1. Méthode spectrale de simulation

Cette méthode permet de simuler directement toute fonction de covariance et même des IRF-0 ou IRF-k (voir Emery et Lantuejoul, Comput Geosci (2008) 12:121 – 132). Pour le cas stationnaire, la méthode est basée sur le théorème de Bochner qui stipule que toute covariance est la transformée de Fourier d'une mesure spectrale (F(**v**), **v,** un vecteur fréquence en $\Re^d$; $F(\mathbf{v})$ est spécifique à chaque fonction de covariance). La mesure spectrale est une fonction de répartition, si dérivable (c'est habituellement le cas), sa dérivée est une fonction de densité.

$$C(h) = \int_{\Re}^{d} e^{i\mathbf{v}'\mathbf{h}} dF(\mathbf{v}) \tag{1}$$

On génère le champ stationnaire en posant:

$$Y(\mathbf{x}) = \sqrt{2}\cos(\mathbf{v}'\mathbf{x} + 2\pi u) \tag{2}$$

où u est un scalaire distribué uniformément entre 0 et 1, et $\mathbf{v}$ est un vecteur distribué suivant la distribution définie par $F(\mathbf{v})$.

1.1. Démonstration que $Y(\mathbf{x})$ a la bonne covariance

On a:

$$E[Y(\mathbf{x}), Y(\mathbf{x}+\mathbf{h})] = \int_0^1 \int_{\Re^d} 2\cos(\mathbf{v}'\mathbf{x} + 2\pi u)\cos(\mathbf{v}'(\mathbf{x}+\mathbf{h}) + 2\pi u) dF(\mathbf{v}) du \tag{3}$$

$$= \int_{\Re^d} \int_0^1 \cos(2\mathbf{v}'\mathbf{x} + \mathbf{v}'\mathbf{h} + 4\pi u) + \cos(\mathbf{v}'\mathbf{h}) du dF(\mathbf{v}) \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

Le premier terme est nul sous l'intégration par rapport à u. On peut écrire:

$$\int_{\Re^d} \cos(\mathbf{v}'\mathbf{h}) dF(\mathbf{v}) = \int_{\Re^d} \cos(\mathbf{v}'\mathbf{h}) + i\sin(\mathbf{v}'\mathbf{h}) dF(\mathbf{v}) \tag{6}$$

car l'intégrale de sin par rapport $F(\mathbf{v})$ est nulle, cette dernière étant une fonction paire alors que sin est une fonction impaire. Finalement, l'égalité $\cos(\mathbf{v}'\mathbf{h}) + i\sin(\mathbf{v}'\mathbf{h}) = e^{i\mathbf{v}'\mathbf{h}}$ complète la preuve.