

# MEC1210 THERMODYNAMIQUE

ENSEIGNANT: RAMDANE YOUNSI  
BUREAU: C-318.1  
TELEPHONE: (514)340-4711 ext. 4579  
COURRIEL: ramdane.younsi@polymtl.ca

D'après les notes de cours de Pr. Huu Duc Vo

## Chapitre 4:

# Propriétés des corps purs, simples et compressibles

## OBJECTIFS

- Définir les propriétés de substances pures.
- Comprendre la physique du changement de phase
- Illustrer les diagrammes P-V, T-V et P-T
- Comprendre et utiliser les tables de vapeur d'eau.

## Rappel

- i) **Substance pure**: substance dont la composition chimique est homogène et stable
  
- ii) **Phase**: quantité de matière physiquement homogène (solide , liquide, gaz) et de composition chimique uniforme
  
- iii) **État**: l'état d'un système thermodynamique est défini par la valeur de ses propriétés. Il faut noter que les propriétés ne sont pas toutes indépendantes les uns des autres. Donc, on peut spécifier un nombre limité de propriétés pour définir un état.

- L'observation nous enseigne qu'il n'est pas nécessaire de préciser toutes les variables pour établir l'état d'un système.
- Pour les substances compressibles comme l'eau, les réfrigérants et l'air, deux variables indépendantes sont suffisantes pour décrire l'état du système. <<Postulat d'état>>!

### 1. Postulat d'état:

- Pour un système de composition chimique constante, le nombre de propriétés intensives indépendantes ( $n$ ) pouvant fixer un état est:

$$n = m + 1$$

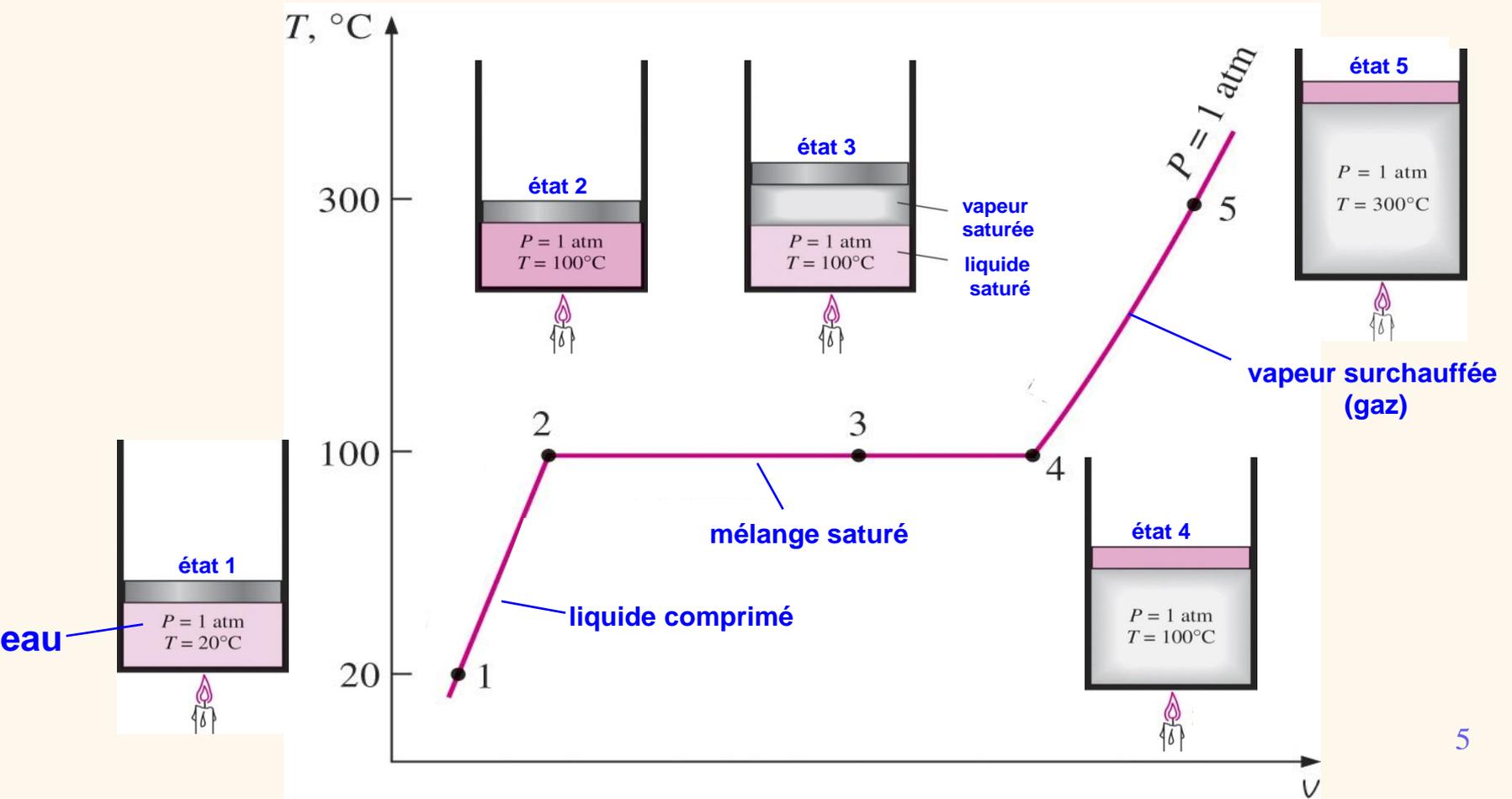
où  $m$  est le nombre de forces généralisées (pression, gravitation, électrique, ...) pouvant effectuer un travail quasi-statique.

**Système simple et compressible:** système sans effet gravitationnel, électrique, magnétique, cinétique et tension de surface..., ou la seule force pouvant effectuer un travail quasi-statique est la pression:  $m=1 \rightarrow n=2$

- Deux variables sont dites indépendantes si l'une d'elles peut être modifiée sans que l'autre change

## 2. Relation P-v-T

Soit de l'eau dont la température initiale est de  $20^{\circ}\text{C}$  et la pression initiale, de  $1\text{atm}(101.325\text{kPa})$  contenue dans le system piston-cylindre sans frottement



États 1 à 2: - l'eau est sous forme de **liquide comprimé**, ou **liquide sous-refroidi**, c'est-à-dire un liquide qui n'est **pas** sur le point de s'évaporer (ex.: eau à 1 atm, en bas de 100°C).  
- la température augmente (la chaleur fournie augmente l'énergie sensible)

État 2: un liquide sur le point de se transformer en vapeur est appelé <<**liquide saturé**>>. L'état 2 est l'état du liquide saturé.

États 2 à 4: - mélange **liquide-vapeur saturé**:

- i) **liquide saturé**: liquide sur le point de se vaporiser
- ii) **vapeur saturée**: gaz sur le point de se condenser

- la température reste constante pendant le changement de phase (la chaleur fournie casse les liens entre molécules caractérisant la phase liquide)

- **énergie latente de vaporisation**: énergie absorbée par unité de masse vaporisée

- le taux de vaporisation dépend du taux de chaleur ajoutée ( $dQ/dt$ ).

État 4: l'eau liquide vient d'être entièrement évaporée. L'état 4 est l'état de <<**vapeur saturée**>>

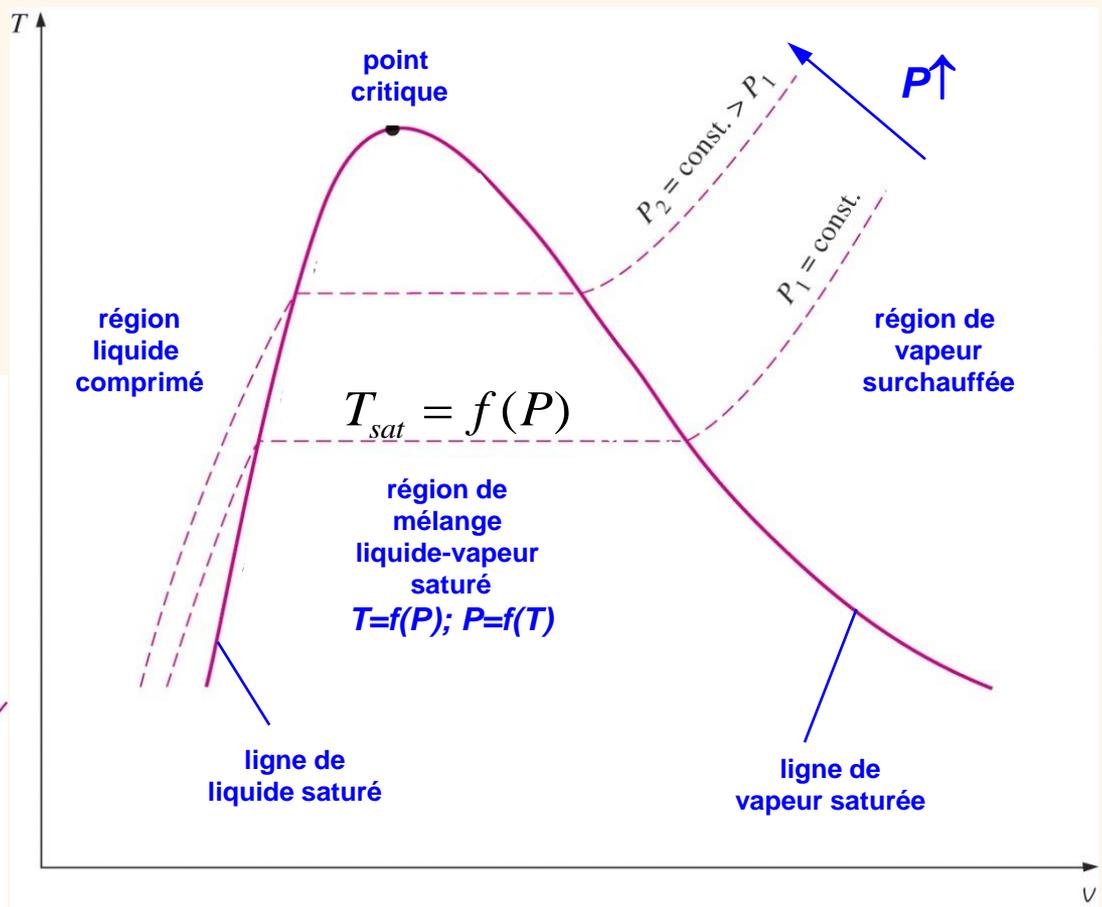
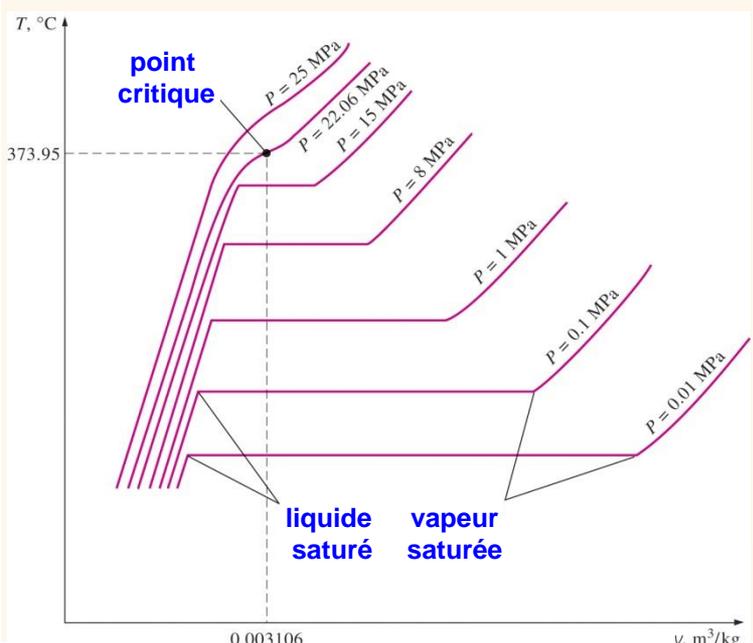
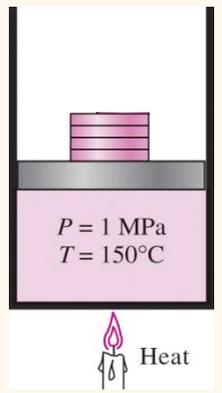
États 4 à 5: - l'eau est sous forme de **vapeur surchauffée**, c'est-à-dire un gaz qui n'est **pas** sur le point de se condenser (ex.: eau à 1 atm, en haut de 100°C).  
- la température augmente (la chaleur fournie augmente l'énergie sensible)

État 5: la vapeur est surchauffée

Note: si on enlève de la chaleur à partir du l'état 5, l'évolution 5-1 reprend le même chemin en direction inverse

## a) Diagramme T-v

Répétons les évolutions précédentes, mais cette fois-ci pour différentes pressions au sein du système piston-cylindre diagramme T-v



**Température de saturation ( $T_{sat}$ ):** désigne la température à laquelle se produit l'évaporation pour une pression donnée.

**Est-ce que l'eau bout à 100°C ?**

**Pression de saturation ( $P_{sat}$ ):** désigne la pression à laquelle se produit l'évaporation pour une température donnée.

Température (en degrés Celsius)	Pression de saturation (en kilopascal)
-10	0,26
-5	0,40
0	0,61
5	0,87
10	1,23
15	1,71
20	2,34
25	3,17
30	4,25
40	7,39
50	12,35
100	101,4
150	476,2
200	1 555
250	3 976
300	8 588

Variation de la pression atmosphérique et de la température d'ébullition en fonction de l'altitude

Élévation (en mètres)	Pression atmosphé- rique (en kilopascals)	Tempéra- ture d'ébul- lition (en °C)
0	101,33	100,0
1 000	89,55	96,5
2 000	79,50	93,3
5 000	54,05	83,3
10 000	26,50	66,3
20 000	5,53	34,7

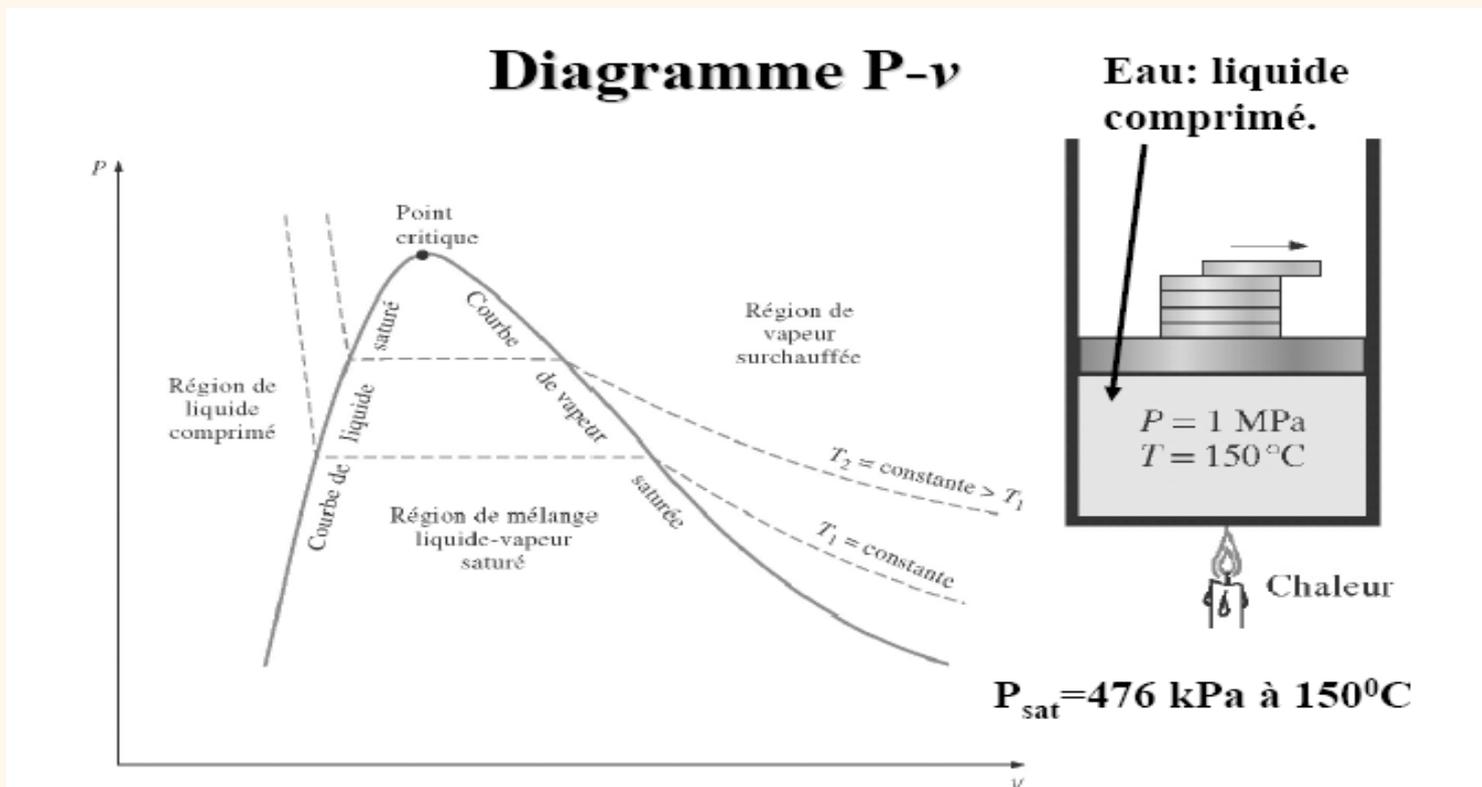
Point critique: point où les états du liquide saturé et de la vapeur saturée sont identiques

- Au-dessus de la pression critique, la substance ressemble à de la vapeur et se présente sous une seule phase qui ressemble à de la vapeur.

- On l'appelle «vapeur surchauffée» si sa température se situe au-delà de la température critique et «liquide comprimée» si sa température est inférieure à la température critique

## b) Diagramme P-v

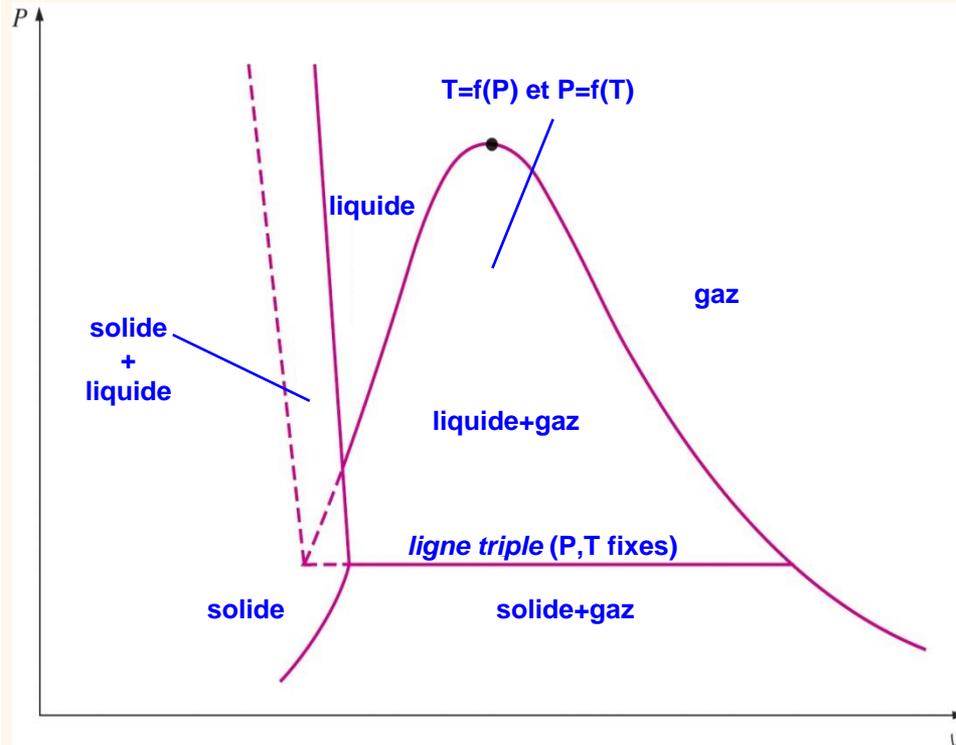
• Considérons le system cylindre/piston contenant de l'eau à 1MPa et 150°C. L'eau est à l'état liquide comprimé. on varie la pression lentement en enlevant des petites masses sur le piston, tout en gardant la température constante en laissant l'eau échanger de la chaleur avec l'environnement



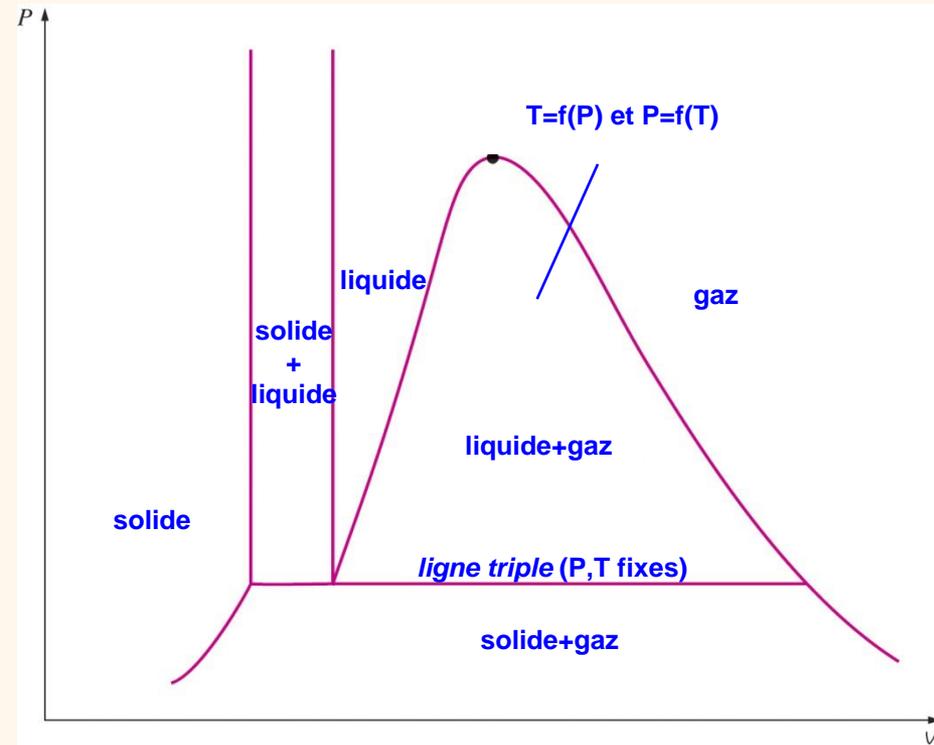
## b) Diagramme P-v(cont.)

On peut inclure la phase solide dans le diagramme P-v:

**Substance qui se dilate  
durant la solidification (eau)**



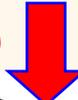
**Substance qui se contracte  
durant la solidification**

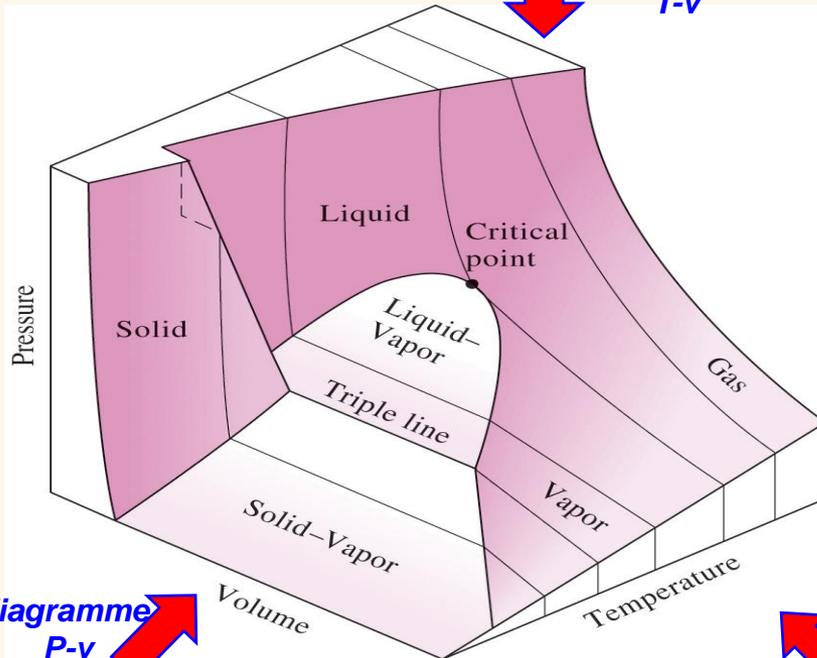


### c) Diagramme P-v-T

En mettant les diagrammes T-v et P-v ensemble en 3-D, on obtient le diagramme P-v-T

Substance qui se dilate durant la solidification

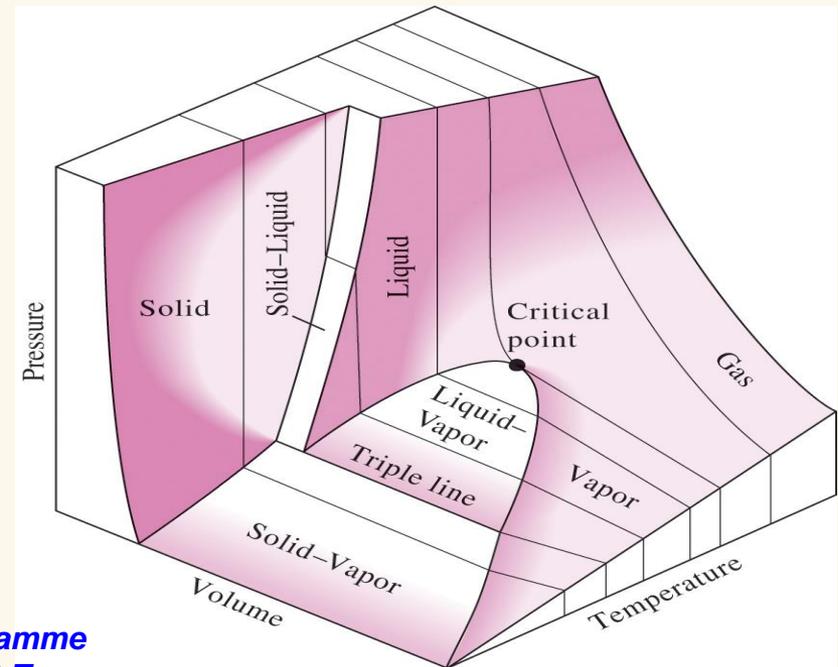
(perspective)  **diagramme T-v**



**diagramme P-v** 

 **diagramme P-T**

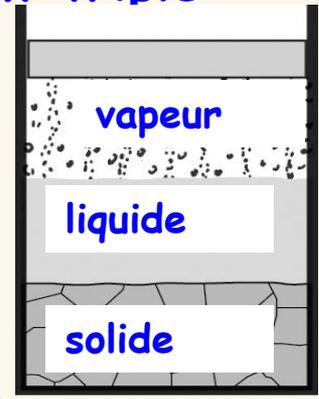
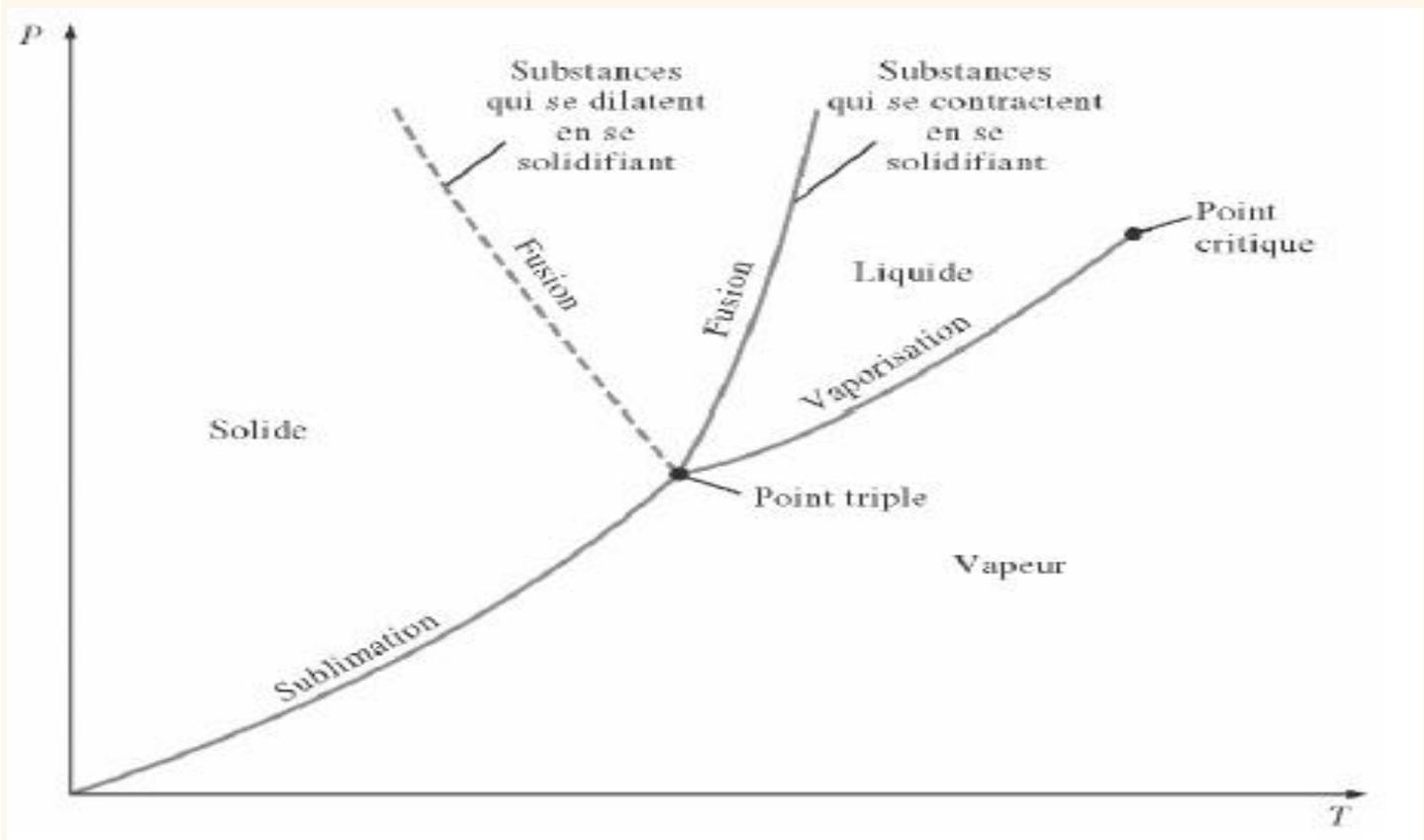
Substance qui se contracte durant la solidification



Il est difficile de lire les valeurs des variables thermodynamique sur une surface P-v-T. C'est pourquoi on présente habituellement les valeurs des variables thermodynamiques sous formes de tables.

d) Diagramme P-T (diagramme de phase)

Diagramme P-v-T vu de côté: Le point où les phases solide, liquide et vapeur d'une substance pure sont en équilibre est appelé le «**point triple**»



À basse pression (au-dessous du point triple, un solide s'évapore sans d'abord fondre. (sublimation)

### 3) Propriétés thermodynamiques

a)  $P, T, v$  et  $\rho$ : déjà vu

• b) **Enthalpie** ( $h$ ): Variable rencontrée fréquemment dans les systèmes mettant en jeu des écoulements.

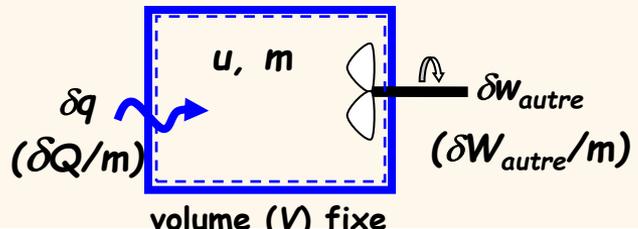
$$H = U + PV \quad \text{kJ (forme extensive)} \quad (\text{notez que } U \text{ et } PV \text{ même unité})$$

$$h = u + Pv \quad \text{kJ / kg (forme intensive)}$$

c) **Chaleurs massiques** ( $C_p, C_v$ ): énergie requise pour augmenter la température d'une unité de masse d'une substance de un degré.  
Alternativement, c'est une mesure de la capacité de stockage d'énergie d'une substance.

Deux types de chaleur massique:

#### i) chaleur massique à volume constant ( $C_v$ )



$$\Delta e_{sys} = e_{in} - e_{out}$$

$$\Delta u + \Delta e_c + \Delta e_p = \underbrace{\delta q + \delta w_{autre}}_{\text{énergie transférée au système}}$$

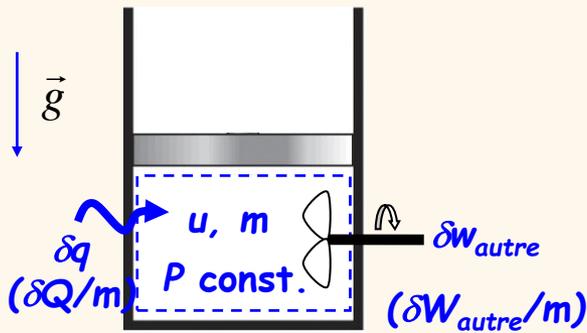
énergie fournie

stockage d'énergie

$$c_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}^{\text{énergie fournie}}}{\Delta T} \Big|_{V_{\text{const.}}} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\Delta u}^{\text{stockage d'énergie}}}{\Delta T} \Big|_{V_{\text{const.}}} \equiv \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_V$$

$$c_v = \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_V = \text{changement d'énergie interne avec } T \text{ en gardant le volume constant}$$

ii) chaleur massique à pression constante ( $C_p$ )



$$\Delta e_{\text{sys}} = e_{\text{in}} - e_{\text{out}}$$

$$\Delta u + \cancel{\Delta e_c} + \cancel{\Delta e_p} = \delta q + \delta w_{\text{autre}} - P\Delta v$$

$$\underbrace{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}_{\text{énergie transférée au système}} = \Delta u + P\Delta v = \Delta(u + Pv) \equiv \Delta h$$

$$c_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}{\Delta T} \Big|_{P_{\text{const.}}} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta T} \Big|_{P_{\text{const.}}} \equiv \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_P$$

$$c_p = \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_P = \text{changement d'enthalpie avec } T \text{ en gardant la pression constante}$$

## Notes:

- $C_v$  et  $C_p$  sont exprimées en terme d'autres propriétés ( $h$ ,  $u$ ,  $T$ ,  $v$ ,  $P$ ). Par conséquent,  $C_v$  et  $C_p$  sont elles mêmes des propriétés, c'est-à-dire dépendantes de l'état et indépendantes de l'évolution)
- Unités de  $C_v$  et  $C_p$  : [KJ/kg\*K]
- $C_p > C_v$  car une partie de l'énergie fournie va au travail de frontière  $P\Delta v$
- Pour une substance incompressible (bonne approximation pour les liquides et solides), le volume spécifique ( $v$ ) reste constante ( $\Delta v = 0$ ) et  $u$  est fonction de  $T$  seulement, donc:

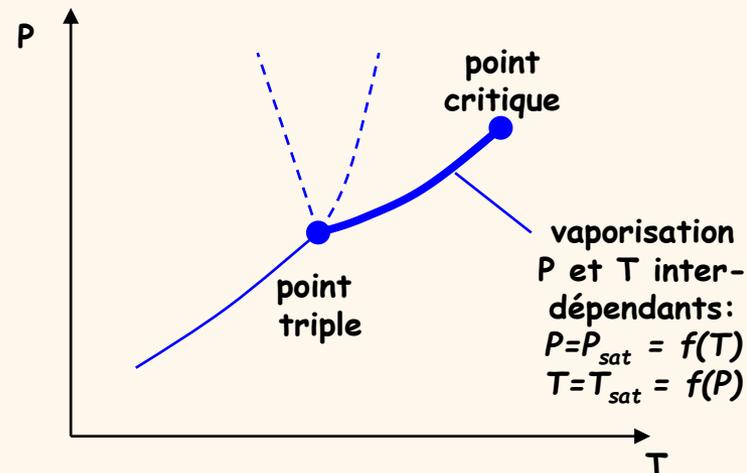
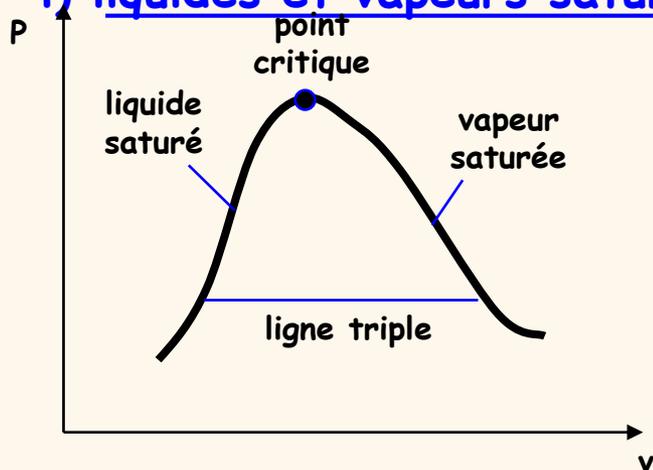
$$P\Delta v = 0 \rightarrow c_v = c_p = c = \frac{du}{dT}$$

### 3) Propriétés thermodynamiques (cont.)

#### d) Tables des propriétés

Dans la majeure partie des cas, la relation entre les propriétés thermodynamiques est complexe et ne peut être exprimée par des équations simples (telle que  $PV=NRT$ ). Donc, les propriétés sont mesurées et mises sous forme de tables. Voici comment on utilise les tables pour trouver les propriétés associées à un état particulier.

#### i) liquides et vapeurs saturés



## i) liquides et vapeurs saturés (cont.)

Pour une valeur de  $T$  donnée, les tables donnent  $P_{\text{sat}}$  et les autres propriétés

Pour une valeur de  $P$  donnée, les tables donnent  $T_{\text{sat}}$  et les autres propriétés

exemple: C & B, tables A-4 et A-5 pour  $H_2O$

Vapeur d'eau à saturation: A4

**TABLE A-4**

Saturated water—Temperature table

Temp., $T$ °C	Sat. press., $P_{\text{sat}}$ kPa	Specific volume, $m^3/kg$		Internal energy, kJ/kg			Enthalpy, kJ/kg			Entropy, kJ/kg · K		
		Sat. liquid, $v_f$	Sat. vapor, $v_g$	Sat. liquid, $u_f$	Evap., $u_{fg}$	Sat. vapor, $u_g$	Sat. liquid, $h_f$	Evap., $h_{fg}$	Sat. vapor, $h_g$	Sat. liquid, $s_f$	Evap., $s_{fg}$	Sat. vapor, $s_g$
0.01	0.6117	0.001000	206.00	0.000	2374.9	2374.9	0.001	2500.9	2500.9	0.0000	9.1556	9.1556
5	0.8725	0.001000	147.03	21.019	2360.8	2381.8	21.020	2489.1	2510.1	0.0763	8.9487	9.0249
10	1.2281	0.001000	106.32	42.020	2346.6	2388.7	42.022	2477.2	2519.2	0.1511	8.7488	8.8999
15	1.7057	0.001001	77.885	62.980	2332.5	2395.5	62.982	2465.4	2528.3	0.2245	8.5559	8.7803
20	2.3392	0.001002	57.762	83.913	2318.4	2402.3	83.915	2453.5	2537.4	0.2965	8.3696	8.6661
25	3.1698	0.001003	43.340	104.83	2304.3	2409.1	104.83	2441.7	2546.5	0.3672	8.1895	8.5567
30	4.2469	0.001004	32.879	125.73	2290.2	2415.9	125.74	2429.8	2555.6	0.4368	8.0152	8.4520
35	5.6291	0.001006	25.205	146.63	2276.0	2422.7	146.64	2417.9	2564.6	0.5051	7.8466	8.3517
40	7.3851	0.001008	19.515	167.53	2261.9	2429.4	167.53	2406.0	2573.5	0.5724	7.6832	8.2556
45	9.5953	0.001010	15.251	188.43	2247.7	2436.1	188.44	2394.0	2582.4	0.6386	7.5247	8.1633

## i) liquides et vapeurs saturés (cont.)

### Vapeur d'eau à saturation: A5

TABLE A-5

Saturated water—Pressure table

Press., $P$ kPa	Sat. temp., $T_{\text{sat}}$ °C	Specific volume, $\text{m}^3/\text{kg}$		Internal energy, $\text{kJ}/\text{kg}$			Enthalpy, $\text{kJ}/\text{kg}$			Entropy, $\text{kJ}/\text{kg} \cdot \text{K}$		
		Sat. liquid, $v_f$	Sat. vapor, $v_g$	Sat. liquid, $u_f$	Evap., $u_{fg}$	Sat. vapor, $u_g$	Sat. liquid, $h_f$	Evap., $h_{fg}$	Sat. vapor, $h_g$	Sat. liquid, $s_f$	Evap., $s_{fg}$	Sat. vapor, $s_g$
1.0	6.97	0.001000	129.19	29.302	2355.2	2384.5	29.303	2484.4	2513.7	0.1059	8.8690	8.9749
1.5	13.02	0.001001	87.964	54.686	2338.1	2392.8	54.688	2470.1	2524.7	0.1956	8.6314	8.8270
2.0	17.50	0.001001	66.990	73.431	2325.5	2398.9	73.433	2459.5	2532.9	0.2606	8.4621	8.7227
2.5	21.08	0.001002	54.242	88.422	2315.4	2403.8	88.424	2451.0	2539.4	0.3118	8.3302	8.6421
3.0	24.08	0.001003	45.654	100.98	2306.9	2407.9	100.98	2443.9	2544.8	0.3543	8.2222	8.5765
4.0	28.96	0.001004	34.791	121.39	2293.1	2414.5	121.39	2432.3	2553.7	0.4224	8.0510	8.4734
5.0	32.87	0.001005	28.185	137.75	2282.1	2419.8	137.75	2423.0	2560.7	0.4762	7.9176	8.3938
7.5	40.29	0.001008	19.233	168.74	2261.1	2429.8	168.75	2405.3	2574.0	0.5763	7.6738	8.2501
10	45.81	0.001010	14.670	191.79	2245.4	2437.2	191.81	2392.1	2583.9	0.6492	7.4996	8.1488
15	53.97	0.001014	10.020	225.93	2222.1	2448.0	225.94	2372.3	2598.3	0.7549	7.2522	8.0071
20	60.06	0.001017	7.6481	251.40	2204.6	2456.0	251.42	2357.5	2608.9	0.8320	7.0752	7.9073
25	64.96	0.001020	6.2034	271.93	2190.4	2462.4	271.96	2345.5	2617.5	0.8932	6.9370	7.8302
30	69.09	0.001022	5.2287	289.24	2178.5	2467.7	289.27	2335.3	2624.6	0.9441	6.8234	7.7675
40	75.86	0.001026	3.9933	317.58	2158.8	2476.3	317.62	2318.4	2636.1	1.0261	6.6430	7.6691
50	81.32	0.001030	3.2403	340.49	2142.7	2483.2	340.54	2304.7	2645.2	1.0912	6.5019	7.5931

## i) liquides et vapeurs saturés (cont.)

propriétés données:

$v_f$  et  $v_g$ : volume spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.

$u_f$  et  $u_g$ : énergie interne spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.

$h_f$  et  $h_g$ : enthalpie spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.

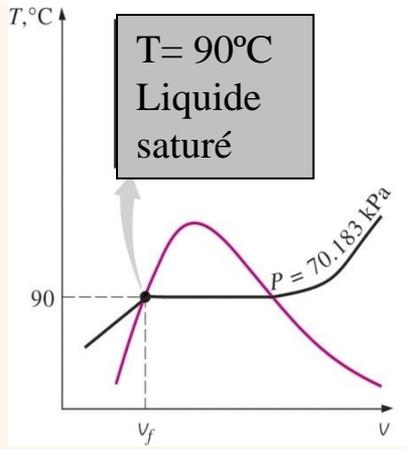
$s_f$  et  $s_g$ : entropie spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.

$u_{fg}$ ,  $h_{fg}$  et  $s_{fg}$   
 où  $(\text{propriété})_{fg} = (\text{propriété})_g \text{ (vapeur saturée)} - (\text{propriété})_f \text{ (liquide saturé)}$

$h_{fg}$  ('énergie de vaporisation'): énergie requise pour vaporiser une masse unitaire de liquide saturé une certaine P ou T

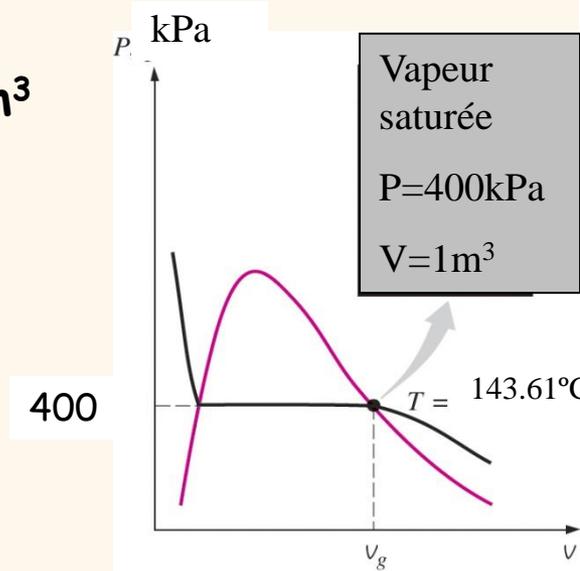
**Exemple 3.1 C & B :** Un réservoir rigide renferme 50kg d'eau liquide saturée à 90°C. Déterminer la pression dans le réservoir ainsi que son volume.

**Réponse:**

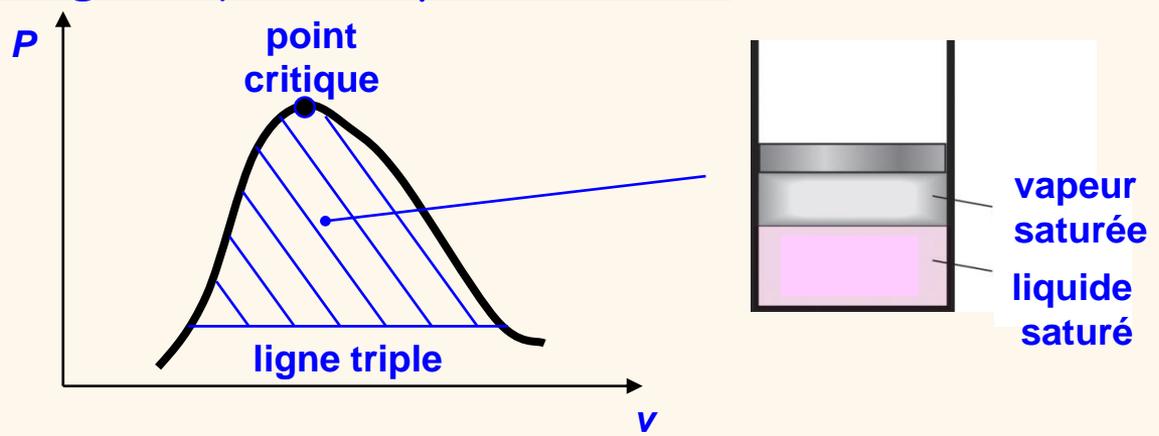


**Exemple 3.2 C & B :** Un système piston-cylindre contient 1m<sup>3</sup> de vapeur saturée à 400kPa. Déterminer la température et la masse de vapeur dans le système.

**Réponse:**

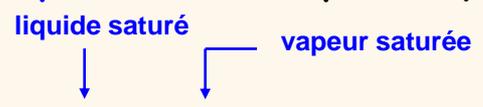


## ii) mélanges liquide/vapeur saturés



Pour obtenir une propriété extensive  $Y$  (par exemple  $V$ ,  $U$ ,  $H$  ou  $S$ ) de ce mélange composé de deux phases, on somme la propriété  $Y$  des deux phases et on divise par la masse totale du mélange pour obtenir la propriété intensive  $y$  ( $Y/m$ ) du mélange.

**exemple:** volume spécifique du mélange ( $Y=V$ )



$$V_{total} = V_f + V_g$$

$$m_{totale} v_{total} = m_f v_f + m_g v_g \rightarrow m_{totale} = m_f + m_g$$

$$v_{totale} = \frac{m_f}{m_{totale}} v_f + \frac{m_g}{m_{totale}} v_g = \left(1 - \frac{m_g}{m_{totale}}\right) v_f + \frac{m_g}{m_{totale}} v_g$$

## ii) mélanges liquide/vapeur saturés (cont.)

On voit que nous avons besoin d'une nouvelle propriété qui donne la proportion des composantes du mélange. Définissons une telle propriété dénommée 'titre' (dénotée  $x$ ):

$$x = \frac{m_g}{m_{totale}} = \frac{m_g}{m_f + m_g} \rightarrow \begin{array}{l} x=0 \quad : \text{ liquide saturé} \\ 0 < x < 1 \quad : \text{ mélange saturé} \\ x=1 \quad : \text{ vapeur saturée} \end{array}$$

donc, le volume spécifique du mélange devient:  $v = (1-x)v_f + xv_g$   
 ou pour une propriété intensive  $y$  (ex.:  $v, u, h, s$ ) (qui est la forme réduite d'une propriété extensive  $Y$ ):

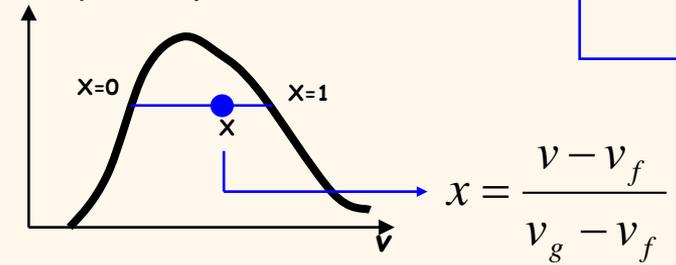
$$y = (1-x)y_f + xy_g$$

ou connaissant  $y$  on peut trouver  $x$ :

$$x = \frac{y - y_f}{y_g - y_f}$$

$$y = y_f + xy_{fg} \quad \text{où}$$

$$y_{fg} \equiv y_g - y_f$$

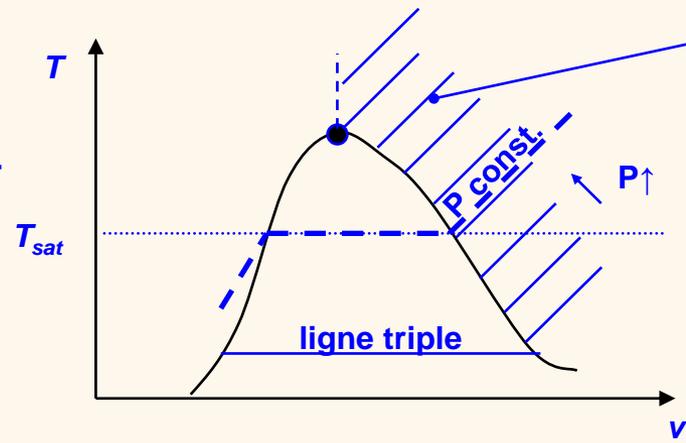


## ii) mélanges liquide/vapeur saturés (cont.)

notes: -  $0 < x < 1$ , donc  $y_f < y < y_g$

- les valeurs de  $y_f$  et  $y_g$  viennent des tables de liquide/vapeur saturé
- selon le postulat d'état, dans ce cas on aurait besoin de deux propriétés indépendantes pour décrire un état:
  - liquide comprimé ou vapeur surchauffée :  $P$  et  $T$  (indépendantes)
  - mélange saturé:  $P$  ou  $T$  (inter-dépendantes) et  $x$ .

### iii) vapeur surchauffée



- région de vapeur surchauffée**
- P & T indépendantes
  - $P < P_{sat}$  pour une T donnée
  - $T > T_{sat}$  pour une P donnée
  - $v > v_g$  pour une P ou T donnée
  - $u > u_g$  pour une P ou T donnée
  - $h > h_g$  pour une P ou T donnée
  - $s > s_g$  pour une P ou T donnée

Propriété  $y = f(P, T)$ : tabulation des propriétés  $v, u, h, s$  versus  $P$  et  $T$  qui nécessite parfois des interpolations en 2-D.

exemple: C & B, tables A-6 pour  $H_2O$

Vapeur surchauffée: A6

**TABLE A-6**

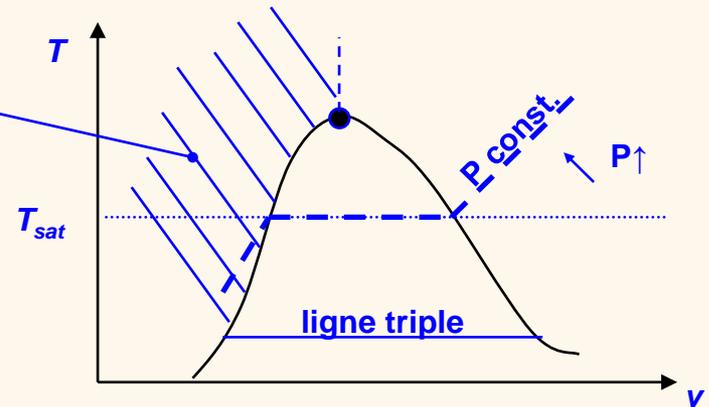
Superheated water (Continued)

$T$ °C	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K
$P = 1.00 \text{ MPa (179.88}^\circ\text{C)}$					$P = 1.20 \text{ MPa (187.96}^\circ\text{C)}$				$P = 1.40 \text{ MPa (195.04}^\circ\text{C)}$			
Sat.	0.19437	2582.8	2777.1	6.5850	0.16326	2587.8	2783.8	6.5217	0.14078	2591.8	2788.9	6.4675
200	0.20602	2622.3	2828.3	6.6956	0.16934	2612.9	2816.1	6.5909	0.14303	2602.7	2803.0	6.4975
250	0.23275	2710.4	2943.1	6.9265	0.19241	2704.7	2935.6	6.8313	0.16356	2698.9	2927.9	6.7488
300	0.25799	2793.7	3051.6	7.1246	0.21386	2789.7	3046.3	7.0335	0.18233	2785.7	3040.9	6.9553
350	0.28250	2875.7	3158.2	7.3029	0.23455	2872.7	3154.2	7.2139	0.20029	2869.7	3150.1	7.1379
400	0.30661	2957.9	3264.5	7.4670	0.25482	2955.5	3261.3	7.3793	0.21782	2953.1	3258.1	7.3046
500	0.35411	3125.0	3479.1	7.7642	0.29464	3123.4	3477.0	7.6779	0.25216	3121.8	3474.8	7.6047
600	0.40111	3297.5	3698.6	8.0311	0.33395	3296.3	3697.0	7.9456	0.28597	3295.1	3695.5	7.8730

## iv) liquide comprimé

région de liquide comprimé

- P & T indépendantes
- $P > P_{sat}$  pour une T donnée
- $T < T_{sat}$  pour une P donnée
- $v < v_f$  pour une P ou T donnée
- $u < u_f$  pour une P ou T donnée
- $h < h_f$  pour une P ou T donnée
- $s < s_f$  pour une P ou T donnée



Propriété  $y = f(P, T)$ : tabulation des propriétés  $v, u, h, s$  versus  $P$  et  $T$  qui nécessite parfois des interpolations en 2-D. (Table semblable à celle pour la vapeur surchauffée.)

exemple: C & B, tables A-7 pour  $H_2O$

Cependant, les données pour les liquides comprimés sont rares, surtout au basses pressions. En leur absence, vu que les propriétés des liquides comprimés sont relativement insensibles à la pression, on peut faire l'approximation:

$$y(P, T) \approx y_f(T)$$

exception possible:  $y=h$  (enthalpie), car  $h=u+Pv$ . Dans ce cas, certain approximent parfois  $h$  avec

$$h(P, T) \approx h_f(T) + v_f(T) * (P - P_{sat}(T))$$

## iv) liquide comprimé

Liquide comprimé: A7

**TABLE A-7**

Compressed liquid water

$T$ °C	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K
$P = 5 \text{ MPa (263.94}^\circ\text{C)}$					$P = 10 \text{ MPa (311.00}^\circ\text{C)}$				$P = 15 \text{ MPa (342.16}^\circ\text{C)}$			
Sat.	0.0012862	1148.1	1154.5	2.9207	0.0014522	1393.3	1407.9	3.3603	0.0016572	1585.5	1610.3	3.6848
0	0.0009977	0.04	5.03	0.0001	0.0009952	0.12	10.07	0.0003	0.0009928	0.18	15.07	0.0004
20	0.0009996	83.61	88.61	0.2954	0.0009973	83.31	93.28	0.2943	0.0009951	83.01	97.93	0.2932
40	0.0010057	166.92	171.95	0.5705	0.0010035	166.33	176.37	0.5685	0.0010013	165.75	180.77	0.5666
60	0.0010149	250.29	255.36	0.8287	0.0010127	249.43	259.55	0.8260	0.0010105	248.58	263.74	0.8234
80	0.0010267	333.82	338.96	1.0723	0.0010244	332.69	342.94	1.0691	0.0010221	331.59	346.92	1.0659
100	0.0010410	417.65	422.85	1.3034	0.0010385	416.23	426.62	1.2996	0.0010361	414.85	430.39	1.2958
120	0.0010576	501.91	507.19	1.5236	0.0010549	500.18	510.73	1.5191	0.0010522	498.50	514.28	1.5148
140	0.0010769	586.80	592.18	1.7344	0.0010738	584.72	595.45	1.7293	0.0010708	582.69	598.75	1.7243
160	0.0010988	672.55	678.04	1.9374	0.0010954	670.06	681.01	1.9316	0.0010920	667.63	684.01	1.9259
180	0.0011240	759.47	765.09	2.1338	0.0011200	756.48	767.68	2.1271	0.0011160	753.58	770.32	2.1206
200	0.0011531	847.92	853.68	2.3251	0.0011482	844.32	855.80	2.3174	0.0011435	840.84	858.00	2.3100
220	0.0011868	938.39	944.32	2.5127	0.0011809	934.01	945.82	2.5037	0.0011752	929.81	947.43	2.4951
240	0.0012268	1031.6	1037.7	2.6983	0.0012192	1026.2	1038.3	2.6876	0.0012121	1021.0	1039.2	2.6774
260	0.0012755	1128.5	1134.9	2.8841	0.0012653	1121.6	1134.3	2.8710	0.0012560	1115.1	1134.0	2.8586

Note:  $u$ ,  $h$ ,  $s$  sont des propriétés dont la valeur est donnée par rapport à une référence. (seules  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta s$  sont significantes). Cette référence peut changer d'une table à l'autre. Il faut donc faire attention si on utilise des tables de sources différentes.

- Exemples (C&B 4-11E)

1. Quel est l'état de l'eau à  $P=200\text{kPa}$  et  $200^\circ\text{C}$ ?
2. Quel est l'état de l'eau à  $P=0.5\text{MPa}$  et  $h=2890\text{ kJ/kg}$ ?  
Déterminer sa température (rép:  $216.3^\circ\text{C}$ )
3. Quel est l'état de l'eau à  $P=5\text{MPa}$  et  $T=80^\circ\text{C}$ ?

Remplir le tableau ci-dessous pour l'eau

$T, ^\circ\text{C}$	$P, \text{kPa}$	$h, \text{kJ/kg}$	$x$	État de la phase
	200		0.7	
140		1800		
	950		0.0	
80	500			
	800	3162.2		

Note:  $u$ ,  $h$ ,  $s$  sont des propriétés dont la valeur est donnée par rapport à une référence. (seules  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta s$  sont significantes). Cette référence peut changer d'une table à l'autre. Il faut donc faire attention si on utilise des tables de sources différentes.

- Exemples (C&B 4-11E)

1. Quel est l'état de l'eau à  $P=200\text{kPa}$  et  $200^\circ\text{C}$ ?
2. Quel est l'état de l'eau à  $P=0.5\text{MPa}$  et  $h=2890\text{ kJ/kg}$ ?  
Déterminer sa température (rép:  $216.3^\circ\text{C}$ )
3. Quel est l'état de l'eau à  $P=5\text{MPa}$  et  $T=80^\circ\text{C}$ ?

Remplir le tableau ci-dessous pour l'eau

$T, ^\circ\text{C}$	$P, \text{kPa}$	$h, \text{kJ/kg}$	$x$	État de la phase
120.21	200	2045.8	0.7	Mélange saturé
140	361.53	1800	0.565	Mélange saturé
177.66	950	752.74	0.0	Liquide saturé
80	500	335.37	---	Liquide comprimé
350	800	3162.2	---	Vapeur surchauffée

State	$T$ $^{\circ}C$	$P$ $MPa$	$v$ $m^3/kg$	$x$
1	400	0.8		
2	200		0.005	
3		3.5	0.05	
4		0.01	20.0	
5		0.2		0.30
6	100	5.0		
7	300		0.5	
8	70.0			0.60
9	250	0.125		

State	$T$ $^{\circ}C$	$P$ $MPa$	$v$ $m^3/kg$	$x$
1	400	0.8	0.38429	SV
2	200	1.5549	0.005	0.0305
3	242.56	3.5	0.05	0.87352
4	160.53	0.01	20.0	SV
5	120.21	0.2	0.2665	0.30
6	100	5.0	0.001041	CL
7	300	0.5256	0.5	SV
8	70.0	0.03120	3.02417	0.60
9	250	0.125	2.10438	SV

## Note: Interpolation linéaire

Quel est le volume massique de la vapeur surchauffée à 1,0 MPa et 220°C

Température(°C)	Volume massique(m <sup>3</sup> /kg)
200	0,20602
250	0,23275

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{v - v_1}{v_2 - v_1}$$

$$\Rightarrow \frac{220 - 200}{250 - 200} = \frac{v - 0.20602}{0.23275 - 0.20602}$$

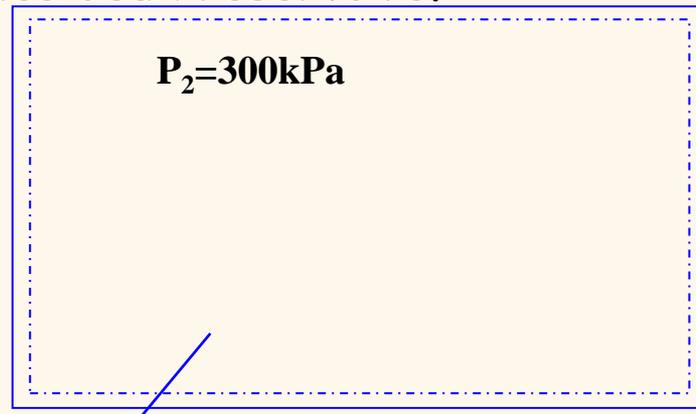
$$\Rightarrow v(220^\circ C) = 0.21671 \text{ m}^3/\text{kg}$$

## Exemples 4.31 C&B page:180

Deux réservoirs A et B sont séparés par une parois. Le réservoir A contient **2kg** de vapeur d'eau à **1MPa** et à **300°C**, alors que le réservoir B contient **3kg** d'un mélange d'eau liquide-vapeur saturé à **150 °C** et à **x=0.5**. Soudainement, la paroi est retirée. Au moment d'atteindre l'équilibre mécanique et thermique, les deux réservoirs se trouvent à **300kPa**. Déterminez alors: **a)** la température et le titre de la vapeur d'eau à l'état final **b)** la chaleur perdue par les deux réservoirs.

A	B
Eau Vapeur	Eau mélange saturé
$m_A=2\text{kg}$	$m_B=3\text{kg}$
$T_{A1}=300^\circ\text{C}$	$T_{B1}=150^\circ\text{C}$
$P_{A1}=1\text{MPa}$	$X_{B1}=0.5$

On supprime la  
séparation



Calculer État1

a)  $T_2$  : réponse :  $133.52^\circ\text{C}$

b)  $X_2$  : réponse :  $0.3641$

c)  $Q$  : réponse :  $-3959.6\text{kJ}$

Q

Équilibre

État2  $T_2=?$ ,  $X_2=?$

A: Eau Vapeur

$$m_A = 2 \text{ kg}$$

$$T_{A1} = 300^\circ\text{C}$$

$$P_{A1} = 1 \text{ MPa}$$

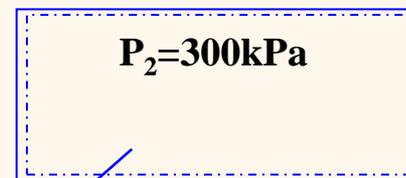
B: Eau mélange saturé

$$m_B = 3 \text{ kg}$$

$$T_{B1} = 150^\circ\text{C}$$

$$X_{B1} = 0.5$$

On supprime la  
séparation



Q Équilibre État 2  $T_2 = ?$ ,  $X_2 = ?$

$$\frac{E_{in} - E_{out}}{\text{Net energy transfer by heat, work, and mass}} = \frac{\Delta E_{system}}{\text{Change in internal, kinetic, potential, etc. energies}}$$

$$-Q_{out} = \Delta U_A + \Delta U_B = [m(u_2 - u_1)]_A + [m(u_2 - u_1)]_B \quad (\text{since } W = KE = PE = 0)$$

The properties of steam in both tanks at the initial state are (Tables A-4 through A-6)

$$\left. \begin{array}{l} P_{1,A} = 1000 \text{ kPa} \\ T_{1,A} = 300^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_{1,A} = 0.25799 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{1,A} = 2793.7 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_{1,B} = 150^\circ\text{C} \\ x_1 = 0.50 \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_f = 0.001091, \quad v_g = 0.39248 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_f = 631.66, \quad u_{fg} = 1927.4 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

$$v_{1,B} = v_f + x_1 v_{fg} = 0.001091 + [0.50 \times (0.39248 - 0.001091)] = 0.19679 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_{1,B} = u_f + x_1 u_{fg} = 631.66 + (0.50 \times 1927.4) = 1595.4 \text{ kJ/kg}$$

The total volume and total mass of the system are

$$V = V_A + V_B = m_A v_{1,A} + m_B v_{1,B} = (2 \text{ kg})(0.25799 \text{ m}^3/\text{kg}) + (3 \text{ kg})(0.19679 \text{ m}^3/\text{kg}) = 1.106 \text{ m}^3$$

$$m = m_A + m_B = 3 + 2 = 5 \text{ kg}$$

Now, the specific volume at the final state may be determined

$$v_2 = \frac{V}{m} = \frac{1.106 \text{ m}^3}{5 \text{ kg}} = 0.22127 \text{ m}^3/\text{kg}$$

which fixes the final state and we can determine other properties

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 300 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.22127 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_2 = T_{sat@300 \text{ kPa}} = 133.5^\circ\text{C} \\ x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0.22127 - 0.001073}{0.60582 - 0.001073} = 0.3641 \end{array}$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 561.11 + (0.3641 \times 1982.1) = 1282.8 \text{ kJ/kg}$$

(b) Substituting,

$$\begin{aligned} -Q_{out} &= \Delta U_A + \Delta U_B = [m(u_2 - u_1)]_A + [m(u_2 - u_1)]_B \\ &= (2 \text{ kg})(1282.8 - 2793.7) \text{ kJ/kg} + (3 \text{ kg})(1282.8 - 1595.4) \text{ kJ/kg} = -3959 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$\text{or } Q_{out} = 3959 \text{ kJ}$$

## 4) Gaz parfaits

### a) Équations d'état

- Alternative aux tables pour relier la pression, la température et le volume massique.
- Équation d'état la plus simple.

$$PV = NR_u T \quad \text{où } N : \text{nombre de moles du gaz}$$
$$R_u : \text{constante universelle de gaz (8.31447 KJ/kmol}\cdot\text{K)}$$

- Un gaz parfait est un gaz imaginaire qui obéit cette relation. Cependant, à basse pression et haute température (donc basse densité) beaucoup de gaz familiers à basse masse molaire (air,  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $H_2$ , He, Ar, ...) peuvent être approximés par un gaz parfait.
- Pour les gaz plus lourds ou dans des régions de P et T où la densité est haute, on devrait utiliser les tables.

ex.: - réfrigérant (élément lourd)  
- vapeur d'eau à haute P dans une centrale thermique (haute densité)

## a) Équations d'état (cont.)

Autres formes de l'équation de gaz parfait:

$$PV = NM \frac{R_u}{M} T \quad \text{où } M = \text{masse molaire du gaz}$$

$$PV = mRT \quad \text{où } m = NM = \text{masse du gaz}$$

$$R \equiv \frac{R_u}{M} = \text{constante du gaz (différente pour chaque gaz)}$$

$$Pv = RT \quad \text{où } v = \frac{V}{m} = \text{volume spécifique}$$

$$R_u = 8.31447 \text{ kJ/kmol.K}$$

$$= 8.31447 \text{ kPa.m}^3/\text{kmol.K}$$

$$R = \text{kJ/kg.K} = \text{kPa.m}^3/\text{kg.K}$$

$$P = \rho RT \quad \text{où } \rho = \frac{1}{v} = \text{densité}$$

## b) $u$ , $h$ , $c_v$ et $c_p$ pour un gaz parfait

i) énergie interne ( $u$ ): Il a été démontré mathématiquement et expérimentalement (Joule 1843) que l'énergie interne d'un gaz parfait n'est fonction que de la température

$$u = u(T)$$

b)  $u$ ,  $h$ ,  $c_v$  et  $c_p$  pour un gaz parfait (cont.)

ii) enthalpie ( $h$ ):

$$h = u + Pv \rightarrow Pv = RT$$

$$h = u + RT \rightarrow u = u(T)$$

$$h = h(T)$$

iii) chaleurs massiques ( $c_v$ ,  $c_p$ )

$$c_v \equiv \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v \stackrel{u=u(T)}{=} \frac{du}{dT} = c_v(T)$$

$$c_p \equiv \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \stackrel{h=h(T)}{=} \frac{dh}{dT} = c_p(T)$$

donc, pour un changement d'état:

$$du = c_v dT \rightarrow \Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT$$

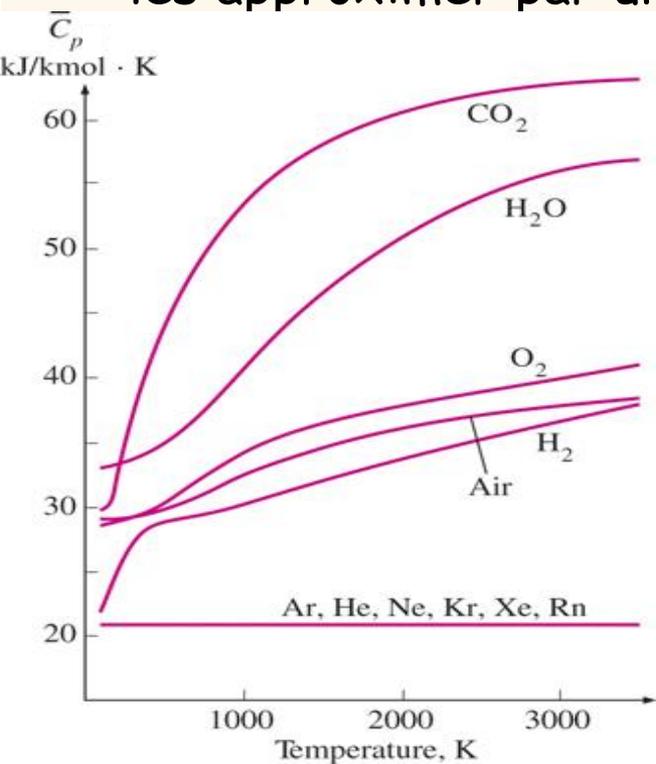
$$dh = c_p dT \rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

(Notez que ces deux relations s'appliquent pour toute évolution de gaz parfait, pas juste pour celles à  $v$  ou  $P$  constante.)

b)  $u$ ,  $h$ ,  $c_v$  et  $c_p$  pour un gaz parfait (cont.)

Pour intégrer et obtenir  $\Delta u$  et  $\Delta h$ , il faut en principe connaître les fonctions  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$ .

Pour les gaz sous des conditions (P basse, T haute) qui permettent de les approximer par un gaz parfait, voici la variation de  $c_p$  avec  $T$  :



→ gaz monoatomiques

## b) $u$ , $h$ , $c_v$ et $c_p$ pour un gaz parfait (cont.)

Pour une évolution d'un gaz parfait, on peut trouver  $\Delta u$  et  $\Delta h$ , par trois méthodes:

- (1) Utiliser les tables de gaz parfait pour chaque gaz où  $u$  &  $h$  sont obtenu en intégrant, avec les fonctions exactes de  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$ :

$$u(T) = \int_{T_{ref}}^T c_v(T) dT$$

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T c_p(T) dT$$

Note:  $T_{ref}$  est la température à un état de référence arbitrairement choisi

C'est le moyen le plus rapide et le plus précis.

exemple: C & B table A-17 pour l'air comme gaz parfait

TABLE A-17

Ideal-gas properties of air

$T$ K	$h$ kJ/kg	$P_r$	$u$ kJ/kg	$v_r$	$s^\circ$ kJ/kg · K
200	199.97	0.3363	142.56	1707.0	1.29559
210	209.97	0.3987	149.69	1512.0	1.34444
220	219.97	0.4690	156.82	1346.0	1.39105
230	230.02	0.5477	164.00	1205.0	1.43557
240	240.02	0.6355	171.13	1084.0	1.47824
250	250.05	0.7329	178.28	979.0	1.51917
260	260.09	0.8405	185.45	887.8	1.55848
270	270.11	0.9590	192.60	808.0	1.59634
280	280.13	1.0889	199.75	738.0	1.63279
285	285.14	1.1584	203.33	706.1	1.65055

## b) $u$ , $h$ , $c_v$ et $c_p$ pour un gaz parfait (cont.)

(2) Utiliser les relations données pour  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$  et intégrer (souvent numériquement avec un ordinateur). Ces relations peuvent être données sous forme de:

- tables: par exemple C & B, table A-2b

- polynômes: par exemple C & B, table A-2c

TABLE A-2

Ideal-gas specific heats of various common gases (

(b) At various temperatures

Temperature, K	$c_p$	$c_v$	$k$
	kJ/kg · K		
	<i>Air</i>		
250	1.003	0.716	1.401
300	1.005	0.718	1.400
350	1.008	0.721	1.398
400	1.013	0.726	1.395
450	1.020	0.733	1.391

TABLE A-2

Ideal-gas specific heats of various common gases (Concluded)

(c) As a function of temperature

$$\bar{c}_p = a + bT + cT^2 + dT^3$$

( $T$  in K,  $c_p$  in kJ/kmol · K)

diviser par masse molaire  
pour obtenir  $c_p$   
et  $c_v = c_p - R$

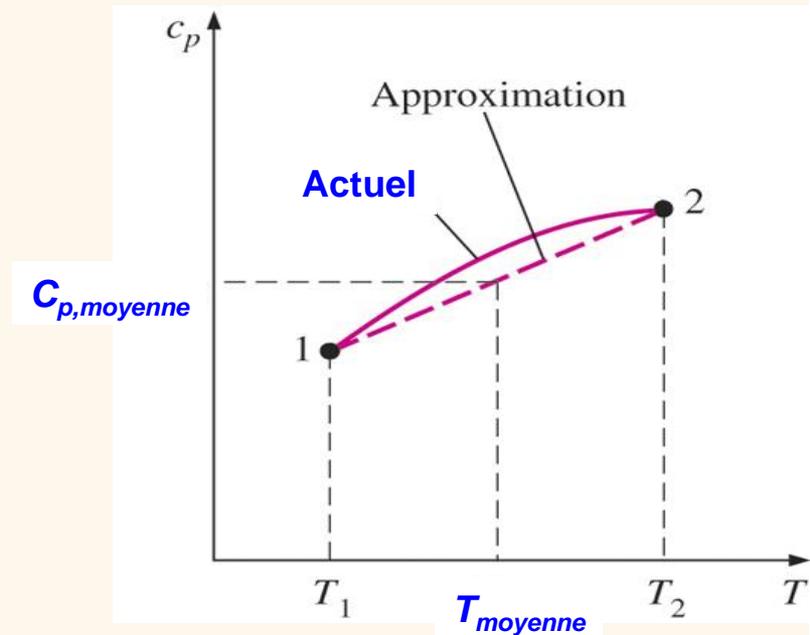
Substance	Formula	$a$	$b$	$c$	$d$	Temperature range, K	% error	
							Max.	Avg.
Nitrogen	N <sub>2</sub>	28.90	-0.1571 × 10 <sup>-2</sup>	0.8081 × 10 <sup>-5</sup>	-2.873 × 10 <sup>-9</sup>	273-1800	0.59	0.34
Oxygen	O <sub>2</sub>	25.48	1.520 × 10 <sup>-2</sup>	-0.7155 × 10 <sup>-5</sup>	1.312 × 10 <sup>-9</sup>	273-1800	1.19	0.28
Air	—	28.11	0.1967 × 10 <sup>-2</sup>	0.4802 × 10 <sup>-5</sup>	-1.966 × 10 <sup>-9</sup>	273-1800	0.72	0.33

## b) $u$ , $h$ , $c_v$ et $c_p$ pour un gaz parfait (cont.)

(3) on emploie une valeur moyenne de  $c_v$  ou  $c_p$ . les résultats sont plus précis si l'intervalle de température, dans lequel la chaleur massique est considérée constante, demeure petite:

$$c_{p,moyenne} = c_p \left( \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \rightarrow \Delta h \approx c_{p,moyenne} (T_2 - T_1)$$

$$c_{v,moyenne} = c_v \left( \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \rightarrow \Delta u \approx c_{v,moyenne} (T_2 - T_1)$$



b)  $u$ ,  $h$ ,  $c_v$  et  $c_p$  pour un gaz parfait (cont.)

iv) relation entre  $R$ ,  $c_v$ ,  $c_p$ :

$$h(T) = u(T) + RT$$

pour un gaz parfait:

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R$$

$$c_p = c_v + R$$

une autre propriété:

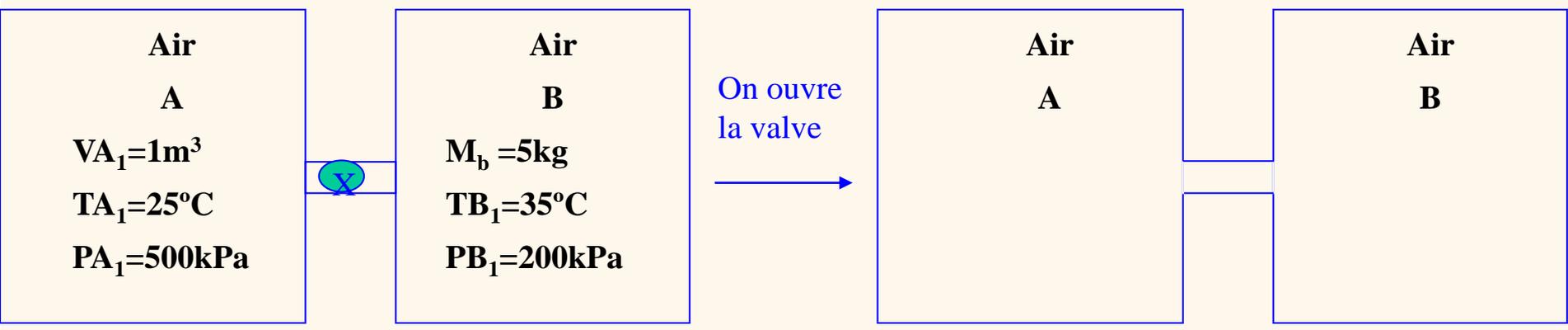
$$k \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

*'rapport des chaleurs massiques'*

exemples

## Exemples 3.63 C&B, Page:142

Un réservoir de  $1\text{m}^3$  qui contient de l'air à  $25\text{ }^\circ\text{C}$  et  $500\text{kPa}$  est relié, au moyen d'une soupape, à un autre réservoir qui contient  $5\text{kg}$  d'air à  $35\text{ }^\circ\text{C}$  et à  $200\text{kPa}$ . La soupape est ouverte et, après un certain temps, le système atteint l'équilibre thermique avec le milieu extérieur à  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . Déterminez le volume du deuxième réservoir et la pression d'équilibre. Prendre  $R=0.287\text{kJ/Kg.K}$



État1

Équilibre

Calculer

État2  $T_2=20^\circ\text{C}$

- a)  $V_B?$  réponse :  $2.21\text{m}^3$
- b)  $P_2$  réponse :  $284.2\text{kPa}$

$P_2=?$

### Exemple 3.68 (Solution)

$$V_B = \left( \frac{m_1 R T_1}{P_1} \right)_B = \frac{(5 \text{ kg})(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(308 \text{ K})}{200 \text{ kPa}} = 2.21 \text{ m}^3$$

$$m_A = \left( \frac{P_1 V}{R T_1} \right)_A = \frac{(500 \text{ kPa})(1.0 \text{ m}^3)}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(298 \text{ K})} = 5.846 \text{ kg}$$

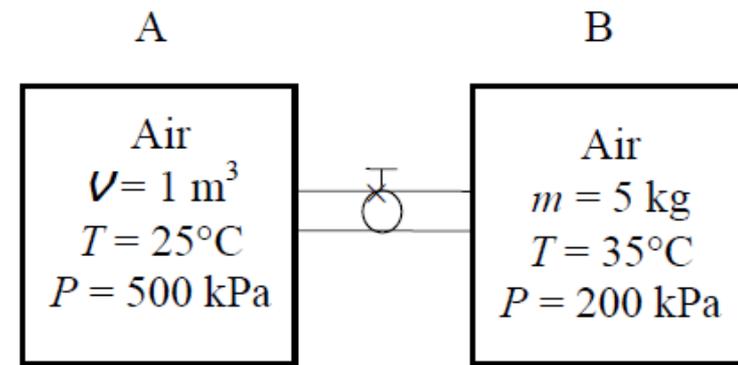
Thus,

$$V = V_A + V_B = 1.0 + 2.21 = 3.21 \text{ m}^3$$

$$m = m_A + m_B = 5.846 + 5.0 = 10.846 \text{ kg}$$

Then the final equilibrium pressure becomes

$$P_2 = \frac{m R T_2}{V} = \frac{(10.846 \text{ kg})(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(293 \text{ K})}{3.21 \text{ m}^3} = 284.1 \text{ kPa}$$



## LECTURE SECTION DU LIVRE

Sections 3.1 à 3.6 et 4.3, 4.5 du livre, «THERMODYNAMIQUE, une approche pragmatique», Y.A. Çengel, M.A. Boles et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2ed 2014.