

# MTH1102 - Exercices de la semaine 7

---

## Exercices de routine

Section 7.1 nos. 17, 21, 35.

## Intégrales triples

1. Soit  $E$  la région de l'espace bornée par les cylindres paraboliques  $z = 2 - x^2$  et  $z = 2 - y^2$  et par le plan  $z = y$ . Évaluez l'intégrale

$$J_1 = \iiint_E z \, dV.$$

2. Soit  $E$  la région de l'espace bornée par les plans  $z = 10 - y$ ,  $z = 2y + 10$ ,  $z = 10 - 2x$ ,  $z = x + 10$ , ainsi que par le plan  $z = 0$ . Évaluez l'intégrale

$$J_2 = \iiint_E 2xy \, dV.$$

3. Exercice 7.1.59a.

## Applications des des intégrales triples

4. Exercice 7.1.23.
5. Un solide  $B$  occupe la région de l'espace bornée par les cylindres paraboliques  $z = 4 - x^2$  et  $z = 2 - x^2/2$  et par les plans  $x = \pm 2$  et  $y = \pm 1$ . La densité du solide est proportionnelle au carré de la distance à l'axe des  $y$ . Calculez la masse du solide  $B$ .
6. Déterminez les coordonnées du centre de masse du solide  $B$  de la question 5. Le centre de masse est-il situé à l'intérieur du solide? Justifiez soigneusement votre réponse.
7. Soit  $B$  le solide situé dans le demi-plan supérieur et délimité par le cylindre parabolique  $z = 8 - 2x^2$  et les plans  $z = 0$ ,  $y = 0$  et  $z = \frac{8}{8-a}(y - a)$ , où  $a$  est une constante comprise entre 0 et 8. La densité du solide  $B$  est proportionnelle à la distance au plan horizontal  $z = 0$ .

Dans cet exercice, vous devez d'abord donner une réponse exacte, puis une approximation avec deux décimales exactes. Les calculs étant simples mais lourds, il est recommandé d'utiliser un logiciel pour les faire.

- (a) Calculez la masse du solide  $B$ . Votre réponse dépendra de  $a$ .
- (b) Déterminez pour quelles valeurs de la constante  $a$  le centre de masse de  $B$  est situé au-dessus de sa base, c'est-à-dire la partie de  $B$  qui est dans le plan  $z = 0$ .

*Remarques :*

- 1- Un point  $P$  de l'espace est situé au-dessus d'une région  $D$  du plan  $z = 0$  si la projection de  $P$  dans ce plan appartient à  $D$ .
- 2- Lorsque le centre de masse d'un solide est situé au-dessus de son polygone d'appui (sa base), il est en équilibre. Voir

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Surface\\_de\\_sustentation](https://fr.wikipedia.org/wiki/Surface_de_sustentation)

## Exercices supplémentaires

À faire au besoin.

Section 7.1 nos. 19, 39, 45, 47.