

POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL



LE GÉNIE  
EN PREMIÈRE CLASSE

NeuroPoly



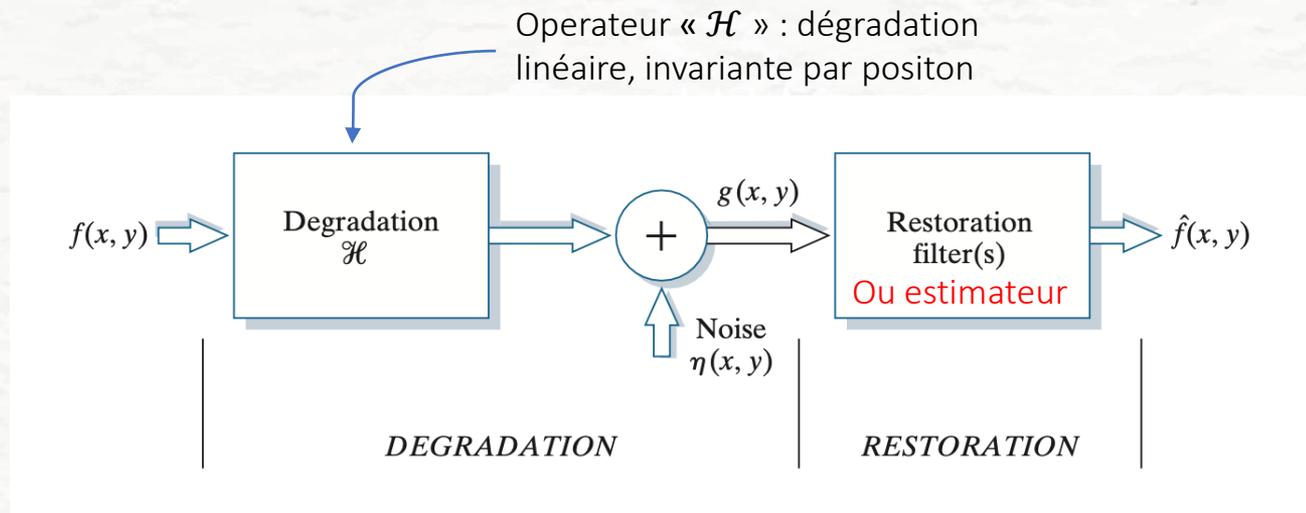
# Restauration d'images

Eva Alonso Ortiz

ELE8812

15 février 2024

# Restauration d'images



- Objectif : trouver  $\hat{f}$  proche de  $f$
- Quantification de la qualité du résultat :  $\| \hat{f} - f \|$

# Plan

---

1. Notion de bruit : compléments
2. Restauration en présence de bruit seulement
3. Restauration en présence d'une dégradation linéaire et de bruit

# Plan

---

1. Notion de bruit : compléments
2. Restauration en présence de bruit seulement
3. Restauration en présence d'une dégradation linéaire et de bruit

# Bruit : rappels et extension 2D

---

Bruit  $\eta(x, y)$  : signal aléatoire

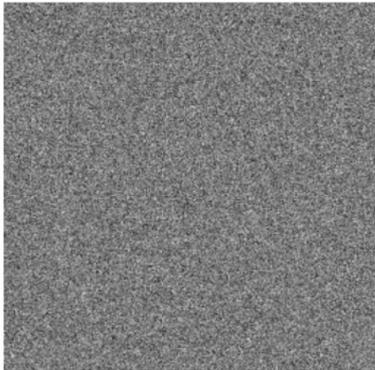
Bruit stationnaire d'ordre 2 :

- Moyenne (identique pour tous les échantillons)
- Fonction d'autocorrélation 2D (lien statistique entre deux échantillons) :  
$$r_\eta(k, l) = \text{Cov} [\eta(x, y), \eta(x + k, y + l)]$$
 indépendant de  $(x, y)$
- Densité Spectrale 2D  $\Gamma_\eta(v_1, v_2)$  : transformée de Fourier 2D de  $r_\eta(k, l)$

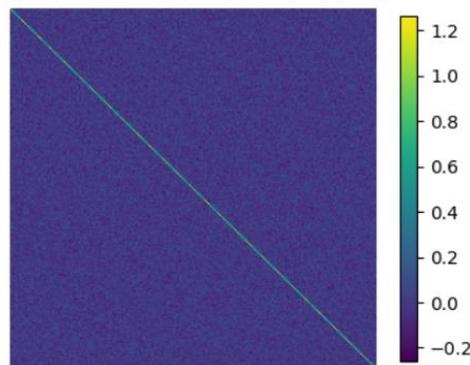
# Bruit blanc

1. Les échantillons de  $\eta(x, y)$  ont la même distribution  $p(\eta)$
2. Les échantillons de  $\eta(x, y)$  sont indépendants les uns des autres

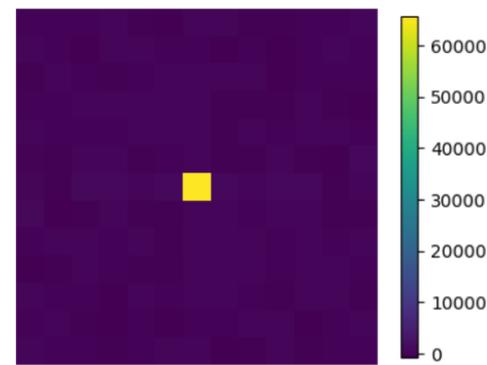
White Noise



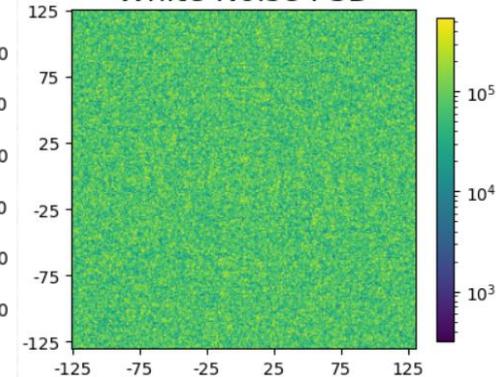
White Noise Covariance



White Noise Autocorrelation



White Noise PSD



Rappel leçon 5, diapo 15:

## Covariance

- $\text{Cov}[F, G] = E[(F - E[F])(G - E[G])]$
- $F$  et  $G$  indépendantes  $\Rightarrow \text{Cov}[F, G] = 0$
- Matrice de covariance:  $R_{F,G} = E \left[ \begin{pmatrix} F - E[F] \\ G - E[G] \end{pmatrix} (F - E[F], G - E[G]) \right]$

Mesure de la variabilité jointe de F et G

$$R_{F,G} = \begin{bmatrix} E((F - E[F])^2) & E((F - E[F]) \cdot (G - E[G])) \\ E((G - E[G]) \cdot (F - E[F])) & E((G - E[G])^2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{Var}[F] & E((F - E[F]) \cdot (G - E[G])) \\ E((G - E[G]) \cdot (F - E[F])) & \text{Var}[G] \end{bmatrix}$$

Rappel leçon 6, diapo 5:

## Fonction d'autocorrélation 2D:

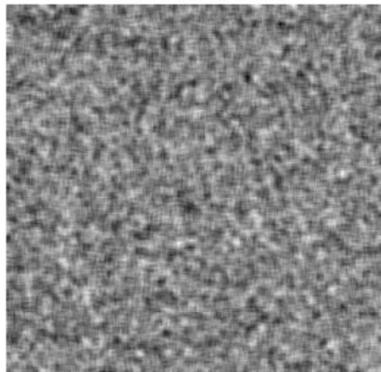
$$r_{\eta}(k, l) = \text{Cov}[\eta(x, y), \eta(x + k, y + l)] \text{ indépendant de } (x, y)$$

<https://medium.com/@itberrios6/understanding-noise-47ea2847a5a2>

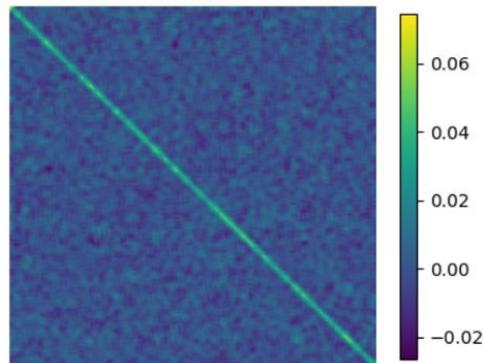
## Bruit coloré

1. En général, les échantillons de  $\eta(x, y)$  ont **la même distribution**  $p(\eta)$
2. Les échantillons de  $\eta(x, y)$  **ne sont pas indépendants** les uns des autres

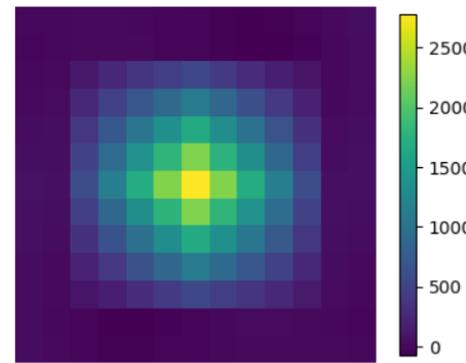
Colored Noise



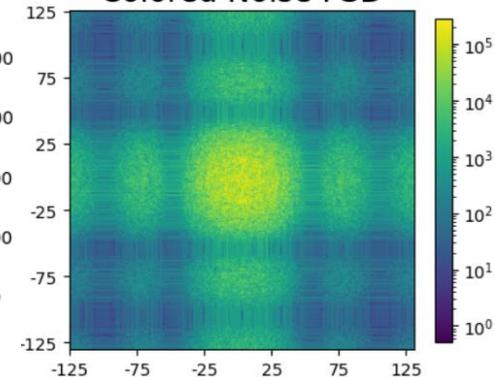
Colored Noise Covariance



Colored Noise Autocorrelation

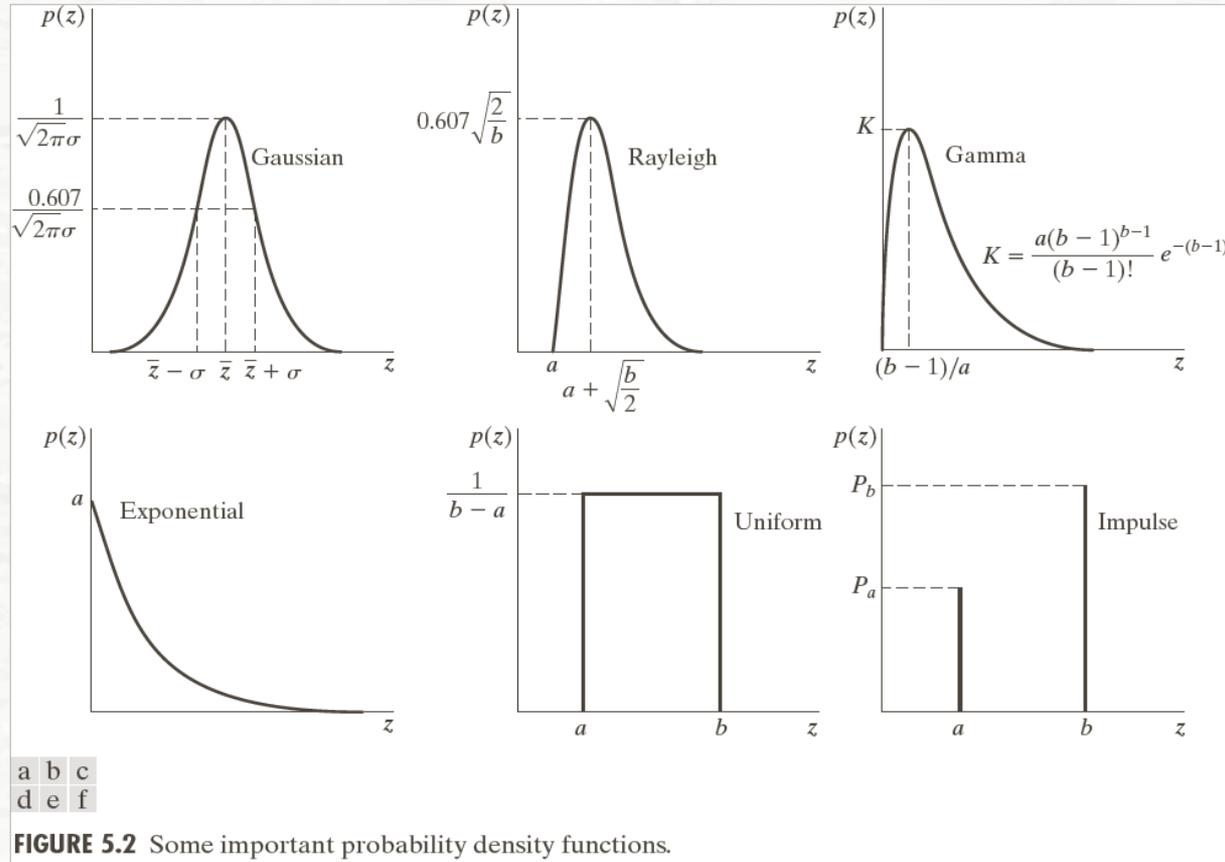


Colored Noise PSD



# Hypothèse usuelle : bruit blanc

## Types de bruits importants



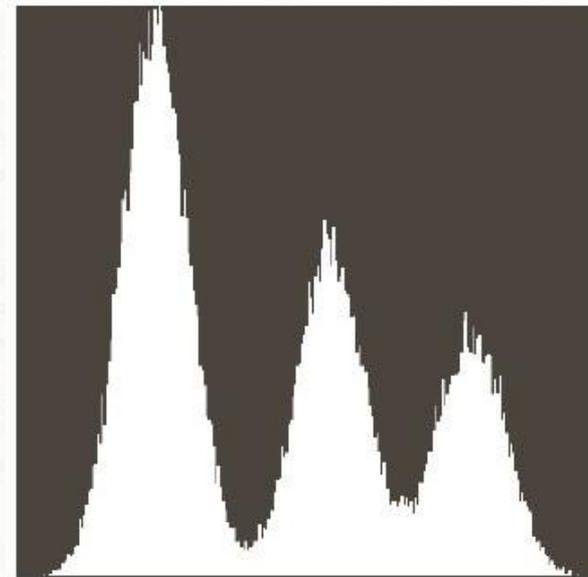
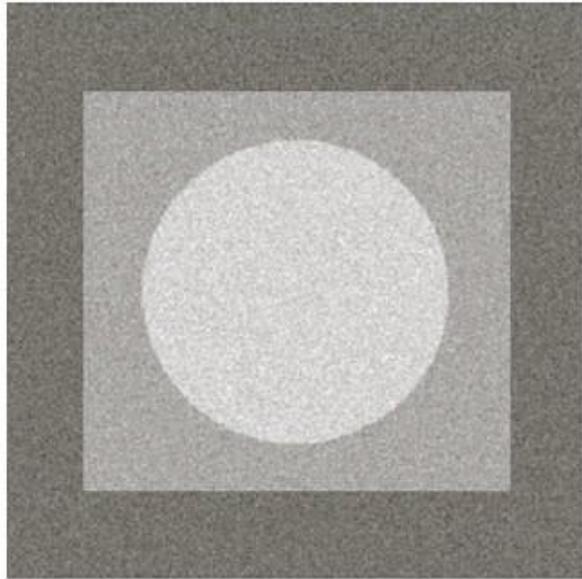
## Bruit gaussien

Loi de probabilité :

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\eta-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Moyenne :  $m$

Variance :  $\sigma^2$



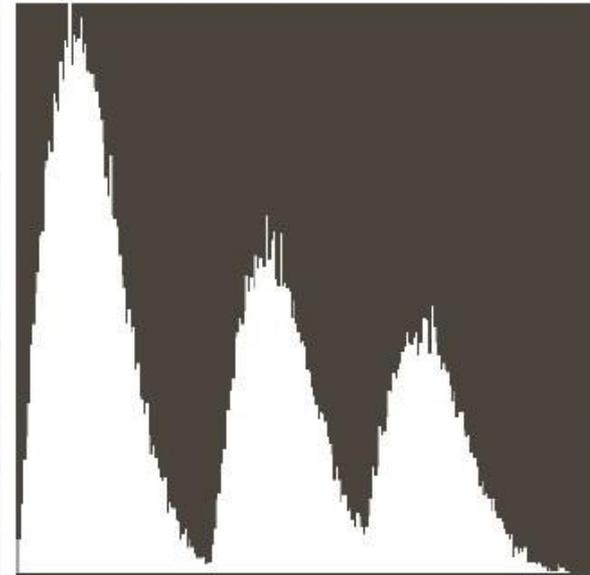
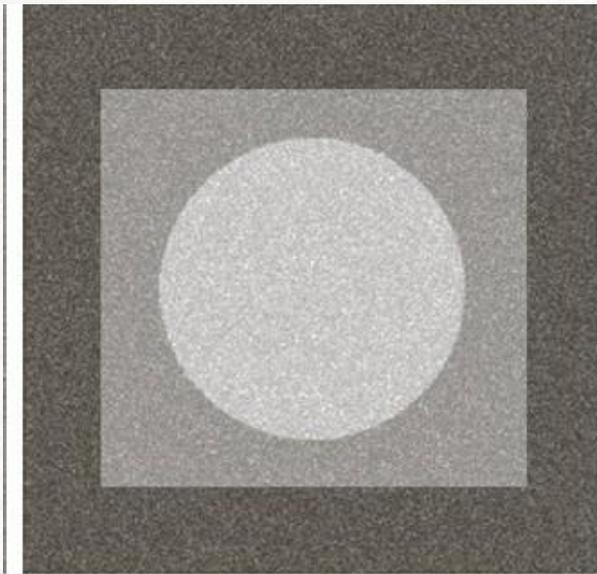
© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

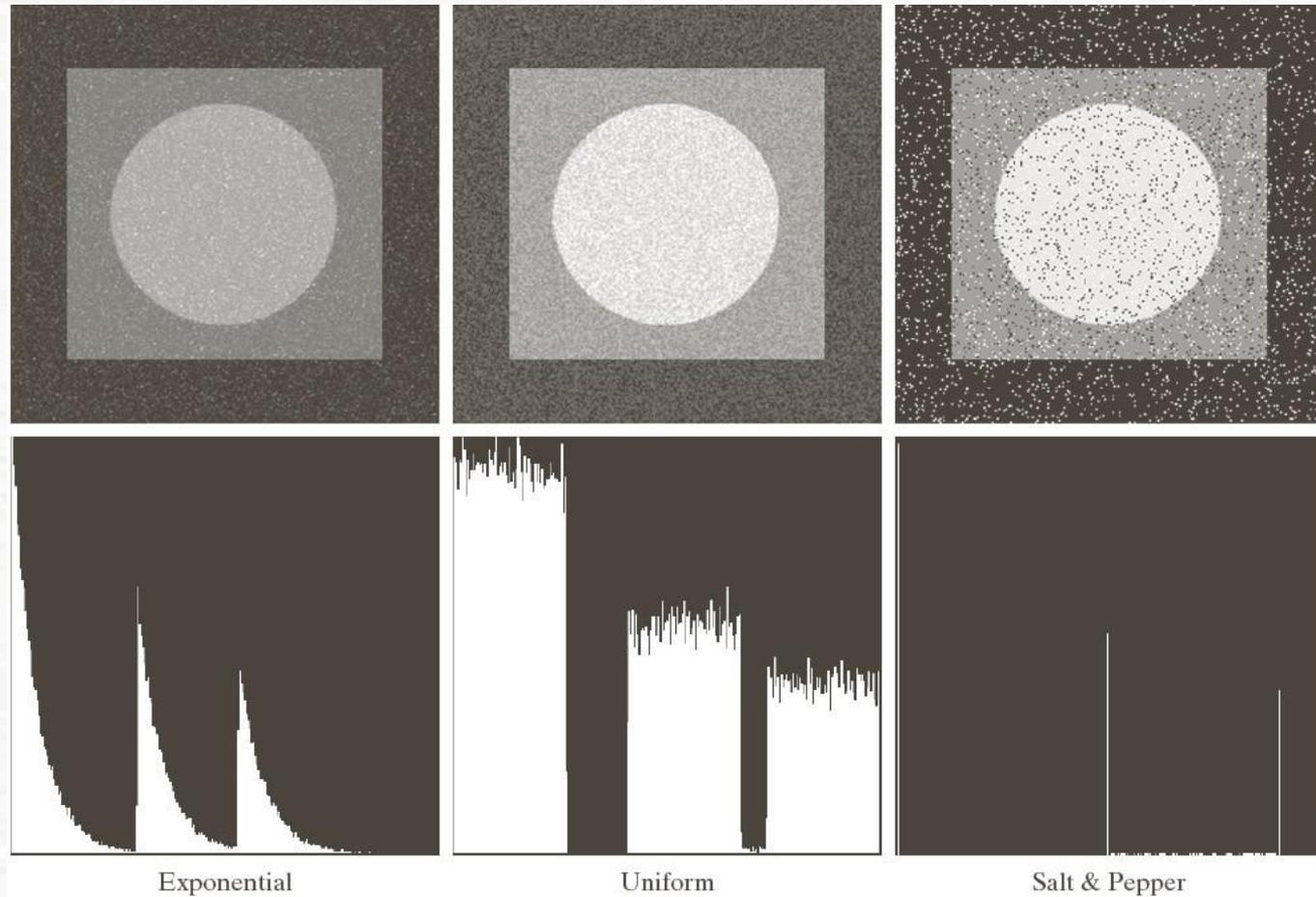
## Bruit de Rayleigh

Loi de probabilité :  $p(\eta) = \frac{2}{b}(\eta - a)e^{-\frac{(\eta-a)^2}{b}}$

Moyenne :  $m = a + \sqrt{\pi b/4}$

Variance :  $\sigma^2 = \frac{b(4 - \pi)}{4}$





g	h	i
j	k	l

**FIGURE 5.4** (Continued) Images and histograms resulting from adding exponential, uniform, and salt and pepper noise to the image in Fig. 5.3.

slido

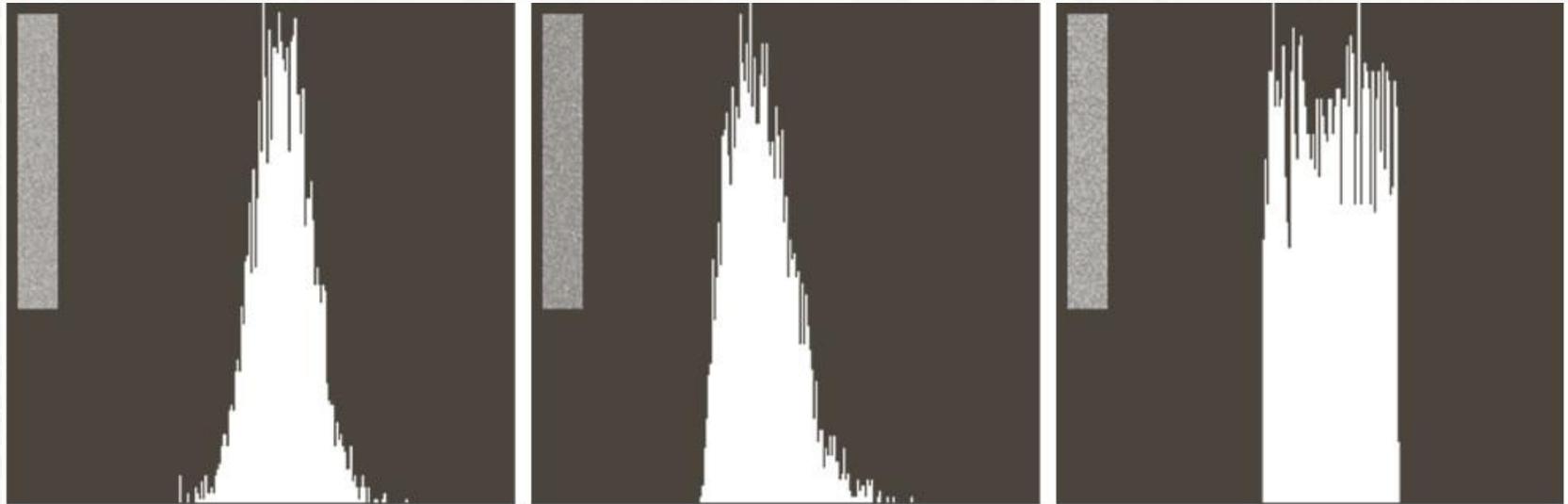
Please download and install the Slido app on all computers you use



# Comment estimer la distribution de bruit d'une image?

① Start presenting to display the poll results on this slide.

## Estimation des paramètres du bruit



a b c

**FIGURE 5.6** Histograms computed using small strips (shown as inserts) from (a) the Gaussian, (b) the Rayleigh, and (c) the uniform noisy images in Fig. 5.4.

## Approche

Selection d'une image ou d'une partie d'image ne contenant que du bruit

## Bruit gaussien

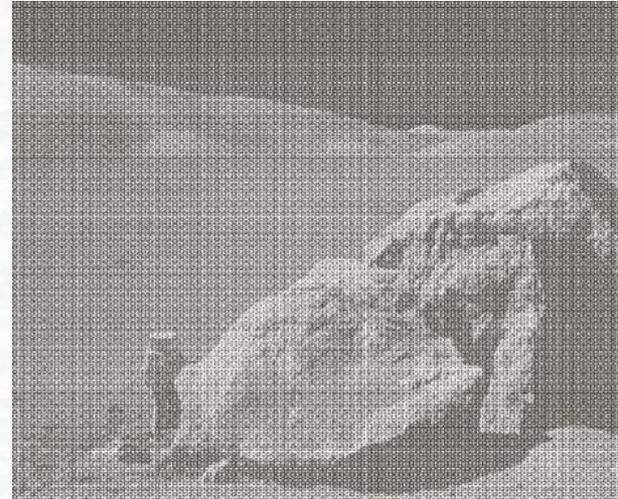
- $\theta = \{m, \sigma^2\}$
- Estimées au sens du maximum de vraisemblance, MAP, etc.

## Bruit non gaussien

- Approche rigoureuse : en général, pas de solution *explicite* au problème d'optimisation
- Résolution *numérique* à partir du calcul de  $p(\eta; \theta)$  et de son gradient

## Bruit périodique

Caractère aléatoire ?



# Plan

---

1. Notion de bruit : compléments

2. Restauration en présence de bruit seulement

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

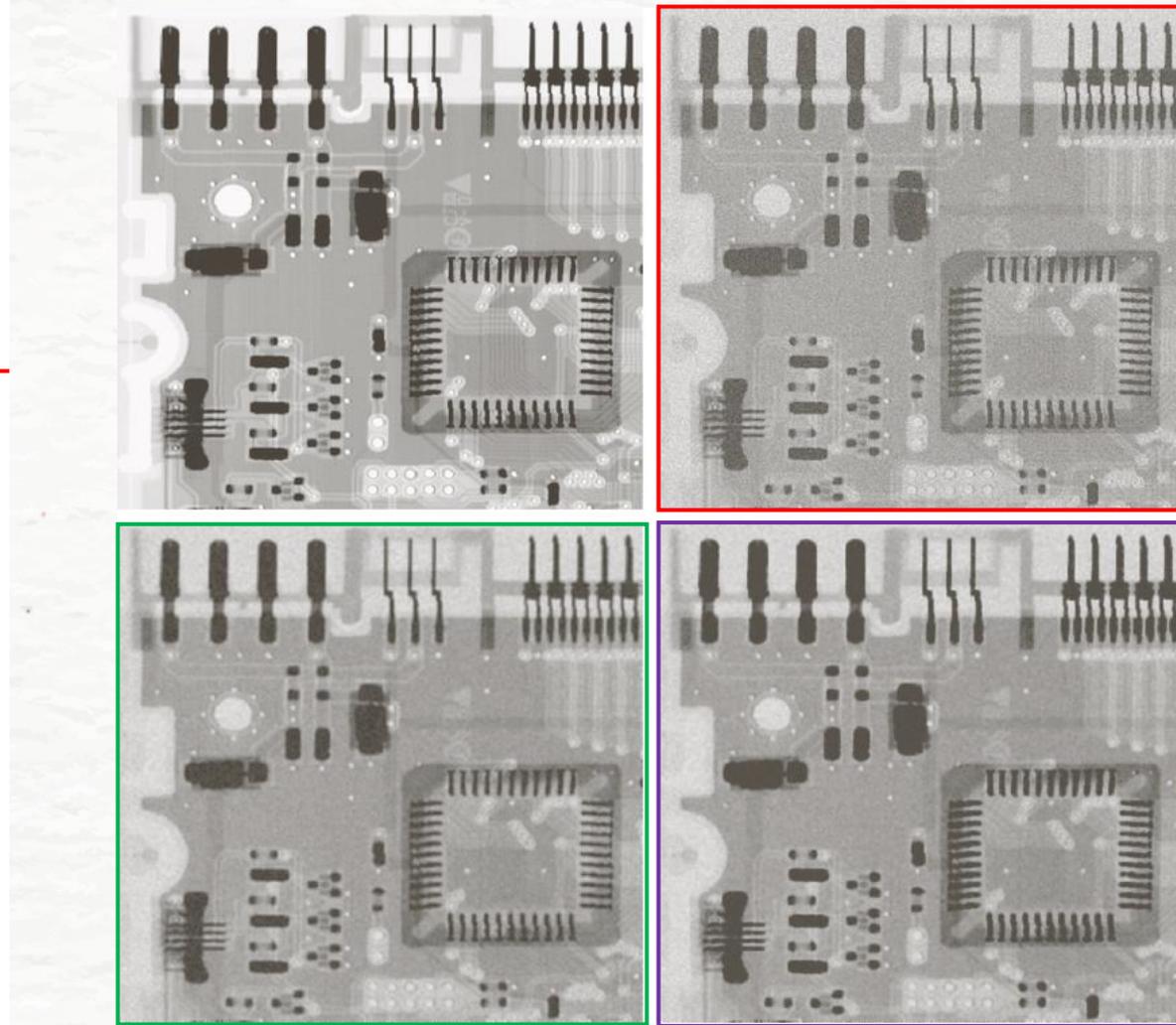
3. Restauration en présence d'une dégradation linéaire et de bruit

# Restauration dans le domaine spatial

a	b
c	d

**FIGURE 5.7**

(a) X-ray image.  
 (b) Image corrupted by additive Gaussian noise. (c) Result of filtering with an arithmetic mean filter of size  $3 \times 3$ . (d) Result of filtering with a geometric mean filter of the same size.  
 (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)



$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

$$\hat{f}(x, y) = \left[ \prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

# Restauration dans le domaine spatial

a b  
c d

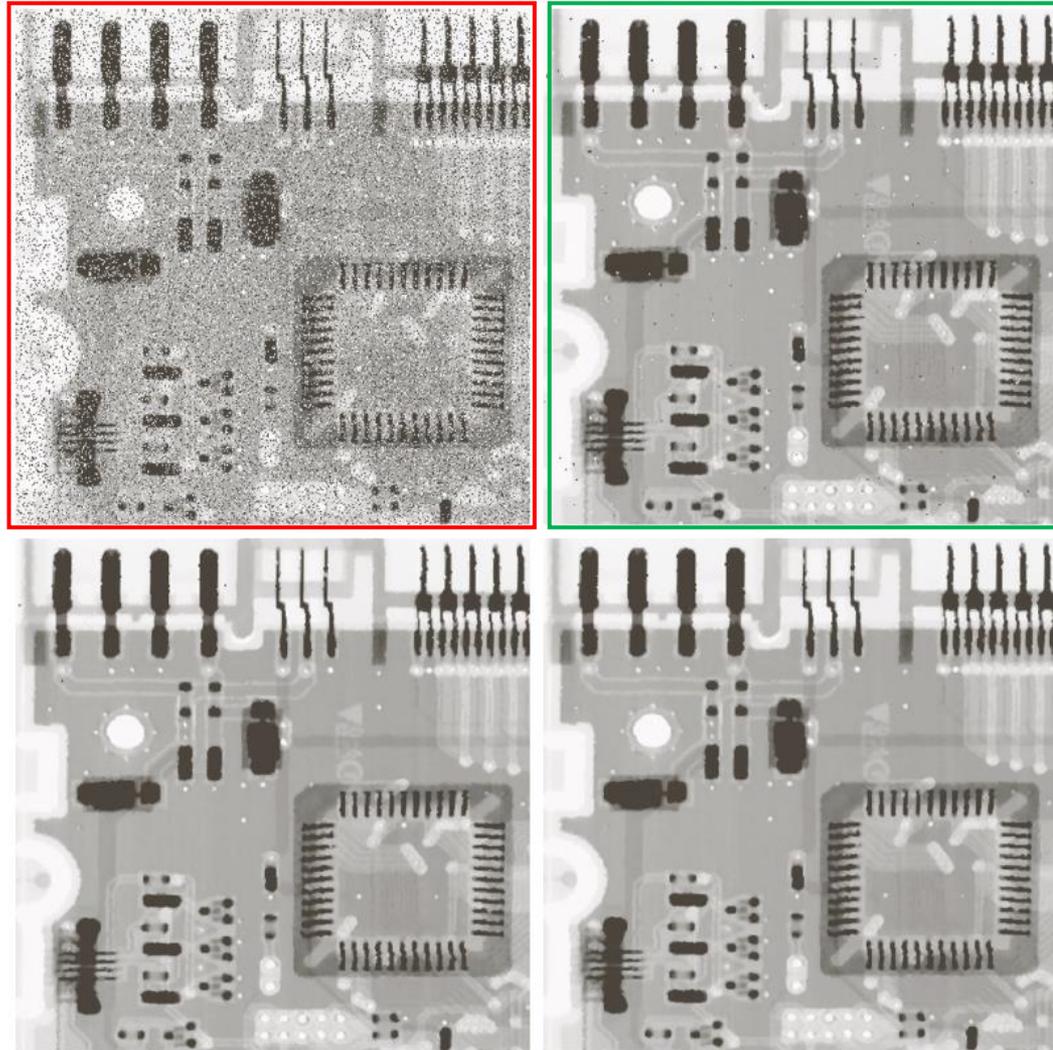
**FIGURE 5.10**

(a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities  $P_a = P_b = 0.1$ .

(b) Result of one pass with a median filter of size  $3 \times 3$ .

(c) Result of processing (b) with this filter.

(d) Result of processing (c) with the same filter.



# Restauration dans le domaine spatial

Pourquoi la moyenne arithmétique ne fonctionne pas ici ?

a	b
c	d

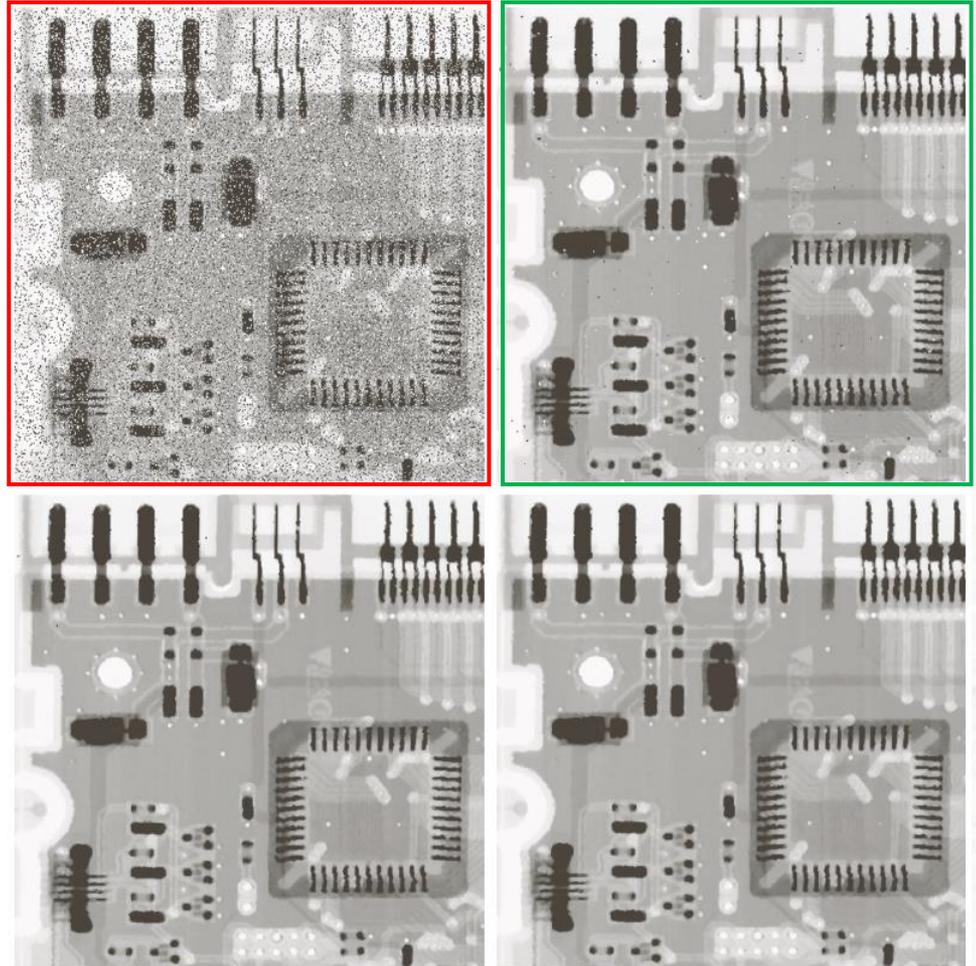
**FIGURE 5.10**

(a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities  $P_a = P_b = 0.1$ .

(b) Result of one pass with a median filter of size  $3 \times 3$ .

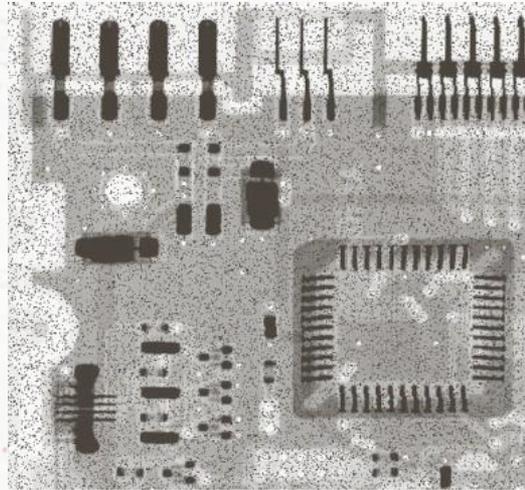
(c) Result of processing (b) with this filter.

(d) Result of processing (c) with the same filter.

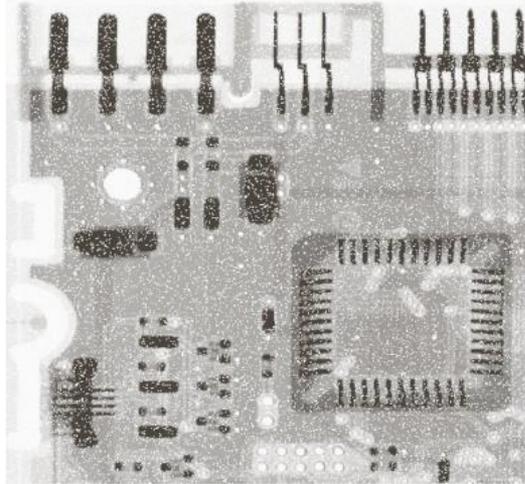


# Restauration dans le domaine spatial

Bruit poivre



Bruit sel

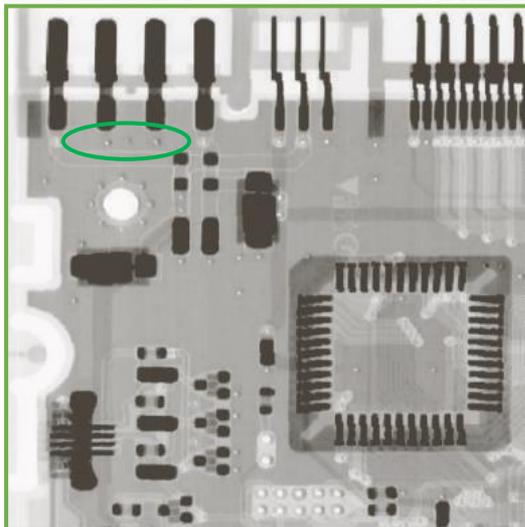
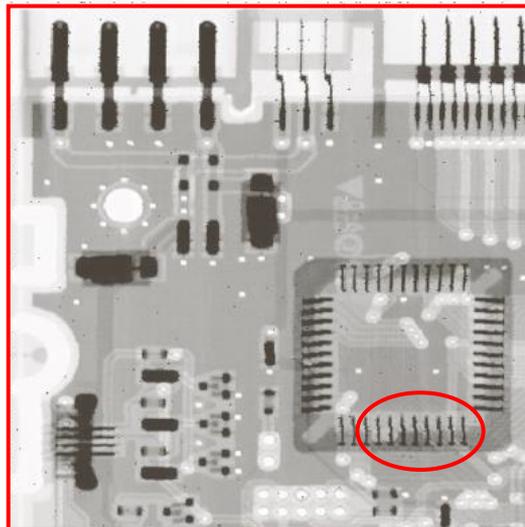


Remplace chaque pixel  
par le maximum de son  
voisinage

a b

## FIGURE 5.11

(a) Result of filtering  
Fig. 5.8(a) with a  
max filter of size  
 $3 \times 3$ . (b) Result  
of filtering 5.8(b)  
with a min filter  
of the same size.



# Restauration dans le domaine spectral



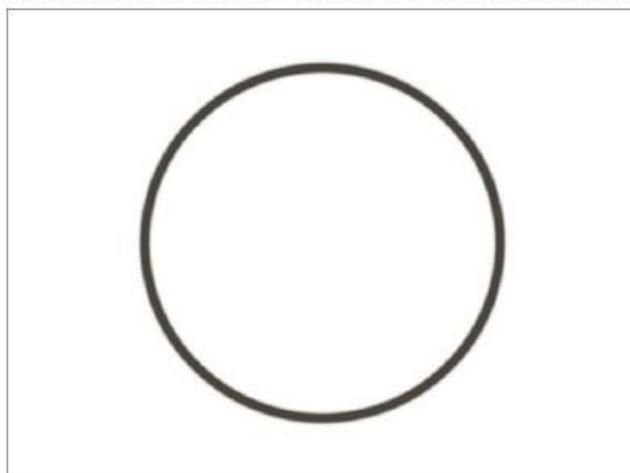
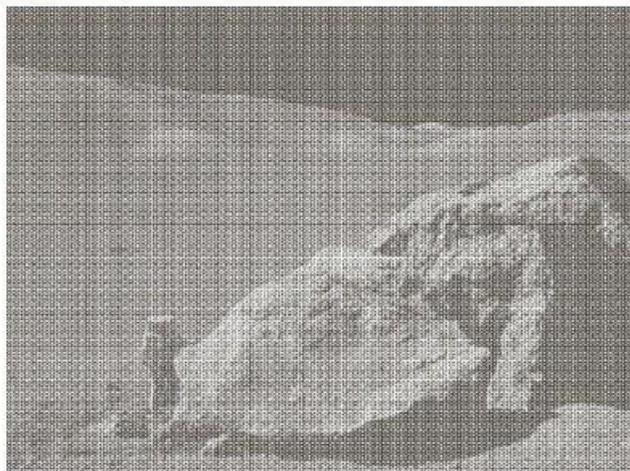
**FIGURE 5.15** From left to right, perspective plots of ideal, Butterworth (of order 1), and Gaussian bandreject filters.

# Restauration dans le domaine spectral

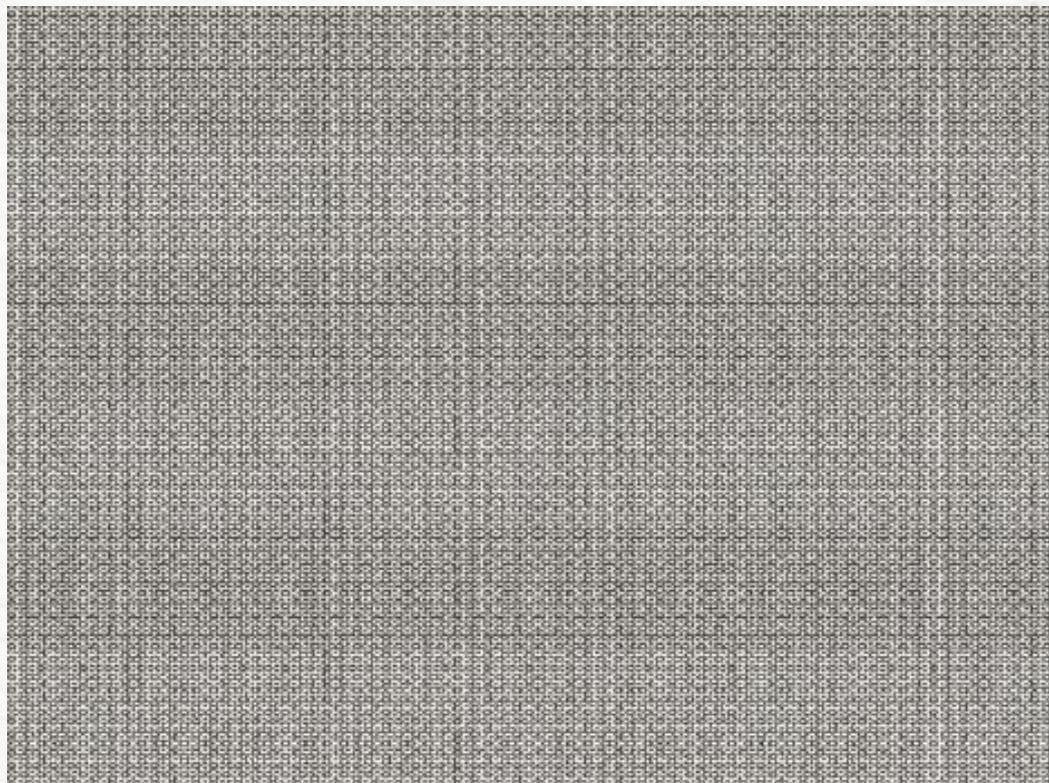
a b  
c d

**FIGURE 5.16**

(a) Image corrupted by sinusoidal noise.  
(b) Spectrum of (a).  
(c) Butterworth bandreject filter (white represents 1).  
(d) Result of filtering.  
(Original image courtesy of NASA.)



# Restauration dans le domaine spectral



**FIGURE 5.17**  
Noise pattern of  
the image in  
Fig. 5.16(a)  
obtained by  
bandpass filtering.

© 1992-2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

*Est-ce que le bruit ici est blanc ou coloré?*

slido 

slido

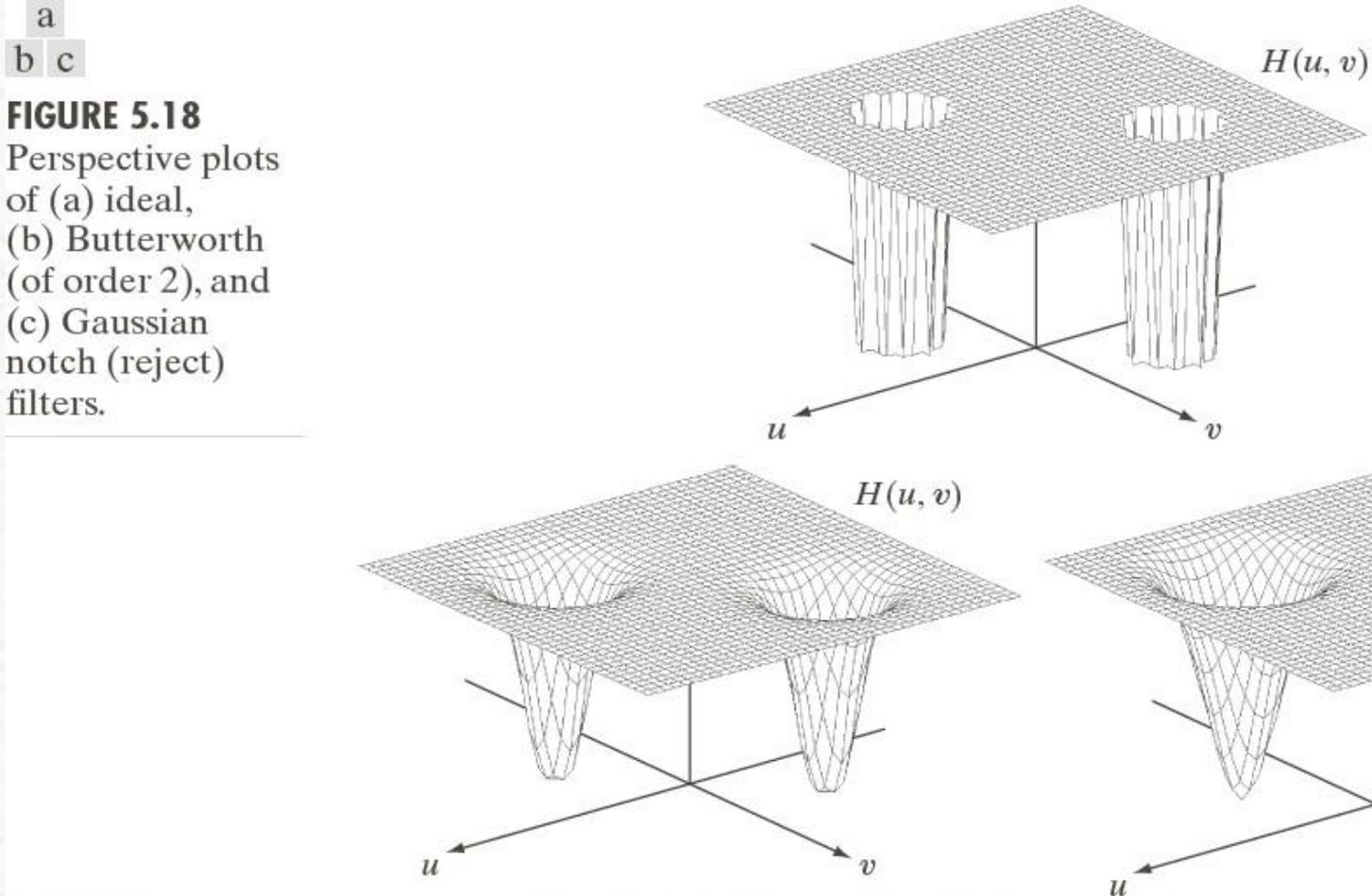
Please download and  
install the Slido app on  
all computers you use



# Est-ce que le bruit ici est blanc ou coloré?

① Start presenting to display the poll results on this slide.

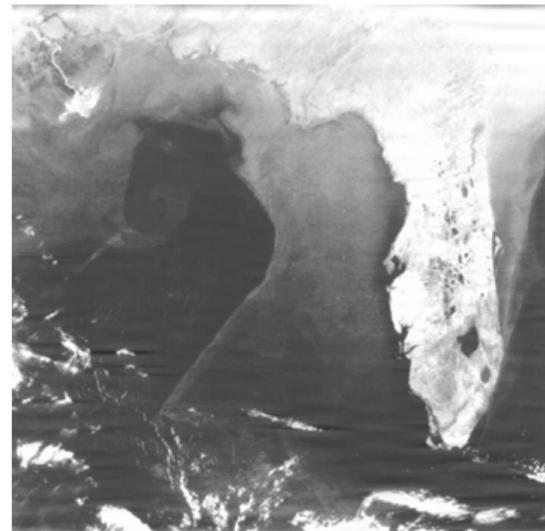
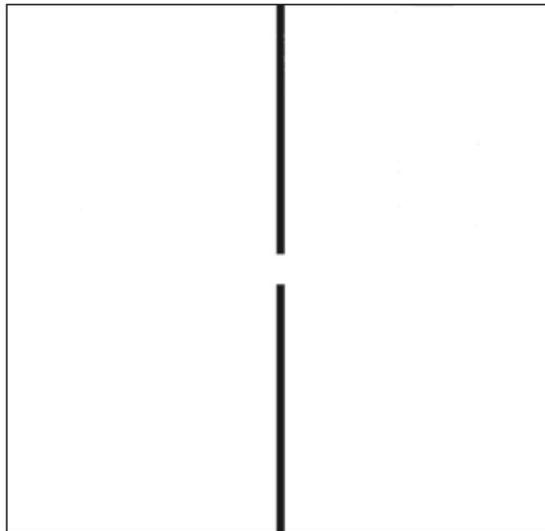
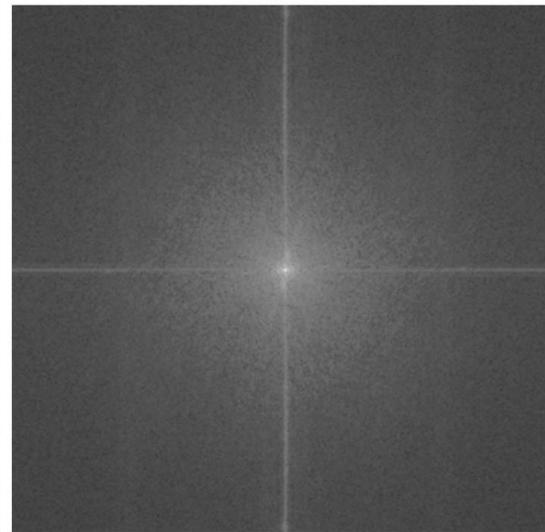
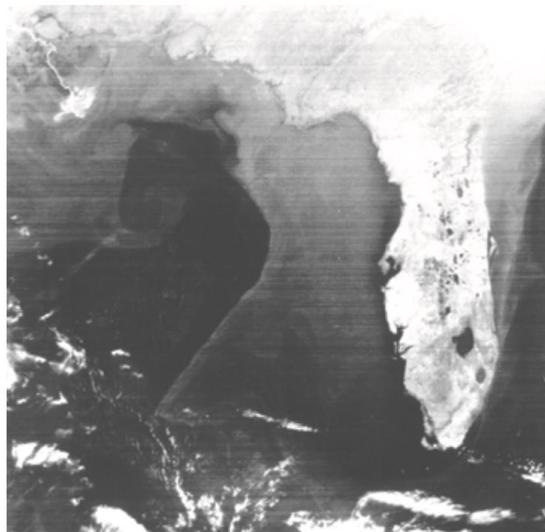
# Filtre coupe-bande



a	b
c	d

**FIGURE 5.18**

(a) Satellite image of Florida and the Gulf of Mexico. (Note horizontal sensor scan lines.) (b) Spectrum of (a). (c) Notch reject filter transfer function. (The thin black border is not part of the data.) (d) Filtered image. (Original image courtesy of NOAA.)



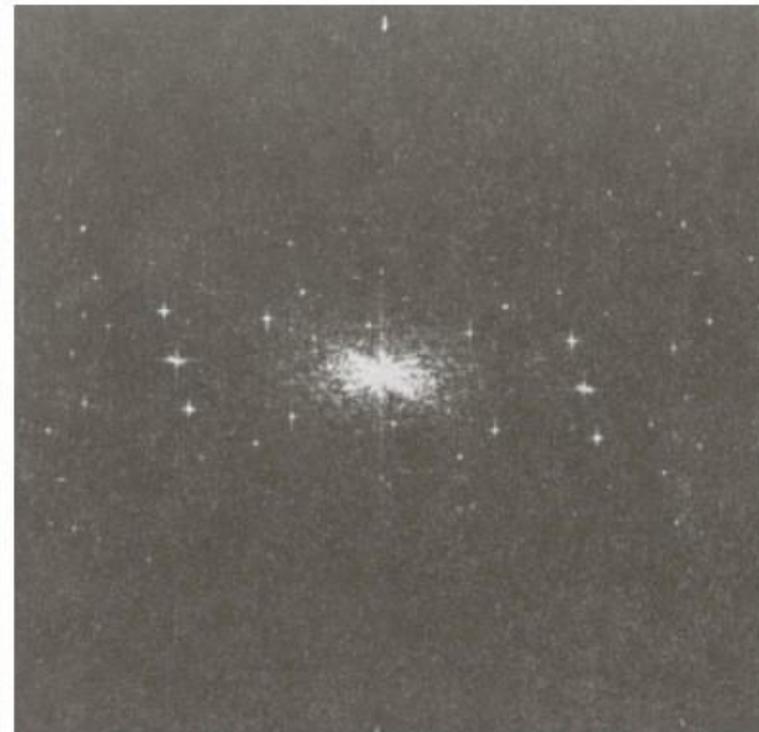
a b

**FIGURE 5.20**

(a) Image of the Martian terrain taken by *Mariner 6*.

(b) Fourier spectrum showing periodic interference.

(Courtesy of NASA.)

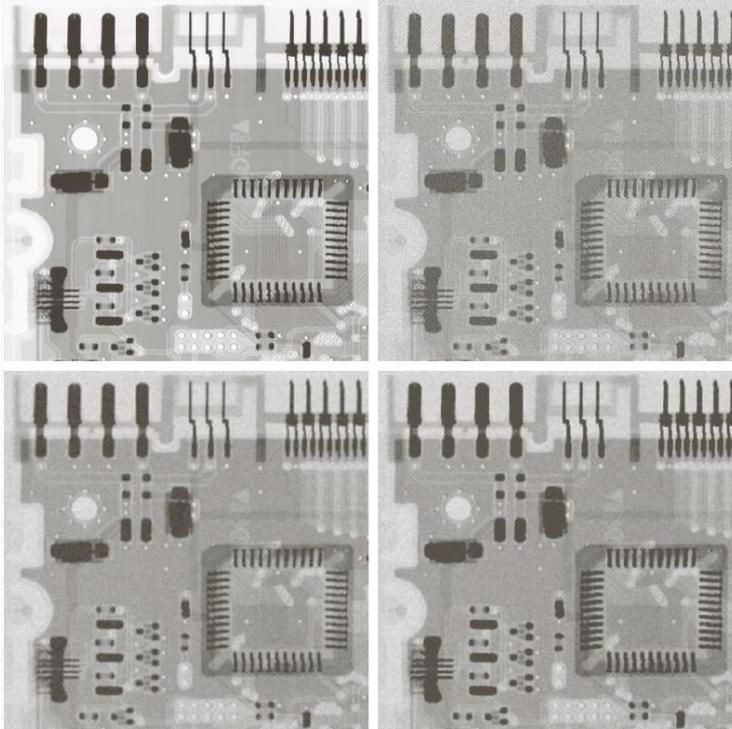


# Exercice

a b  
c d

**FIGURE 5.7**

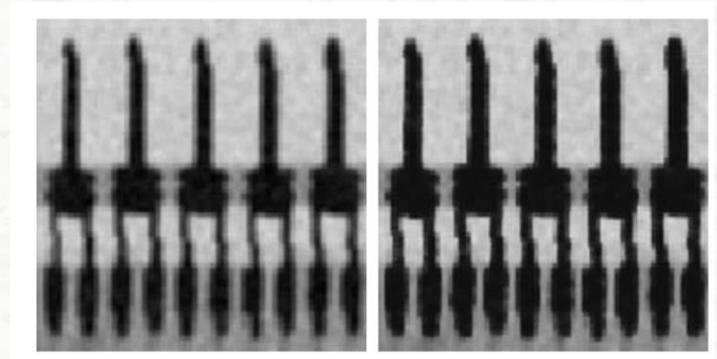
(a) X-ray image. (b) Image corrupted by additive Gaussian noise. (c) Result of filtering with an arithmetic mean filter of size  $3 \times 3$ . (d) Result of filtering with a geometric mean filter of the same size. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)



$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

$$\hat{f}(x, y) = \left[ \prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

Coins supérieurs droits des figures 5.7(c) et (d):



slido



(a) Expliquez pourquoi la sous-image obtenue avec le filtre à moyenne géométrique est moins floue. (Indice : commencez votre analyse en examinant une transition d'intensité par paliers 1-D).

(b) Expliquez pourquoi les composantes noires de l'image de droite sont plus épaisses.

# Plan

---

1. Notion de bruit : compléments
2. Restauration en présence de bruit seulement
3. Restauration en présence d'une dégradation linéaire et de bruit

$$g(x, y) = \mathcal{H}[f(x, y)] + \eta(x, y)$$

# Dégradation linéaire et invariante par position

$$g(x, y) = \mathcal{H}[f(x, y)] + \eta(x, y)$$

$$\eta(x, y) = 0$$

$\mathcal{H}$  linéaire     $\mathcal{H}[af_1(x, y) + bf_2(x, y)] = a\mathcal{H}[f_1(x, y)] + b\mathcal{H}[f_2(x, y)]$

$\mathcal{H}$  invariante par position     $\mathcal{H}[f(x - \alpha, y - \beta)] = g(x - \alpha, y - \beta)$

Propriété « sifting » de l'impulse delta     $f(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta)\delta(x - \alpha, y - \beta)d\alpha d\beta$

$$g(x, y) = \mathcal{H}[f(x, y)] = \mathcal{H}\left[\iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta)\delta(x - \alpha, y - \beta)d\alpha d\beta\right]$$

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta)\mathcal{H}[\delta(x - \alpha, y - \beta)]d\alpha d\beta$$

Fonction d'étalement du point  
 $h(x, \alpha, y, \beta) = \mathcal{H}[\delta(x - \alpha, y - \beta)]$

# Dégradation linéaire et invariante par position

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) \mathcal{H}[\delta(x - \alpha, y - \beta)] d\alpha d\beta$$

Fonction d'étalement du point

$$h(x, \alpha, y, \beta) = \mathcal{H}[\delta(x - \alpha, y - \beta)]$$

$\mathcal{H}$  invariante par position  $\mathcal{H}[f(x - \alpha, y - \beta)] = g(x - \alpha, y - \beta)$

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

Intégrale de convolution

$$g(x, y) = h(x, y) \star f(x, y) + \eta(x, y)$$

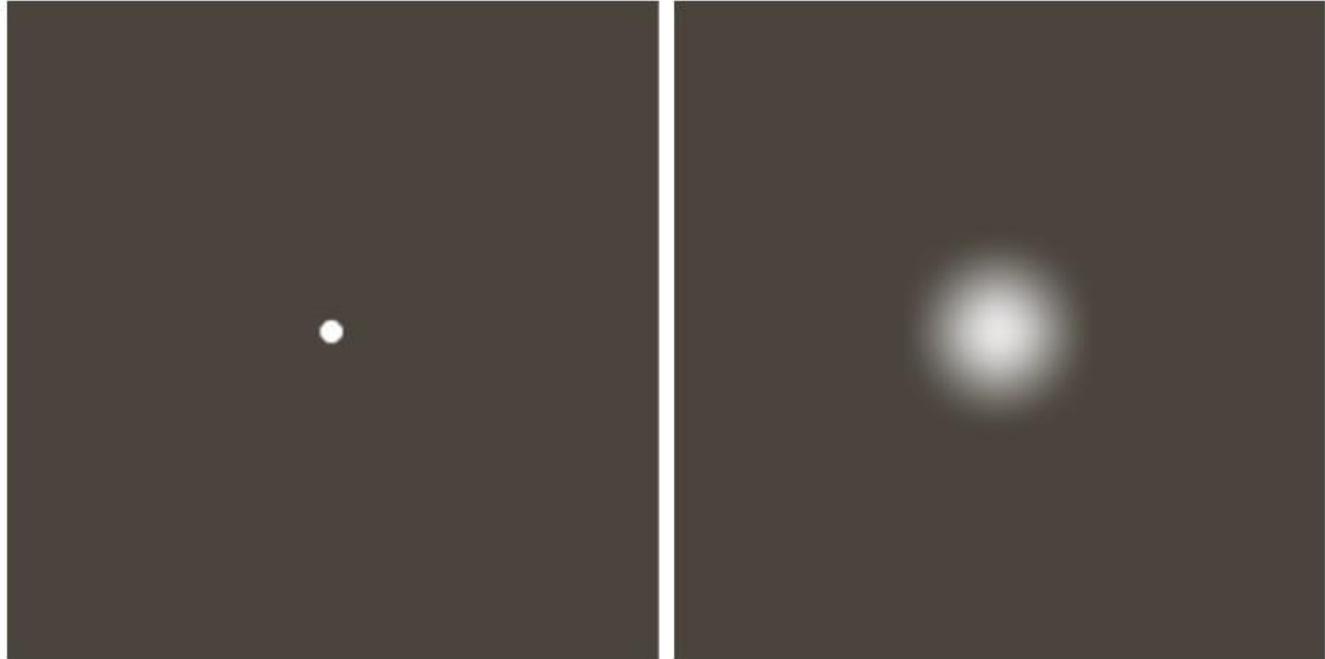
$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

# Fonction d'étalement du point

a b

## FIGURE 5.24

Degradation estimation by impulse characterization.  
(a) An impulse of light (shown magnified).  
(b) Imaged (degraded) impulse.



$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

# Restauration en présence d'une dégradation linéaire

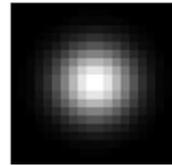
$$g(x, y) = \mathcal{H}[f(x, y)]$$



$f(x, y)$



$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}$$



$h(x, y)$



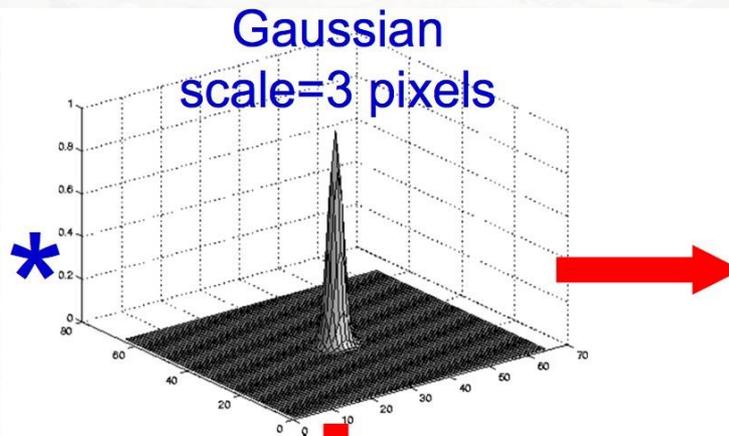
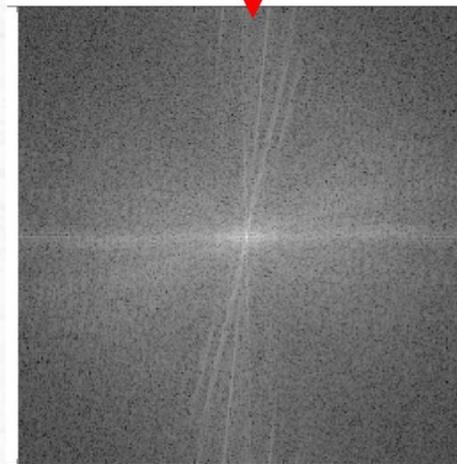
$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

Image flou a restaurer

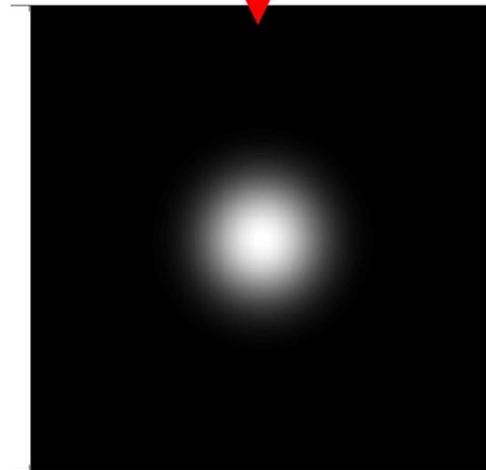
© Zisserman



FT



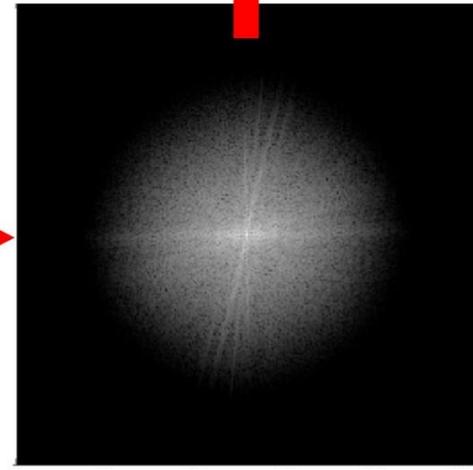
FT



X



Inverse FT



# Filtre inverse



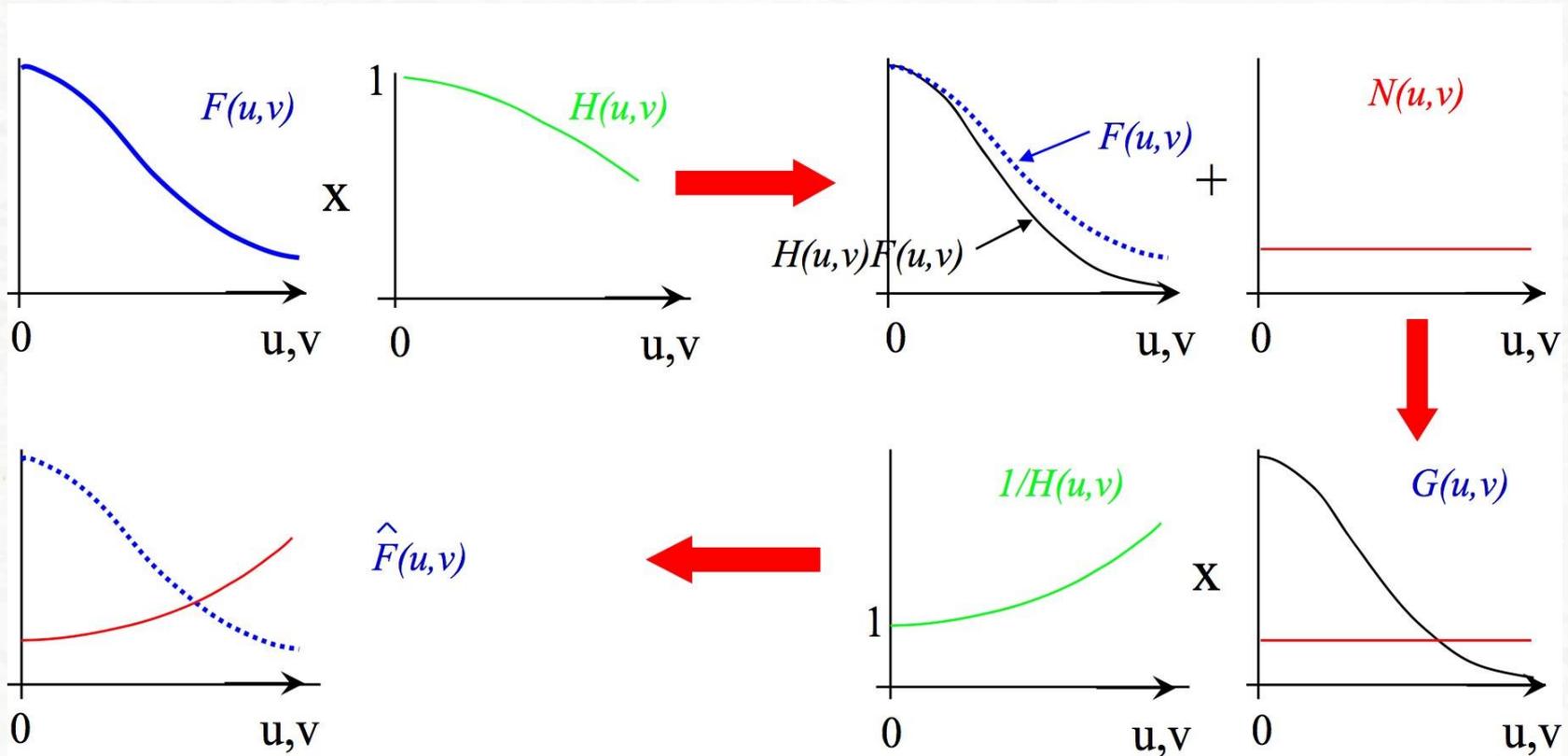
$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y) \Leftrightarrow G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)$$

$$\hat{F}(u,v) = G(u,v) / H(u,v)$$



$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)$$

$$\hat{F}(u,v) = G(u,v) / H(u,v) = F(u,v) + N(u,v) / H(u,v)$$



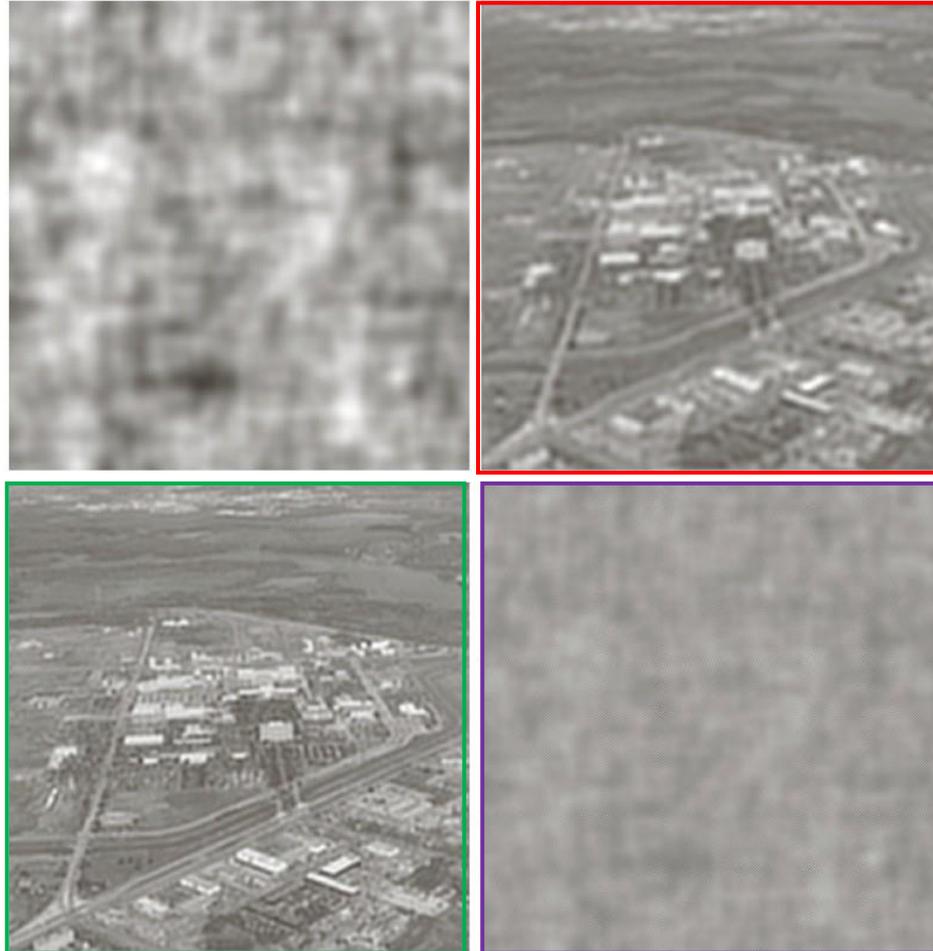
© Zisserman

$$\hat{F}(u,v) = G(u,v) / H(u,v)$$

Filtre inverse

a b  
c d**FIGURE 5.27**

Restoring  
Fig. 5.25(b) with  
Eq. (5.7-1).  
(a) Result of  
using the full  
filter. (b) Result  
with  $H$  cut off  
outside a radius of 40;  
(c) outside a  
radius of 70; and  
(d) outside a  
radius of 85.



# Filtre Wiener

minimisation de

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

Conditions:

- $f$  et  $\eta$  ne sont pas corrélé
- La moyenne de  $f$  ou  $\eta$  est zero
- relation linéaire entre  $\hat{f}$  et  $g$

$$\hat{F}(u, v) = W(u, v) G(u, v)$$

$$W(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K(u, v)}$$

$$K(u, v) = S_\eta(u, v) / S_f(u, v)$$

$$S_f(u, v) = |F(u, v)|^2 \quad \text{Spectre de puissance de } f$$

$$S_\eta(u, v) = |N(u, v)|^2 \quad \text{Spectre de puissance du bruit}$$

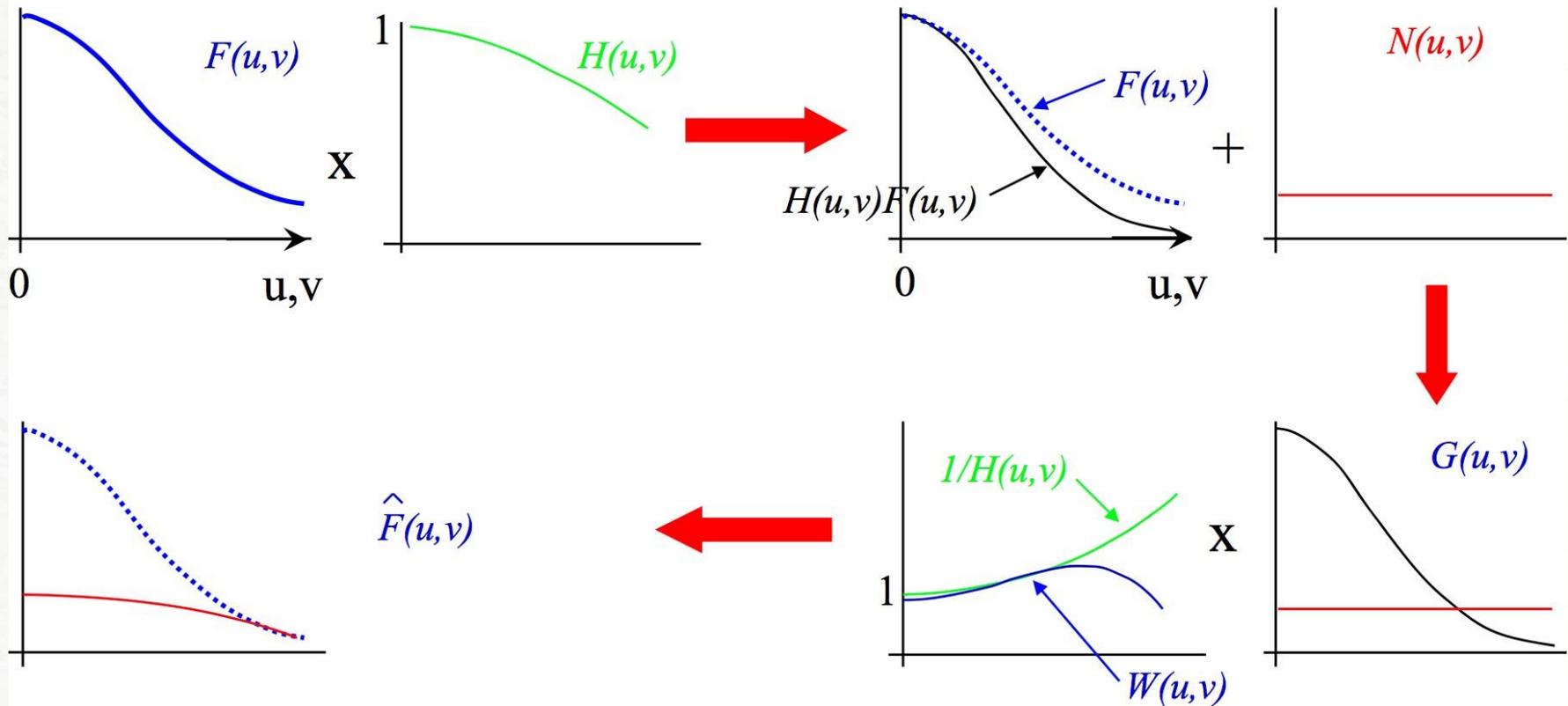
$$\text{SNR} = \frac{\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |F(u, v)|^2}{\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |N(u, v)|^2}$$

# Filtre Wiener

$$\hat{F}(u,v) = W(u,v) G(u,v)$$

$$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)$$



© Zisserman

# Filtre Wiener

blur  $\sigma = 1.5$  pixels

noise  $\sigma = 0.3$  grey levels

$$\hat{F}(u,v) = W(u,v) G(u,v)$$

$$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

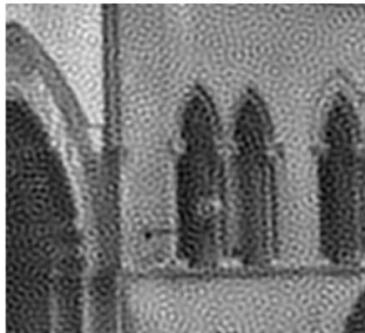
$g(x,y)$



$\hat{f}(x,y)$



$K = 1.0 e -5$



$K = 1.0 e -3$



$K = 1.0 e -1$



© Zisserman

# Filtre Wiener

blur  $\sigma = 1.5$  pixels

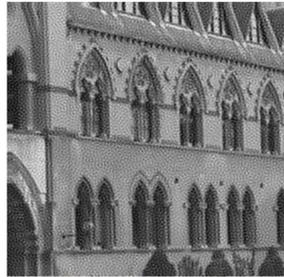
noise  $\sigma = 0.3$  grey levels

$$\hat{F}(u,v) = W(u,v) G(u,v) \quad W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

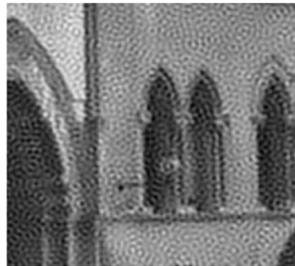
$g(x,y)$



$\hat{f}(x,y)$



$K = 1.0 \text{ e } -5$



$K = 1.0 \text{ e } -3$



$K = 1.0 \text{ e } -1$



Si  $K$  est trop petit: se rapproche du filtre inverse : image bruitée

Si  $K$  est trop grand: le filtre élimine le bruit mais lisse trop l'image (flou)

# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement



Il faut :

- calculer la TF de l'image  $g(x,y)$
- identifier  $H(u,v)$

$$\hat{F}(u,v) = W(u,v) G(u,v)$$

$$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

Comment identifier  $H(u,v)$ ?

- Mesurer la réponse du système à un delta (ex: point brillant de lumière) ou
- Modéliser la formation d'image

$$g(x,y) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y) dt$$

**Moyenne temporelle des positions de l'objet en mouvement**

© Zisserman

# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement

Comment identifier  $H(u, v)$ ?

- Étape 1 : Modéliser la formation de  $g(x, y)$  en fonction de  $f(x, y)$
- Étape 2 : Calculer  $G(u, v)$  en fonction de  $F(u, v)$
- Étape 3 : Isoler  $H(u, v)$  et appliquer le filtre Wiener

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y) dt$$

$$\begin{aligned} G(u, v) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(u, v) e^{-j2\pi u x_0(t)} dt \\ &= F(u, v) \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi u x_0(t)} dt \\ &= F(u, v) H(u, v) \end{aligned}$$

Rappel leçon 3, diapo 24:

## Propriétés de la transformée de Fourier

Propriété	Dom. des temps		Dom. des fréquences
	$x(t)$	$\xleftrightarrow{\mathcal{F}}$	$X(\nu)$
	$y(t)$	$\xleftrightarrow{\mathcal{F}}$	$Y(\nu)$
Linéarité	$\alpha x(t) + \beta y(t)$	$\xleftrightarrow{\mathcal{F}}$	$\alpha X(\nu) + \beta Y(\nu)$
Translation (t)	$x(t - \tau)$	$\xleftrightarrow{\mathcal{F}}$	$X(\nu) e^{-2i\pi\nu\tau}$

# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement

Comment identifier  $H(u, v)$ ?

- Étape 1 : Modéliser la formation de  $g(x, y)$  en fonction de  $f(x, y)$
- Étape 2 : Calculer  $G(u, v)$  en fonction de  $F(u, v)$
- Étape 3 : Isoler  $H(u, v)$  et appliquer le filtre Wiener

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y) dt$$

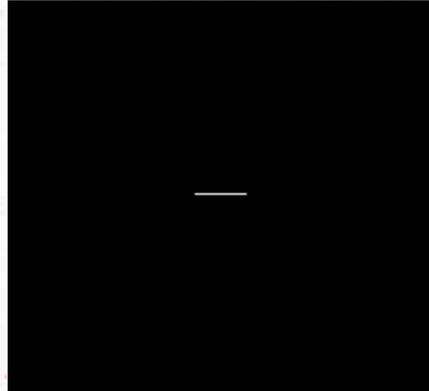
$$\begin{aligned} G(u, v) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(u, v) e^{-j2\pi u x_0(t)} dt \\ &= F(u, v) \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi u x_0(t)} dt \\ &= F(u, v) H(u, v) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi u x_0(t)} dt \\ &= \frac{1}{T} \left[ \frac{e^{-j2\pi u x_0(t)}}{-j2\pi u} \right]_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{1}{j2\pi u} (e^{j\pi u} - e^{-j\pi u}) \\ &= \text{sinc}\pi u \end{aligned}$$

# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement



\*



$$\hat{F}(u, v) = W(u, v) G(u, v)$$

$$W(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K(u, v)}$$

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi ust} dt \\ &= \frac{1}{T} \left[ \frac{e^{-j2\pi ust}}{-j2\pi us} \right]_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{1}{j2\pi ud} (e^{j\pi ud} - e^{-j\pi ud}) \\ &= \text{sinc}\pi ud \end{aligned}$$

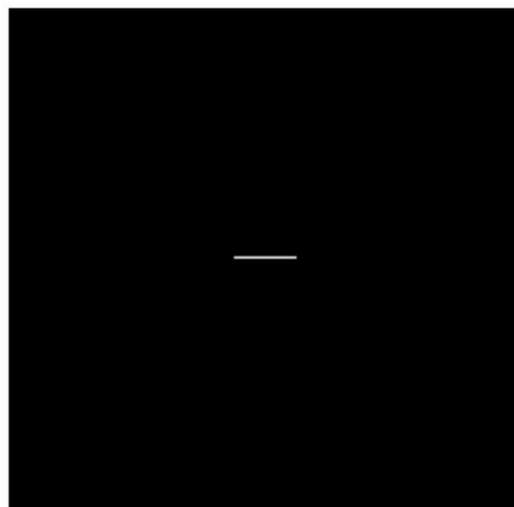
# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement



$$\hat{F}(u,v) = W(u,v) G(u,v)$$

$$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

$h(x,y)$



$\hat{f}(x,y)$



# Filtre Wiener: Elimination du flou de mouvement



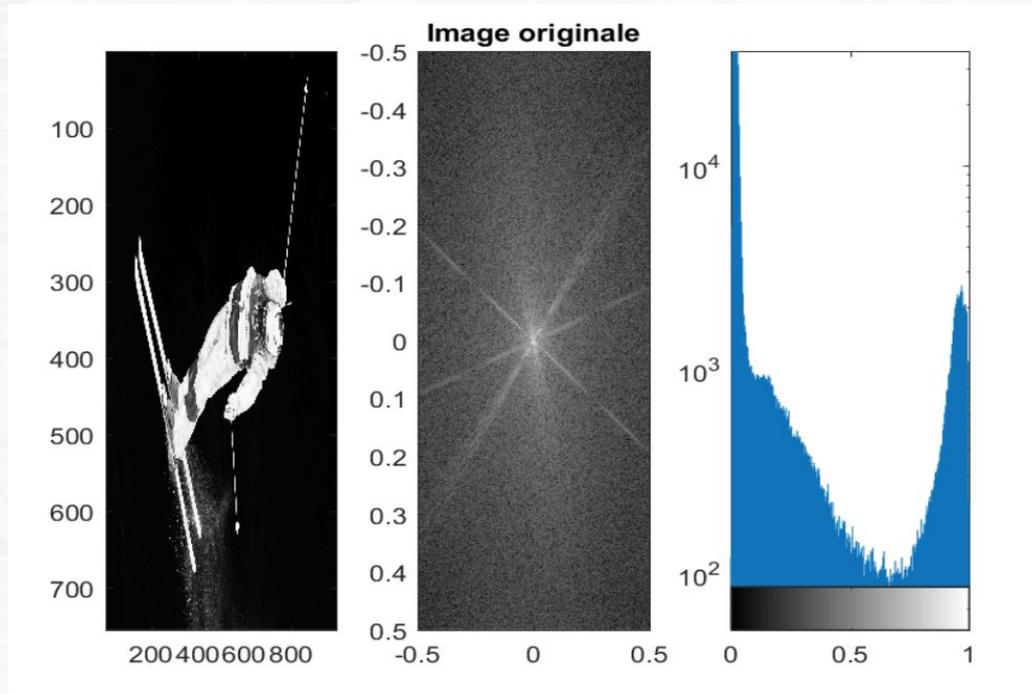
a	b	c
d	e	f
g	h	i

**FIGURE 5.29** (a) 8-bit image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)–(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)–(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a “curtain” of noise.

# Exercice

La figure suivante montre notre athlète Canadien Mikael Kingsbury lors d'une compétition à Pyongchang 2018 ainsi que la transformée de Fourier et l'histogramme de l'image. Les figures subséquentes correspondent à des versions modifiées de l'image. Grâce à ces informations et pour chacune des 4 images :

- Identifiez le type de modification présentes dans l'image
- Déterminez le domaine le plus approprié pour corriger l'image (spatial ou fréquentiel)
- Proposez une série de manipulations pour corriger l'image selon le domaine choisi

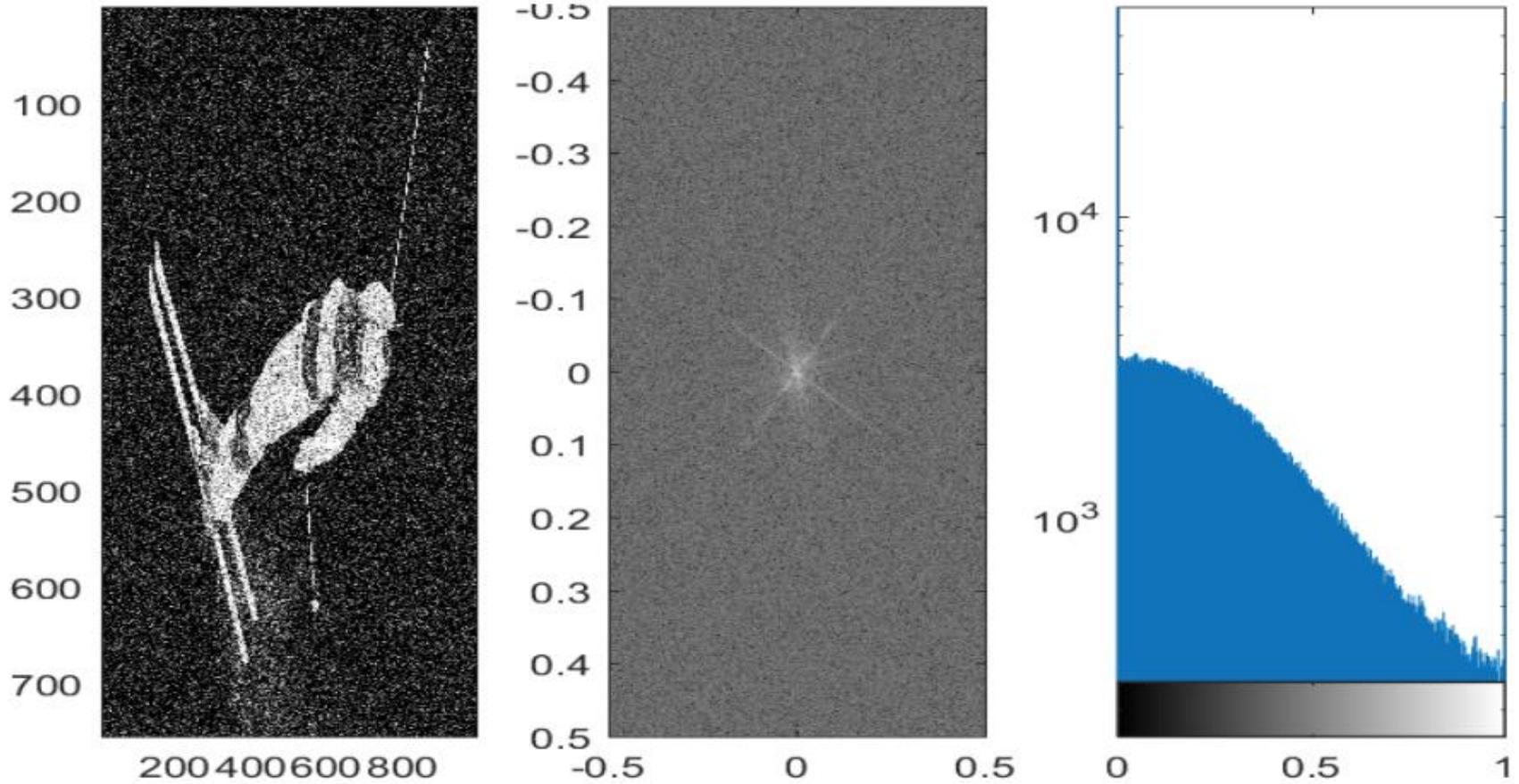


slido



# Question

1



slido

Please download and install the Slido app on all computers you use

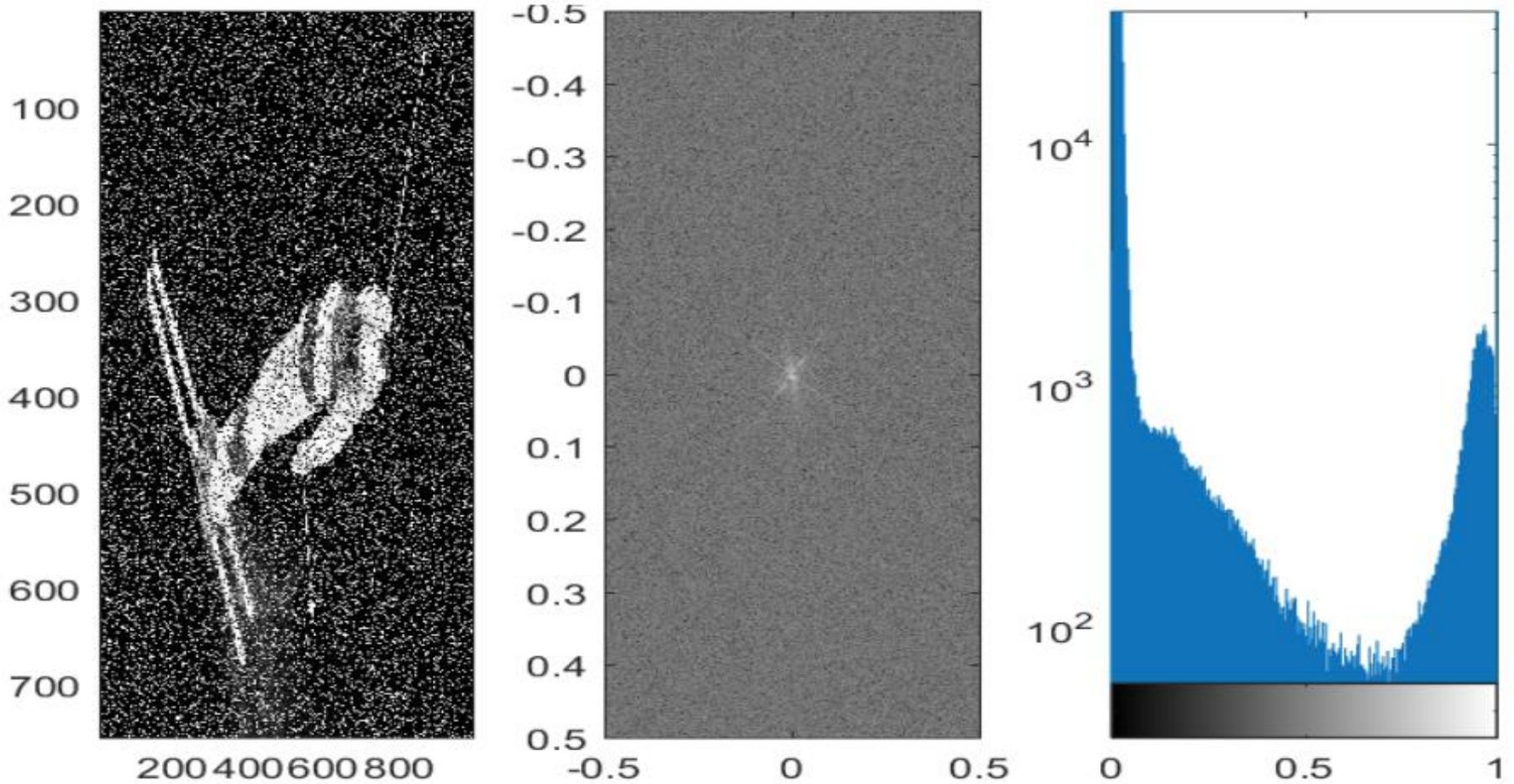


**Figure 1: (a) Identifiez le type de modification présente dans l'image (b) Déterminez le domaine le plus approprié pour corriger l'image (spatial ou fréquentiel) (c) Proposez une série de manipulations pour corriger l'image selon le domaine choisi**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Question

2



slido

Please download and install the Slido app on all computers you use

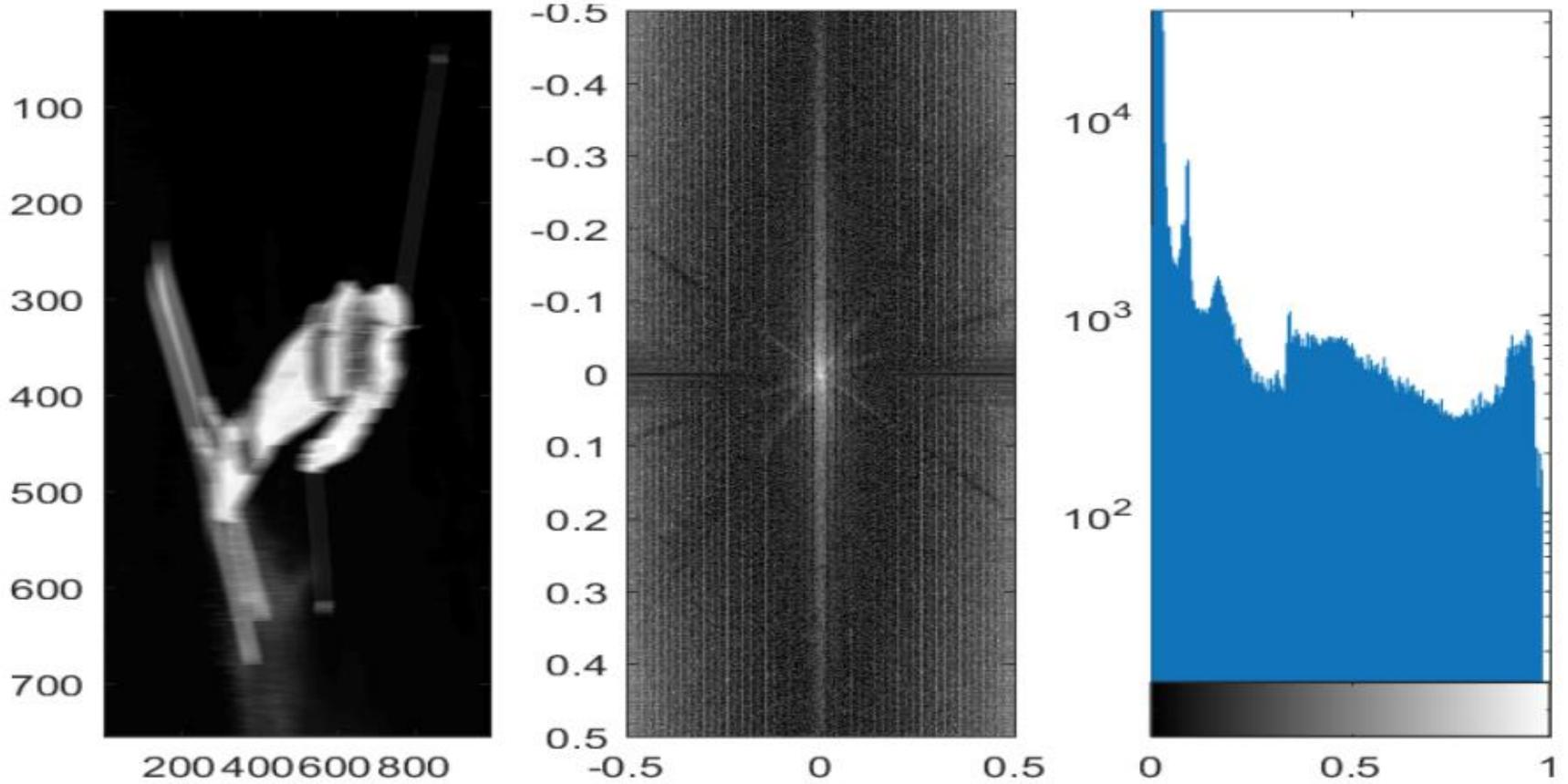


**Figure 2: (a) Identifiez le type de modification présent dans l'image (b) Déterminez le domaine le plus approprié pour corriger l'image (spatial ou fréquentiel) (c) Proposez une série de manipulations pour corriger l'image selon le domaine choisi**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Question

3



slido

Please download and install the Slido app on all computers you use

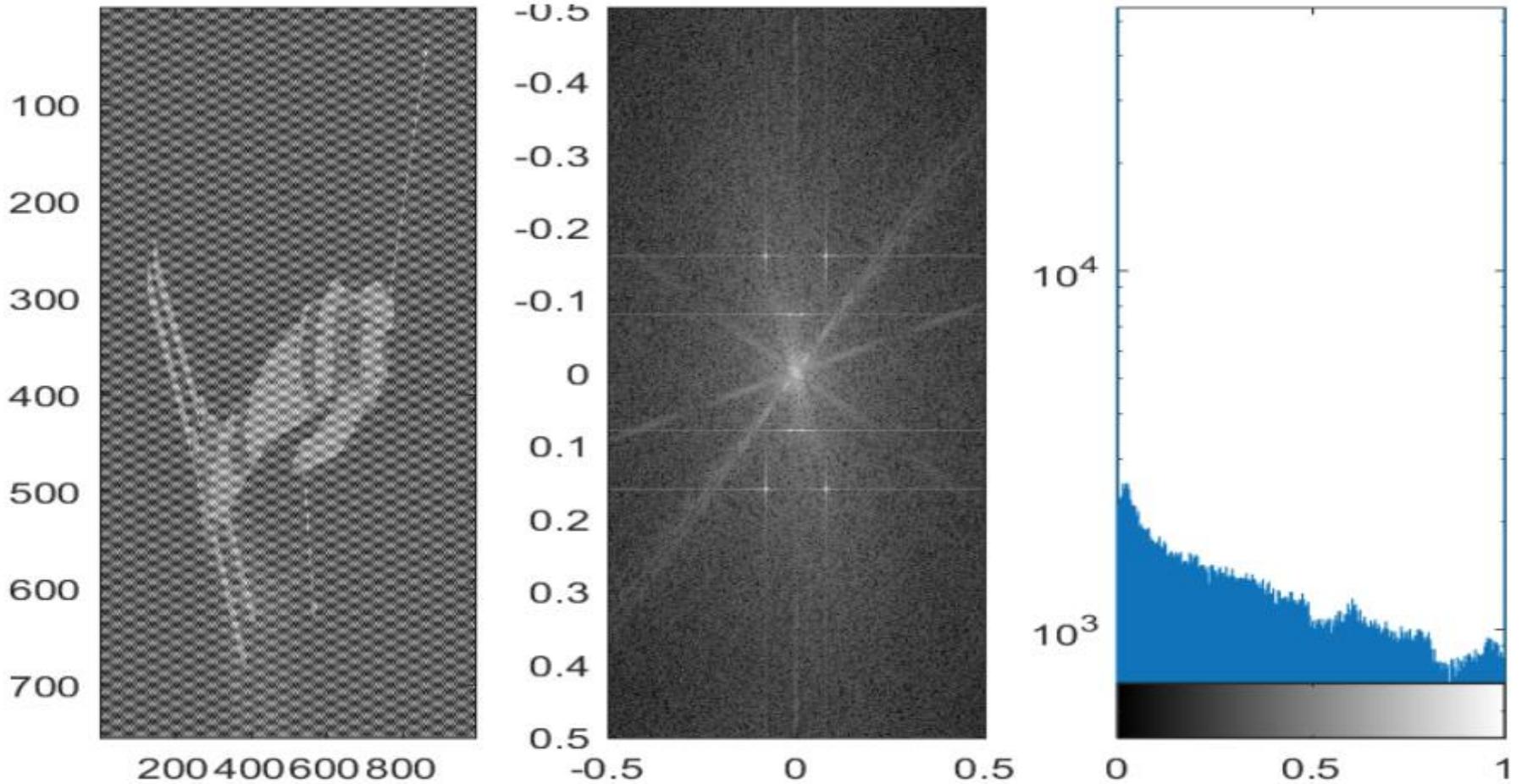


**Figure 3: (a) Identifiez le type de modification présent dans l'image (b) Déterminez le domaine le plus approprié pour corriger l'image (spatial ou fréquentiel) (c) Proposez une série de manipulations pour corriger l'image selon le domaine choisi**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Question

4



slido

Please download and  
install the Slido app on  
all computers you use



**Figure 4: (a) Identifiez le type de modification présent dans l'image (b) Déterminez le domaine le plus approprié pour corriger l'image (spatial ou fréquentiel) (c) Proposez une série de manipulations pour corriger l'image selon le domaine choisi**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Exercice

---

Une astronaute travail avec un télescope optique pour générer des images de corps célestes. Le télescope met en focus des images sur un détecteur digital. Les images seront ensuite transformées en images digitales. L'astronaute remarque que ses images sont soudainement devenues floues.

Quelle solution à base d'imagerie digitale proposerez-vous pour rehausser ses images? Considérez le fait qu'elle peut uniquement générer des images de corps célestes.

slido



**slido**

Please download and install the Slido app on all computers you use

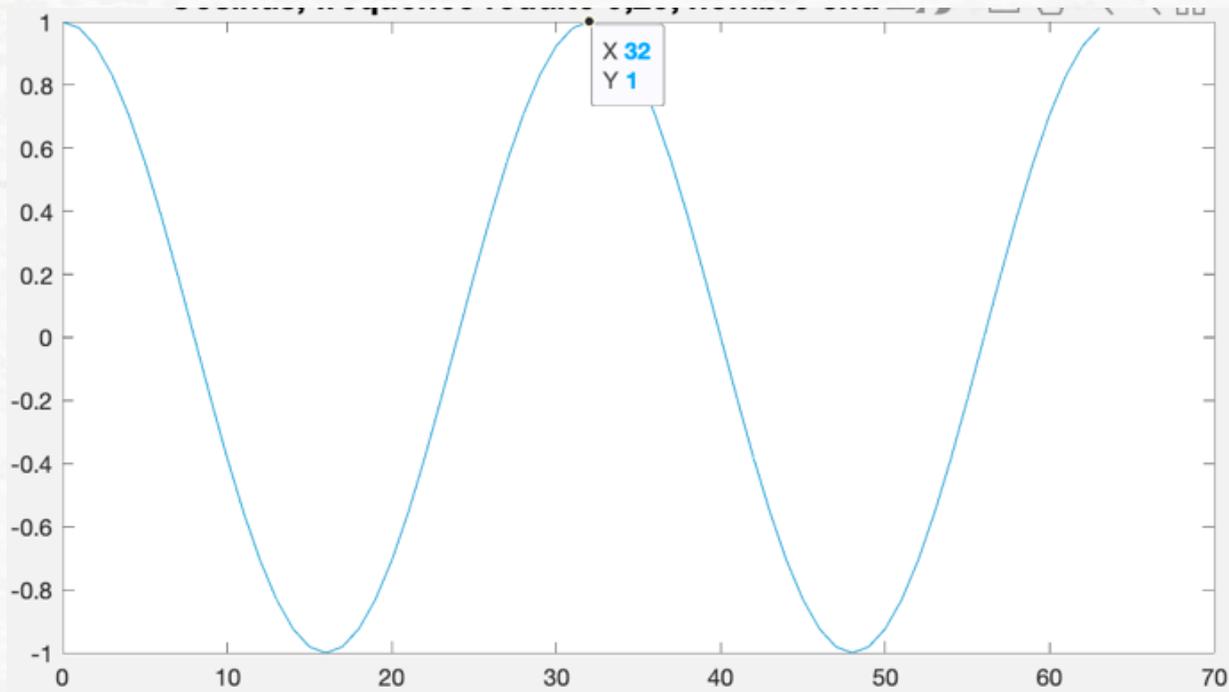


**Quelle solution à base d'imagerie digitale proposerez-vous pour rehausser ses images? Considérez le fait qu'elle peut uniquement générer des images de corps célestes.**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Exercice

L'image ci-dessous contient 64 échantillons d'un signal périodique. Le temps d'échantillonnage est de 1 seconde. Dessinez le résultat de la transformée de Fourier discrète de ce signal avec la fréquence nulle centré. Quelles sont les valeurs des fréquences qui correspondent au (a) premier échantillon, (b) au dernier échantillon, et (c) celles du spectre du signal?



slido



slido

Please download and install the Slido app on all computers you use

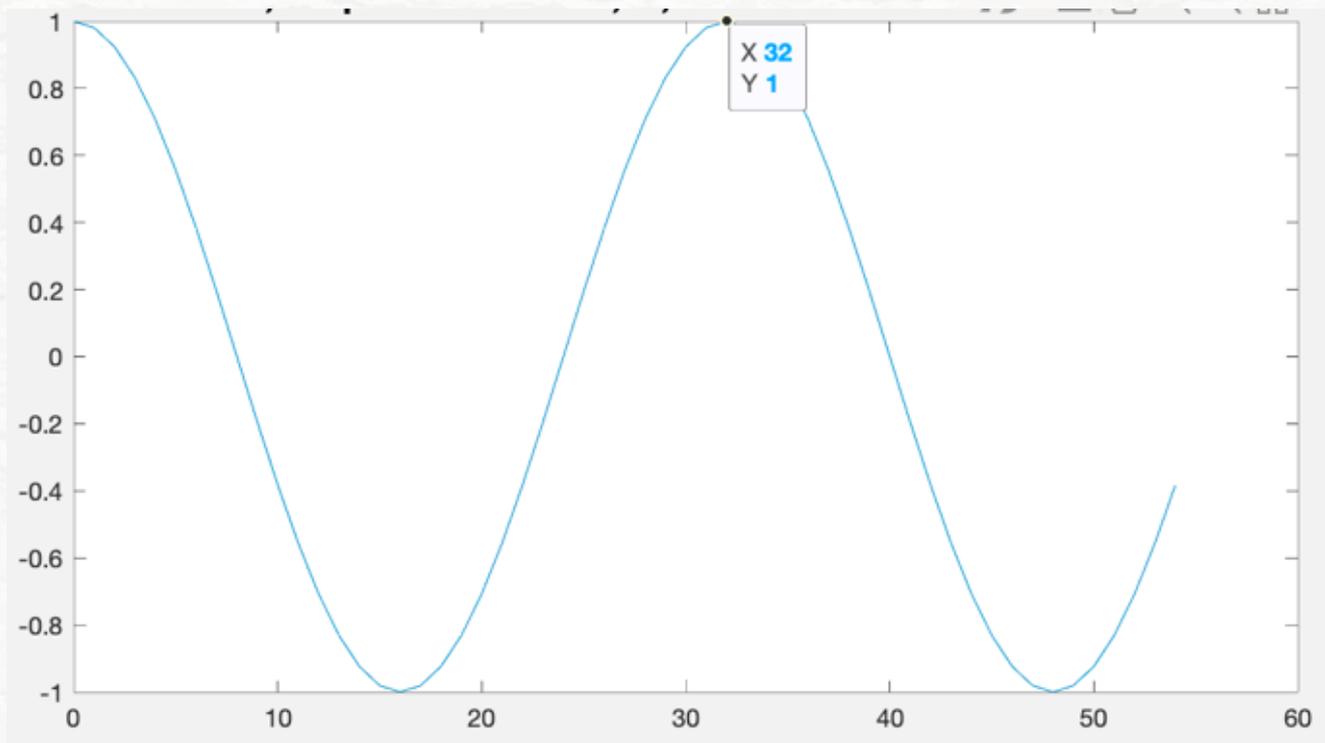


L'image contient 64 échantillons d'un signal périodique. Quelles sont les valeurs des fréquences qui correspondent au (a) premier échantillon, (b) au dernier échantillon, et (c) celles du spectre du signal?

① Start presenting to display the poll results on this slide.

# Exercice

L'image suivante contient 55 échantillons du même signal. Dessinez le résultat de la transformé de Fourier discrète de ce signal avec la fréquence nulle centré. (a) Quelles sont les valeurs des fréquences qui correspondent au premier échantillon et au dernier échantillon? (b) Quelles sont les valeurs des fréquences avec plus grande amplitude?



slido



slido

Please download and install the Slido app on all computers you use



L'image suivante contient 55 échantillons du même signal. (a) Quelles sont les valeurs des fréquences qui correspondent au premier échantillon et au dernier échantillon? (b) Quelles sont les valeurs des fréquences avec plus grande amplitude?

① Start presenting to display the poll results on this slide.