

MÉTHODES CONVENTIONNELLES DE CALCUL DES RESSOURCES.....	1
<i>Préalable</i> .....	1
<i>Méthode des polygones (plus proche voisin)</i> .....	1
<i>Méthode des triangles</i> .....	2
<i>Méthode de l'inverse de la distance</i> .....	4
MÉTHODE DES SECTIONS .....	6
<i>Méthodes « manuelles »</i> .....	7
CATÉGORISATION DES RESSOURCES .....	9
INFLUENCE DE LA DENSITÉ SUR LE CALCUL DES RESSOURCES.....	9
CALCUL DE LA DENSITÉ DES ROCHES .....	10

## **Méthodes conventionnelles de calcul des ressources**

On entend par méthodes conventionnelles, toutes les méthodes autres que la géostatistique. L'objectif est de fournir une estimation de la teneur pour tout élément de volume ou de surface à partir d'un échantillonnage limité. On applique ensuite les teneurs de coupure désirées à ces estimations. Toutes les méthodes conventionnelles (et même les méthodes géostatistiques) sont basées sur un calcul de moyenne pondérée qui attribue des poids aux observations en fonction de la position spatiale des observations par rapport à l'élément de volume ou de surface que l'on veut estimer. Dans les méthodes géostatistiques et pour la méthode d'inverse de la distance, l'élément de volume (ou de surface) est défini à priori et est habituellement relié à la méthode d'exploitation minière. Pour les autres méthodes, l'élément de volume est habituellement défini en fonction de la position spatiale des observations et la taille et la forme de celui-ci peuvent varier d'un endroit à l'autre. Bref, ces méthodes assignent une « zone d'influence » à chaque observation. La façon dont ces zones d'influence sont construites définit le volume (ou la surface) estimée.

### **Préalable**

La variable d'intérêt (teneur ou autre) est connue habituellement en des points (ou des petits supports). On dénote ces valeurs connues aux points  $x_i$ ,  $i=1\dots n$ , par  $Z(x_i)$  ou plus succinctement  $Z_i$ ,  $n$  est le nombre total de données. On fait l'estimation en un point donné  $x_0$ . L'estimation est notée  $Z^*(x_0)$  ou  $Z_0^*$ . Toutes les méthodes d'estimation courantes peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire des valeurs observées, i.e. :

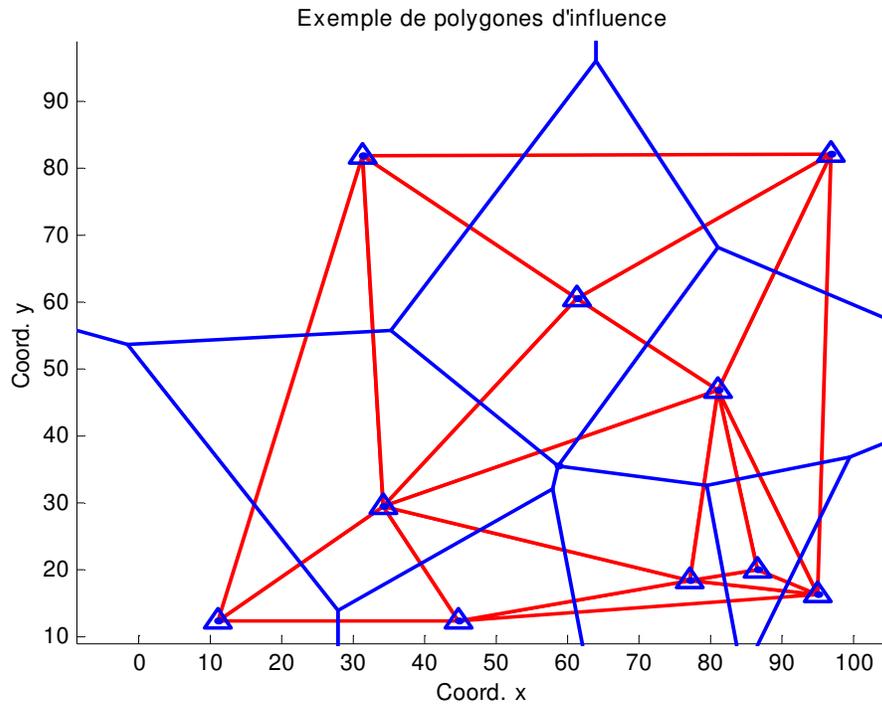
$$Z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \quad \text{avec la contrainte : } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \text{ cette dernière assurant que l'estimation est sans biais sous hypothèse}$$

de stationnarité (ou d'homogénéité statistique). Les poids  $\lambda_i$  sont propres à chaque méthode et reflètent la similitude anticipée de l'observation en  $x_i$  avec la valeur non-observée en  $x_0$ .

### **Méthode des polygones (plus proche voisin)**

Dans un plan, on trace autour de chaque point échantillon un polygone renfermant tous les points du plan pour lesquels l'échantillon considéré est l'échantillon le plus près. La méthode la plus utilisée consiste à tracer des triangles les plus équilatéraux possibles (triangulation de Delaunay). Une fois les triangles tracés, on abaisse des perpendiculaires aux points milieux des segments des triangles. Les intersections entre trois perpendiculaires définissent un sommet du polygone.

Exemple de triangulation de Delaunay et polygones de Voronoï :



Volume associé à un polygone : Surface du polygone x épaisseur de la veine mesurée au point échantillon situé dans chaque polygone.

Note : L'influence d'un échantillon devient subitement nulle à mi-distance d'un échantillon adjacent; l'influence s'étend donc également sur tout le polygone et elle ne dépend que du patron d'échantillonnage.

La géostatistique permet de démontrer que cette méthode est inadéquate pour estimer les ressources car elle néglige un facteur extrêmement important: l'effet support. En effet, la distribution des valeurs estimées sera identique à celle des valeurs (ponctuelles) observées. Cette méthode peut donner tout de même de bons résultats pour des patrons d'échantillonnage denses ou la minéralisation est continue et varie graduellement pourvu que l'on tienne compte du support de sélection dans le calcul des ressources.

Remarque : Dans cette méthode, pour l'estimation d'un point  $x_0$  situé dans un polygone « i », on choisit implicitement les poids  $\lambda_i = 1$  et  $\lambda_j = 0, \forall j \neq i$

## Méthode des triangles

*Méthode usuelle (simple):* Relier les échantillons 3 par 3. La teneur estimée pour le triangle est la teneur moyenne des trois sommets.

### *Façons de tracer les triangles*

Il existe plusieurs façons de construire les triangles. En général, il est préférable de tracer des triangles équilatéraux. Dans certains cas, on peut tracer les triangles parallèlement à la continuité de la minéralisation. La triangulation de Delaunay est unique et fournit les triangles les plus équilatéraux possibles. Une triangulation de Delaunay est obtenue lorsque le cercle passant par les sommets d'un triangle n'inclut aucun point échantillon à l'intérieur, et ce, pour chaque triangle. Des algorithmes très

efficaces existent pour réaliser cette triangulation. Pour plusieurs milliers de points, cette triangulation s'effectue en quelques secondes à peine sur ordinateur.

*Façons de calculer la teneur et le volume des prismes triangulaires:*

Il existe 2 méthodes selon les hypothèses que l'on est prêt à adopter:

**(1) Moyenne pondérée:  $\Sigma t_i w_i / \Sigma w_i$**   $t_i$ : teneur,  $w_i$  = pondération : épaisseur au sommet du triangle ou produit épaisseur x densité si la densité varie.

Dans cette méthode, on suppose que l'épaisseur ( $w$ ) et le produit épaisseur x teneur (accumulation  $a = t w$ ) varient tous deux linéairement entre chaque sommet des triangles. Lorsque l'épaisseur varie linéairement, alors le volume associé au triangle est l'intégrale de l'épaisseur sur le triangle lequel est aussi égal à l'aire du triangle ( $A$ ) multiplié par l'épaisseur moyenne soit  $\Sigma w_i/3 * A$ . De même, si ( $t w$ ) varie linéairement, le total sur le triangle sera  $\Sigma t_i w_i/3 * A$ . La teneur moyenne est donc bien  $\{\Sigma t_i w_i/3 * A\} / \{\Sigma w_i/3 * A\} = \Sigma t_i w_i / \Sigma w_i$ . Un raisonnement semblable s'applique lorsque la densité varie et que le facteur de pondération qui varie linéairement est alors le produit épaisseur x densité.

Remarques : 1- dans cette méthode, on a donc :  $\lambda_i = \frac{w_i}{\sum_{j=1}^3 w_j}$ ,  $i=1...3$ .

2- La teneur estimée par cette formule est la teneur moyenne sur tout le triangle et non la teneur moyenne en un point particulier  $x_0$ .

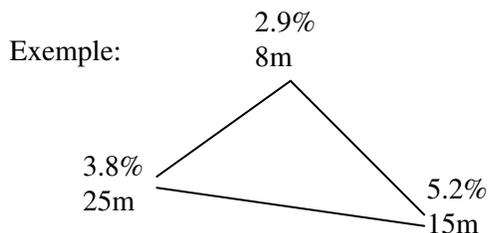
**(2) Méthode des %:  $(\Sigma t_i + \Sigma t_i w_i / \Sigma w_i) / 4$**

Dans cette méthode, on suppose que  $t$  et  $w$  varient tous deux linéairement entre chaque sommet des triangles. Comme précédemment, le volume vaut  $\Sigma w_i/3 * A$ . L'intégrale sur le triangle du produit ( $t w$ ) (note : ce produit ne varie pas linéairement à l'intérieur du triangle) est :

$[(\Sigma t_i) * (\Sigma w_i) + (\Sigma t_i w_i)] / 12 * A$ . La teneur moyenne est donc :  
 $\{[(\Sigma t_i) * (\Sigma w_i) + (\Sigma t_i w_i)] / 12 * A\} / \{\Sigma w_i/3 * A\} = (\Sigma t_i + \Sigma t_i w_i / \Sigma w_i) / 4$

Remarques : 1- dans cette méthode, on a donc :  $\lambda_i = \frac{1}{4} + \frac{w_i}{4 \sum_{j=1}^3 w_j}$ ,  $i=1...3$ .

2- La teneur estimée par cette formule est la teneur moyenne sur tout le triangle et non la teneur moyenne en un point particulier  $x_0$ .



teneur moyenne:  $(2.9+5.2+3.8)/3 = 3.97\%$   
 épaisseur moyenne  $(8+15+25)/3 = 16 \text{ m}$ .

moyenne pondérée:

$$\frac{3.8\% * 25m + 2.9\% * 8m + 5.2\% * 15m}{25m + 8m + 15m} = 4.09\%$$

méthode des %:

$$\frac{3.8\% + 2.9\% + 5.2\% + 4.09\%}{4} = 4.0\%$$

### (3) Pondération selon les angles des triangles

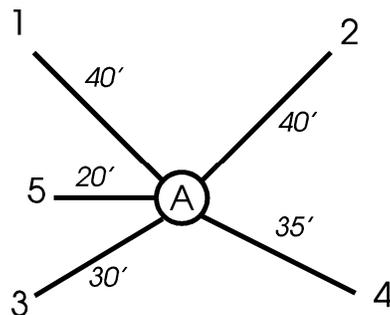
Reedman (1980) incorpore dans le facteur de pondération l'angle associé à chaque sommet. Cette approche semble bien arbitraire.

### Méthode de l'inverse de la distance

Dans cette méthode l'estimation porte sur un point  $x_0$ . Les poids sont choisis en fonction de  $1/d_i^b$  où  $d_i$  est la distance entre le point  $x_i$  et le point  $x_0$ .

Exemple: estimation d'un point. La teneur au point A sera donnée par:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{t_i}{d_i^b}}{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{d_i^b}}$$



#	distance	teneur
1	40	1
2	40	1
3	30	1.5
4	35	1.5
5	20	3

Avec  $b=2$ , on trouve:

$$t = \frac{(1/40^2 + 1/40^2 + 1.5/30^2 + 1.5/35^2 + 3/20^2)}{(1/40^2 + 1/40^2 + 1/30^2 + 1/35^2 + 1/20^2)} = 2.05\%$$

On peut peaufiner l'estimation par :

(1) le choix d'une distance maximale: puisque l'influence de certains points est négligeable à une certaine distance, on peut les exclure du calcul, ceci accélère aussi les calculs;

(2) l'inclusion d'anisotropie géométrique, i.e. on calcule la distance (en 2D) par la formule anisotrope :

$$d = \sqrt{x^2 + ay^2}$$

où « a » est un facteur d'anisotropie. Les coordonnées x et y ne sont pas nécessairement les coordonnées originales, on peut, au préalable, effectuer une rotation du système de coordonnées de façon à rendre le nouveau système parallèle à des directions préférentielles de la minéralisation. Le tout se généralise en 3D.

(3) adapter le choix de l'exposant.

#### Notes:

1- La méthode permet d'estimer des points. Pour estimer des blocs, il faut discrétiser ceux-ci par une série de points que l'on estime séparément et dont on fait la moyenne.

2- La détermination de l'exposant, d'anisotropie éventuelle et de la distance maximale est faite en se basant sur la connaissance géologique du gisement. On peut aussi utiliser une technique de validation croisée pour nous aider dans nos choix.

*Validation croisée:* Le principe de la validation croisée consiste à retirer tour à tour une donnée connue et à estimer ce point à l'aide des autres données. À la fin du processus, en chaque point d'observation, on dispose de la vraie valeur observée ( $Z_i$ ) et de l'estimé ( $Z_i^*$ ) obtenu en utilisant les données voisines et la méthode testée. On peut donc construire des « erreurs »:  $e_i = Z_i - Z_i^*$ , et calculer des statistiques sur ces erreurs comme la moyenne, la variance, etc... On peut répéter le processus en changeant de méthode d'estimation (par exemple en changeant l'exposant « b ») et en comparant les statistiques des erreurs obtenues. La méthode choisie est la méthode donnant les meilleures statistiques d'erreur (moyenne près de 0, variance la plus faible possible, etc.).

Ce principe de validation croisée peut être utilisé pour toutes les méthodes d'estimation, en particulier pour les méthodes géostatistiques.

**Note importante :** Un survol rapide des études de faisabilité récentes déposées sur SEDAR indique que le krigeage ordinaire et l'inverse de la distance sont de loin les méthodes principales utilisées pour l'estimation des ressources.

Remarque : 1- dans cette méthode, l'on a :  $\lambda_i = \frac{1/d_i^b}{\sum_{j=1}^n 1/d_j^b}$ ,

2- le choix  $b \rightarrow \infty$  correspond à la méthode polygonale; le choix  $b=0$  correspond à une simple moyenne arithmétique.

## **Méthode des sections**

### **Principe**

La méthode des sections consiste à tracer une suite de sections (habituellement parallèles) à travers un gisement, à déterminer les zones de minerais dans chaque section et à compiler le volume total en utilisant les distances entre chaque section. Cette méthode est particulièrement indiquée dans le cas de gisements en forme de veines ou de lentilles. Les sections parallèles sont habituellement orthogonales au corps minéralisé.

Pour ce type de gisements, les *logiciels modernes de calcul des ressources* procèdent habituellement en 3 étapes :

- i. Un **modèle de blocs** du gisement est construit à l'aide d'une méthode d'interpolation de type inverse de la distance ou krigeage (géostatistique).
- ii. Un **solide** est construit à partir des teneurs mesurées sur les carottes prélevées, d'une teneur de coupure spécifiée et de l'interprétation géologique.
- iii. Le modèle de blocs est **intersecté** avec le solide et la teneur pour l'ensemble du solide est la moyenne des blocs contenu dans l'enveloppe.

Remarque : anciennement, les teneurs des forages servaient à estimer directement les teneurs des surfaces, lesquelles servaient à estimer directement les teneurs des volumes. Aujourd'hui on préfère découper le volume en blocs et les estimer par géostatistique ou par inverse de la distance.

La construction des solides s'effectue selon les étapes suivantes :

- i. déterminer les zones minéralisées sur chaque forage pour une teneur de coupure donnée.
- ii. à partir des intersections minéralisées des forages définir sur chaque section la surface minéralisée
- iii. joindre les surfaces minéralisées entre les sections (par des triangles) pour construire des volumes

#### ***i. Zones minéralisées sur chaque forage pour une teneur de coupure donnée.***

- Pour une section donnée, on représente la trace des forages dans la section. On spécifie habituellement une distance de tolérance, de part et d'autre de la section, pour considérer qu'un forage ou une partie de forage appartient à la section et doit y être représenté.
- Chaque analyse est représentée le long du forage et on détermine ainsi les portions de forage qui sont au-dessus de la teneur de coupure.

#### ***ii. Construction des surfaces minéralisées***

- On superpose la géologie connue (lorsque disponible)
- Considérant la géologie et l'ensemble des portions de forage au-dessus de la teneur de coupure, on délimite une ou plusieurs surfaces minéralisées sur chaque section. On évite de créer de trop petites surfaces qui ne pourront de toute façon être exploitées.
- Dans certains cas, on pourra aussi chercher à intégrer des contraintes d'exploitation pour fournir un estimé des ressources récupérables.
- Dans la construction des surfaces, on évite d'extrapoler à de trop grandes distances par rapport aux forages, surtout lors de la fermeture de la surface là où il n'y a pas de forages stériles pour nous guider.

#### ***iii. Construction des volumes***

Les logiciels construisent des solides en 3D à partir des polygones fournis sur une série de sections parallèles. Ces polygones sont les limites des surfaces minéralisées obtenues à l'étape précédente. On procède ainsi :

- Le polygone correspondant à une surface donnée sur une section est discrétisé par une série de points
- Deux polygones sur des sections voisines sont joints par des triangles de façon à fermer le vide entre les sections. Le solide est donc délimité par un ensemble de facettes triangulaires.
- Les sections de bout constituent un cas spécial. L'utilisateur doit fournir un point ou une surface de fermeture (ou plusieurs le cas échéant) pour chaque section de bout.

#### *iv Intersection avec un modèle de blocs*

On détermine si chaque bloc est à l'intérieur ou à l'extérieur du solide formé. On calcule la moyenne des blocs intérieurs au solide. Chaque bloc peut avoir une simple estimation de la teneur si la densité est constante ou, si la densité varie, une estimation de la teneur et de la densité.

### **Méthodes « manuelles »**

Lorsque l'on ne dispose pas d'un logiciel permettant d'effectuer la modélisation 3D et l'intersection avec un modèle de blocs tel que décrit précédemment, on peut obtenir des estimés approximatifs de la façon suivante :

- on calcule la teneur moyenne sur chaque section en délimitant la zone minéralisée sur chaque forage puis en joignant les zones minéralisées entre elles.
- on étend la teneur moyenne sur la section au volume entourant la section. Ceci peut être fait de 2 façons différentes, soit :

Changements brusques : dans ce cas, le volume est simplement la surface de la section multipliée par la distance (L) entre les sections. Des valeurs différentes peuvent être utilisées pour les sections de bout.

Changements graduels : dans ce cas, on utilise deux sections consécutives pour définir le volume et la teneur devant être affectée à ce volume. Un grand nombre de variantes peuvent être utilisées selon la forme décrite sur chaque section et les hypothèses formulées. Ainsi, pour le calcul du volume on peut supposer que :

- i. la surface varie linéairement d'une section à l'autre
- ii. la surface sur chaque section est un cercle dont le rayon varie linéairement d'une section à l'autre (méthode du cône tronqué)
- iii. la surface sur chaque section est un rectangle dont les côtés (a et b) varient linéairement d'une section à l'autre (méthode de l'obélisque)

Pour la teneur, on peut supposer que celle-ci varie linéairement d'une section à l'autre ou qu'elle demeure constante jusqu'à mi-distance entre les sections.

Les hypothèses précédentes fournissent un total de 7 combinaisons possibles. Si la densité varie aussi d'une section à l'autre, il faut aussi décrire comment elle varie, ce qui, théoriquement, augmente encore le nombre de possibilités. En pratique, comme cette méthode d'estimation est assez frustrante, il est inutile d'atteindre ce niveau de finesse et l'on se contentera plutôt d'utiliser une densité moyenne applicable à l'ensemble du volume compris entre les 2 sections (ce qui laisse les formules pour la teneur inchangées). La densité moyenne peut être calculée par les mêmes formules que pour la teneur en remplaçant « t » par « d ».

Le tableau suivant présente les formules pour les 7 cas précédents obtenus en supposant la densité constante.

Méthode pour les volumes	Teneur varie	Formule pour le volume	Formules pour teneur moyenne du volume entre deux sections $S_1$ et $S_2$
Surface brusque	B	$V = \frac{(S_1 + S_2)L}{2}$	$\bar{t} = \frac{S_1 t_1 + S_2 t_2}{S_1 + S_2}$
Surface lin.	B	$V = \frac{(S_1 + S_2)L}{2}$	$\bar{t} = \frac{(3S_1 + S_2)t_1 + (3S_2 + S_1)t_2}{4[S_1 + S_2]}$
	L		$\bar{t} = \frac{(2S_1 + S_2)t_1 + (2S_2 + S_1)t_2}{3[S_1 + S_2]}$
Cône tronqué	B	$V = \frac{(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})L}{3}$	$\frac{(7S_1 + S_2 + 4(S_1 S_2)^{1/2})t_1 + (7S_2 + S_1 + 4(S_1 S_2)^{1/2})t_2}{8[S_1 + S_2 + (S_1 S_2)^{1/2}]}$
	L		$\frac{(3S_1 + S_2 + 2(S_1 S_2)^{1/2})t_1 + (3S_2 + S_1 + 2(S_1 S_2)^{1/2})t_2}{4[S_1 + S_2 + (S_1 S_2)^{1/2}]}$
Obélisque	B	$V = \frac{(2S_1 + 2S_2 + a_1 b_2 + a_2 b_1)L}{6}$	$\frac{a_1 b_1 (7t_1 + t_2) + (2t_1 + 2t_2)(a_2 b_1 + a_1 b_2) + a_2 b_2 (t_1 + 7t_2)}{8a_1 b_1 + 8a_2 b_2 + 4a_1 b_2 + 4a_2 b_1}$
	L		$\frac{a_1 b_1 (3t_1 + t_2) + (t_1 + t_2)(a_2 b_1 + a_1 b_2) + a_2 b_2 (t_1 + 3t_2)}{4a_1 b_1 + 4a_2 b_2 + 2a_1 b_2 + 2a_2 b_1}$

#### Exemple d'impact de la formule choisie

Dans un gisement de cuivre, l'on a 2 sections présentant  $S_1=600\text{m}^2$ ,  $S_2=1200\text{m}^2$ ,  $t_1=2\%\text{Cu}$ ,  $t_2=4\%\text{Cu}$ . La densité est supposée constante et les sections sont espacées de  $L=20\text{m}$ . Pour la méthode de l'obélisque, on suppose  $a_1=30$ ,  $b_1=20$ ,  $a_2=40$ ,  $b_2=30$ . On obtient :

Méthode	Volume (entre les 2 sections) K(m <sup>3</sup> )	Teneur moyenne
1 S et t brusque	18	3.33
2 S linéaire, t brusque	18	3.17
3 S et t linéaire	18	3.11
4 Cône et t brusque	17.66	3.17
5 Cône et t linéaire	17.66	3.11
6 Obélisque et t brusque	17.67	3.17
7 Obélisque et t linéaire	17.67	3.11

Comme on le constate, la différence la plus importante entre les divers estimés de la teneur est liée à l'hypothèse d'un volume changeant brusquement (1er cas) ou graduellement (cas 2 à 7) entre les sections. Dans la pratique, les méthodes 1, 2 et 4 sont les plus utilisées.

## **Catégorisation des ressources**

Plusieurs études déposées sur SEDAR indiquent identifier la catégorie de ressources basée sur des critères de proximité et de répartition des données utilisées pour l'estimation par krigeage ou par inverse de la distance.

Le principe général est le suivant : on impose 3 passes d'estimation avec des critères décroissants de proximité et répartition. Les blocs que l'on réussit à estimer en respectant les critères les plus sévères sont identifiés comme mesurés. Ceux que l'on ne réussit à estimer qu'avec le 2e ensemble de critères sont identifiés ressources indiquées. Ceux que l'on réussit à estimer avec le dernier ensemble de critère sont identifiés comme ressources présumées. Ceux qui ne sont pas estimés après cette troisième passe ne sont pas des blocs de ressources.

### **Exemple : Osisko, (Rapport technique de faisabilité mars 2010)**

#### Pour définir les ressources mesurées :

“First pass: minimum of 5 and maximum of 16 composites with data in a minimum of 4 octants within the search ellipse (Canadian Malartic only). The search ellipse corresponds to the ranges of the first structure identified by variographic studies (generally around 30m for the major axis). A maximum of two composites per drillhole could be used for any block estimate.”

#### Pour les ressources indiquées

“Second pass: minimum of 3 and maximum of 16 composites with data in a minimum of 3 octants within the search ellipse (Canadian Malartic only). The search ellipse correspondons to the two third of the range identified for the second structure by variography (generally less than 100m for the major axis). A maximum of two composites per drillhole could be used for any block estimate.”

#### Pour les ressources présumées:

“Third pass: minimum of 1 and maximum of 16 composites within a search ellipse corresponding to the range identified for the second structure by variography. A maximum of two composites per drillhole could be used for any block estimate.”

## **Influence de la densité sur le calcul des ressources**

Dans le calcul conventionnel des ressources, les résultats d'analyse reçoivent d'abord une pondération linéaire (ex. trous de forage), de surface (sections), et enfin de volumes. Ces volumes sont traduits en tonnes de minerai en utilisant un estimé de la densité. Cependant, la densité peut varier d'un bloc de minerai à l'autre et d'un type de gangue à l'autre. Par exemple, 1% de cuivre représente une masse de cuivre plus importante dans 1 m<sup>3</sup> de sulfures massifs (densité 4-5) que dans 1 m<sup>3</sup> de gangue siliceuse (densité 2.7-3).

### Exemple

Soit un bloc de minerai de 1 m<sup>3</sup> renfermant 100 kg de cuivre.

Si la densité du bloc est 3.5, la teneur est :  $100\text{kg}/3.5\text{t}=2.9\%$ .

Si la densité du bloc est de 3.2 la teneur est :  $100\text{kg}/3.2\text{t}=3.1\%$

## Calcul de la densité des roches

On peut mesurer ou calculer la densité des roches de diverses façons et sur des supports très différents.

### i. Densité de carottes de forage

$$d = M_s / (M_s - M_e)$$

$M_s$  = masse sèche

$M_e$  = masse dans l'eau

### ii. Densité de poudre

- Mesure du poids de la roche broyée

- Mesure du volume d'eau déplacée par la roche broyée

### iii Densité théorique

Calculée à partir des divers constituants du minéral: ex. % silice, % sulfures, etc. Les variations de densité sont surtout liées à la concentration de sulfures que l'on peut déterminer à partir de l'analyse chimique. Ayant la concentration des sulfures, on calcule la densité moyenne par la formule suivante :

$$d_{moy} = \frac{1}{\frac{t_1}{d_1} + \frac{t_2}{d_2} + \dots + \frac{t_p}{d_p}}$$

où  $d_i$  est la densité du minéral  $i$  et  $t_i$  est la teneur exprimée en fraction.

### Exemple de calcul de densité théorique à partir des analyses chimiques

Soit un gisement de Cu-Zn présents dans la sphalérite ( $ZnS$ ) et dans la chalcopryrite ( $CuFeS_2$ ). On a également de la pyrite ( $FeS_2$ ). On a les densités suivantes pour les sulfures et la gangue:

chalcopryrite:  $4.2 \text{ g/cm}^3$ , sphalérite:  $4.1 \text{ g/cm}^3$ , pyrite:  $5 \text{ g/cm}^3$ ; gangue:  $2.68 \text{ g/cm}^3$ .

Supposons qu'à l'analyse, on ait obtenu 3% Cu, 5% Zn et 20% Fe. Quelle est la densité de la roche?

1- Le poids d'une molécule de chalcopryrite se répartit ainsi: 0.35 Cu, 0.30 Fe et 0.35 S. Le poids d'une molécule de sphalérite se répartit: 0.67 Zn et 0.33 S. Le poids d'une molécule de pyrite se répartit: 0.47 Fe, 0.53 S. Ces proportions sont obtenues en utilisant le poids atomique des différents atomes constituant les molécules (ainsi pour la chalcopryrite:  $63.54 / (63.54 + 55.85 + 2 * 32.06) = 0.35$ ).

2- À partir des proportions trouvées en 1 et des résultats de l'analyse chimique, on trouve les pourcentages poids des différents minéraux (et de la gangue) dans la roche. On a :

sphalérite:  $5\% / 0.67 = 7.46\%$  (puisque tout le Zn provient de la sphalérite)

chalcopryrite:  $3\% / 0.35 = 8.57\%$  (puisque tout le Cu provient de la chalcopryrite). La chalcopryrite fournit aussi  $8.57\% * 0.30 = 2.57\%$  Fe

pyrite:  $(20\% - 2.57\%) / 0.47 = 37.09\%$  (on a soustrait le Fe provenant de la chalcopryrite, le reste provient de la pyrite)

gangue:  $100\% - 7.46\% - 8.57\% - 37.09\% = 46.88\%$

3- À partir des densités, on calcule le volume occupé par chaque minéral pour une masse donnée de roche (disons 100 g).

sphalérite:	7.46 g / 4.1 g/cm <sup>3</sup> = 1.82 cm <sup>3</sup>	(7.46% de 100 g = 7.46 g)
chalcopryrite:	8.57 g / 4.2 g/cm <sup>3</sup> = 2.04 cm <sup>3</sup>	
pyrite:	37.09 g / 5 g/cm <sup>3</sup> = 7.42 cm <sup>3</sup>	
gangue:	46.88 g / 2.68 g/cm <sup>3</sup> = 17.49 cm <sup>3</sup>	

Le volume total occupé par les constituants est donc: 1.82+2.04+7.42+17.49=28.77 cm<sup>3</sup>

La masse spécifique de la roche est: 100 g/28.77 cm<sup>3</sup>=3.48 g/cm<sup>3</sup>

Notes: a) On voit en 3 que:

$$d_{\text{théorique}} = \frac{100\text{g}}{V_{\text{sphal}} + V_{\text{chalco}} + V_{\text{pyrite}} + V_{\text{gangue}}}$$

On peut inverser cette relation et on obtient:

$$d_{\text{théorique}}^{-1} = \frac{V_{\text{sphal}} + V_{\text{chalco}} + V_{\text{pyrite}} + V_{\text{gangue}}}{100\text{g}} \quad \text{qui est de la forme: } d_{\text{théo}}^{-1} = b_0 + b_1\text{Zn} + b_2\text{Cu} + b_3\text{Fe}$$

où Zn, Fe et Cu désignent les pourcentages poids obtenus à l'analyse. *La régression (multivariable) est donc linéaire pour l'inverse de la densité et non pour la densité elle-même. C'est une erreur fréquente d'exprimer la densité comme variant linéairement avec les teneurs.*

b) On a supposé qu'il n'y avait pas de Fe ailleurs que dans la chalcopryrite ou la pyrite, que le Cu se trouvait uniquement dans la chalcopryrite et le Zn dans la sphalérite. Si le Fe était aussi présent dans la gangue, il aurait fallu en tenir compte. Par exemple si la gangue montre une concentration de 3% Fe, on aurait alors eu les équations suivantes:

$$\text{pyrite } (20\% - 2.57\% - x) / 4.7 = y \quad (x: \% \text{ poids de Fe provenant de la gangue})$$

$$\text{gangue } 100\% - 7.46\% - 8.57\% - y = z$$

$$x = 3\% * z$$

que l'on peut résoudre (on trouve y=33.89% et z=50.08%). En général, on retrouve un système d'équations linéaires que l'on pourra résoudre, ou non, dépendant du nombre d'équations disponibles par rapport au nombre de constituants principaux dans la roche.

Plus généralement, l'on peut écrire ce problème de détermination des % minéraux en fonction des % éléments sous la forme d'un système d'équations linéaires :  $Ax=b$

avec :

$$A_{n+1 \times p} : a_{ij} = \% \text{élément } i \text{ dans minéral } j \quad (i=1 \dots n, j=1 \dots p)$$

$$a_{n+1, j} = 1$$

$$x_{p \times 1} : x_j : \% \text{ du minéral } j \text{ dans la roche}$$

$$b_{n+1 \times 1} : b_i : \% \text{ de l'élément } i \text{ dans la roche } (i=1 \dots n), b_{n+1} = 1.$$

La dernière équation exprime simplement que l'ensemble des minéraux (ou constituants de la roche) doit donner 100%.

avec l'exemple présenté en b), on aurait :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0.67 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.47 & 0.03 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{Sphal}} \\ x_{\text{Chalco}} \\ x_{\text{pyrite}} \\ x_{\text{gangue}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .03 \\ .05 \\ .20 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Inversant la matrice de gauche, on trouve comme précédemment :

$$\begin{bmatrix} X_{\text{Sphal}} \\ X_{\text{Chalco}} \\ X_{\text{pyrite}} \\ X_{\text{gangue}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.46\% \\ 8.57\% \\ 33.89\% \\ 50.08\% \end{bmatrix}$$

c) La densité théorique calculée précédemment suppose une porosité nulle de la roche. Si l'on sait que la porosité ( $V_{\text{vide}}/V_{\text{total}}$ ) est disons « n » (fraction), la masse spécifique réelle sera alors :

$$\rho_{\text{réelle}} = \frac{M_{\text{roche}}}{V_{\text{roche}} + V_{\text{vide}}} = \frac{V_{\text{roche}} \rho_{\text{théorique}}}{V_{\text{roche}} + V_{\text{vide}}} = (1 - n) \rho_{\text{théorique}}$$

Note : dans la majorité des cas, la porosité de la roche est faible (<5%).