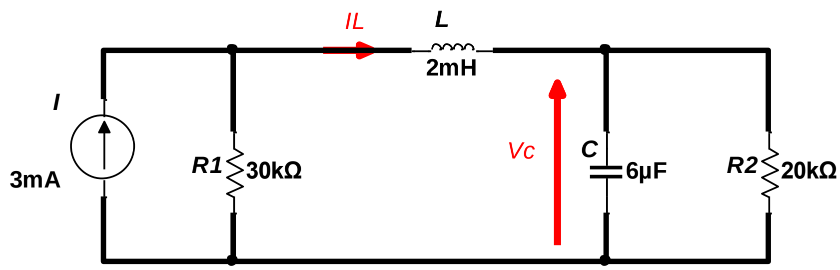
Corrigé Devoir 5 ELE 1409

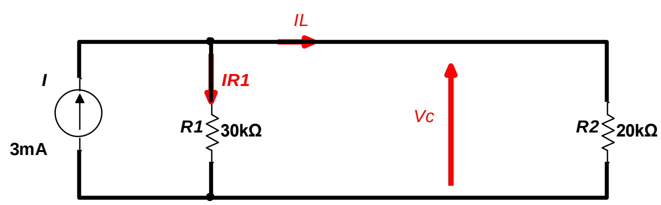
Question 1 (1 point)

Le circuit de la figure ci-dessous est alimenté en courant continu. Déterminer le courant I_L dans l'inductance et la tension V_C aux bornes du condensateur.



Analyses et réponses

La source étant continue, le circuit équivalent de ce montage est le suivant :



Le courant I_L est alors celui qui parcourt la résistance R_2 et la tension V_C est celle qui se trouve aux bornes de la résistance R_2. Ainsi on aura :

$$\begin{cases} I_L = I_{R_2} \\ V_C = V_{R_2} = R_2 . I_{R_2} \end{cases} \quad (1)$$

Dans ce circuit, on peut écrire la LKT comme suit :

$$I_{R_1} + I_{R_2} = I \Leftrightarrow I_{R_1} + I_{R_2} = 3\ mA \qquad (2)$$

Le résistances R_1 et R_2 sont en parallèle; elles sont alors soumises à la même tension :

$$\underbrace{V_{R_1}}_{\substack{\Downarrow \\ R_1.I_{R_1}}} = \underbrace{V_{R_2}}_{\substack{\Downarrow \\ R_2.I_{R_2}}} \Leftrightarrow R_1.I_{R_1} = R_2.I_{R_2} \Leftrightarrow I_{R_1} = \frac{R_2}{R_1}.I_{R_2} \Leftrightarrow I_{R_1} = \frac{20}{30}.I_{R_2} \Leftrightarrow I_{R_1} = \frac{2}{3}.I_{R_2} \quad (3)$$

En substituant (3) dans (2), on obtient :

$$\frac{2}{3}.I_{R_2} + I_{R_2} = 3\ mA \Leftrightarrow \frac{5}{3}.I_{R_2} = 3\ mA \Leftrightarrow I_{R_2} = \frac{9}{5}\ mA = 1.8\ mA \Leftrightarrow \boxed{I_L = 1.8\ mA}$$

En substituant cette valeur dans la 2e équation du système (1) on obtient :

$$V_C = R_2.I_{R_2} = 20 \times 1.8 = 36\ V \Leftrightarrow \boxed{V_C = 36\ V}$$

Question 2 (1 point)

Sur la plaque signalétique d'un dispositif de chauffage industriel, on lit les informations suivantes :

210 V; 60 Hz, 12 kVA, cosφ=0.78 retard. Calculer l'impédance de cet appareil.

Analyse et réponse

La puissance apparente de l'appareil permet de déterminer son courant comme suit :

$$S = VI \Leftrightarrow I = \frac{S}{V}$$

Par ailleurs, l'impédance est liée à la tension et au courant comme suit :

$$Z = \frac{V}{I} \Leftrightarrow Z = \frac{V}{S/V} = \frac{V^2}{S} = \frac{210^2}{12 \times 1000} = 3.675 \Leftrightarrow \boxed{Z = 3.675\ \Omega}$$

Question 3 (1 point)

Écrire le phaseur du courant suivant : $i(t) = 6\cos(50t - 40°)$ ainsi que celui de la tension d'expression temporelle $v(t) = -4\,sin\,(30t + 50°)$.

Analyses et réponses

- **Pour le courant**

Le courant déjà sur la forme cosinusoïdale et donc on aura :

$$i(t) = \underbrace{6}_{\substack{\Downarrow \\ I_{\max}}} \cos(50t + \underbrace{-40°}_{\substack{\Downarrow \\ \theta_i}})$$

La valeur efficace du courant vaudra alors :

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4.24\ A$$

Le phaseur du courant vaudra alors :

$$\boxed{\boldsymbol{I} = \bar{I} = 4.24\angle -40°\ A}$$

- Pour la tension

La tension n'est pas encore sous forme Cosinusoïdale en plus il y'a un moins devant le sinus et donc :

$$-\sin(\alpha) = \sin(\alpha + \pi) \Leftrightarrow v(\mathrm{t}) = -4\sin(30\mathrm{t} + 50°) = 4\sin(30\mathrm{t} + 50° + 180°)$$

Soit encore :

$$v(\mathrm{t}) = 4\sin(30\mathrm{t} + 230°)$$

On va maintenant transformer le sinus en cosinus comme suit :

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - 90°) \Leftrightarrow v(\mathrm{t}) = 4\sin(30\mathrm{t} + 230° - 90°) \Leftrightarrow v(\mathrm{t}) = 4\sin(30\mathrm{t} + 140°)$$

Comme dans le cas du courant, on identifie alors :

$$\begin{cases} V = \dfrac{4}{\sqrt{2}} = 2.83 \\ \theta_v = 140° \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{V} = \bar{I} = 2.83\angle 140°\ A}$$

Question 4 (1 point)

Trouver les fonctions sinusoïdales qui sont représentées par les phaseurs suivants : $\boldsymbol{I} = \bar{I} = j(5 - j12)\ A$ et $\boldsymbol{V} = \bar{V} = -10\llcorner -30°\ V$. La fréquence du réseau est de 60 Hz.

Analyses et réponses

Avec une fréquence de 60 Hz, on obtient une pulsation de :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377\ rad/s$$

- **Pour le courant**

En développant l'expression, on obtient :

$$\bar{I} = j(5 - j12) = j5 - 12\underbrace{j^2}_{\substack{\Downarrow \\ -1}} = 12 + j5$$

La forme polaire de ce phaseur se calcule comme suit :

$$\begin{cases} I = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \iff I_{max} = 13\sqrt{2} = 18.38 \\ \theta_i = \arctan\left(\dfrac{5}{12}\right) = 22.62\ ° \end{cases}$$

Ce qui donne alors comme expression :

$$\boxed{i(t) = 18.38\cos(377t + 22.62\ °)}$$

- **Pour la tension**

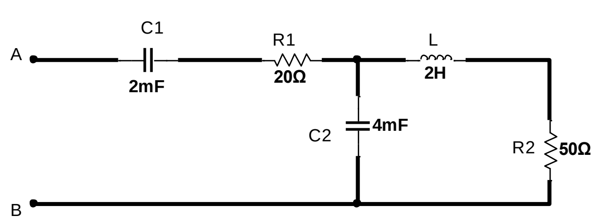
On aura :

$$\bar{V} = -10\llcorner -30°\ V = -10\sqrt{2}\cos(377t - 30\ °) = 10\sqrt{2}\cos(377t - 30\ ° + 180°)$$

$$\iff \boxed{v(t) = 14.14\cos(377t + 150°)}$$

Question 5 (1 point)

Pour le circuit ci-dessous, on donne ω=10 rad/s. Déterminer l'impédance complexe équivalente vue des bornes A et B.



Analyses et réponse

- C_1 et R_1 sont en série, on trouve alors l'impédance équivalente de cette partie comme suit :

$$\bar{Z}_{R_1C} = R_1 + jX_{C_1}$$

Avec : $X_{C_1} = -\frac{1}{C_1\omega} = \frac{-1}{2\times10^{-3}\times10} = -50\ \Omega$; ce qui donne alors :

$$\overline{Z}_{R_1C} = 20 - j50\ \Omega$$

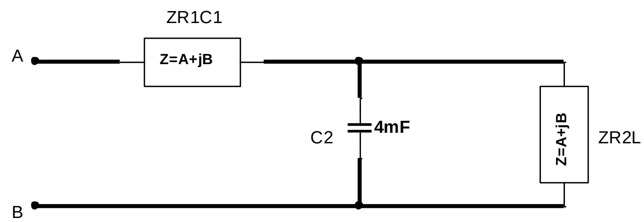
- L et R_2 sont en série, on trouve alors l'impédance équivalente de cette branche comme suit :

$$\overline{Z}_{R_2L} = R_2 + jX_L$$

Avec : $X_L = L\omega = 2 \times 10 = 20\ \Omega$; ce qui donne alors :

$$\overline{Z}_{R_2L} = R_2 + jX_L = 50 + j20\ \Omega$$

Le circuit équivalent à cette étape devient :



On observe $\overline{Z}_{R_2L}$ est en parallèle avec C_2 ainsi on obtient :

$$\overline{Z}_{R_2L\_C} = \left(\frac{1}{\overline{Z}_{R_2L}} + \frac{1}{\overline{Z}_{C_2}}\right)^{-1}$$

Avec : $X_{C_2} = -\frac{1}{C_2\omega} = \frac{-1}{4\times10^{-3}\times10} = -25\ \Omega$; ce qui donne alors : $\overline{Z}_{C_2} = jX_{C_2} = -j25\ \Omega$ et donc :

$$\overline{Z}_{R_2L\_C} = \left(\frac{1}{50 + j20} + \frac{1}{-j25}\right)^{-1}$$

On va alors utiliser le complexe conjugué pour simplifier ce calcul comme ci-dessous :

Note :

$$(a - jb)(a + jb) = a^2 + jba - jba - j^2b^2 = a^2 + b^2$$

Ainsi on aura :

$$\overline{Z}_{R_2L_C} = \left(\frac{50 - j20}{(50 + j20)((50 - j20))} + \frac{j25}{(-j25)(j25)}\right)^{-1}$$

Ce qui donne alors :

$$\overline{Z}_{R_2L_C} = \left(\frac{50 - j20}{50^2 + 20^2} + \frac{j25}{25^2}\right)^{-1} = \left(\frac{50 - j20}{2900} + \frac{j}{25}\right)^{-1} = \left(\frac{50}{2900} - \frac{j20}{2900} + \frac{j}{25}\right)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Z}_{R_2L_C} = \left(\frac{50}{2900} + j\left(\frac{-20}{2900} + \frac{1}{25}\right)\right)^{-1} = (0.0172 + j0.0331)^{-1} = \frac{1}{0.0172 + j0.0331}$$

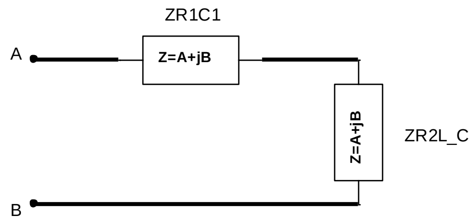
Soit encore :

$$\Leftrightarrow \overline{Z}_{R_2L_C} = \frac{(0.0172 - j0.0331)}{(0.0172 + j0.0331)(0.0172 - j0.0331)} = \frac{(0.0172 - j0.0331)}{0.0172^2 + 0.0331^2} = \frac{0.0172}{0.0014} - j\frac{0.0331}{0.0014}$$

Soit encore :

$$\overline{Z}_{R_2L_C} = 12.29 - j23.64\ \Omega$$

Le circuit équivalent devient alors :



Ces deux impédances sont en série et donc l'impédance complexe totale vaudra :

$$\overline{Z}_{eq} = \overline{Z}_{R_1C} + \overline{Z}_{R_2L_C} = 20 - j50 + 12.29 - j23.64 \; = 32.29 \; - 73.64 \,\Omega$$

Soit finalement :

$$\boxed{\overline{Z}_{eq} = 32.29 \; - j73.64 \,\Omega}$$

Question 6 (**1 point**)

Quel facteur est considéré pour pénaliser la surconsommation de la puissance magnétisante dans une installation électrique industrielle ?

a. Le facteur de forme
b. Le facteur de puissance
c. Le facteur de crête
d. Le facteur de simultanéité

Réponse : Il s'agit du **facteur de puissance**.

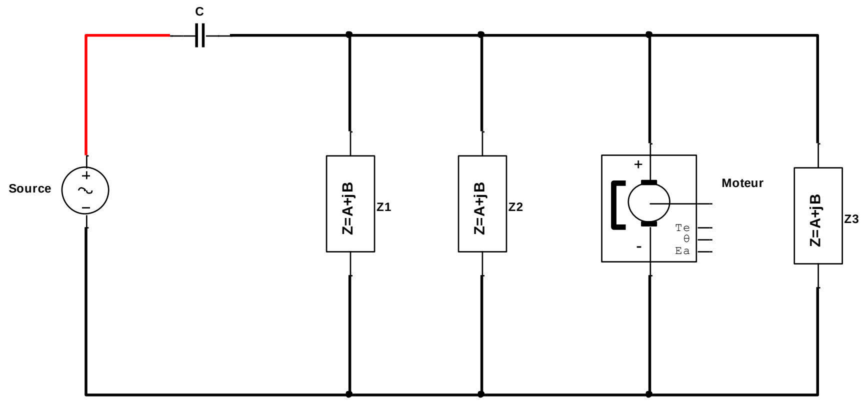
Pour information :

- Le **facteur de forme** est considéré pour caractériser les circuits généralement utilisés pour la conversion CA-CC (continue-alternative). Il est également considéré dans le domaine des antennes pour tenir compte de la miniaturisation.
- Le **facteur de crête** est aussi utilisé dans le domaine de la conversion CA-CC et représente le rapport entre la valeur maximale et la valeur moyenne du signal continu.
- Le **facteur de simultanéité** permet de tenir compte du fait que dans une installation électrique, toutes les machines ne fonctionnent pas en même temps. Ce facteur permettra de calculer la puissance à souscrire auprès du fournisseur d'énergie électrique.

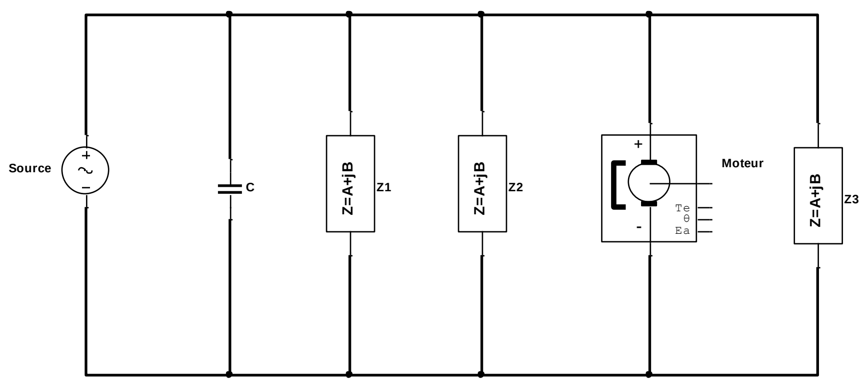
Question 7 (**1 point**)

Le condensateur C est utilisé pour améliorer le facteur de puissance d'une installation monophasée comportant trois impédances et un moteur tous raccordés en parallèle. Dans lequel des montages ci-dessous, le condensateur est correctement branché ?

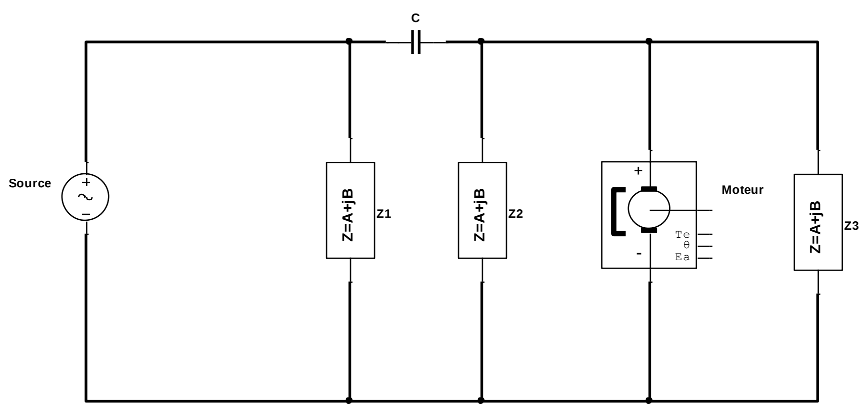
Montage 1



Montage 2



Montage 3



Réponse

Le condensateur de compensation se branche en parallèle avec l'installation. Ainsi le montage approprié est le **montage 2**.

Question 8 (**1 point**)

On mesure les puissances absorbées par un moteur monophasé et on ajoute ensuite un condensateur en parallèle aux bornes du moteur. Citer la ou les puissances qui ont changé.

- Puissance apparente,

- puissance active,
- puissance réactive

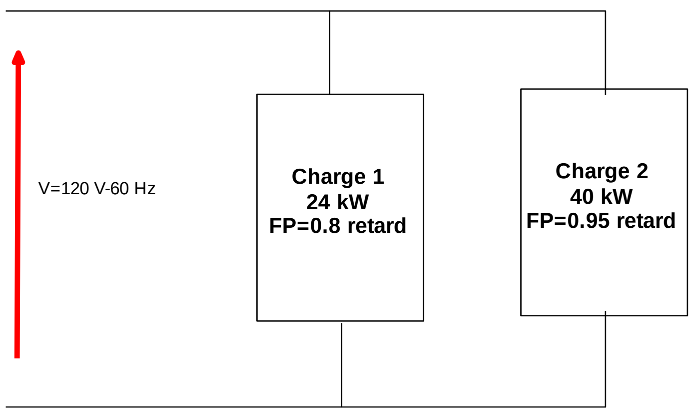
Réponse

Le condensateur fourni de la puissance réactive et donc : les **puissances réactive** et **apparente** ne seront plus les mêmes (voir le triangle des puissances).

Questions 9-13 (**1 point**)

Une source monophasée de 120 V-60 Hz alimente deux charges branchées en parallèle comme montré sur la figure ci-dessous.

a. Calculer la puissance active totale de la charge.
b. Calculer la puissance réactive totale de la charge.
c. Calculer la puissance apparente totale de la charge.
d. Calculer le facteur de puissance de la charge totale.
e. Calculer la valeur du condensateur qui placé en parallèle augmentera le facteur de puissance à l'unité.



Analyses et résultat

a. **Calcul de la puissance active totale.**

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 = 24 + 40 = 64\ kW \iff \boxed{P_{\text{tot}} = 64\ kW}$$

b. **Calcul de la puissance réactive totale.**

Bilan de puissance

- Charge 1 :

$$S_1 = \frac{P_1}{FP_1} = \frac{24}{0.8} = 30\ ;\ Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18\ k\text{var}$$

- Charge 2 :

$$S_2 = \frac{P_2}{FP_2} = \frac{40}{0.95} = 42.11\ ;\ Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{42.11^2 - 40^2} = 13.16\ k\text{var}$$

- Total

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 = 18 + 13.16 = 31.16\ k\text{var} \iff \boxed{Q_{\text{tot}} = 31.16\ k\text{var}}$$

c. Calcul de la puissance apparente totale

La puissance apparente totale s'obtient comme suit :

$$S_{\text{tot}} = \sqrt{P_{\text{tot}}^2 + Q_{\text{tot}}^2} = \sqrt{64^2 + 31.16^{\,2}} = 71.18\,kVA \Leftrightarrow \boxed{S_{\text{tot}} = 71.18\,kVA}$$

d. Calcul du FP total

Le facteur de puissance de la charge totale vaudra alors :

$$\boxed{FP_{\text{tot}}} = \frac{P_{\text{tot}}}{S_{\text{tot}}} = \frac{64}{71.18} \approx \boxed{0.9 \text{ retard}}$$

Note : Le FP est retard parce ce que la puissance réactive est **positive**.

e. Calcul de la valeur du condensateur en parallèle permettant d'augmenter le facteur de puissance à l'unité.

Le condensateur requis devrait pouvoir compenser toute la puissance réactive et donc on aura :

$$Q_C = -Q_{\text{tot}} = -31.16\,k\text{var}$$

Par ailleurs, le condensateur étant en parallèle avec l'installation est soumis à la même tension et donc on a l'égalité :

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} \Leftrightarrow \underbrace{X_C}_{\Downarrow \frac{-1}{C\omega}} = \frac{V^2}{Q_C} \Leftrightarrow \frac{-1}{C\omega} = \frac{V^2}{Q_C} \Leftrightarrow C = -\frac{Q_C}{\omega V^2} = -\frac{-31.16 \times 1000}{377 \times 120^2} = 5.74\,mF \Leftrightarrow \boxed{C = 5.74\,mF}$$

Question 14-15-16 (**1 point**)

La tension aux bornes d'une charge est v(t)=60 cos(ωt-10°) V et le courant dans le circuit est i(t)=1.5cos (ωt+50°) A.

a. Calculer la puissance apparente complexe sous sa forme algébrique.
b. Pour le dipôle de la question précédente, calculer le facteur de puissance de la charge.
c. Calculer l'impédance de la charge.

Analyses et réponses

a. Puissance apparente complexe

Les phaseurs de ces deux grandeurs sont définis comme suit :

$$\begin{cases} v(\text{t}) = \dfrac{60}{\sqrt{2}}\cos(\omega\text{t} - 10°) \\ i(\text{t}) = \dfrac{1.5}{\sqrt{2}}\cos(\omega\text{t} + 50°) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{V} = \dfrac{60}{\sqrt{2}}\angle -10° \\ \overline{I} = \dfrac{1.5}{\sqrt{2}}\angle +50° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{V} = \dfrac{60}{\sqrt{2}}\angle -10° \\ \overline{I}^* = \dfrac{1.5}{\sqrt{2}}\angle -50° \end{cases} \Leftrightarrow \overline{S} = \overline{V}.\overline{I}^*$$

Ce qui donne alors :

$$\overline{S} = \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\angle -10°\right).\left(\frac{1.5}{\sqrt{2}}\angle -50°\right) = \boxed{45\angle -60°\,VA = 22.5 - j38.97\,VA}$$

b. Facteur de puissance de la charge

Le facteur de puissance est défini comme suit :

$$FP = \cos(\varphi) = \cos(-60°) = \boxed{0.5 \text{ avance } (\text{car } Q < 0)}$$

c. Calcul de l'impédance de la charge.

Par définition, on aura :

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\frac{60}{\sqrt{2}}}{\frac{1.5}{\sqrt{2}}} = \frac{60}{1.5} = \boxed{\mathbf{40\ \Omega}}$$