Corrigé Devoir 10 ELE 1409

Ce devoir est un récapitulatif de quelques points clés des notions apprises depuis la mi-session.

Exercice 1 : Questions 1-8 (8 points)

Bilan de puissance d'une installation triphasée alimentée via un transformateur triphasé

Trois charges triphasées connectées en parallèle sont alimentées à travers un transformateur triphasé. Le transformateur triphasé est constitué de trois transformateurs monophasés identiques connectés en triangle au primaire et en étoile au secondaire.

Les caractéristiques de chacun des transformateurs monophasés sont les suivantes :

25 kV/120 V ; 11 kVA

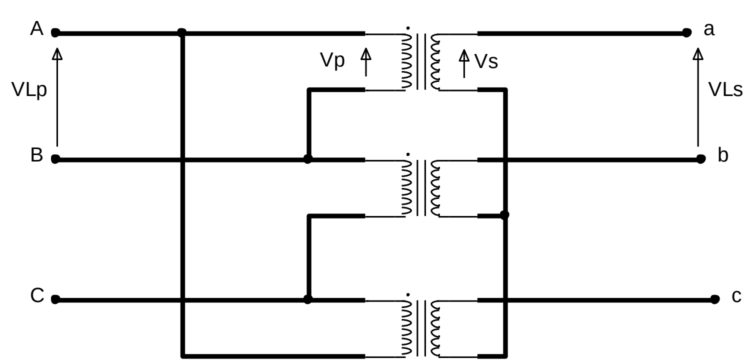
Les caractéristiques des charges sont les suivantes :

- Charge 1 : trois impédances identiques $\mathbf{Z_Y}$ =3+j4 Ω couplées en étoile.
- Charge 2 : une charge triphasée purement résistive de puissance 15 kW.
- Charge 3 : trois impédances identiques $\mathbf{Z_\Delta}$ =8+j6 Ω couplées en triangle.

Le transformateur triphasé est supposé idéal et la tension de ligne au primaire est de 25 kV à 60 Hz.

1. **Tension de ligne au secondaire du transformateur triphasé.**

Dans un couplage ΔY, on aura la configuration ci-dessous :



Ainsi on identifie au secondaire une tension :

$$V_S = 120\ V \iff \boxed{V_{LS}} = V_s\sqrt{3} = 120 \times \sqrt{3} = \boxed{207.85\ V}$$

2. Calcul des rapports m et m_g pour le transformateur triphasé réalisé.

Avec les caractéristiques des transformateurs, on identifie :

$$\underbrace{25\ kV}_{\substack{\Downarrow \\ V_P}} \,/\, \underbrace{120\ V}_{\substack{\Downarrow \\ V_S}}$$

Ce qui donne :

$$\boxed{m} = \frac{V_P}{V_S} = \frac{25 \times 1000}{120} = \boxed{208.33}$$

Dans un couplage Δy, on a la relation suivante entre m et mg.

$$m = \sqrt{3}.m_g \Leftrightarrow \boxed{m_g} = \frac{m}{\sqrt{3}} = \boxed{120.28}$$

3. Calcul du courant de ligne tiré par l'ensemble des charges.

Bilan de puissance.

- **Trio d'impédances couplées en étoile Z_Y** =3+j4 Ω

La forme polaire de cette impédance est la suivante :

$$\overline{Z}_Y = 3 + j4\ \Omega = 4\angle 53.13°\ \Omega$$

Dans ce cas, chaque impédance est alimentée par le courant de ligne définie comme suit :

$$I_{LY} = \frac{V_S}{Z_Y} = \frac{120}{5} = 24\ A$$

Ce qui donne alors les puissances active et réactive suivantes :

$$\begin{cases} P_Y = 3R_Y.I_{LY}^2 = 3 \times 3 \times 24^2 = 5184\ W = 5.18\ kW \\ Q_Y = 3X_Y.I_{LY}^2 = 3 \times 4 \times 24^2 = 6912\ \text{var} = 6.91\ k\text{var} \end{cases}$$

- **Charge purement résistive de 15 kW**

$$\begin{cases} P_R = 15\ kW \\ Q_R = 0\ k\text{var} \end{cases}$$

- **Trio d'impédances couplées en triangle Z_Δ** =8+j6 Ω

La forme de cette impédance vaut plutôt :

$$\overline{Z}_\Delta = 8 + j6\ \Omega = 10\angle 36.87°\ \Omega$$

Dans un couplage triangle, chacune des impédances est alimentée par la tension de ligne et parcourue par le courant de phase qui vaut alors :

$$I_{ph_\Delta} = \frac{V_{LS}}{Z_\Delta} = \frac{207.85}{10} = 20.79\ A$$

Les puissances active et réactive valent alors :

$$\begin{cases} P_\Delta = 3R_\Delta . I_{ph_\Delta}^2 = 3 \times 8 \times 20.79^2 = 10.37\ kW \\ Q_\Delta = 3X_\Delta . I_{ph_\Delta}^2 = 3 \times 6 \times 20.79^2 = 7.78\ k\text{var} \end{cases}$$

Bilan de puissance :

$$\begin{cases} P_{tot} = P_Y + P_R + P_\Delta = 5.18 + 15 + 10.37 = 30.55\ kW \\ Q_{tot} = Q_Y + Q_R + Q_\Delta = 6.91 + 0 + 7.78 = 14.69\ k\text{var} \end{cases}$$

La puissance apparente totale vaut alors :

$$S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = \sqrt{30.55^2 + 14.69^{\ 2}} = 33.9\ kVA$$

Ce qui donne alors un courant total de :

$$\boxed{I_{LS}} = \frac{S_{tot}}{\sqrt{3} \times V_{LS}} = \frac{33.9 \times 1000}{\sqrt{3}\ \times\ 207.85} = \boxed{94.16\ A}$$

4. **Calcul du courant de ligne au primaire du transformateur.**

On utilise le rapport de transformation global pour ce calcul :

$$\boxed{m_g} = \frac{I_{LS}}{I_{LP}} \Leftrightarrow \quad I_{LP} = \frac{I_{LS}}{m_g} = \frac{94.16}{120.28} = \boxed{0.78\ A}$$

5. **Calcul du facteur de puissance de l'ensemble des charges.**

Avec le bilan de puissance, on obtient :

$$\boxed{FP_{tot}} = \frac{P_{tot}}{S_{tot}} = \frac{30.55}{33.9} = \boxed{0.9\ \text{retard}}$$

6. **La capacité du transformateur triphasé est-elle suffisante, justifier votre réponse.**

Non, car chaque transformateur ayant une puissance de **11 kVA**, le transformateur triphasé aura une puissance apparente totale de **33 KVA** ce qui est inférieur à la puissance apparente totale de l'installation qui est de **33.9 kVA**.

7. **On voudrait relever ce facteur de puissance à 0.95 retard, calcul de la capacité des condensateurs couplés en triangle à utiliser.**

Après compensation, on aura :

$$S_{\mathrm{apc}} = \frac{P_{tot}}{FP_{apc}} = \frac{30.55}{0.95} = 32.16\ kVA$$

La puissance réactive après compensation vaudra alors :

$$Q_{\mathrm{apc}} = \sqrt{S_{\mathrm{apc}}^2 - P_{\mathrm{tot}}^2} = \sqrt{32.16^2 - 30.55^2} = 10.05\ k\mathrm{var}$$

La puissance apparente des condensateurs vaudra alors :

$$Q_C = Q_{\mathrm{apc}} - Q_{tot} = 10.05 - 14.69 = -4.64\ k\mathrm{var}$$

La capacité des condensateurs vaut alors :

$$\boxed{C_\Delta} = -\frac{Q_C}{3\omega V_{LS}^2} = -\frac{-4.64 \times 1000}{3 \times 377 \times (207.85)^2} \times 10^6 = \boxed{94.96\ \mu F}$$

8. **Calcul de la nouvelle valeur du courant de ligne au secondaire du transformateur.**

$$\boxed{I_{\mathrm{apc}}} = \frac{S_{\mathrm{apc}}}{\sqrt{3} \times V_{LS}} = \frac{32.16 \times 1000}{\sqrt{3}\ \times\ 207.85} = \boxed{89.33\ A}$$

Exercice 2 : Questions 9-16 (8 points)

Caractérisation d'un moteur asynchrone triphasé

Un moteur asynchrone triphasé possède les caractéristiques suivantes :

6 pôles, 20 HP, 600 V et 60 Hz. Le glissement nominal du moteur est de 0.02. Prendre 1 HP=746 W.

Les pertes par effet joule dans l'enroulement du stator sont de 635 W et la résistance mesurée entre deux phases du stator est de 0.828 Ω. Les pertes fer (pertes dans le circuit magnétique) et les pertes mécaniques (frottement et ventilation) sont chacune de 1 kW et sont considérées constantes et indépendantes de la charge.

9. **Calcul de la valeur efficace du courant absorbé par le moteur.**

On va pour cela exploiter les données des pertes joules statoriques ainsi que de la résistance mesurée entre deux phases du stator.

$$R_{LL} = 0.828\ \Omega\ ;\ \ p_{js} = 635\ W$$

$$p_{js} = \frac{3}{2} R_{LL} I_L^2 \Leftrightarrow \boxed{I_L} = \sqrt{\frac{2.p_{js}}{3R_{LL}}} = \sqrt{\frac{2 \times 635}{3 \times 0.828}} = \boxed{22.61\ A}$$

10. Calcul de la vitesse de rotation du moteur.

Pour un moteur à 6 pôles à 60 Hz, on aura :

$$n_S = \frac{120.f}{p} = \frac{120 \times 60}{6} = 1200 \text{ rpm}$$

Avec le glissement nominal, on obtient :

$$\boxed{n} = (1 - s)n_s = (1 - 0.02) \times 1200 = \boxed{1176 \text{ rpm}}$$

11. Calcul du couple à l'arbre du moteur.

Pour une puissance de 20 HP, on a :

$$P_u = \frac{T_u.n}{9.55} \Leftrightarrow \boxed{T_u} = \frac{9.55 \times P_u}{n} = \frac{9.55 \times 746 \times 20}{1176} = \boxed{121.16\ N.m}$$

12. Calcul des pertes par effet joule dans le rotor ainsi que le rendement du moteur.

Les pertes par effet joule au rotor sont définies comme suit :

$$p_{jr} = sP_{tr} = s\left(\underbrace{P_a}_{\Downarrow \\ \sqrt{3}.V_L.I_L.\underbrace{FP}_{\Downarrow \\ ??}} - p_{js} - p_{fer} \right) \quad (1)$$

Avec cette équation, on aura deux inconnues, mais il est également possible d'exprimer P_{tr} comme suit :

$$P_{tr} = P_u + p_{mec} + p_{jr} \quad (2)$$

Ainsi en substituant (2) dans (1) on obtient :

$$p_{jr} = sP_{tr} = s(P_u + p_{mec} + p_{jr}) \Leftrightarrow \frac{p_{jr}}{s} = P_u + p_{mec} + p_{jr}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_{jr}}{s} - p_{jr} = P_u + p_{mec} \Leftrightarrow p_{jr}\left(\frac{1}{s} - 1\right) = P_u + p_{mec} \Leftrightarrow p_{jr} = \frac{P_u + p_{mec}}{\frac{1}{s} - 1}$$

Soit encore :

$$\boxed{p_{jr}} = \frac{s(P_u + p_{mec})}{1-s} = \frac{0.02 \times (20 \times 746 + 1000)}{1-s} = \boxed{324.9\ W}$$

La puissance transmise au rotor vaudra alors :

$$P_{tr} = \frac{p_{jr}}{s}$$

Ce qui permet d'obtenir une puissance absorbée, exprimée comme suit :

$$P_a = P_{tr} + p_{fer} + p_{js} \Leftrightarrow P_a = \frac{p_{jr}}{s} + p_{fer} + p_{js}$$

Soit alors numériquement :

$$P_a = \frac{324.9}{0.02} + 1000 + 635 = 17880\ W$$

Le rendement vaudra alors :

$$\boxed{\eta(\%)} = \frac{P_u}{P_a} \times 100 = \frac{746 \times 20}{17880} = \boxed{83.45\ \%}$$

13. Calcul du facteur de puissance du moteur.

$$\boxed{FP} = \frac{P_a}{\sqrt{3}.V_L.I_L} = \frac{17880}{\sqrt{3} \times 600\ \times 22.61} = \boxed{0.76 \text{ retard}}$$

14. Que vaut la puissance réactive du moteur ? Est-t-elle absorbée ou fournie ?

On peut l'obtenir comme suit :

$$\begin{cases} S = \dfrac{P_a}{FP} \\ S_a = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{Q_a} = P_a\sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = 17880 \times \sqrt{\frac{1}{0.76^2} - 1} = \boxed{15290.3 \text{ var}}$$

Cette puissance est **absorbée,** car le moteur est une **charge inductive**.

15. Que devient la vitesse de rotation du moteur si le couple à l'arbre est double de celui calculé dans la question 11 ?

Dans ce cas le glissement double, car le couple est proportionnel à la vitesse. La nouvelle vitesse vaudra alors:

$$n_{2S} = (1 - 2s)n_s = (1 - 2 \times 0.02) \times 1200 = \boxed{1152 \text{ rpm}}$$

16. Dans le cas où f=24 Hz avec une stratégie de commande V/f constante et un couple sur l'arbre égal à celui calculé à la question 11, déterminer la puissance fournie à la charge ainsi que le courant absorbé par le moteur.

Dans ce cas, la vitesse de glissement est maintenue constante, elle valait :

$$n_g = n_s - n = 1200 - 1176 = 24 \text{ rpm}$$

À 24 Hz, la vitesse synchrone devient :

$$n_{s_{24}} = \frac{120 \times f_{24}}{p} = \frac{120 \times 24}{6} = 480 \text{ rpm}$$

La nouvelle vitesse de rotation vaudra alors :

$$n_{24} = n_{s_{24}} - n_g = 480 - 24 = 456 \text{ rpm}$$

La puissance fournie à la charge vaudra alors :

$$\boxed{P_{u24}} = \frac{T_u . n_{24}}{9.55} = \frac{121.16 \times 456}{9.55} = \boxed{5785.23\ W}$$

Le rendement étant constant, ainsi que le facteur de puissance, on obtient le courant absorbé à cette fréquence comme suit :

$$P_{a24} = \frac{P_{u24}}{\eta} = \sqrt{3}.V_{L_{24}}.I_{L_{24}}.FP \iff I_{L_{24}} = \frac{P_{u24}}{\sqrt{3}.\eta.V_{L_{24}}.FP}$$

Avec :

$$V_{L_{24}} = \frac{f_{24}}{f_{60}} \times V_L = \frac{24}{60} \times 600 = 240\ V$$

Ce qui donne finalement :

$$\boxed{I_{L_{24}}} = \frac{P_{u24}}{\sqrt{3}.\eta.V_{L_{24}}.FP} = \frac{5785.23}{\sqrt{3} \times 0.8345 \times 240 \times 0.76} = \boxed{21.94\ A}$$

Exercice 3 : Questions 17-20 (4 points)

Puissance d'utilisation et facturation de l'énergie

On voudrait estimer la puissance à souscrire ainsi que la puissance du transformateur nécessaire pour alimenter un atelier industriel comportant les charges suivantes.

Récepteurs	Équipements (Moteurs)	Quantité	Puissance nominale (HP)	Facteur de puissance (retard)	Rendement (%)	Produit ks.ku
Récepteur 1	Tour	4	20	0.88	89.5	0.4
Récepteur 2	Compresseur	2	30	0.89	92.3	0.3
Récepteur 3	Perceuse	4	10	0.89	86.5	0.3
Récepteur 4	Grue	1	5	0.85	82	0.3
Récepteur 5	Fraiseuse	4	15	0.89	86.5	0.3

17. Calcul de la puissance réelle d'utilisation en kW pour chacun des récepteurs.

Pour chacun des récepteurs, on appliquera la formule suivante :

$$P_{uti_i} = n_i.\frac{P_{u_i}}{\eta_i}.(k_s.k_u)_i$$

n_i dans cette formule, représente le nombre de moteurs; par exemple 4 dans le cas des tours.

$$\begin{cases} \boxed{P_{uti_1}} = n_1.\dfrac{P_{u_1}}{\eta_1}.(k_s.k_u)_1 = 4 \times \dfrac{20 \times 746}{0.895} \times 0.4 = \boxed{26.67\ kW} \\ \boxed{P_{uti_2}} = n_2.\dfrac{P_{u_2}}{\eta_2}.(k_s.k_u)_2 = 2 \times \dfrac{30 \times 746}{0.923} \times 0.3 = \boxed{14.55\ kW} \\ \boxed{P_{uti_3}} = n_3.\dfrac{P_{u_3}}{\eta_3}.(k_s.k_u)_3 = 4 \times \dfrac{10 \times 746}{0.865} \times 0.3 = \boxed{10.35\ kW} \\ \boxed{P_{uti_4}} = n_4.\dfrac{P_{u_4}}{\eta_4}.(k_s.k_u)_4 = 1 \times \dfrac{5 \times 746}{0.82} \times 0.3 = \boxed{1.36\ kW} \\ \boxed{P_{uti_5}} = n_5.\dfrac{P_{u_5}}{\eta_5}.(k_s.k_u)_5 = 4 \times \dfrac{15 \times 746}{0.865} \times 0.3 = \boxed{15.52\ kW} \end{cases}$$

18. Déterminer la puissance réelle d'utilisation en kW au niveau de l'armoire de distribution en tenant compte d'un facteur d'extension de 1.25. Vous devez également prendre en considération le nombre de circuits (facteur de simultanéité) chaque récepteur étant un circuit.

En utilisant le tableau 4 (diapositive 30 cours 9), on trouve un facteur de simultanéité dans le cas de 4 et 5 circuits un facteur $k_s = 0.8$ ce qui donne alors en tenant compte de l'extension :

$$P_{\text{armoire}} = k_s . k_e \left(P_{uti_1} + P_{uti_2} + P_{uti_3} + P_{uti_4} + P_{uti_5} \right)$$

Ce qui donne alors :

$$\boxed{P_{\text{armoire}}} = 0.8 \times 1.25 \times (26.67 + 14.55 + 10.35 + 1.36 + 15.52) = \boxed{68.45\ kW}$$

19. Les mesures suivantes ont été réalisées à l'entrée de cette installation durant une période de mesure comprise dans les 12 mois précédents. **Quel tarif sera appliqué à cette installation ?**

- Puissance maximale appelée : 65 kW
- Puissance apparente maximale appelée : 81.25 kVA.

On observe que la puissance maximale appelée est supérieure à $50\ kW$ soit plus précisément :

$$50\ kW < P_{am} < 5000\ kW \iff \boxed{\text{Tarif } M}$$

Rappel de la structure du tarif M

Kilowatts de puissance à facturer	17.573 $
Coût du kilowattheure pour les 210 000 premiers kilowattheures	6.061 ¢
Coût du kilowattheure pour le reste d'énergie	4.495 ¢

20. Dans la suite de la question précédente, on désire appliquer le tarif M et on rappelle ci-dessous sa structure. Le facteur de puissance exigé pour cette installation est de 0.9 retard. L'énergie consommée durant la période de facturation est de 200 000 kW.h. Calcul de la facture sachant que la puissance souscrite est égale à la puissance d'utilisation calculée à la question 18.

On doit déterminer la puissance à facturer :

$$\boldsymbol{P_{\text{facturé}}} = \max(\boldsymbol{P_{am}} \quad \boldsymbol{P_s} \quad \boldsymbol{FP} \times \boldsymbol{S_{am}})$$

Dans le présent cas, on a :

$$\begin{cases} P_S = 68.45\ kW \\ P_{am} = 65\ \ kW \\ S_{am} = 81.25 \times 0.9 = 73.125\ kW \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \ P_{\text{facturé}} = \max\left(\underbrace{P_{am}}_{\substack{\Downarrow \\ 65}} \quad \underbrace{P_S}_{\substack{\Downarrow \\ 68.45}} \quad \underbrace{FP \times S_{am}}_{\substack{\Downarrow \\ 73.125}}\right) = \max(65 \quad 68.45 \quad 73.125)$$
$$= 73.125\ kW$$

La facture vaut alors :

Puissance à facturer	$17.573 \ \times 73.125 \ = \boxed{\mathbf{1285.03\ \$}}$
210 000 premiers $\boldsymbol{kW.h}$	$\frac{200000 \times \mathbf{6.061}}{100} = \boxed{\mathbf{12122\ \$}}$
Reste de $\boldsymbol{kW.h}$.	$\frac{(0) \times \mathbf{4.495}}{100} = \boxed{\mathbf{0\ \$}}$
Total	**13407.03 $**