### GML6402 Devoir 5 Automne 2024

Objectifs : Assimiler la théorie propre au krigeage d’indicatrice

À remettre le mardi 22 octobre en papier (ou par courriel) avant le début du cours.

1- Soit une configuration de valeurs observées Z1 à Z4, on désire effectuer le KI au point x0 situé au centre du rectangle formé par x1, x2, x3, x4.

Z1=2.2 Z2=5.1

x0

Z3=6.4 Z4=4.7

Supposons que l'on choisit les seuils aux valeurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Pour répondre aux questions suivantes, vous pouvez effectuer des interpolations linéaires entre les seuils pour déterminer I(x0, c) .

a) Quelles seraient les valeurs estimées I(x0,c)\* pour les différents seuils 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

b) Quelle est la probabilité estimée qu'au point x0 la valeur Z soit supérieure à i) 3.5, ii) 4.3 ?

c) Quelle est la médiane de la distribution au point x0? Quelle est la valeur correspondant au 65e percentile de la distribution?

d) Quelle est l'espérance mathématique de Z au point x0 (représentez chaque classe [0-1[, [1-2[,… par la valeur centrale de la classe)? Comparez avec l’estimation obtenue par krigeage ordinaire (i.e. ici moyenne arithmétique).

2- Un sol de la région de Montréal est contaminé au plomb dû à la présence d’une usine de recyclage de batteries automobiles. Deux cents analyses de la concentration en plomb sont disponibles et la fonction de répartition est illustrée à la figure suivante :



*a) Indiquez quels sont les paliers attendus pour les indicatrices correspondant aux seuils suivants : 100 ppm, 200 ppm, et 400 ppm.*

*b) Quelles sont les unités des variogrammes d’indicatrices ?*

Le tableau suivant donne l’emplacement et les valeurs de Pb (en ppm) de 4 observations.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Point | Coord. x (m) | Coord. y (m) | Pb ppm |
| x1 | 200 | 400 | 120 |
| x2 | 600 | 400 | 55 |
| x3 | 500 | 650 | 253 |
| x4 | 550 | 450 | 437 |

Le tableau suivant donne les poids obtenus par KI simple pour les divers seuils utilisés lors de l’estimation au point x0 de coordonnée (500,500); la dernière colonne donne la distance entre les points xi (i=1...4) et le point x0 :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 100 ppm | 200 ppm | 300 ppm | 400 ppm | 500 ppm | distance  xi-x0 (m) |
|  | 0 | 0.08 | 0 | 0 | 0 | 316.2 |
|  | -0.11 | -0.04 | -0.11 | -0.01 | 0 | 141.4 |
|  | 0.22 | 0.28 | 0.22 | 0 | 0 | 150 |
|  | 0.70 | 0.70 | 0.70 | 0.12 | 0 | 70.7 |

*c) Quelle est la probabilité (estimée par KI simple) que la concentration au point x*o *soit supérieure à 200 ppm ? (Ne cherchez pas à effectuer les corrections pour relation d’ordre).*

*d) Que peut-on dire de la portée du variogramme d’indicatrice utilisé dans le krigeage pour le seuil 500 ppm?*

*e) L’usine de recyclage est située sur la rue Notre-Dame dans l’est de Montréal. Les camions empruntent principalement cet axe routier orienté sud-ouest nord-est. Les vents dominants au cours de l’année sont aussi orientés sud-ouest nord-est. En quoi ces informations peuvent être utiles ?*

3- Quatre puits pétroliers ont été forés. Les 3 premiers puits ont atteint le sommet du réservoir aux profondeurs (donc croissant vers le bas) 305m, 333m et 309m. Le 4e forage a dû être stoppé à 318m, avant qu’il n’atteigne le sommet du réservoir et l’on ne dispose d’aucune autre information en ce point.

Le variogramme de la profondeur est sphérique avec C0=7m2, C=29m2 et a=132m. Le variogramme du log(profondeur) est proportionnel à celui-ci, de même que les différents variogrammes d’indicatrices. Lorsque l’on effectue le krigeage ordinaire de la profondeur en utilisant les points x1 à x4, d’une part, et x1 à x3 d’autre part on obtient les poids suivants :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Point | Poids de krigeage de x0 utilisant x1 à x4 | Poids de krigeage de x0 utilisant x1 à x3 |
| x1 | 0.2 | 0.25 |
| x2 | 0.15 | 0.20 |
| x3 | 0.3 | 0.55 |
| x4 | 0.35 | -- |

Utilisez toutes les informations (i.e. incluant le forage stoppé en x4) pour prédire, par krigeage ordinaire d’indicatrices, l’espérance de la profondeur du réservoir au point x0. Considérez les seuils 300m, 310m, 320m, 330m, et 340m dans votre krigeage d’indicatrices et utilisez les milieux des classes comme valeurs représentatives des classes. On a : Z(x1)=305m; Z(x2)=333m; Z(x3)=309m; Z(x4)>318m

4- Soit une variable indicatrice d’un faciès géologique notée I(x)=1 quand le faciès est observé au point x. Son espérance E[I(x)] est p(0) = P(I(x)=1) et la probabilité que deux points espacés d’une distance h soient de ce même faciès est notée p(h)=P(I(x)=1 et I(x+h)=1). Le vecteur h est orienté, i.e. en général on a : p(h) ≠ p(-h).

Supposons la stationnarité. Exprimez uniquement en fonction de p(0) et/ou de p(h) :

a) La variance de l’indicatrice : Var(I(x))

b) La fonction de covariance non-centrée de l’indicatrice : C\*(h)=E[I(x)I(x+h)]

c) La fonction de covariance centrée de l’indicatrice : C(h)=Cov(I(x),I(x+h))

d) Le variogramme de l’indicatrice : =0.5 E[(I(x)-I(x+h))2]