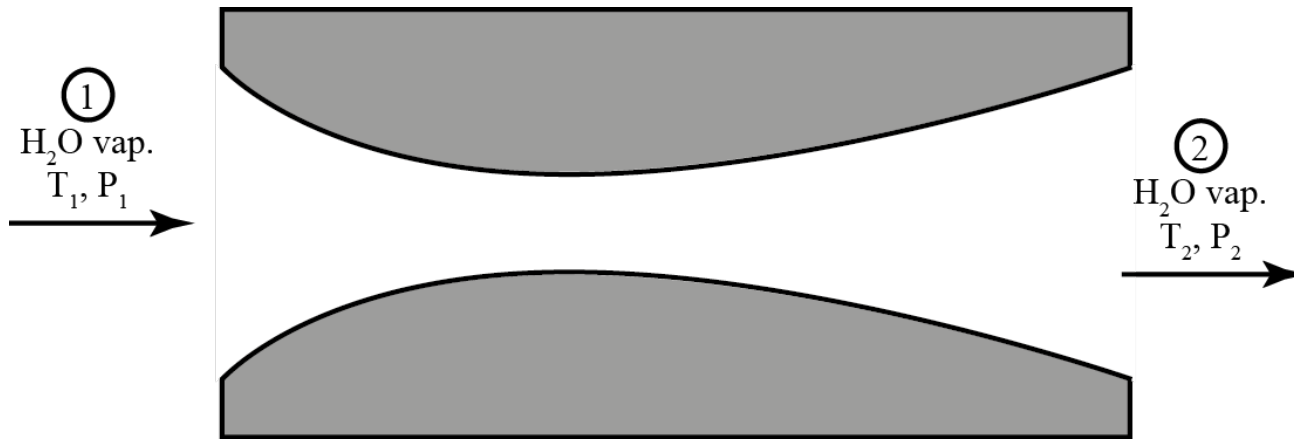


$P_1 = 95 \text{ kPa}$	$P_2/P_1 = 6$
$T_1 = 22^\circ\text{C}$	$T_2 = ?$

- Rendement isentropique  $\eta_c = 0.92$
- Air, gaz parfait
- Écoulement permanent



# EXEMPLE #19: TUYÈRE À VAPEUR



$P_1 = 1 \text{ MPa}$	$P_2 = 300 \text{ kPa}$
$T_1 = 350^\circ\text{C}$	$T_2 = 210^\circ\text{C}$
$v_1 = 30 \text{ m/s}$	

Tuyère adiabatique

- Écoulement permanent
- Rendement isentropique?



# QUESTION CONCEPTUELLE

## RENDEMENT ISENTROPIQUES

On considère la turbine adiabatique ci-dessous. Le fluide est de la vapeur d'eau. On néglige toutes variations d'énergies potentielle et cinétique. Déterminer la température de sortie T2

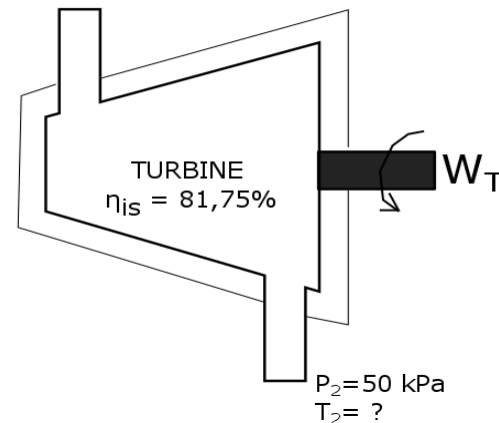
- A.  $T_2 = 8.33 \text{ °C}$
- B.  $T_2 = 81.32 \text{ °C}$
- C.  $T_2 = 100 \text{ °C}$
- D.  $T_2 = 150 \text{ °C}$

Saturated water—Pressure table

Press., P kPa	Sat. temp., $T_{\text{sat}}$ °C	Specific volume, $\text{m}^3/\text{kg}$		Internal energy, $\text{kJ/kg}$			Enthalpy, $\text{kJ/kg}$		Entropy, $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$			
		Sat. liquid, $v_f$	Sat. vapor, $v_g$	Sat. liquid, $u_f$	Evap., $u_{fg}$	Sat. vapor, $u_g$	Sat. liquid, $h_f$	Evap., $h_{fg}$	Sat. vapor, $h_g$	Sat. liquid, $s_f$	Evap., $s_{fg}$	Sat. vapor, $s_g$
20	60.06	0.001017	7.6481	251.40	2204.6	2456.0	251.42	2357.5	2608.9	0.8320	7.0752	7.9073
25	64.96	0.001020	6.2034	271.93	2190.4	2462.4	271.96	2345.5	2617.5	0.8932	6.9370	7.8302
30	69.09	0.001022	5.2287	289.24	2178.5	2467.7	289.27	2335.3	2624.6	0.9441	6.8234	7.7675
40	75.86	0.001026	3.9933	317.58	2158.8	2476.3	317.62	2318.4	2636.1	1.0261	6.6430	7.6691
50	81.32	0.001030	3.2403	340.49	2142.7	2483.2	340.54	2304.7	2645.2	1.0912	6.5019	7.5931

	$P = 3.00 \text{ MPa (233.85°C)}$			
Sat.	0.06667	2603.2	2803.2	6.1856
225				
250	0.07063	2644.7	2856.5	6.2893
300	0.08118	2750.8	2994.3	6.5412
350	0.09056	2844.4	3116.1	6.7450
400	0.09938	2933.6	3231.7	6.9235
450	0.10789	3021.2	3344.9	7.0856
500	0.11620	3108.6	3457.2	7.2359
600	0.13245	3285.5	3682.8	7.5103

$P_1 = 3 \text{ MPa}$   
 $T_1 = 500 \text{ °C}$



# 5) BILAN D'ENTROPIE

## a) Général

$$\Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$$

$$\dot{S}_{sys} = \dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen}$$

Termes:

$$\Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$$

i) Changement d'entropie du système ( $\Delta S_{sys}$ )

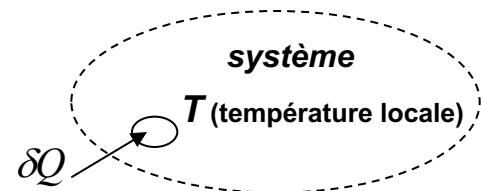
$$\Delta S_{sys} = S_{final} - S_{initial} = S_2 - S_1$$

Notes: - l'entropie est une propriété donc  $\Delta S_{sys} = 0$  pour les cycles et  $\dot{S}_{sys} = 0$  pour les dispositifs à écoulement permanent

- l'entropie est une propriété extensive donc:  $S_{sys} = \int_m s dm = \sum S_{composante}$

ii) Mécanismes de transfert d'entropie ( $S_{in}$  et  $S_{out}$ )

- transfert de chaleur:  $S_{chaleur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$



Note: le travail n'implique **aucun** transfert d'entropie

+: entrant  
-: sortant





# BILAN D'ENTROPIE

## ii) Mécanismes de transfert d'entropie ( $S_{in}$ et $S_{out}$ ) (cont.)

- écoulement:  $S_{masse} = \delta m_{in} s_{in} - \delta m_{out} s_{out}$

$V_n$  : vitesse perpendiculaire à la frontière  
↓

$$\dot{S}_{masse} = \dot{m}_{in} s_{in} - \dot{m}_{out} s_{out} = - \int_{A_{frontière}} s \rho V_n dA$$

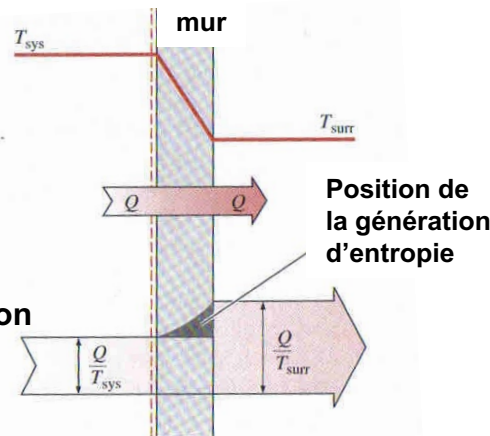
## iii) Génération d'entropie ( $S_{gen}$ )

$S_{gen} \geq 0$  :  $S_{gen} = 0$  réversible, entropie conservée  
 $S_{gen} > 0$  irréversible, entropie non conservée

$S_{gen}$  est une mesure de la génération d'entropie par les irréversibilités à l'intérieur des frontières du système telles que la friction, l'évolution non quasi-statique et le transfert de chaleur à travers un gradient de température

ex: Q à travers un mur

**Note:** dans ce cas,  $S_{gen}=0$  (système *intérieurement réversible*) car la génération d'entropie se fait à l'extérieur du système



**Note:** Si le système incluait le mur,  $S_{gen}>0$  car la génération d'entropie se ferait à l'intérieur du système



# BILAN D'ENTROPIE

## b) bilan d'entropie d'un système fermé

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

Note: pour un système fermé et adiabatique ( $Q=0$ )  $S_2 - S_1 = S_{gen}$

## c) bilan d'entropie d'un système ouvert

$$\dot{S}_{sys} = \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \sum \dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{gen}$$

Notes: - pour un système ouvert à écoulement permanent ( $\dot{S}_{sys} = 0$ )

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_{out} s_{out} - \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- pour un système ouvert à écoulement permanent avec une entrée/sortie

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in}) - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- pour un système ouvert adiabatique à écoul. perm. avec une entrée/sortie

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in})$$



# EXEMPLE #20: BOÎTE DE VITESSE

- Régime permanent
- Température uniforme  $T_S$  sur la surface  $A$

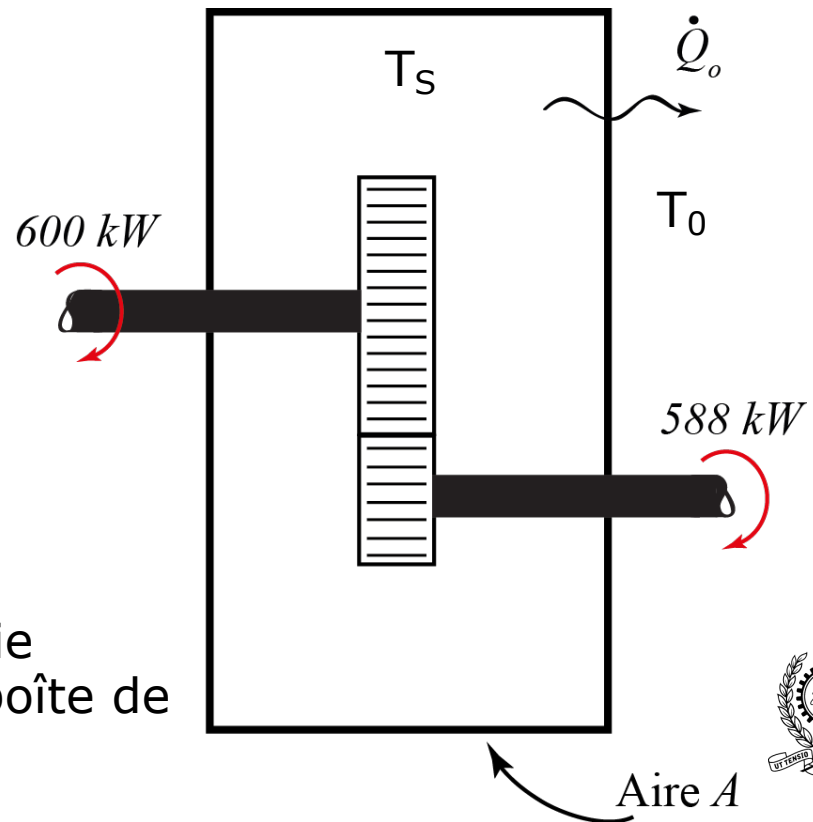
$$\dot{Q}_0 = hA(T_S - T_0)$$

$$h = 0.17 \frac{kW}{m^2 \cdot K}$$

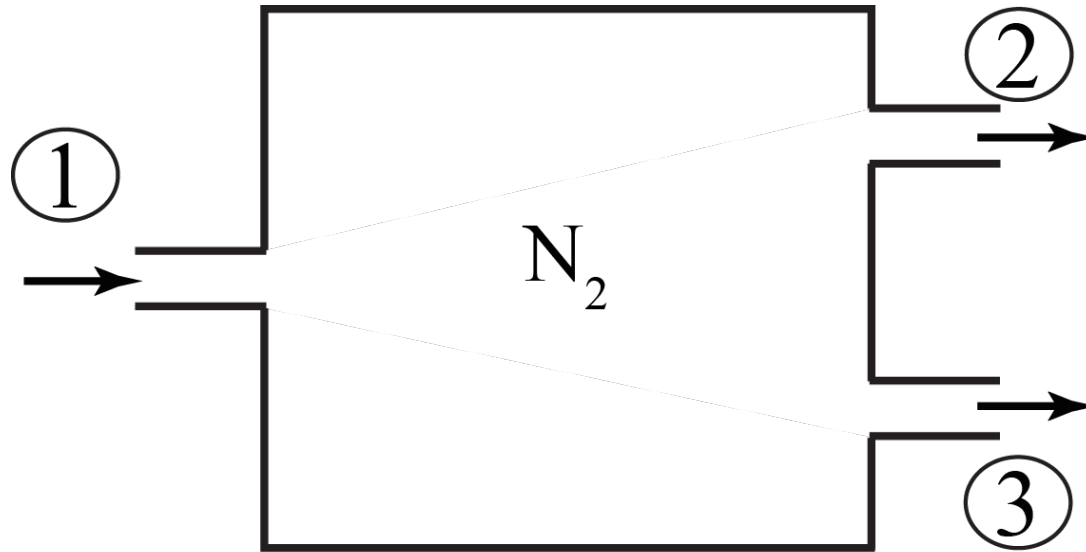
$$A = 1.8m^2$$

Quel est le taux de création d'entropie

- a) Système comprenant seulement boîte de vitesse?
- b) Système tel que  $T_{frontière} = T_0$  ?



# EXEMPLE #21: DISPOSITIF À AZOTE (N<sub>2</sub>)

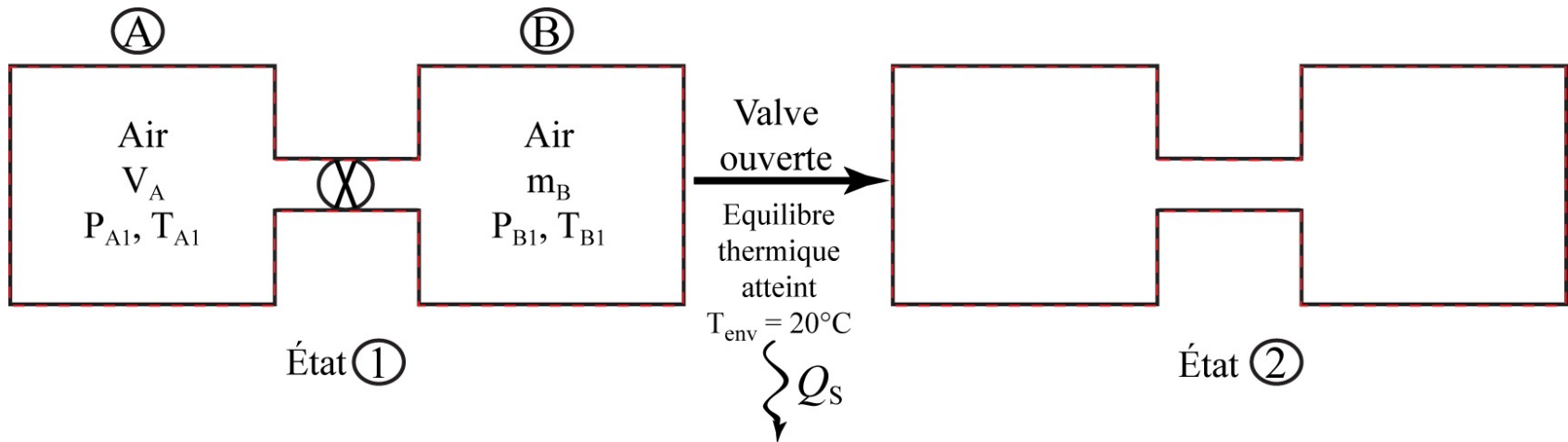


$P_1 = 600 \text{ kPa}$	$P_2 = 100 \text{ kPa}$	$P_3 = P_2$
$T_1 = 21^\circ\text{C}$	$T_2 = 82^\circ\text{C}$	$T_3 = -40^\circ\text{C}$
	$\dot{m}_2 = \dot{m}_3$	

- Écoulement permanent
- $\dot{Q} = \dot{W} = 0$
- Azote = gaz parfait
  - $k = 1.4$
  - $R = 0.287 \text{ kJ/kg K}$



# SUITE EXEMPLE #8, CRÉATION D'ENTROPIE, SYSTÈME FERMÉ



État 1	
$V_A = 1 \text{ m}^3$	$m_B = 5 \text{ kg}$
$P_{A1} = 500 \text{ kPa}$	$P_{B1} = 200 \text{ kPa}$
$T_{A1} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{B1} = 35 \text{ }^\circ\text{C}$

## Questions:

- $V_B = 2.21 \text{ m}^3$
- $P_2 = 284.2 \text{ kPa}$
- $Q_s = 74.74 \text{ kJ}$
- $S_{gen} \text{ (tot)}?$



# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) Propriétés des corps purs, simples et compressibles
- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique

## **VII) Entropie**

- *L'inégalité de Clausius*
- *Entropie d'un corps pur*
- *L'évolution isentropique*
- *Rendement isentropique*
- *Bilan d'entropie*

heures 26-27



**- Travail en écoulement permanent et le second principe**

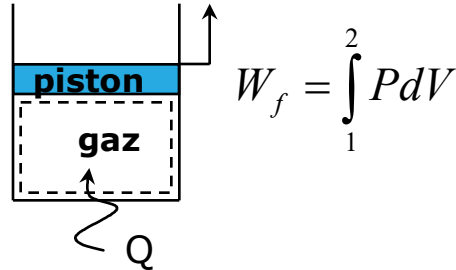
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs



# 6) TRAVAIL EN ÉCOULEMENT PERMANENT ET LE SECOND PRINCIPE

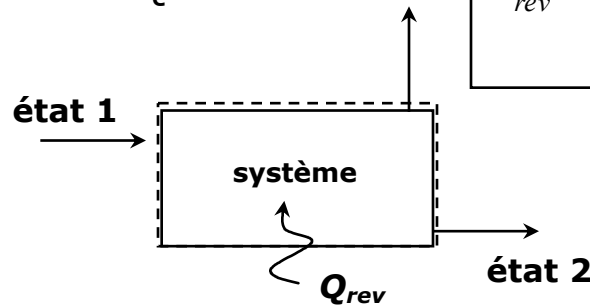
## a) Travail réversible pour écoulement permanent

Pour un système fermé:



$W_{rev} = ?$  **Travail rév. (maximum) en fonction des propriétés à l'entrée et à la sortie**

Pour un système ouvert:

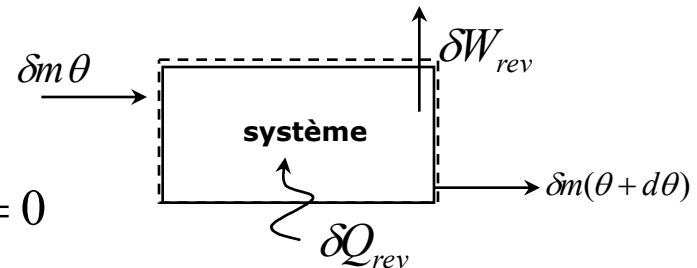


Bilan d'énergie:

$$dE_{sys} = \delta Q_{rev} - \delta W_{rev} + \delta m \theta - \delta m(\theta + d\theta) = 0$$

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = d\theta = dh + de_c + de_p$$

$$\delta w_{rev} = \delta q_{rev} - dh - de_c - de_p \longrightarrow$$



$$Tds = dh - vdP$$

$$\delta q_{rev} \equiv Tds$$



# 6) TRAVAIL EN ÉCOULEMENT PERMANENT ET LE SECOND PRINCIPE

## a) Travail réversible pour écoulement permanent (cont.)

$$\delta w_{rev} = TdS - (TdS + vdP) - de_c - de_p$$

$$w_{rev} = -\int_1^2 vdP - \Delta e_{c1,2} - \Delta e_{p1,2}$$

Travail ***réversible (maximum)*** par système en écoulement permanent

### i) Implications:

- Le travail d'un dispositif en écoulement permanent augmente avec le volume spécifique ( $v$ )
- Pour un compresseur, on devrait minimiser  $v$  pour minimiser le travail requis
- Pour une turbine, on devrait maximiser  $v$  pour maximiser le travail sortant





# LE TRAVAIL ISOTHERMIQUE ET POLYTROPIQUE POUR LES GAZ

En négligeant  $\Delta e_c$  et  $\Delta e_p$   $w_{rev} = -\int_1^2 v dP$

Isothermique (gaz parfait):  $Pv = const = P_1 v_1 \rightarrow v = \frac{P_1 v_1}{P} \rightarrow (Pv = RT = const \text{ pour } T \text{ const.})$

$$w_{rev} = -P_1 v_1 \int_1^2 \frac{dP}{P} = -P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = -RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Polytropique:  $Pv^n = const = C = P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \rightarrow v = C^{\frac{1}{n}} P^{-\frac{1}{n}}$

$$w_{rev} = -C^{\frac{1}{n}} \int_1^2 P^{-\frac{1}{n}} dP = -C^{\frac{1}{n}} \left( \frac{P_2^{-\frac{1}{n}+1} - P_1^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$w_{rev} = \frac{-1}{-\frac{1}{n}+1} \left[ \left( P_2 v_2^n \right)^{\frac{1}{n}} P_2^{-\frac{1}{n}+1} - \left( P_1 v_1^n \right)^{\frac{1}{n}} P_1^{-\frac{1}{n}+1} \right]$$

$$w_{rev} = \frac{-n}{n-1} (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

**Gaz Parfait:**  $Pv = RT \rightarrow w_{rev} = \frac{-nR}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{-nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$

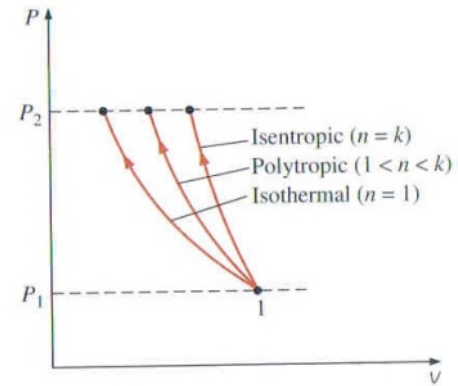


# TRAVAIL EN ÉCOULEMENT PERMANENT ET LE SECOND PRINCIPE

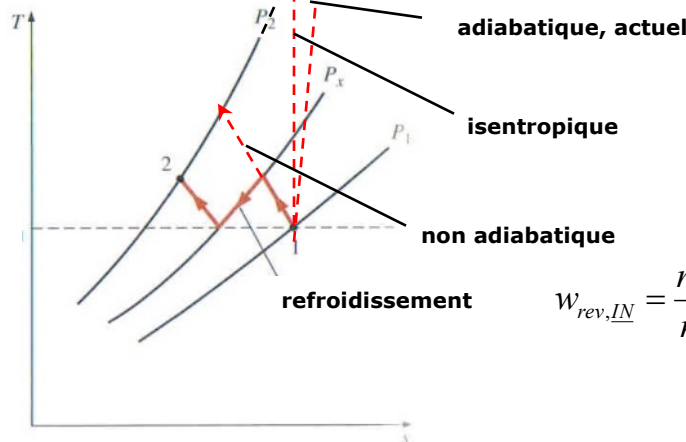
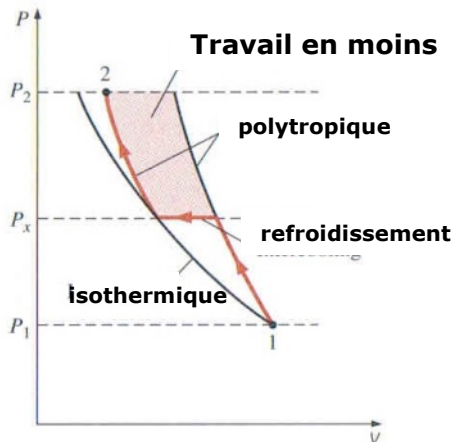
iii) Minimisation du travail de compression

$$W_{rev} = - \int_1^2 v dP \longrightarrow \text{Minimum } W_{rev} \text{ en minimisant } v$$

**Exemple: minimiser l'augmentation de la température**



Compression (polytropique) multiétage, avec refroidissement intermédiaire



$$W_{rev,IN} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$



# TRAVAIL EN ÉCOULEMENT PERMANENT ET LE SECOND PRINCIPE

## b) Travail réversible versus travail irréversible

On veut prouver que le travail d'un système réversible en écoulement permanent est toujours plus grand que celui d'un système irréversible pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie.

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_c + de_p = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$Tds - \delta w_{rev} = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{irrev}}{T} = ds - \frac{\delta q_{irrev}}{T} \longrightarrow ds > \frac{\delta q_{irrev}}{T}$$

**Principe d'accroissement de l'entropie**

$$\delta w_{rev} > \delta w_{irrev}$$



## EXEMPLE #22: COMPRESSION LIQUIDE VS GAZ

Compression nécessaire dans plusieurs cycles thermodynamiques. Pourquoi chercher à faire ce travail sur substance liquide plutôt que gazeuse (nécessite un condenseur)?

Comparaison du travail spécifique nécessaire pour compression de vapeur saturée vs liquide saturé.

Liquide sat.	Vapeur sat.
Pompe	Compresseur
$P_1 = 100 \text{ kPa}$	$P_2 = 1 \text{ MPa}$



# EXEMPLE #23: TRAVAIL DE COMPRESSION

Comparaison du **travail de compression** nécessaire en fonction de la **nature de la transformation**

- Compression isentropique ( $n=k$ )
- Compression polytropique avec  $n=1.3$
- Compression isotherme
- 2 étages de compression polytropique identiques avec  $n=1.3$

État 1	État 2
$P_1 = 100 \text{ kPa}$	$P_2 = 900 \text{ kPa}$
$T_1 = 300 \text{ K}$	

