

## MTH1102 - Exercices de la semaine 5

---

### Exercices de routine

Section 6.3 nos. 1, 7, 9.

Section 6.4 nos. 7, 33.

### Coordonnées polaires

1. Trouvez l'équation polaire des courbes suivantes et l'intervalle de  $\theta$  correspondant, s'il y a lieu.
  - (a) Le cercle  $(x - 4)^2 + y^2 = 16$ .
  - (b) La droite  $y = 5$ .
  - (c) La droite  $y = x$ .
  - (d) L'hyperbole  $x^2 - y^2 = 25$ .
2. Trouvez l'équation cartésienne de chacune des courbes suivantes et nommez la courbe.
  - (a)  $r = 10$ .
  - (b)  $r = 4 \sin(\theta)$ .
  - (c)  $\theta = \pi/3$ .
3. Montrez que l'équation polaire  $r = a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ , où  $ab \neq 0$ , est celle d'un cercle et déterminez le centre et le rayon de ce cercle. Montrez aussi que l'origine fait partie du cercle.

### Intégrales en coordonnées polaires

4. Calculez l'intégrale

$$J_1 = \iint_D y(x^2 + y^2)^{3/2} dA,$$

où  $D$  est la région du premier quadrant comprise entre les cercles  $x^2 + y^2 = 2$  et  $x^2 + y^2 = 4$ .

5. Calculez l'intégrale

$$J_2 = \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dA,$$

où  $D$  est la région située à l'intérieur du cercle  $x^2 + y^2 = 200$  et au-dessus de la droite  $y = 10$ .

6. Exercice 6.4.15 du livre.

7. Calculez l'intégrale

$$J_3 = \iint_D x dA,$$

où  $D$  est la région commune aux disques  $x^2 + y^2 \leq 3$  et  $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ .

8. Calculez l'intégrale

$$J_4 = \iint_D \frac{x + y}{x^2 + y^2} dA,$$

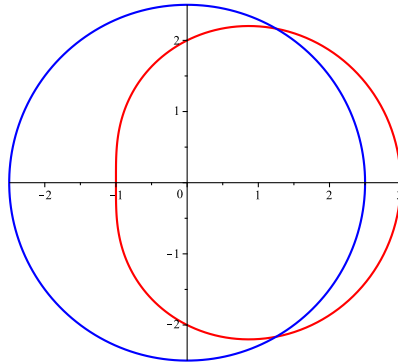
où  $D$  est l'intérieur du disque délimité par le cercle de la question 3 ci-dessus. Simplifiez votre réponse. Notez que votre réponse dépendra de  $a$  et  $b$ .

*Indices :*

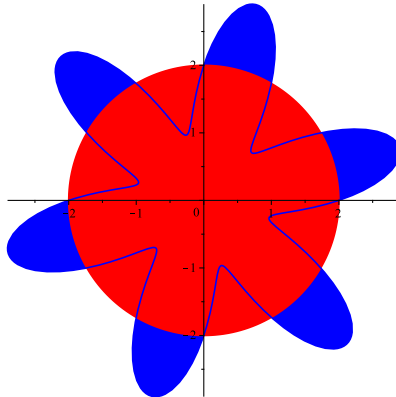
- *Rappelez-vous que l'origine est située sur le cercle.*
- *Montrez que la pente de la tangente au cercle à l'origine est  $-a/b$ .*
- *Utilisez le résultat ci-dessus pour déterminer les bornes sur  $\theta$ .*
- *L'intégrande n'étant pas défini en  $(0, 0)$ , cette intégrale est impropre. Cependant, elle est convergente et vous n'avez pas à en tenir compte dans votre calcul.*

## Applications

9. Calculez l'aire de la région à l'intérieur de la courbe polaire  $r = 2 + \cos(\theta)$  et à l'extérieur du cercle  $r = 5/2$ . Ces courbes sont représentées ci-dessous.



10. On souhaite peindre l'objet ci-dessous, qui est constitué du disque  $x^2 + y^2 \leq 4$  et la partie de la région définie par  $r \leq 2 + \sin(6\theta)$  qui située à l'extérieur du disque. Toutes les longueurs sont en mètres. Sachant qu'un pot de peinture peut recouvrir  $1 \text{ m}^2$ , de combien de pots de peinture bleue aura-t-on besoin ?



11. Calculez le volume de la région de l'espace située entre les paraboloides  $z = 2x^2 + 2y^2 - 9$  et  $z = x^2 + y^2$ .
12. Calculez le volume de la région de l'espace située au-dessus du plan  $z = 3$  et à l'intérieur de la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 = 18$ .
13. Calculez la distance moyenne des points du disque  $x^2 + y^2 \leq 1$  à l'origine.
14. Exercice 6.4.32 du livre.
15. Exercice 6.4.39 du livre.

## Exercices supplémentaires

À faire au besoin.

Section 6.3 nos. 15, 17, 19, 25.

Section 6.4 nos. 13, 17, 29.