

# MEC1210\_Thermodynamique (Heures 22-27)

---

## *Entropie*



*Smail Guenoun*

*(D'après les notes de cours de Pr.Huu Duc Vo)*

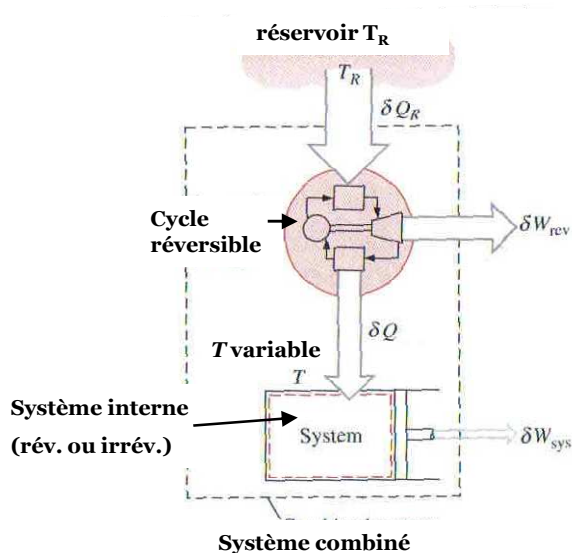
# Objectifs

---

- ❖ *Appliquer la deuxième loi de la thermodynamique aux évolutions*
- ❖ *Établir le principe d'accroissement de l'entropie*
- ❖ *Étudier les évolutions isentropiques au sein de dispositifs et des machines*
- ❖ *Définir le rendement isentropique de dispositifs de des machines*

# Inégalité de Clausius et Entropie

## 1) Inégalité de Clausius



$$\delta W_c = \delta Q_R - dE_c \quad (1^{ère} \text{ loi pour système combiné}) \text{ où:}$$

$$\delta W_c = \delta W_{rev} + \delta W_{sys}$$

$$\delta W_c = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_c$$

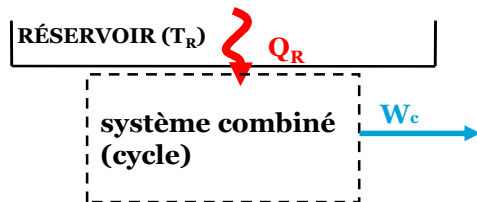
Pour le cycle réversible:

$$\frac{\delta Q_R}{\delta Q} = \frac{T_R}{T} \rightarrow \delta Q_R = T_R \frac{\delta Q}{T}$$

Laissons le système combiné faire un cycle complet du système interne en même temps que plusieurs cycles entiers du cycle réversible:

$$\oint \delta W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} - \underbrace{\oint dE_c}_{=0 \text{ (pour un cycle)}} \Rightarrow \oint \delta W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T}$$

Équivalent à



$$\Rightarrow W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (\text{Pour ne pas violer l'énoncé de Kelvin-Planck})$$

Inégalité de Clausius

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \rightarrow \oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int \text{ rev}} = 0$$

Car en l'absence d'irréversibilité interne, le système combiné peut effectuer l'évolution inverse avec un travail inversé, mais comme le travail ne peut être positif, il ne peut donc être que ZÉRO!

# Inégalité de Clausius et Entropie

## 2) Entropie

Inégalité de Clausius donne pour un cycle réversible:  $\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$

- Pour une propriété traversant un cycle:  $\oint d(\text{propriété}) = 0$

- Clausius a défini une propriété '**entropie**' ( $S$ ):

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \rightarrow \oint dS = 0$$

**Note:** *similairement à l'énergie, c'est le changement d'entropie qui importe le plus:*

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

(+ve): transfert de chaleur au système

température locale à la frontière du système où la chaleur passe

durant une évolution intérieurement réversible!

# Inégalité de Clausius et Entropie

## 2) Entropie

### - Cas d'une évolution isotherme

Pour le cas d'une évolution isotherme, l'accroissement de l'entropie est donnée par :

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{int rev}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{int rev}} = \frac{Q}{T_0} \quad (kJ / K)$$

$T_0$  : Température constante du système

Q: La chaleur transmise durant l'évolution réversible intérieurement.

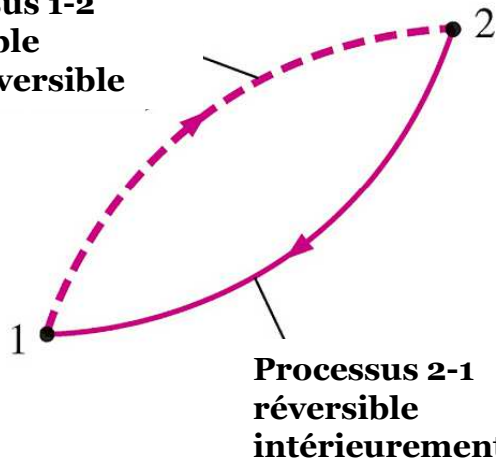
# Principe d'accroissement de l'entropie

## 2) Entropie

En appliquant l'inégalité de Clausius:

Considérons un système faisant un cycle fait d'une évolution réversible et d'une évolution réversible ou irréversible

Processus 1-2  
réversible  
ou irréversible



$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0 \Rightarrow S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

**Avec :**  $S_{gen} \begin{cases} > 0: \text{évolution irréversible} \\ = 0: \text{évolution réversible} \\ < 0: \text{évolution impossible} \end{cases}$

- ❑ Pour une **évolution adiabatique** ( $\delta Q = 0$ ):  $\Delta S_{Syst,int} = S_{gen} \geq 0$
- ❑ L'entropie d'un système isolé **augmente toujours**, ou reste **inchangée** pour une évolution réversible

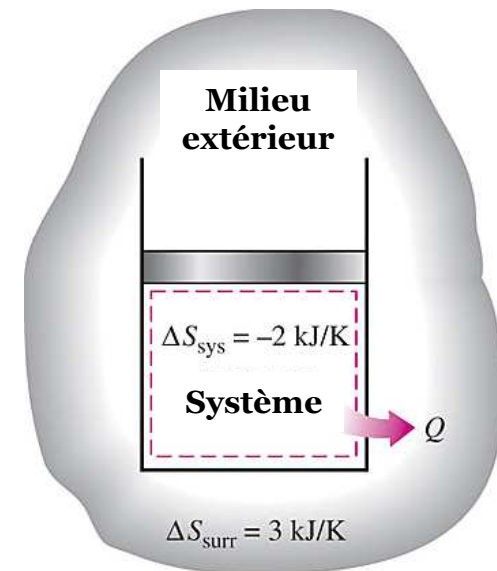
# Principe d'accroissement de l'entropie

## 2) Entropie

- Si on combine le système et l'environnement pour former un système combiné isolé (sans interactions avec l'extérieur):

$$\Delta S_{syst, combiné} = \Delta S_{syst} + \Delta S_{env} = \Delta S_{syst, isolé} \geq 0$$

→ Donc l'entropie de l'univers (système + environnement) augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible



$$S_{gen} = \Delta S_{total} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 1 \text{ kJ/K}$$

# Principe d'accroissement de l'entropie

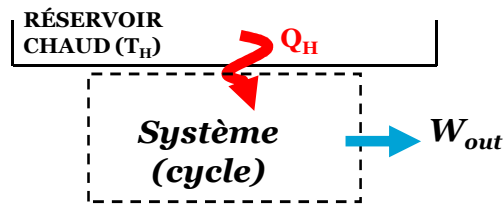
## 2) Entropie

### Notes:

- l'entropie d'un système peut descendre durant une évolution, mais celui de l'univers doit augmenter ou rester constant

- lien entre  $S_{gen}$  et les énoncés de Clausius et de Kelvin-Planck

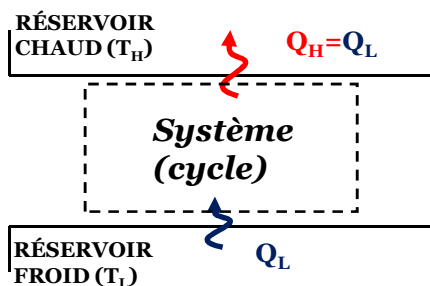
### Énoncé de Kelvin-Planck



$$\underbrace{S_f - S_i}_{=0 \text{ (cycle)}} = \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen}$$

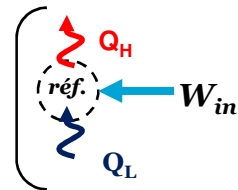
$$S_{gen} = \frac{-Q_H}{T_H} < 0 \quad (\text{Impossible})$$

### Énoncé de Clausius



$$\underbrace{S_f - S_i}_{=0 \text{ (cycle)}} = 0 = \frac{Q_L}{T_L} - \frac{Q_H}{T_H} + S_{gen} \Rightarrow S_{gen} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L}$$

$$Q_H = Q_L \text{ et } T_H > T_L \rightarrow S_{gen} < 0 \quad (\text{impossible})$$



réfrigérateur réversible:  $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L} \rightarrow S_{gen} = 0$

réfrigérateur irréversible:  $Q_H > Q_L \frac{T_H}{T_L}$  (car  $W_{in} > W_{in,rev}$ )  $\rightarrow S_{gen} > 0$



# Principe d'accroissement de l'entropie

## 2) Entropie

**Notes:** - Pour un cycle opérant entre deux réservoirs:  $W = Q_{in} - Q_{out}$

$W_{out, irr\acute{e}v} < W_{out, r\acute{e}v}$  (moteur thermique) } la différence va à la génération d'entropie  
 $W_{in, irr\acute{e}v} > W_{in, r\acute{e}v}$  (réfrigération)

### Remarques sur l'entropie

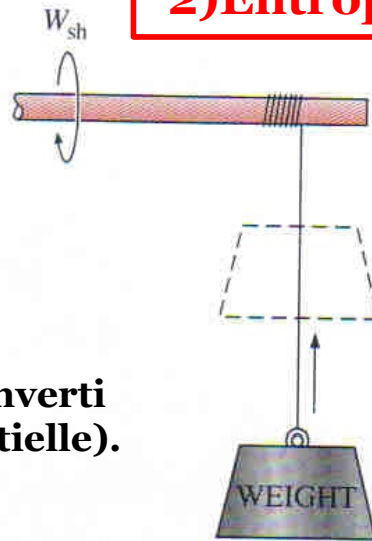
- ❖ L'entropie est une mesure du désordre moléculaire d'un système
- ❖ Une évolution se produit dans le sens qui obéit au principe d'accroissement d'entropie ( $S_{gén} \geq 0$ ). Une évolution qui enfreint ce principe ne peut se manifester.
- ❖ À l'exception d'une évolution réversible, il n'existe pas de principe de conservation d'entropie contrairement à l'énergie.
- ❖ La production d'entropie est une mesure quantitative de la grandeur des irréversibilités qui interviennent durant une évolution: plus il y en a, plus grand est  $S_{gén}$

# Principe d'accroissement de l'entropie

## 2) Entropie

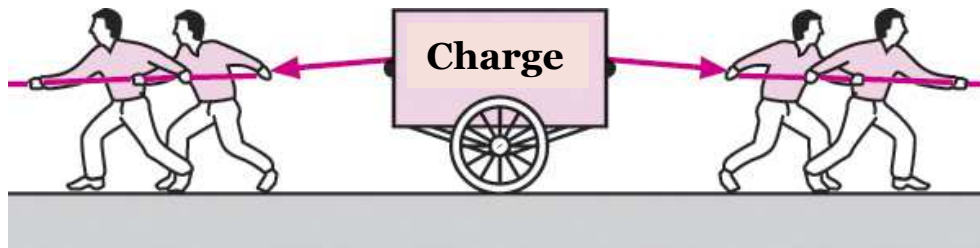
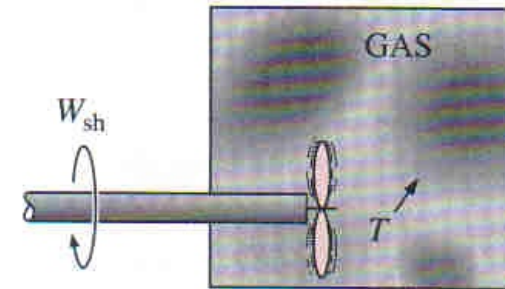
Énergie organisée ( $W_{sh}$ ) se converti en énergie organisée ( $\Delta E_{potentielle}$ ).

$$\Delta S = 0$$



Énergie organisée ( $W_{sh}$ ) se converti en énergie désorganisée ( $\Delta u$ ).

$$\Delta S > 0$$



Une énergie désorganisée ne peut créer un effet utile

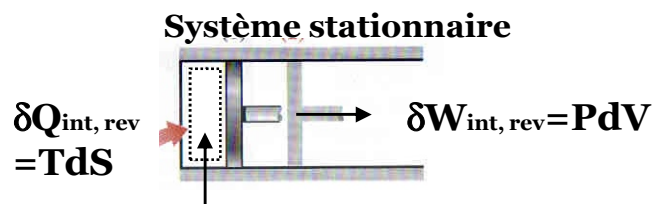


Le « frottement » en milieu de travail réduit la performance

# Entropie d'un corps pur

## Relations TdS

évolution intérieurement réversible



Substance pure, simple et compressible

Bilan d'énergie:

$$dU = \delta Q_{\text{int,rev}} - \delta W_{\text{int,rev}} \quad (1^{\text{ere}} \text{ loi})$$

$$dU = TdS - PdV \quad (\text{car: } ds = \frac{\delta Q_{\text{int,rev}}}{T})$$

$$TdS = dU + PdV$$

$$Tds = du + Pdv \quad (\text{Équation de Gibbs})$$

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + Pdv + vdP$$

$$dh = Tds + vdP$$

$$Tds = dh - vdP \quad (\text{Équation de Gibbs})$$

$$\Rightarrow ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

$$\Rightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

## Notes:

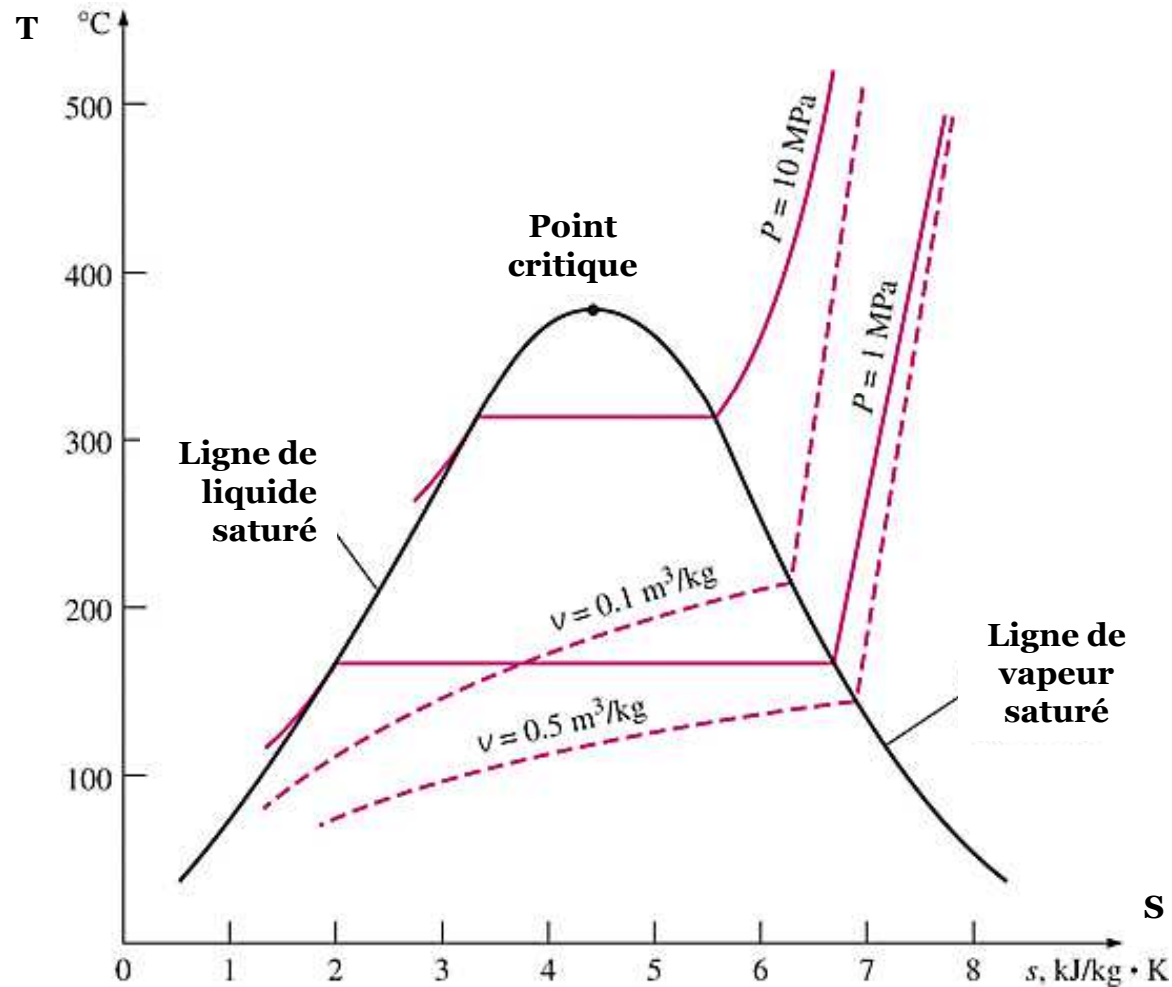
- Bien que dérivés à partir d'une évolution intérieurement réversible, ces relations sont uniquement en terme de propriétés, dont indépendantes de l'évolution
- L'équation de Gibbs permet de lier l'entropie aux autres propriétés, donc de le calculer.

$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ ds &= \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \end{aligned} \right\}$$

**Pour intégrer et trouver  $\Delta S$ , il faudrait connaître les relations entre u, h et T ainsi que les relations d'état liant P, v, T**

# Entropie d'un corps pur

## Changement d'entropie d'une substance, pure, simple et compressible (tables)



### Diagramme T-s

**Note:** aire sous le courbe T-s pour une évolution intérieurement réversible représente transfert de chaleur  $q$  au système.

# Entropie d'un corps pur

- ❑ L'entropie ( $s$ ) se trouve dans les tables au côté de  $v, u$ , et  $h$  pour le liquide comprimé, liquide et vapeur saturée et vapeur surchauffée.

$$\Delta S = m\Delta s$$

- ❑ Mélange saturé:  $S = S_f + xS_{fg}$

- ❑ Liquide comprimé (en l'absence de tables):  $s \cong s_f(T)$

## Changement d'entropie pour un gaz parfait

$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ ds &= \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \end{aligned} \right\} \text{Et comme: } \begin{cases} du = c_v dT \\ dh = c_p dT \\ Pv = RT \end{cases} \quad \text{(gaz parfaits)}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

# Entropie d'un corps pur

## 1) Analyse approximative:

$$c_v(T) \cong c_{v,moy} = \text{const.}$$

$$c_p(T) \cong c_{p,moy} = \text{const.}$$

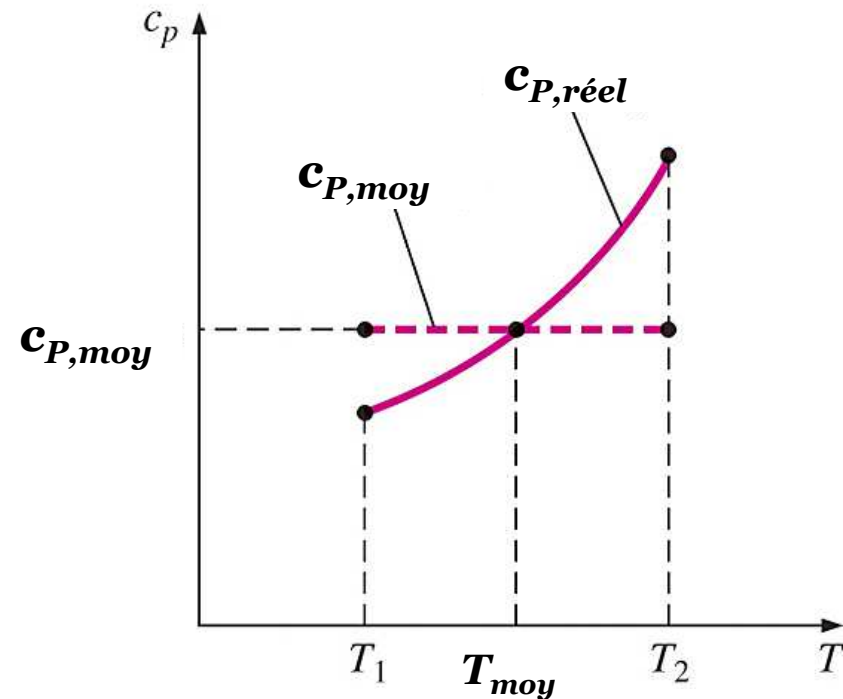
$c_{v,moy}, c_{p,moy}$  : Chaleur massique moyenne de la substance à volume et pression constante respectivement.

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{kJ/kmol.K}]$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$



# Entropie d'un corps pur

## 2) Analyse exacte:

Contrairement à  $u$  ou  $h$  pour un gaz parfait,  $\mathbf{s=f(T et v ou P)}$  et non  $f(T$  uniquement). Les tables sont en terme de  $T$  uniquement et donnent:

$$s^o \equiv \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \rightarrow \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^o - s_1^o$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kg.K] \\ \bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kmol.K] \end{array} \right.$$

$T, K$	$s^o, kJ/kg \cdot K$
⋮	⋮
⋮	⋮
300	1.70203
310	1.73498
320	1.76690
⋮	⋮
⋮	⋮
(Table A-17)	

# Exemple 1

---

Un écoulement d'air est comprimé de 100 kPa et de 17°C à 600 kPa et 57°C.  
Déterminez la variation d'entropie de l'air au cours de la compression:

- 1) En utilisant la table thermodynamique pour l'air
- 2) En utilisant une valeur moyenne de la chaleur massique
- 3) Comparer les résultats obtenus.

Solution (En classe)



# Entropie d'un corps pur

Changement d'entropie pour une substance incompressible (liquide, solide) :

Substances incompressibles: 
$$\begin{cases} dv = 0 \\ du = c(T)dT \\ c(T) \cong c_{moy} = const \end{cases}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

# Évolution isentropique

- ✓ Une **évolution isentropique** est une évolution qui est *intérieurement réversible* ( $s_{gen}=0$ ) et *adiabatique* ( $q=0$ ):

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + s_{gen} = 0 \rightarrow \Delta s = 0 \rightarrow s_1 = s_2$$

**Utilité:** - Modéliser un procédé réel et sert de référence pour définir le rendement d'un procédé réel

## Évolution isentropique d'une substance incompressible

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \rightarrow \text{Substance incompressible: isentropique=isothermique}$$

## Évolution isentropique pour un gaz parfait

### 1) Forme approximative:

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \rightarrow c_{v,moy} = c_v$$

$$R = c_p - c_v$$

$$\Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{R}{c_v}}$$

$$k \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

# Évolution isentropique

**Donc :**

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{R}{c_v}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \quad \text{éqn. (1)}$$

**Similairement:**

$$\left\{ \begin{array}{l} s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \rightarrow c_{p,moy} = c_p \\ \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_p} \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{éqn. (2)} \end{array} \right.$$

**éqn. (1)=éqn. (2):**

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \rightarrow Pv^k = const. \\ \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{R}{c_v}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-(k-1)} \rightarrow Tv^{k-1} = const \\ \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow TP^{(1-k)/k} = const \end{array} \right.$$

**Formes approximatives  
d'évolution isentropique  
pour gaz parfait. k (fonction de T)  
est évaluée à une T moyenne**

# Évolution isentropique

## 2) Forme exacte:

Pour estimer très précisément une évolution isentropique, on utilise la pression relative et le volume massique relatif.

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{s_2^o - s_1^o}{R}} = \frac{e^{\frac{s_2^o}{R}}}{e^{\frac{s_1^o}{R}}} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{S=\text{const.}} \equiv \frac{P_{2r}}{P_{1r}} \quad \text{éqn. (3)}$$

$$P_r \equiv e^{\frac{s^o}{R}} = f(T)$$

↖ **'pression relative'** (sans dimension, **depend juste de la température** et seulement définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et donné dans les tables)

	Process: isentropic
	Given: $P_1, T_1,$ and $P_2$
	Find: $T_2$
	$T$ $P_r$
	⋮      ⋮
	⋮      ⋮
$T_2$	← read $P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1}$
⋮	⋮
$T_1$	→ read $P_{r1}$
⋮	⋮

# Évolution isentropique

**Alternativement:** équation d'état d'un gaz parfait donne

$$\left\{ \begin{array}{l} Pv = RT \rightarrow \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \quad \text{éqn. (4)} \\ \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{P_{1r}}{P_{2r}} \right) = \frac{T_2/P_{2r}}{T_1/P_{1r}} \equiv \frac{v_{2r}}{v_{1r}} \rightarrow \left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{2r}}{v_{1r}} \end{array} \right.$$

$$v_r \equiv \frac{T}{P_r} = f(T)$$

↑

**‘Volume spécifique relatif’** (sans dimension, **depend juste de la température** et seulement définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et donné dans les tables)

○	
○	
	Process: isentropic
	Given: $v_1, T_1$ , and $v_2$
	Find: $T_2$
	$T$ $v_r$
	⋮      ⋮
○	$T_2$ ← read $v_{r2} = \frac{v_2}{v_1} v_{r1}$
	⋮      ⋮
	$T_1$ → read $v_{r1}$
	⋮      ⋮
○	
○	

## Exemple 2 ( Exemple 7.10)

---

Un écoulement d'air est comprimé de façon réversible et adiabatique au sein d'un moteur. L'air se trouve au départ à 95 kPa et à 22 °C. le taux de compression est de  $V_1/V_2 = 8$ .

Déterminez la température finale de l'air.

Solution (En classe)

# Rendement isentropique

## 1) Turbines

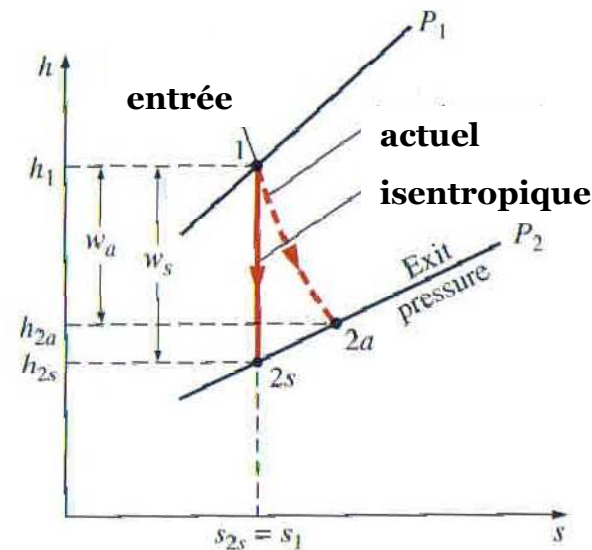
- ✓ C'est un outil utiliser pour comparer la performance dispositifs quasi-adiabatique avec écoulement permanent (turbines, compresseurs, tuyères, ...) versus une référence idéale (réversible, adiabatique, donc isentropique)

$$\eta_T \equiv \frac{\text{travail}_{\text{actuel}}}{\text{travail}_{\text{isentropique}}} = \frac{W_a}{W_s} = \frac{w_a}{w_s}$$

pour mêmes conditions d'entrée  
même pression à la sortie

- Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



## Exemple 3 ( Exo. 7.103)

---

Un écoulement de vapeur d'eau pénètre dans une turbine adiabatique à 7 MPa, à 600 °C et à 80 m/s pour en ressortir à 50 kPa, à 150 °C et à 140 m/s. La puissance produite par la turbine est de 6 MW.

Déterminez:

- 1) Le débit massique de vapeur dans la turbine
- 2) Le rendement isentropique de la turbine.

Solution (En classe)



# Rendement isentropique

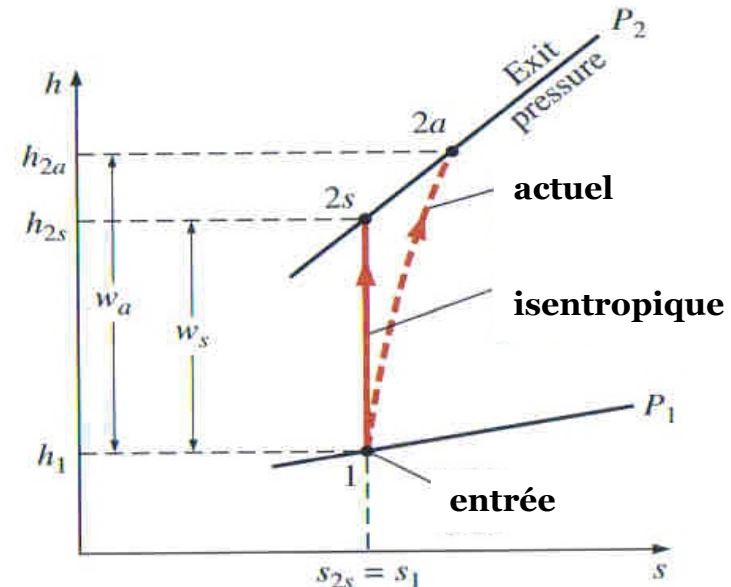
## 2) Compresseurs et pompes

$$\eta_c \equiv \frac{\text{travail}_{\text{isentropique}}}{\text{travail}_{\text{actuel}}} = \frac{W_s}{W_a} = \frac{w_s}{w_a}$$

(Pour mêmes conditions d'entrée même pression à la sortie.)

- Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$



### **Rendement de la pompes :**

(incompressible, négligeant changement d'énergie cinétique et potentielle):

$$\eta_P = \frac{w_s}{w_a} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

Travail réversible:

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP$$

## Exemple 4 ( Exo. 7.107)

---

Un écoulement d'air pénètre dans un compresseur adiabatique à 95 kPa et 27 °C pour en ressortir à 600 kPa et à 277 °C . *Les chaleurs massiques sont variables*, mais la variation des énergies cinétique et potentielle est négligeable.

Déterminez:

- 1) Le rendement isentropique du compresseur
- 2) La température de l'air à la sortie du compresseur si l'évolution est réversible.

Solution (En classe)

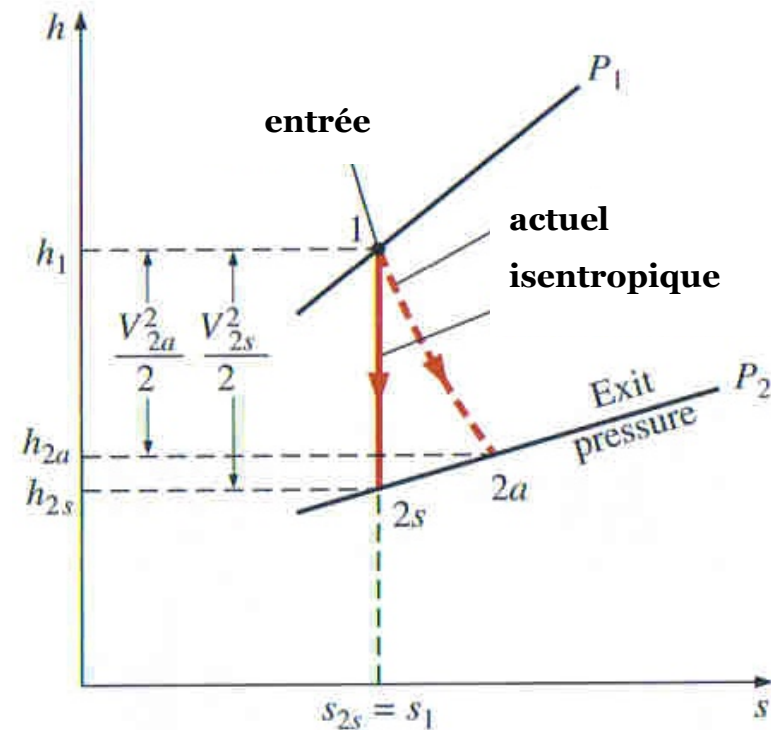
# Rendement isentropique

## 3) tuyères

$$\eta_N \equiv \frac{Ec\_sortie\_actuel}{Ec\_sortie\_isentropique} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

- Si on néglige le changement d'énergie potentielle entre l'entrée et la sortie **ainsi que la vitesse à l'entrée**:

$$\eta_{tuyère} \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



## Exemple 4 ( Exemple. 7.16)

---

Un écoulement d'air pénètre dans une tuyère à 200 kPa et à 950 K et en ressort à 80 kPa. Le rendement isentropique de la tuyère est de 92%.

Déterminez:

- 1) La vitesse maximale de l'écoulement à la sortie de la tuyère
- 2) la température de l'air à la sortie de la tuyère
- 3) la vitesse réelle de l'air à la sortie de la tuyère.

Supposez que les chaleurs massiques de l'air *demeurent constantes* et que la vitesse de l'écoulement à l'entrée de la tuyère est petite.

Solution (En classe)

# Bilan d'entropie

$$\left( \begin{array}{c} \text{Entropie} \\ \text{totale} \\ \text{entrante} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Entropie} \\ \text{totale} \\ \text{sortante} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Entropie} \\ \text{totale} \\ \text{produite} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Variation de} \\ \text{l'entropie totale} \\ \text{du système} \end{array} \right)$$

Ou encore :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen} \\ \dot{S}_{sys} = \dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen} \\ \Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen} \end{array} \right.$$

## Termes:

### 1) Changement d'entropie du système ( $\Delta S_{sys}$ ):

$$\Delta S_{sys} = S_{final} - S_{initial} = S_2 - S_1$$

**Notes:** - l'entropie est une propriété donc  $\Delta S_{sys} = 0$  pour les cycles et  $\dot{S}_{sys} = 0$  pour les dispositifs à écoulement permanent

- l'entropie est une propriété extensive, donc:  $S_{sys} = \int_m s dm = \sum S_{composante}$

# Bilan d'entropie

## 2) Mécanismes de transfert d'entropie ( $S_{in}$ et $S_{out}$ ):

L'entropie peut être transmise à travers les frontières d'un système de deux façons différentes:

### a) - Transfert de chaleur:

$$S_{chaleur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \begin{array}{l} +: \text{entrant} \\ -: \text{sortant} \end{array}$$

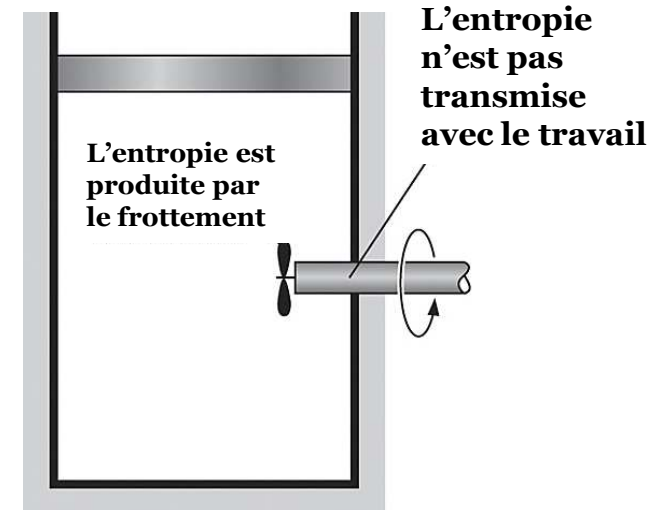
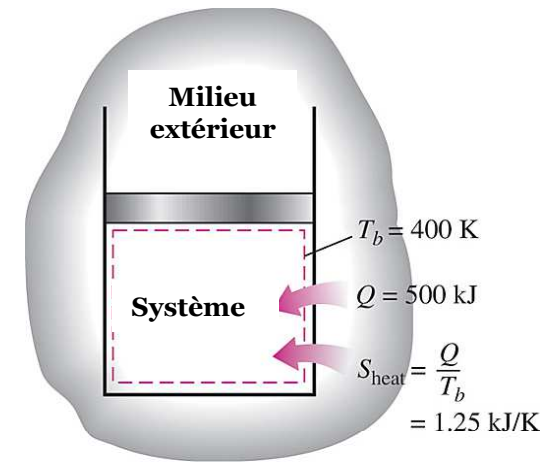
**Note:** le travail n'implique aucun transfert d'entropie:

$$S_{travail} = 0$$

### b)-Écoulement:

$$S_{masse} = \delta m_{in} s_{in} - \delta m_{out} s_{out}$$

$$\dot{S}_{masse} = \dot{m}_{in} s_{in} - \dot{m}_{out} s_{out} = \int_{A_{frontiere}} s \rho V_n dA$$



# Bilan d'entropie

## Génération d'entropie ( $S_{gen}$ ):

✓ L'entropie est produite au sein d'un système par les effets d'irréversibilités comme le frottement, le mélange de substances, la transmission de chaleur, etc...

$$S_{gen} \geq 0: \begin{cases} = 0: \text{reversible, entropie conservée} \\ > 0: \text{irréversible, entropie non conservée} \end{cases}$$

## Bilan d'énergie dans les systèmes fermés:

□ Aucun écoulement ne traverse les frontières d'un système fermé, donc:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

□ Pour un **système fermé et adiabatique** ( $Q=0$ ):

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} = S_{gen}$$

# Bilan d'entropie

## Bilan d'entropie d'un système ouvert :

$$\dot{S}_{sys} = \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \sum \dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{gen}$$

### Notes:

- ❖ Pour un système ouvert à **écoulement en régime permanent** ( $\dot{S}_{sys} = 0$ ):

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_{out} s_{out} - \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- ❖ Pour un système ouvert à écoulement permanent avec une **entrée/sortie** :

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in}) - \int_{A_{frontière}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

- ❖ Pour un système ouvert **adiabatique** à écoulement permanent avec une **entrée/sortie** :

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_{out} - s_{in})$$

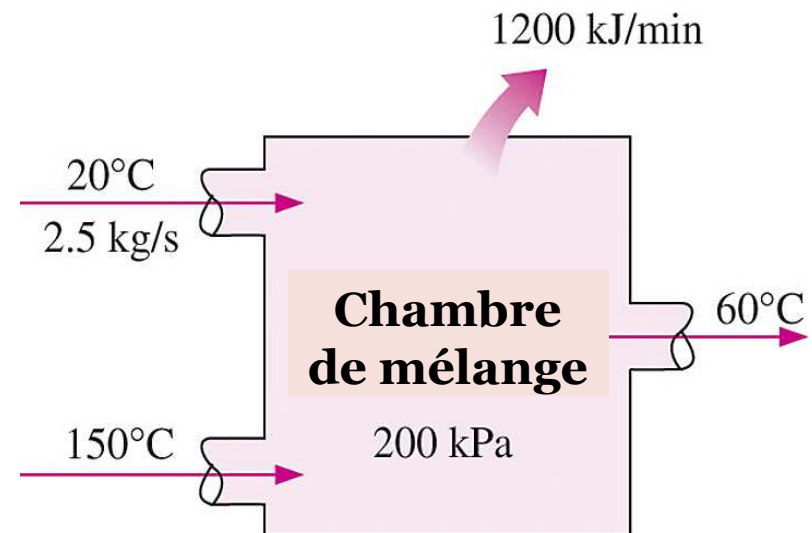


## Exemple 5 ( Exo. 7.129)

Un écoulement d'eau liquide à 200 kPa et à 20 °C est chauffé dans une chambre de mélange par un écoulement de vapeur surchauffée à 200 kPa et à 150 °C. Le débit massique de l'eau liquide est de 2,5 kg/s, et la puissance thermique transmise de la chambre au milieu extérieur à 25 °C est de 1200 kJ/min. Le mélange résultant sort de la chambre à 200 kPa et à 60 °C. Déterminez:

- 1) Le débit massique de la vapeur surchauffée
- 2) Le taux auquel l'entropie est produite au cours de l'évolution.

Solution (en classe)



# Travail en écoulement permanent

## Travail réversible pour écoulement permanent :

Bilan d'énergie:

$$dE_{\text{sys}} = \delta Q_{\text{rev}} - \delta W_{\text{rev}} + \delta m \theta - \delta m (\theta + d\theta) = 0$$

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = d\theta = dh + de_c + de_p$$

$$\delta w_{\text{rev}} = \delta q_{\text{rev}} - dh - de_c - de_p$$

$$\text{Car: } \begin{cases} Tds = dh - vdP \\ \delta q_{\text{rev}} \equiv Tds \end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta w_{\text{rev}} = Tds - (Tds + vdP) - de_c - de_p$$

$$w_{\text{rev}} = -\int_1^2 vdP - \Delta e_{c1,2} - \Delta e_{p1,2}$$

**Travail réversible (maximum) par système en écoulement permanent**

- ✓ **Travail d'un dispositif en écoulement permanent augmente avec le volume spécifique ( $v$ ), donc:**
  - ❑ Pour un **compresseur**, on devrait minimiser  $v$  pour minimiser le travail requis
  - ❑ Pour une **turbine**, on devrait maximiser  $v$  pour maximiser le travail sortant

# Travail en écoulement permanent

## Travail isothermique et polytropique pour les gaz (négligeant $De_c$ et $De_p$ ):

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP$$

Isothermique (gaz parfait): ( $Pv = RT = const$  pour  $T$  const.)

$$Pv = const = P_1 v_1 \rightarrow v = \frac{P_1 v_1}{P}$$

$$w_{rev} = -P_1 v_1 \int_1^2 \frac{dP}{P} = -P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = -RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$w_{rev} = -RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

# Travail en écoulement permanent

**Polytropique:** ( $Pv^n = const$ )

$$Pv^n = const = C = P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \rightarrow v = C^{\frac{1}{n}} P^{-\frac{1}{n}}$$

$$w_{rev} = -C^{\frac{1}{n}} \int_1^2 P^{-\frac{1}{n}} dP = -C^{\frac{1}{n}} \left( \frac{P_2^{-\frac{1}{n}+1} - P_1^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$w_{rev} = \frac{-1}{-\frac{1}{n}+1} \left[ (P_2 v_2^n)^{\frac{1}{n}} P_2^{-\frac{1}{n}+1} - (P_1 v_1^n)^{\frac{1}{n}} P_1^{-\frac{1}{n}+1} \right]$$

$$w_{rev} = \frac{-n}{n-1} (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

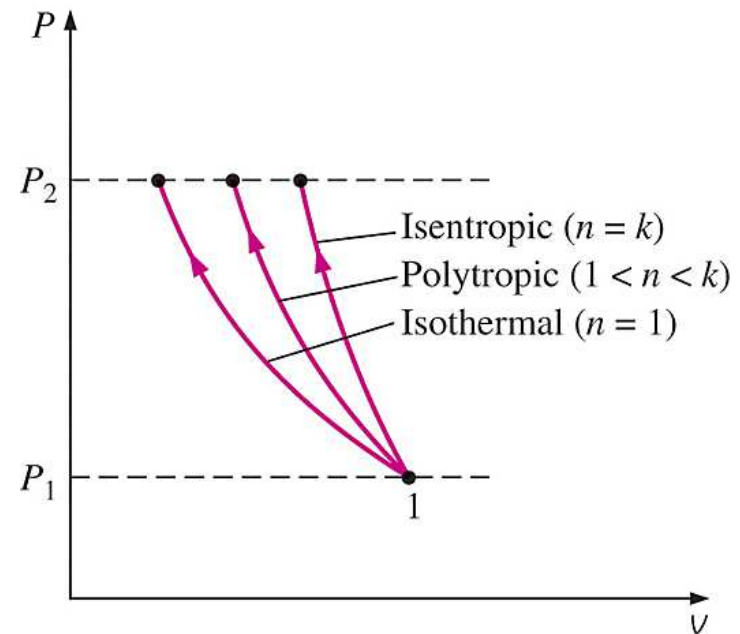
**Minimisation du travail de compression:**

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP \longrightarrow \text{Minimum } w_{rev} \text{ en minimisant } v$$

Exemple: minimiser l'augmentation de la température

**Pour un gaz Parfait:**  $Pv = RT$

$$w_{rev} = \frac{-nR}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{-nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$



# Travail en écoulement permanent

## 2) Travail réversible versus travail irréversible:

On veut prouver que le travail d'un système réversible en écoulement permanent est toujours plus grand que celui d'un système irréversible pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie.

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_c + de_p = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$Tds - \delta w_{rev} = \delta q_{irrev} - \delta w_{irrev}$$

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{irrev}}{T} = ds - \frac{\delta q_{irrev}}{T} \longrightarrow ds > \frac{\delta q_{irrev}}{T} \quad \text{Principe d'accroissement de l'entropie}$$

$$\boxed{\delta w_{rev} > \delta w_{irrev}}$$

# Lecture suggérée

---

Sections **7.1** à **7.13** du livre, «**Thermodynamique, une approche pragmatique**», Y. Cengel, M. Boles, M. Kanoğlu et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2019.