

MTH1102 - Exercices de la semaine 9

Exercices de routine

Section 10.1 nos. 23, 33, 49.

Section 10.2 nos. 7, 15, 17.

Surfaces paramétrées

1. Donnez une paramétrisation de la partie S de la surface $z = x + y^2$ située au-dessus du rectangle $[-1, 1] \times [0, 2]$, y compris le domaine des paramètres.
2. Donnez deux paramétrisations différentes de la partie S du parabolöide $z = 10 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan $z = 1$, y compris le domaine des paramètres.
3. Donnez une paramétrisation de la sphère $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$, y compris le domaine des paramètres.
4. Donnez trois paramétrisations différentes de la partie du cône $z^2 = x^2 + y^2$ située dans le premier octant (là où $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) et sous le plan $z = 2$, y compris le domaine des paramètres.
5. Donnez une paramétrisation du plan passant par le point $(-1, 0, 5)$ et engendré par les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, y compris le domaine des paramètres.
6. Montrez que le parabolöide hyperbolique $z = x^2 - y^2$ peut être paramétré par

$$\vec{R}(u, v) = u \cos(v) \vec{i} + u \sin(v) \vec{j} + u^2 \cos(2v) \vec{k}.$$

7. Montrez que l'hyperbolöide $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ peut être paramétré par

$$\vec{R}(u, v) = \cosh(u) \cos(v) \vec{i} + \cosh(u) \sin(v) \vec{j} + \sinh(u) \vec{k}.$$

Rappel :

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

Intégrales de surfaces

8. Calculez l'aire de la surface S de la question 2 ci-dessus.
9. Question 10.1.62 du livre.
10. Évaluez l'intégrale

$$J_1 = \iint_S z^2 dS,$$

où S est la surface de la question 3 ci-dessus.

11. Évaluez l'intégrale

$$J_2 = \iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dS,$$

où S est la surface de la question 4 ci-dessus.

12. Soit S la partie de la surface de la question 6 ci-dessus située entre les cylindres $x^2 + y^2 = 3$ et $x^2 + y^2 = 4$. Évaluez l'intégrale

$$J_3 = \iint_S (x^2 + y^2) dS.$$

Exercices supplémentaires

À faire au besoin.

Section 10.1 nos. 25, 47, 63.

Section 10.2 nos. 13, 19, 39