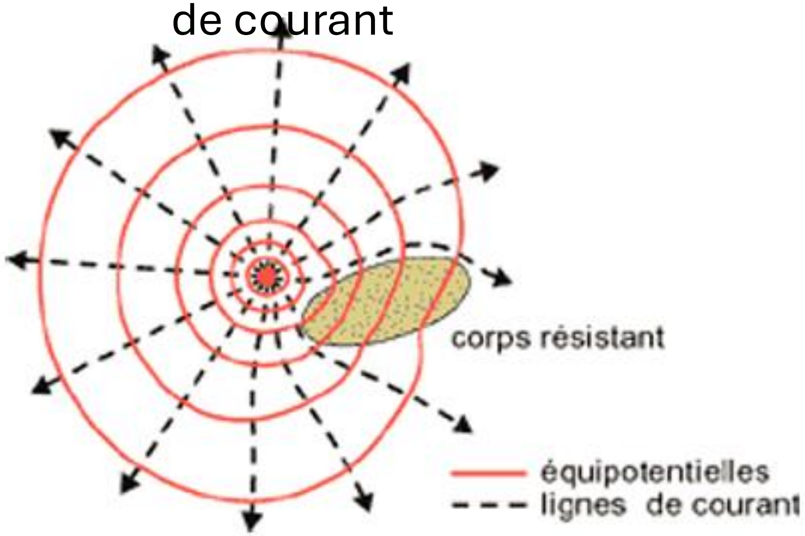
Rappel

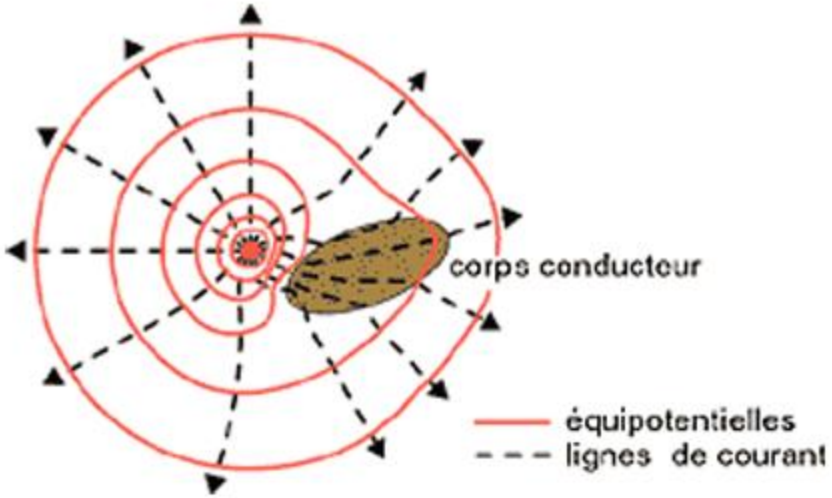
Déviation du courant et du potentiel

En présence d'hétérogénéités:

- Les lignes de courants sont attirés par les conducteurs et repoussées par les corps résistants
- Le potentiel augmente à proximité d'un corps résistant et diminue en présence d'un corps conducteur

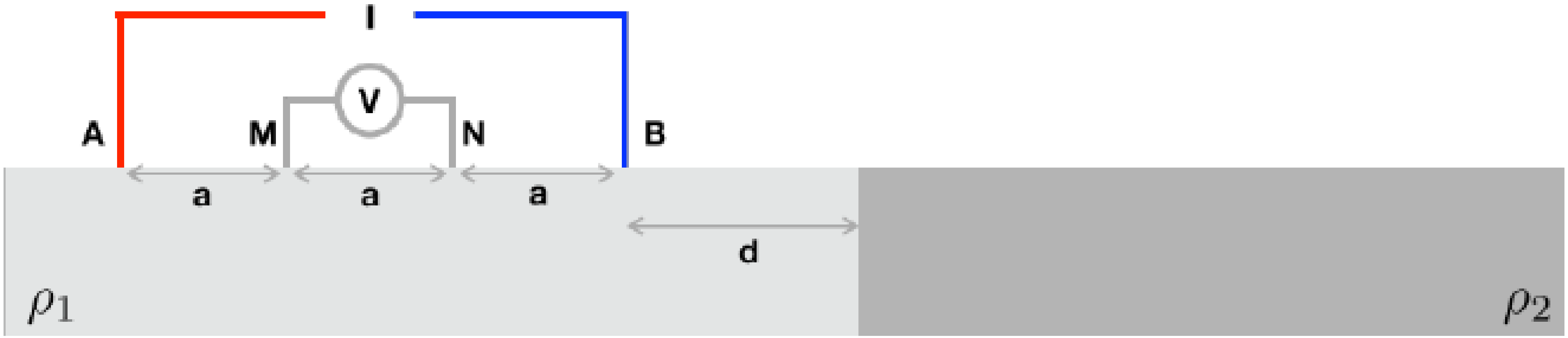
Résistivité du milieu dans lequel se trouve l'électrode réelle de courant





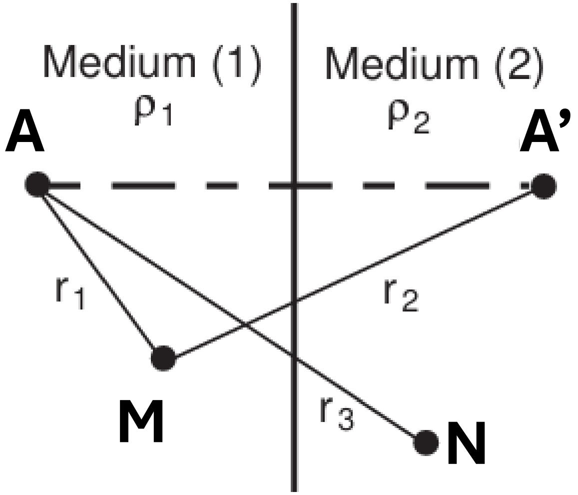
Question 4

Trouvez la résistivité apparente donné par le dispositif de Wenner à proximité d'un contact vertical à l'aide de la méthode des images, en fonction de la distance du contact d :



Rappel

A = Électrode réelle de courant
A' = Électrode virtuelle de courant
M = Électrode de tension
N = Électrode de tension



Résistivité du milieu dans lequel se trouve l'électrode virtuelle de courant — Résistivité du milieu dans lequel se trouve l'électrode réelle de courant

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Coefficient de réflexion, à ne pas confondre avec le facteur géométrique noté K pour le calcul de la résistivité apparente

$$V_{AM} = \frac{\rho_1 \times I}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{K}{r_2}\right)$$

Résistivité du milieu dans lequel se trouve l'électrode de tension

$$V_{AN} = \frac{\rho_2 \times I}{4\pi}\left(\frac{1}{r_3} - \frac{K}{r_3}\right)$$

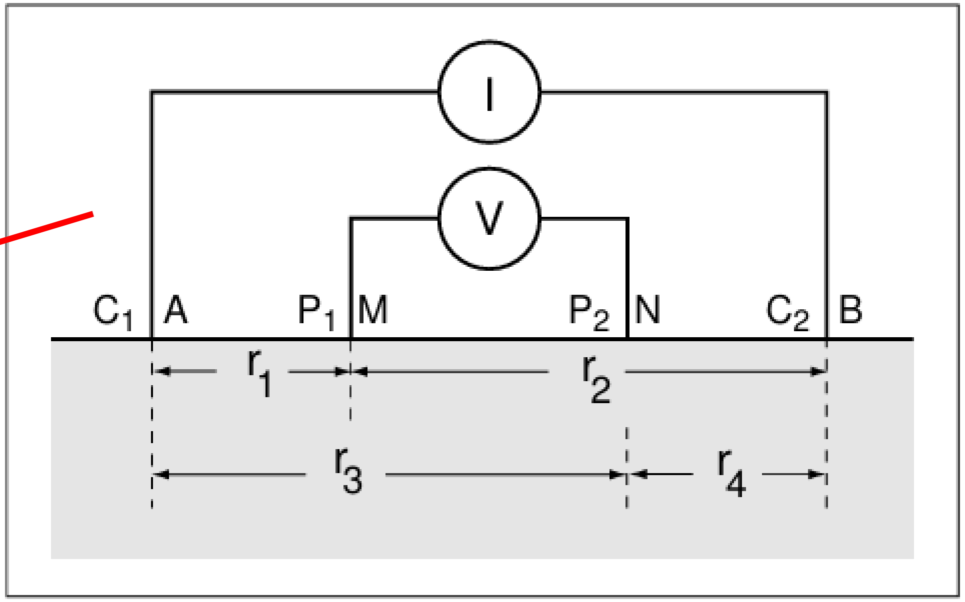
Résistivité du milieu dans lequel se trouve l'électrode de tension

Rappel

Facteur géométrique

$$\rho_a = K\frac{\Delta V_{MN}}{I_{AB}}$$

Pour un dispositif à 4 électrodes :



$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

V_{XY} est la tension de courant mesuré à l'électrode de tension **Y** injecté par l'électrode de courant X.

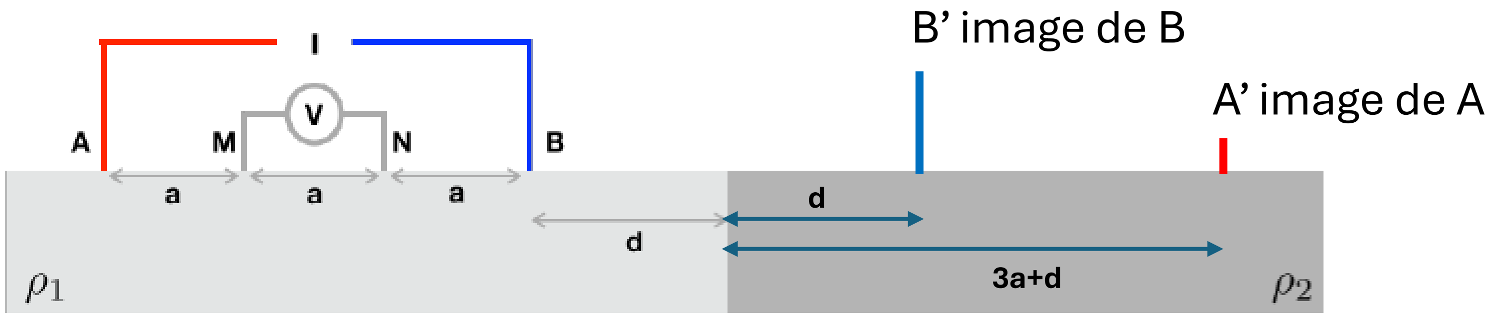
Pour un milieu homogène **infini** : $V_{XY} = \frac{I\rho}{4\pi}\frac{1}{r}$

Pour un milieu homogène **fini** : $V_{XY} = \frac{I\rho}{2\pi}\frac{1}{r}$

Où **r** et la distance entre l'électrode **X** et **Y** et **ρ** est la résistivité du milieu

Donc Il va falloir expliciter V_{AM}, V_{BM}, V_{AN}, V_{BN} en présence d'une interface de résistivité. En fonction de la position de chaque électrode A, B, M et N par rapport à l'interface de résistivité, plusieurs cas doivent être pris en considération.

1^{er} Cas : Dispositif au-dessus le milieu ρ_1



$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

$$V_{AM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{5a+2d}\right)$$

$$V_{BM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{2a+2d}\right)$$

$$V_{AN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{4a+2d}\right)$$

$$V_{BN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{a+2d}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{5a+2d} - \frac{1}{2a} - \frac{K}{2a+2d} - \frac{1}{2a} - \frac{K}{4a+2d} + \frac{1}{a} + \frac{K}{a+2d}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\left(\frac{1}{a} - \cancel{\frac{1}{2a}} - \cancel{\frac{1}{2a}} + \cancel{\frac{1}{a}}\right) + K.\left(\frac{1}{5a+2d} - \frac{1}{2a+2d} - \frac{1}{4a+2d} + \frac{1}{a+2d}\right)\right)$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi a}\left(1 + K.\frac{3a^3(3a+2d)}{2(a+d)(a+2d)(2a+d)(5a+2d)}\right)$$

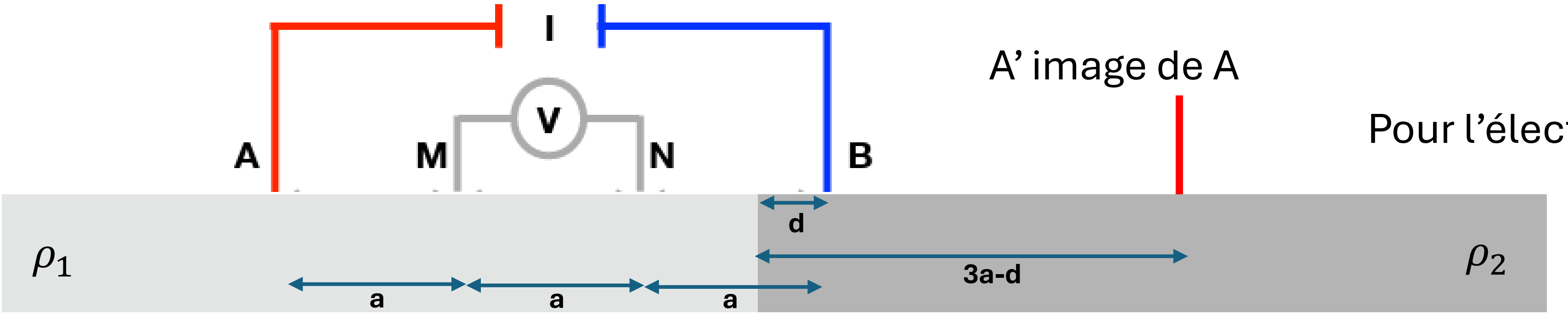
$$\Longrightarrow \quad \rho_a = K\frac{\Delta V_{MN}}{I_{AB}} = \rho_1.\left(1 + K.\frac{3a^3(3a+2d)}{2(a+d)(a+2d)(2a+d)(5a+2d)}\right)$$

facteur géométrique K =2πa pour un dispositif Wenner, à ne pas confondre avec le coefficient de réflexion

2eme Cas : Interface de résistivité comprise entre B et N

Pour l'électrode A : $K = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

Pour l'électrode B : $K_b = \dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = -K$



$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$V_{AM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{5a-2d}\right)$$

$$V_{BM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} - \frac{K_B}{2a}\right)$$

$$V_{AN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{4a-2d}\right)$$

$$V_{BN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{K_B}{a}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{5a-2d} - \frac{1}{2a} - \frac{K}{2a} - \frac{1}{2a} - \frac{K}{4a-2d} + \frac{1}{a} + \frac{K}{a}\right)$$

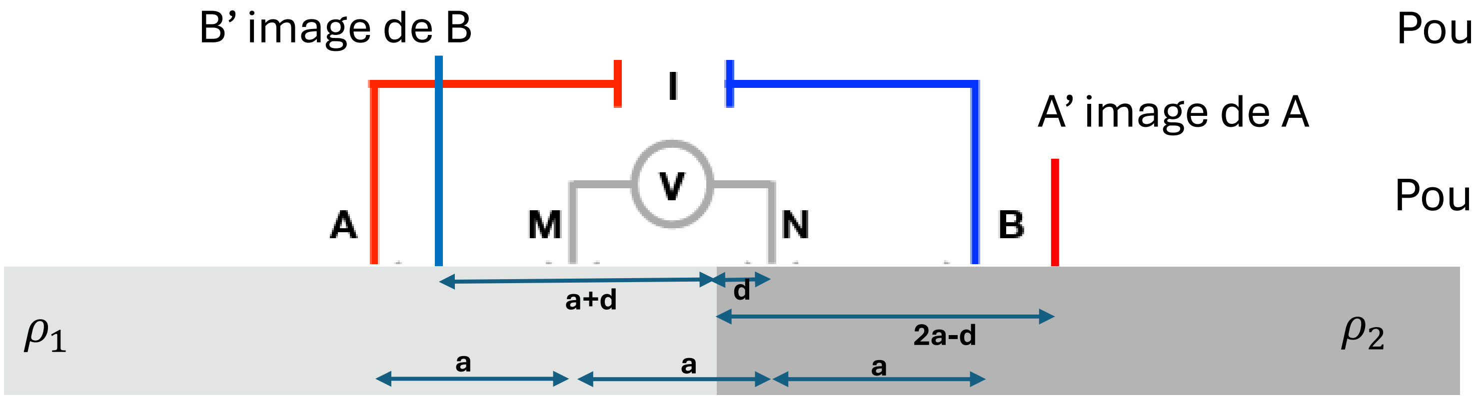
$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{5a-2d} - \frac{K}{4a-2d} + \frac{K}{2a}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2.2\pi a}\left(1 + K.\frac{2a(3a-2d)(3a-d)}{(2a-d)(5a-2d)}\right)$$

$$\Longrightarrow \rho_a = K\frac{\Delta V_{MN}}{I_{AB}} = \frac{\rho_1}{2}.\left(1 + K.\frac{2a(3a-2d)(3a-d)}{(2a-d)(5a-2d)}\right)$$

facteur géométrique K =2πa pour un dispositif Wenner, à ne pas confondre avec le coefficient de réflexion

3^{eme} Cas : Interface de résistivité comprise entre N et M



Pour l'électrode A : $K = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

Pour l'électrode B : $K_b = \dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = -K$

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$V_{AM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{3a - 2d}\right)$$

$$V_{BM} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} - \frac{K_B}{2a}\right)$$

$$V_{AN} = \frac{\rho_2 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} - \frac{K}{2a}\right)$$

$$V_{BN} = \frac{\rho_2 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K_B}{a + 2d}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = (V_{AM} - V_{BM}) - (V_{AN} - V_{BN})$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{K}{3a - 2d} - \frac{1}{2a} - \frac{K}{2a}\right) - \frac{\rho_2 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} - \frac{K}{2a} - \frac{1}{a} + \frac{K}{a + 2d}\right)$$

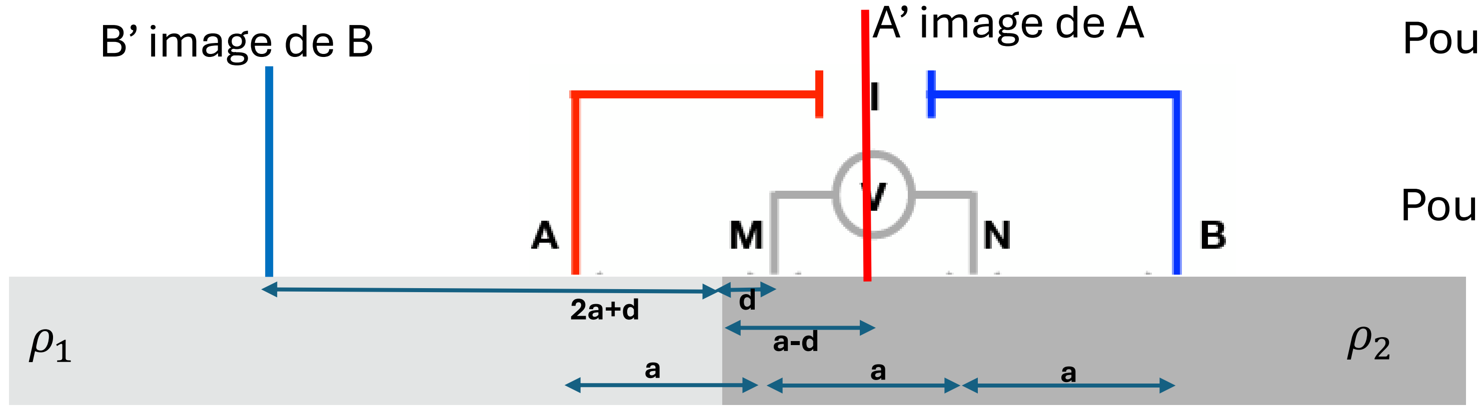
$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{3a - 2d} - \frac{K}{2a}\right) + \frac{\rho_2 \times I}{2\pi}\left(\frac{1}{2a} + \frac{K}{2a} - \frac{K}{a + 2d}\right)$$

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 \times I}{2.2\pi a}\left(1 + K.\frac{(2d - a)}{(3a - 2d)}\right) + \frac{\rho_2 \times I}{2.2\pi a}\left(1 + K.\frac{(2d - a)}{(a + 2d)}\right)$$

$$\Longrightarrow \rho_a = K\frac{\Delta V_{MN}}{I_{AB}} = \frac{\rho_1}{2}.\left(1 + K.\frac{(2d - a)}{(3a - 2d)}\right) + \frac{\rho_2}{2}.\left(1 + K.\frac{(2d - a)}{(a + 2d)}\right)$$

facteur géométrique K =2πa pour un dispositif Wenner, à ne pas confondre avec le coefficient de réflexion

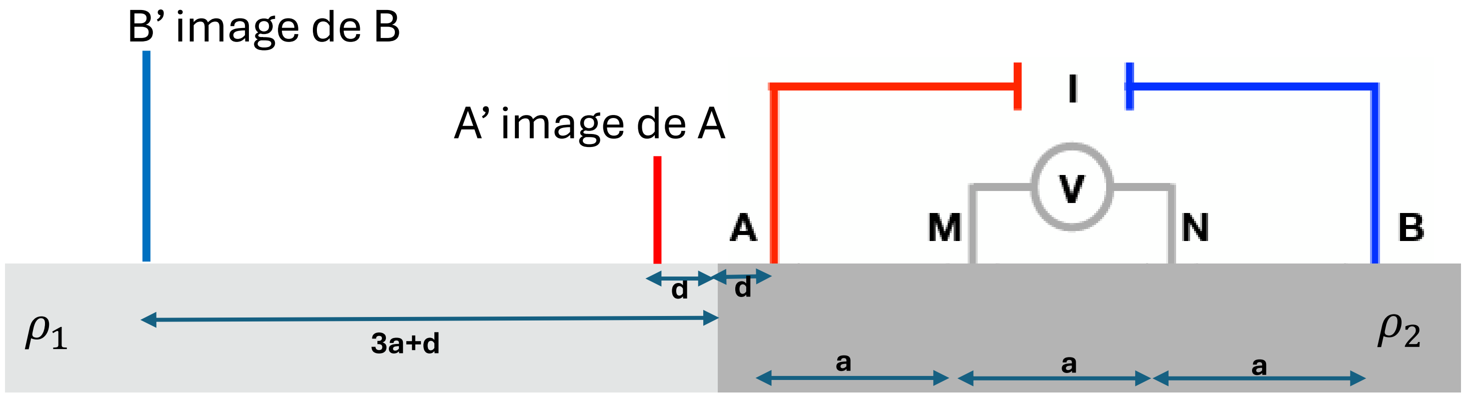
4eme Cas : Interface de résistivité comprise entre M et A



Pour l'électrode A : $K = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

Pour l'électrode B : $K_b = \dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = -K$

5eme Cas : Dispositif au-dessus le milieu ρ_1



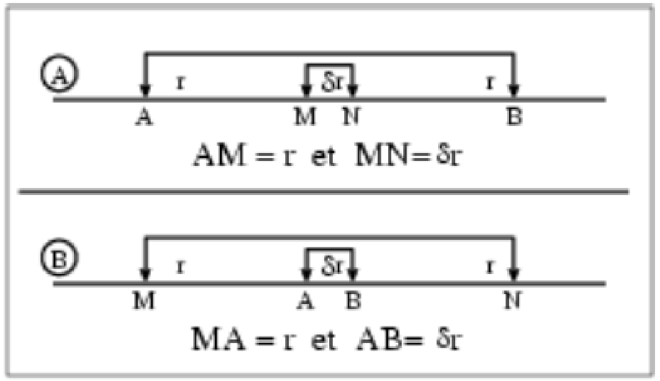
$$K = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Question 5

On présente à la figure suivante la configuration Schlumberger « *normale* » pour laquelle le dipôle MN (δr) est petit par rapport à la longueur AB (2r + δr) du dipôle d'injection. Dans certains cas, il peut être avantageux d'utiliser la configuration Schlumberger « *inverse* » (figure 2B) dans laquelle on intervertit les électrodes de potentiel et de courant, c'est-à-dire que le dipôle de voltage MN a maintenant une longueur de 2r + δr et le dipôle d'injection de courant a une longueur de δr.

A) donnez les facteurs géométriques K pour la configuration *normale* et pour la configuration *inverse* en fonction de r et δr. Que remarquez-vous ?

B) Dans quelles circonstances peut-il être préférable d'utiliser la deuxième configuration (inverse) plutôt que la première (normale) ?



Rappel

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}}$$

A)

$$K_{normal} = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}}$$

$$= \frac{2\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\delta r} - \frac{1}{r+\delta r} + \frac{1}{r}} = \frac{\pi . r . (r+\delta r)}{\delta r}$$

$$K_{inverse} = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}}$$

$$= \frac{2\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\delta r} - \frac{1}{r+\delta r} + \frac{1}{r}} = \frac{\pi . r . (r+\delta r)}{\delta r} = K_{normal}$$

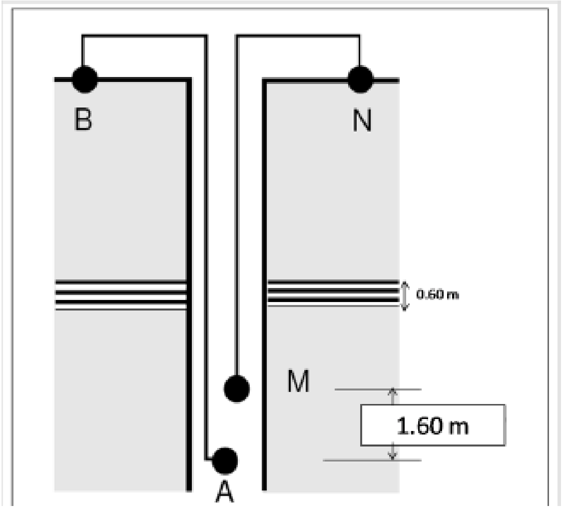
$$\Longrightarrow \quad K_{normal} = K_{inverse} = \frac{\pi . r . (r+\delta r)}{\delta r}$$

B) En présence d'un sol très conducteur, la configuration normale peut entraîner une saturation du courant dans la zone entre les électrodes de courant, limitant la profondeur d'investigation et la sensibilité de la mesure.

La configuration inverse permet de contourner ce problème en étendant la zone de circulation du courant, ce qui améliore la sensibilité de la mesure et fournit une réponse plus représentative des propriétés du sous-sol.

Question 6

La figure suivante montre un dispositif normal de diagraphie électrique en forage. Le dispositif de 1.60 m (AM = 64") va passer à travers une couche de flysch de 0.60 m d'épaisseur totale composée de 6 couches minces qui alternent. Les couches minces sont d'égale épaisseur (0.10 m). Les couches 1, 3, et 5 sont résistantes (ρ=500 Ω.m) alors que les couches 2, 4, et 6 sont conductrices (ρ=50 Ω.m). Quelle est la résistivité de la couche équivalente qui va donner lieu à la réponse électrique de ce flysch?



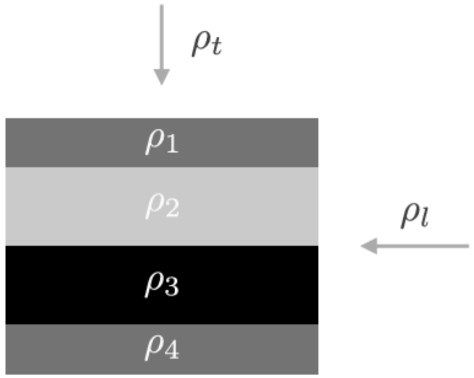
Rappel

Résistivité transversale
(résistances en série)

$$\rho_t = \frac{\sum_i^n h_i \rho_i}{\sum_i^n h_i}$$

Résistivité longitudinale
(résistances en parallèle)

$$\rho_l = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n h_i/\rho_i}$$



Le courant du dispositive AM, va circuler perpendiculairement à la couche de flysch, la résistivité équivalente est :

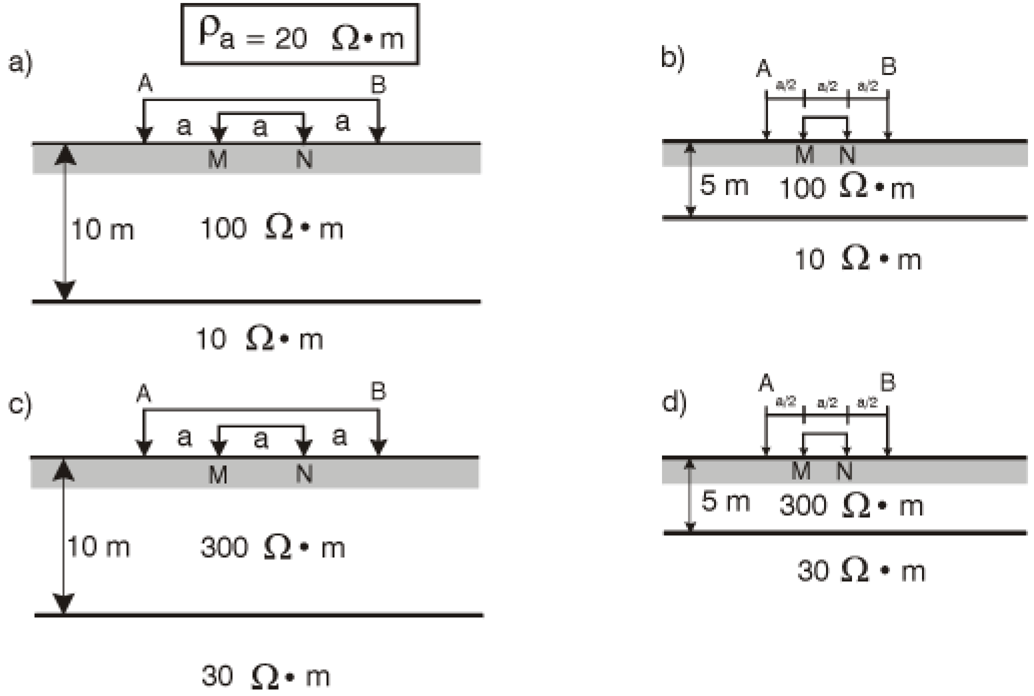
$$\rho_{eq} = \frac{\sum_i^6 h_i \rho_i}{\sum_i^6 h_i}$$

$$= \frac{0.1 \times 500 + 0.1 \times 50 + 0.1 \times 500 + 0.1 \times 50 + 0.1 \times 500 + 0.1 \times 50}{0.6}$$

$$= 275\ \Omega.m$$

Question 7

La figure suivante présente un dispositif Wenner d'écartement "a" au-dessus d'un sous-sol formé de deux couches de 100 et 10 ohm.m. L'épaisseur de la couche supérieure est de 10 m. Sachant que pour le cas en a), on a obtenu une résistivité apparente de 20 ohm.m, trouvez la résistivité apparente qu'on devrait obtenir pour les cas b), c) et d).



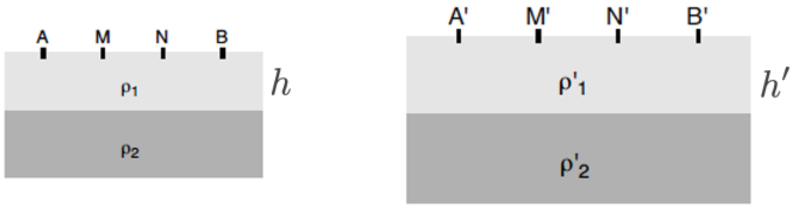
b) $k_h = 0.5$, $k_K = 0.5 \rightarrow \rho_a = \frac{20\times0.5}{0.5} = 20\ \Omega.m$

c) $k_\rho = 3 \rightarrow \rho_a = 20\times3 = 60\ \Omega.m$

d) $k_\rho = 3$, $k_h = 0.5$, $k_K = 0.5 \rightarrow \rho_a = \frac{20\times3\times0.5}{0.5} = 60\ \Omega.m$

Rappel

Principe de similitude: Les résistivités apparentes mesurées par deux dispositifs peuvent être les mêmes si certaines proportions sont respectées:



Soient 3 facteurs de similitudes:

- $k_\rho \longrightarrow \rho'_2 = k_\rho \rho_2 \quad \rho'_1 = k_\rho \rho_1$
- $k_h \longrightarrow h' = k_h h$
- $k_K \longrightarrow K' = k_K K \longrightarrow$ facteur géométrique

Alors:

$$\boxed{\rho'_a = \rho_a \frac{k_\rho k_K}{k_h}}$$

Question 8

On veut faire le suivi du niveau de la nappe phréatique au-dessus d'un aquifère à nappe libre (figure 3a) à l'aide de résistivité électrique. L'aquifère est constitué d'un sable moyen propre (pas d'argile) présentant une porosité de 40%.

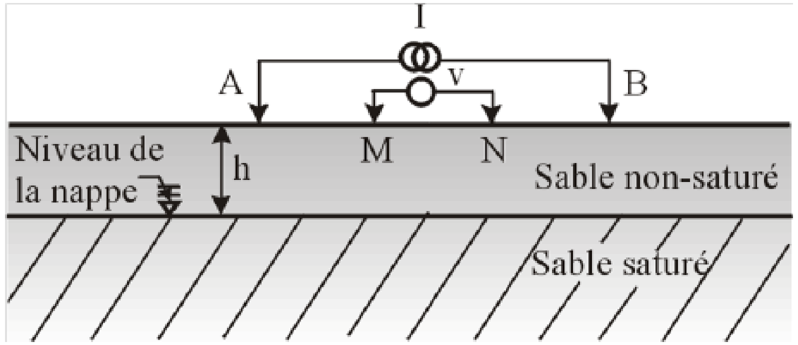
Au début du printemps, la nappe est haute et se situe à 1,0 m de la surface du sol. À la fin de l'automne, la nappe est au plus bas et atteint 1,5 m de profondeur. La saturation moyenne dans la couche de sable au-dessus de la nappe est de l'ordre de 0.2 (ou 20%). L'eau présente dans le sable a une résistivité de 10 ohm.m.

a) Calculez la résistivité de la couche de sable non saturée (au-dessus de la nappe) et la résistivité de la couche saturée (au-dessous de la nappe). Vous utiliserez la loi d'Archie :

$$\rho_{eff} = a\phi^{-m} S_w^{-n} \rho_w$$

avec a ~ 1, m ~ 2 et n ~ 2. phi est la porosité et S, le degré de saturation.

b) Quelle serait la variation de résistivité apparente mesurée par le dispositif Schlumberger avec AB/2 = L = 3 m entre le début du printemps et la fin de l'automne ? Utilisez l'abaque du dispositif de Schlumberger (L'abscisse est le rapport L/h)



A)

Résistivité de la couche de sable non saturé :

$$\rho_{unsat} = a.\phi^{-m}.S_w^{-n}.\rho_w = 1 \times 0.4^{-2} \times 0.2^{-2} \times 10 = 1562.5\ \Omega.m$$

Résistivité de la couche de sable saturé :

$$\rho_{sat} = a.\phi^{-m}.S_w^{-n}.\rho_w = 1 \times 0.4^{-2} \times 1^{-2} \times 10 = 62.5\ \Omega.m$$

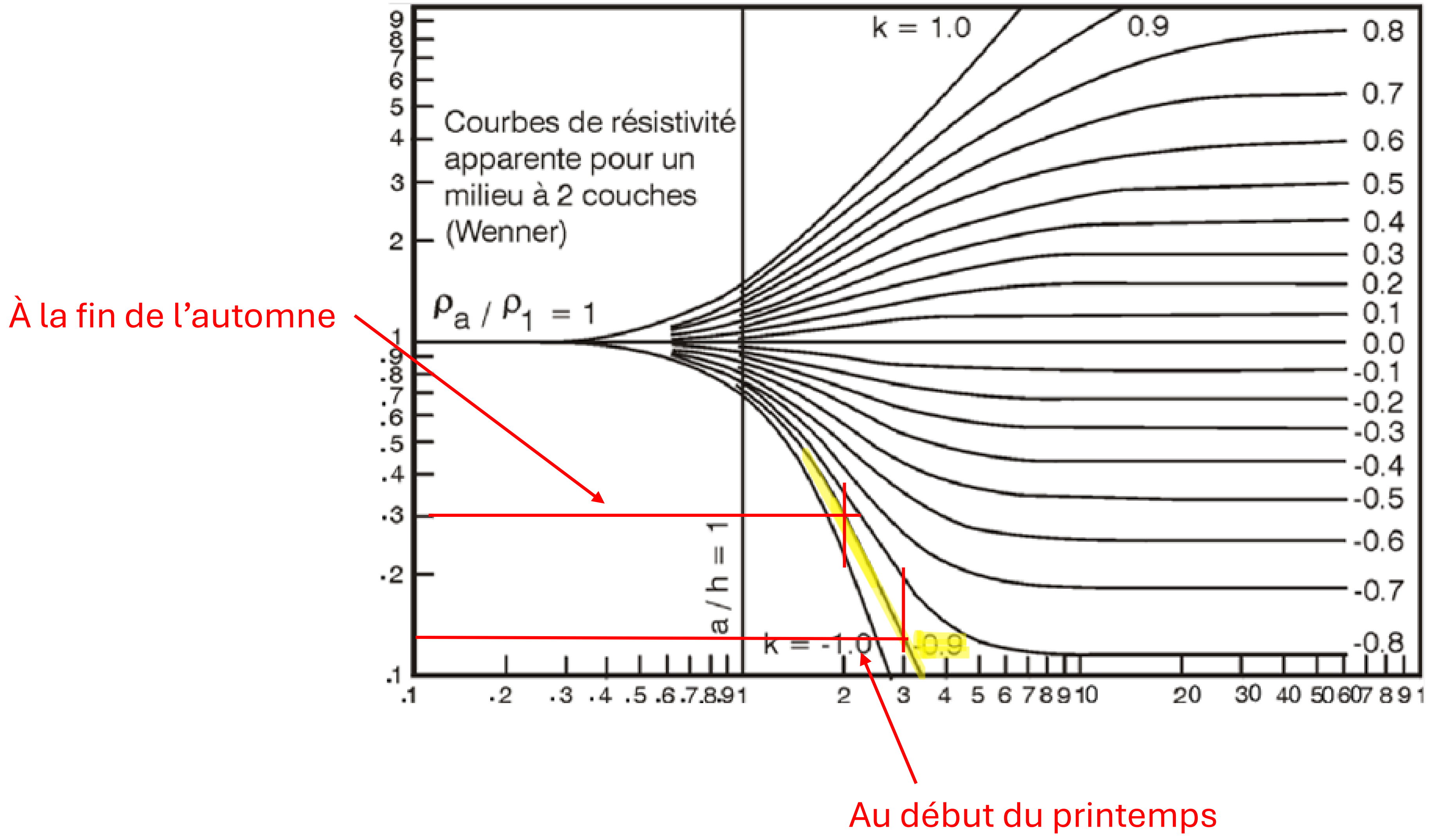
B) $$k = \frac{\rho_{sat} - \rho_{unsat}}{\rho_{sat} + \rho_{unsat}} = -0.92$$

Au début du printemps :

$$L/h = 3/1 = 3 \Longrightarrow \rho_a/\rho_1 = 0.12 \Longrightarrow \rho_a = 187.5\ \Omega.m$$

À la fin de l'automne :

$$L/h = 3/1.5 = 2 \Longrightarrow \rho_a/\rho_1 = 0.3 \Longrightarrow \rho_a = 468.75\ \Omega.m$$



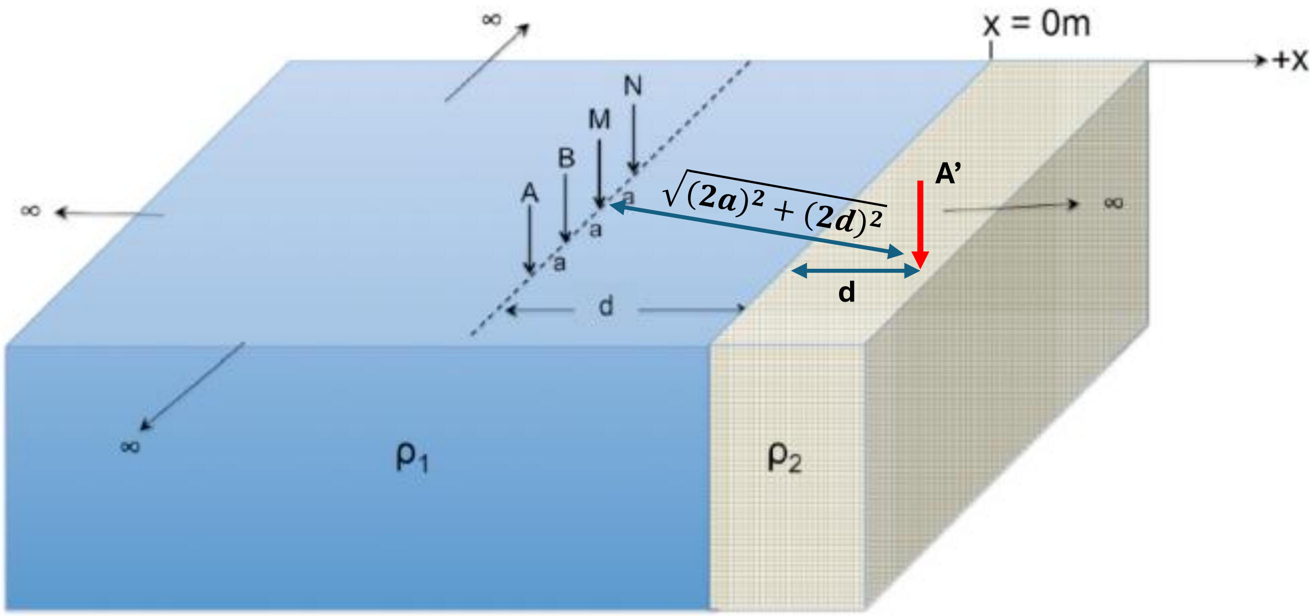
Courbes de résistivité apparente pour un milieu à 2 couches (Wenner)
$\rho_a / \rho_1 = 1$
a / h = 1
k = 1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
k = -1.0
-0.9
À la fin de l'automne
Au début du printemps

Question 9

Vous réalisez un profilage de résistivité électrique parallèlement à un contact vertical à l'aide d'un dispositif Dipôle-Dipôle (voir figure). La séparation entre les électrodes est a. La distance entre le profil et le contact géologique est d. La résistivité du sol sous le profil est homogène et égale à ρ1 alors que la résistivité du milieu de l'autre côté du contact par rapport au profil est ρ2.

a) Établissez les équations de la résistivité apparente a telles que mesurées par le dispositif Dipôle-Dipôle en fonction de la séparation d'électrode a, de la distance au contact d et des résistivités ρ1 et ρ2, lorsque le dispositif se retrouve au-dessus du milieu 1 et du milieu 2 (il y a 2 équations à déterminer).

b) Quelles seraient les valeurs de ρa si a = 1 m, ρ1 = 1000 Ωm, ρ2 = 250 Ωm et pour d se trouvant à la position d = -∞ m, -0.25 m, 0 m, 0.25 m et +∞ m.



Même démarche que le problème 4, avec deux cas de figure : 1) Dispositif au-dessus le milieu ρ_1, 2) Dispositif au-dessus le milieu ρ_2.

Il faut considérer des électrodes de courant virtuelles A' et B', images de A et B par rapport au contact de résistivité, et déterminer les distances entre ces électrodes virtuelles et les électrodes de tension M et N, en fonction de *d* et *a*.