

<b>ASPECTS ÉCONOMIQUES .....</b>	<b>2</b>
TENEUR DE COUPURE.....	2
TENEURS DE COUPURE LIMITE.....	3
EXEMPLE NUMÉRIQUE : .....	7
TENEUR DE COUPURE D'ÉQUILIBRE.....	7
TENEUR DE COUPURE OPTIMALE .....	8
IMPORTANCE DE LA QUALITÉ DE L'ESTIMATION DES TENEURS .....	9
INFLUENCE DE LA DISTRIBUTION SUR LA TENEUR OPTIMALE ET LE PROFIT .....	13
DEUX CONCEPTS DE DILUTION .....	14
RELATIONS DE LASKY .....	15
LA TAXATION .....	16
DURÉE DE VIE D'UNE MINE .....	17
COURBES TONNAGE-TENEUR .....	17

## Aspects économiques

### *Teneur de coupure*

En général, une teneur de coupure doit permettre de sélectionner du minerai générant assez de revenus pour couvrir tous les coûts jugés pertinents. Les coûts jugés pertinents varient en fonction de la situation particulière de chaque mine. Ils varient aussi selon le point de vue des auteurs. Globalement, on rencontre 2 approches différentes:

- **Approche de Taylor:** les coûts pertinents sont uniquement les coûts d'exploitation.
  - Si le concentrateur fonctionne à pleine capacité, on considère les coûts fixes et les coûts variables.
  - Si le concentrateur ne fonctionne pas à pleine capacité, on ne considère que les coûts variables.

En effet, à pleine capacité du concentrateur, un minerai dont la teneur ne permet pas de couvrir l'ensemble des coûts fixes et variables entraîne une perte. Par contre, si le concentrateur est en attente de minerai, il vaut mieux fournir un minerai plus pauvre que pas de minerai du tout. Si le minerai couvre les frais de traitement, alors la perte encourue sera moindre que si l'on ne fournit rien au concentrateur,

Si les revenus générés par l'exploitation sont actualisés, la teneur de coupure décroît dans le temps, sinon, elle demeure constante (toutes choses étant égales).

- **Approche de Lane:** les coûts pertinents incluent un coût d'opportunité en plus des coûts d'exploitation.

Le coût d'opportunité est défini par Lane comme l'intérêt sur le capital que représente la partie encore non-exploitée de la mine. C'est en quelque sorte une pénalité pour tarder à exploiter la ressource disponible. L'importance de ce coût est fortement tributaire de la valeur estimée de la ressource et du taux d'intérêt choisi. La conséquence directe de l'inclusion de ce coût est de hausser la teneur de coupure, surtout en début d'exploitation. Au fur et à mesure que le gisement est exploité, la valeur résiduelle de celui-ci diminue, le coût d'opportunité diminue également ainsi que la teneur de coupure. À la fin de l'exploitation, la teneur de coupure obtenue par Lane rejoint celle obtenue par Taylor. Les mêmes considérations concernant l'utilisation à pleine capacité ou non du concentrateur s'appliquent ici. Si le concentrateur ne fonctionne pas à pleine capacité, on négligera les coûts fixes et les coûts d'opportunité dans le calcul de la teneur de coupure.

Dans les deux cas, mais surtout dans l'approche de Lane, 2 autres facteurs importants viennent influencer la détermination de la teneur de coupure:

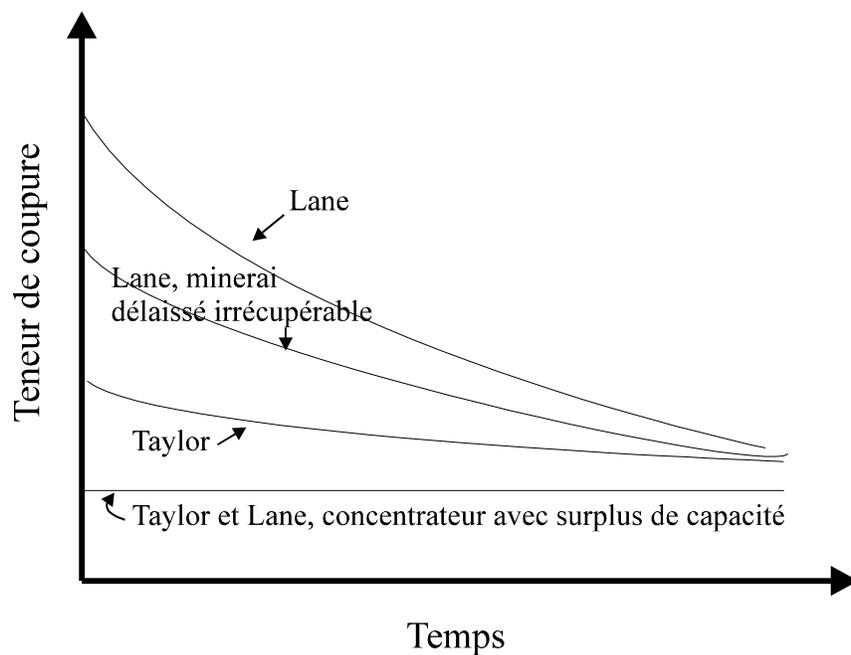
- Les attentes concernant l'évolution du prix des métaux.
- La capacité technologique de récupérer ultérieurement le minerai à plus faible teneur laissé sur place.

Pour le premier facteur, considérons ce qui se produit lorsque le prix du métal diminue. Théoriquement, il faut exploiter à une teneur de coupure plus élevée pour rencontrer les coûts d'exploitation. Ce comportement est correct si l'on prévoit que le prix du métal n'augmentera pas dans un avenir proche. Si

au contraire on prévoit une hausse à court ou moyen terme (disons sur un horizon de 1 ou 2 ans), alors il serait plus rentable d'écouler maintenant du minerai plus pauvre et de conserver le minerai plus riche pour plus tard (les gains futurs compensant pour les pertes actuelles). Évidemment, il est extrêmement difficile de prévoir les prix des métaux même sur un horizon de deux ans et l'exercice demeure périlleux.

Concernant la capacité technologique de récupérer du minerai délaissé, ce facteur dépend en grande partie du mode d'exploitation de la mine. Si l'on peut récupérer le minerai délaissé, alors on peut se permettre d'appliquer plus facilement une haute teneur de coupure. S'il est impossible de récupérer du minerai délaissé, alors la teneur de coupure sera nécessairement revue à la baisse (et il sera impossible d'appliquer directement l'approche de Lane).

La figure suivante montre schématiquement l'évolution possible de la teneur de coupure au cours de l'exploitation de la mine.



Note: Les approches de Lane et de Taylor supposent que l'on connaît la distribution des teneurs sur lesquelles on effectue la sélection. Ici toutes les notions de géostatistique portant sur l'effet du support et de l'information disponible doivent être pleinement considérées.

Le concept de teneur de coupure optimale nécessite au préalable la définition de 3 teneurs de coupure limite et de 3 teneurs de coupure d'équilibre. Taylor (1972) démontre que la teneur de coupure optimale est nécessairement une de ces 6 teneurs de coupure.

### ***Teneurs de coupure limite***

Les teneurs de coupure ne peuvent être choisies entièrement librement, elles doivent tenir compte de la capacité des installations et du marché. Si l'on choisit une très forte teneur de coupure par exemple, il faut être en mesure de développer suffisamment de minerai pour pouvoir alimenter le concentrateur. De même, plus de concentré sera produit et l'on doit s'assurer que des débouchés existent pour ce concentré.

Lane et Taylor reconnaissent 3 facteurs limitatifs importants. Pour chacun correspond une teneur de coupure limite.

- limite de la mine (développement et minage)
- limite du traitement du minerai (concentrateur)
- limite du marché (fonderie, contrats de vente)

Soit les variables suivantes:

c: teneur de coupure

$x_c$ : proportion du matériau minéralisé sélectionné (fonction de la teneur de coupure)

$g_c$ : teneur moyenne du minerai sélectionné (après dilution; fonction de la teneur de coupure)

y: taux de récupération du concentrateur

p: prix d'une tonne de métal

k: coût de mise en marché d'une tonne de métal (fonderie, raffinage, transport, assurance, etc...)

m: frais variables de minage d'une tonne de matériau minéralisé (développement)

h: frais variables de traitement d'une tonne de minerai (forage, sautage, concassage, remontée, et concentration du minerai)

f: frais fixes (administration, ingénierie, frais de capital)

F: coûts d'opportunité. Lane (1988) définit ce terme comme étant le revenu que rapporterait un montant égal à la valeur présente du gisement placé à un taux d'intérêt spécifié.

M: capacité de minage (matériau minéralisé)

H: capacité de traitement (minerai sélectionné)

K: capacité du marché (métal)

v: profit net généré par une unité de matériau minéralisé

Utilisant ces définitions, on voit que 1 tonne de matériau minéralisé donne  $x_c$  tonne de minerai, et  $x_c g_c y$  tonne de métal.

Dans ce qui suit, on considère à tour de rôle que la mine est le facteur limitatif, puis le concentrateur, puis le marché (fonderie). Dans chaque cas, il faut convertir la capacité de l'installation en équivalent « tonnes de matériau minéralisé » et répartir les frais fixes en \$/tonne matériau minéralisé. Ainsi, la mine a une capacité de M tonnes de matériau minéralisé, le concentrateur traite H tonnes de minerai soit  $H/x_c$  tonnes de matériau minéralisé et le marché a une capacité de K tonnes de métal soit  $K/(g_c y)$  tonnes de minerai et  $K/(g_c y x_c)$  tonnes de matériau minéralisé.

### 1. La mine est le facteur limitatif:

M tonnes de matériau minéralisé sont minées et doivent supporter les frais fixes. La fonction de profit net à maximiser vaut donc:

$$v = (p-k)x_c g_c y - x_c h - m - (f+F)/M \quad (1)$$

Le terme  $x_c g_c y$  représente le métal produit.

Le terme  $(p-k)x_c g_c y$  représente le revenu brut obtenu de la vente de ce métal

m est le coût de minage encouru pour avoir accès au matériau minéralisé et récupérer le minerai

$x_c h$  est le coût de traitement du minerai

$(f+F)$  représente les frais fixes et le coût d'opportunité

$(f+F)/M$  représente le coût par tonne miné dû aux frais fixes.

Dans (1), les termes  $m$  et  $(f+F)/M$  ne dépendent pas de la teneur de coupure adoptée. On peut aussi bien maximiser :

$$v_2 = (p-k)q_c y - h x_c \quad (2)$$

où  $q_c = x_c g_c$ . La courbe de profit net par tonne de matériau minéralisé en fonction de la teneur de coupure possède un seul maximum atteint en  $c_1$ . Comme il existe une relation monotone entre  $c$  et  $x_c$ , on peut aussi bien dériver par rapport à  $x_c$  que par rapport à  $c$  (le  $x_c$  optimal identifie automatiquement le «  $c$  » optimal).

Posant la dérivée de (2) par rapport à  $x_c$  égale à zéro et notant que  $\frac{dq_c}{dx_c} = c$ , on trouve :

$$c_1 = \frac{h}{y(p-k)} \quad (3)$$

Cette teneur de coupure exprime le fait que le concentrateur et le marché sont en attente, tout le matériau qui permet de rencontrer les coûts variables d'exploitation générera un profit supplémentaire. (Note: cette teneur de coupure correspond à la teneur de coupure « breakeven »)

On notera que dans ce cas de figure, la teneur optimale ne dépend aucunement du facteur temps (lequel est inclus dans le terme d'opportunité  $F$ ).

## 2. Le concentrateur est le facteur limitatif:

Les frais fixes sont couverts par le minerai traité au concentrateur. La fonction de profit net à maximiser est:

$$v = (p-k)x_c g_c y - x_c h - m - (f+F)x_c / H \quad (4)$$

Le terme  $x_c g_c y$  représente le métal produit.

Le terme  $(p-k)x_c g_c y$  représente le revenu brut obtenu de la vente de ce métal

$m$  est le coût de minage encouru pour avoir accès au matériau minéralisé et récupérer le minerai

$x_c h$  est le coût de traitement du minerai

$(f+F)$  représente les frais fixes et le coût d'opportunité

$(f+F)x_c / H$  représente le coût par tonne miné dû aux frais fixes (Pour traiter  $H$  tonnes, on a dû miner  $H/x_c$  tonnes).

Par une analyse semblable à la section précédente, on peut éliminer le terme «  $m$  » de la fonction à maximiser et exprimer la fonction à maximiser sous la forme :

$$v_2 = (p-k)q_c y - h x_c - x_c (f+F) / H \quad (5)$$

Dérivant par rapport à  $x_c$ , on trouve que la teneur de coupure maximisant cette fonction est:

$$c_2 = \frac{h + (f + F) / H}{y(p - k)} \quad (6)$$

On notera que cette fois le facteur temps intervient dans la détermination de la teneur de coupure par la présence du terme F (coût d'opportunité).

### 3. Le marché est le facteur limitatif

Les frais fixes doivent être supportés par la quantité de métal produite. La fonction de profit net à maximiser s'écrit alors:

$$v = (p-k)x_c g_c y - x_c h - m - (f+F)x_c g_c y / K \quad (7)$$

Le terme  $(f+F)x_c g_c y / K$  représente les coûts fixes par tonne miné. En effet, pour vendre K tonnes de métal, on aura dû miner  $K/(x_c g_c y)$  tonnes de matériau minéralisé.

Comme précédemment, le terme « m » peut être oublié, on obtient alors :

$$v_2 = (p-k)q_c y - x_c h - (f+F)q_c y / K \quad (8)$$

Tout comme précédemment, dérivant par rapport à  $x_c$ , on trouve :

$$c_3 = \frac{h}{[(p-k) - (f+F)/K]y} \quad (9)$$

Si on hausse la teneur de coupure, un surplus de métal sera produit qui ne pourra être vendu ou qui ne pourra être raffiné et on aura encouru des frais d'exploitation supplémentaires pour exploiter à cette teneur (les coûts de développement pour le minage seront supérieurs). Si on baisse la teneur de coupure, alors on aura un manque de métal encourageant une perte.

Notons que des formules précédentes, on a nécessairement:

$$c_1 < (c_2, c_3)$$

Note : On notera que la détermination des 3 teneurs de coupure limites ne demande pas de connaître la distribution des teneurs du gisement. Ce ne sera pas le cas toutefois pour les teneurs de coupure d'équilibre et la teneur de coupure optimale

**Exemple numérique :**

Soit les données suivantes tirées de Lane (1988, p. 116) représentant le cas d'un gisement d'uranium :

0.87 y: taux de récupération du concentrateur

60\$/kg p-k: prix net d'un kilo de métal

3.41\$/t h: frais variables de traitement d'une tonne de minerai (concassage, remontée, concentration)

1.32\$/t m: frais variables de minage d'une tonne de matériau minéralisé (développement, forage, sautage, incluant stérile)

11.9M\$/an f: frais fixes (administration, ingénierie, frais de capital)

15.2M\$ F: coûts d'opportunité

12Mt M capacité de minage (matériau minéralisé)

3.9Mt H: capacité de traitement (minerai sélectionné)

0.9Kt K: capacité du marché (métal)

Avec ces chiffres, on calcule :

$$c_1 = \frac{h}{y(p-k)} = \frac{3.41\$/t}{0.87 * 60\$/kg} = 0.065\text{kg}/t$$

$$c_2 = \frac{h + (f + F) / H}{y(p-k)} = \frac{3.41\$/t + (11.9M\$ + 15.2M\$) / 3.9Mt}{0.87 * 60\$/kg} = 0.198\text{kg}/t$$

et

$$c_3 = \frac{h}{[(p-k) - (f + F) / K]y} = \frac{3.41\$/t}{[60\$/kg - (11.9M\$ + 15.2M\$) / 0.9Kt] * 0.87} = 0.131\text{kg}/t$$

**Teneur de coupure d'équilibre**

Les teneurs de coupure précédentes ont été déterminées en fonction des caractéristiques économiques et des limites de capacité de chaque composante séparément. On peut aussi définir 3 autres teneurs de coupure basées uniquement sur la distribution des teneurs des blocs de sélection. Ces teneurs, dites d'équilibre sont telles qu'elles assurent que les éléments pris 2 à 2 sont en équilibre en terme de quantité traitée (mine-concentrateur, concentrateur-marché, mine-marché).

**1. paire mine-concentrateur:**

La teneur de coupure est choisie telle que:

$$x_c M = H$$

i.e., la teneur de coupure permet de sélectionner suffisamment de minerai pour faire fonctionner le concentrateur à pleine capacité.

**2. paire concentrateur-marché:**

La teneur de coupure est telle que:

$$g_c y H = K$$

i.e.: la quantité de métal produite au concentrateur ( $g_c y H$ ) est égale à la capacité du marché.

**3. paire mine-marché:**

La teneur de coupure est telle que:

$$x_c g_c y M = K$$

i.e.: la quantité de métal produite par la mine  $x_c g_c y M$  est égale à la capacité du marché. Note: si  $x_c g_c = q_c > 1$ , prendre  $c=0$ .

***Teneur de coupure optimale***

Lane (1988) démontre que la teneur de coupure optimale est nécessairement soit une teneur de coupure limite, soit une teneur de coupure d'équilibre. Il s'agira de la teneur de coupure parmi ces 6 teneurs qui génère le profit par tonne de matériau minéralisé (« v ») le plus élevé tout en fournissant une solution réalisable. Pour déterminer la teneur de coupure optimale, on applique la méthode suivante:

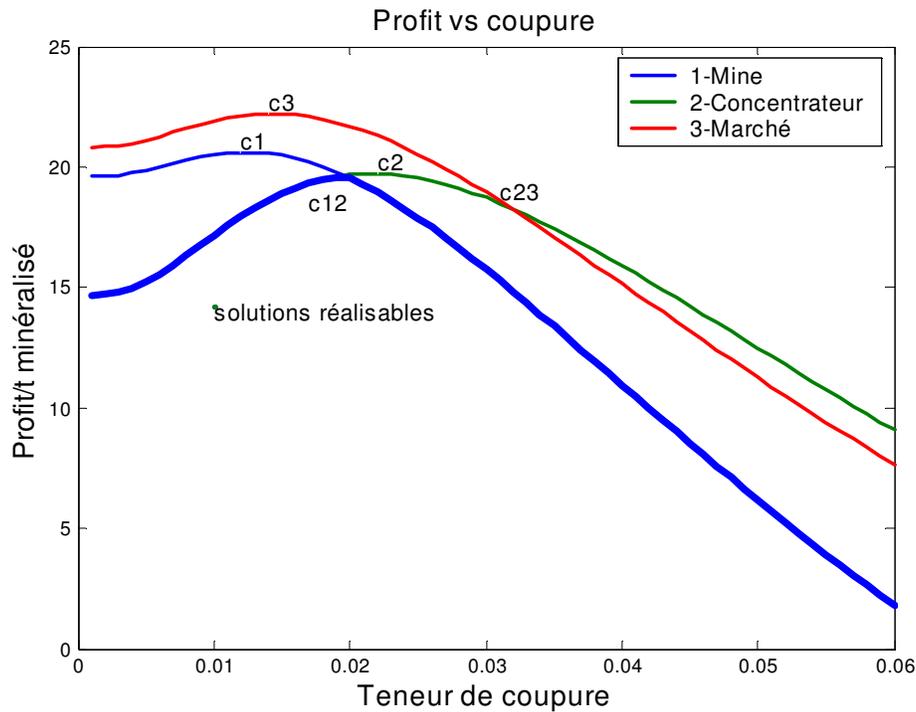
Pour chaque paire:

- Si la teneur d'équilibre est comprise entre les 2 teneurs limites correspondantes, on conserve la teneur d'équilibre; si elle est supérieure à la plus grande, on conserve la teneur limite supérieure; si elle est inférieure, on conserve la teneur limite la plus faible.
- La teneur optimale est la teneur intermédiaire parmi les 3 teneurs déterminées précédemment.

Pour plus de détails, voir Lane (1988), chap. 5 à 7 ou Taylor (1972). Disons simplement que ce résultat peut se visualiser graphiquement. Chaque courbe de profit net correspondant aux 3 facteurs limites a un maximum correspondant à la teneur limite. Pour une teneur de coupure « c » donnée, si l'on trace une verticale, on obtient 3 points d'intersection. La valeur par tonne minéralisée que l'on peut atteindre est le point le plus bas de ces 3 points d'intersection (puisque les 2 autres excèdent la capacité d'une des installations. En se déplaçant sur la courbe la plus basse (solution réalisable), on trouve un point maximum qui ne peut être qu'un point d'intersection de 2 courbes (teneur de coupure d'équilibre) ou un point maximum d'une des courbes (teneur de coupure limite).

Note: un certain nombre d'hypothèses ont été implicitement formulées par Lane pour arriver à ce résultat. En particulier, il considère que seuls la teneur moyenne et le tonnage au dessus d'une teneur de coupure sont fonctions de celle-ci. Ceci n'est pas tout à fait vrai. En effet, la dilution normalement augmente avec la teneur de coupure, le taux de récupération au concentrateur peut fluctuer en fonction de la teneur du minerai traité et le facteur 'F' peut aussi varier en fonction de la teneur de coupure. Dans ce cas, une approche itérative devra être utilisée.

Note: Taylor (1972) rapporte qu'habituellement la teneur de coupure d'opération des mines est égale ou inférieure à la médiane des valeurs des unités de sélection.



### ***Facteur temps***

Bien que l'approche de Taylor n'inclut pas le facteur  $F$  qui tient compte explicitement du facteur temps, celui-ci est tout de même présent implicitement du simple fait que l'exploitation de la mine procède généralement des zones les plus riches vers les zones les plus pauvres. Le gisement résiduel voyant sa teneur moyenne décroître, la teneur de coupure aura aussi tendance à décroître dans le temps.

### ***Autres facteurs***

Considérons le cas simple, mais courant, où le marché n'intervient pas.  $c_1$  est la teneur limite de la mine,  $c_2$  est la teneur limite du traitement et  $c_{12}$  est la teneur d'équilibre mine-traitement. Rappelons les effets des différents facteurs sur les différentes teneurs de coupure :

Facteur	$c_1$	$c_{12}$	$c_2$
prix (p-k) ↑	↓	-	↓
coût minage (m)	-	-	-
coût traitement (h) ↑	↑	-	↑
coût fixe (f+F) ↑	-	-	↑
taux de récupération ↑	↓	-	↓
capacité minage (M) ↑	-	↑	-
capacité traitement (H) ↑	-	↓	↓
moyenne ↑	-	↑	-
variance ↑	-	↓ (habituellement)	-

***c1 est la t.c. optimale :***

Si  $c_1$  est la t.c. optimale, alors on a  $c_{12} < c_1 < c_2$ . On sait aussi qu'on a toujours  $c_1 < c_2$ .  
 Tout facteur faisant croître  $c_1$  fera que  $c_1$  demeure la t.c. optimale.  
 Tout facteur faisant décroître  $c_1$  fera qu'éventuellement  $c_{12}$  deviendra la t.c. optimale.  
 Tout facteur faisant décroître  $c_{12}$  ne change rien.

***c12 est la t.c. optimale :***

Si  $c_{12}$  est la t.c. optimale, alors on a  $c_1 < c_{12} < c_2$ . On sait aussi qu'on a toujours  $c_1 < c_2$ .  
 Tout facteur faisant croître  $c_1$  fera que  $c_1$  deviendra éventuellement la t.c. optimale.  
 Tout facteur faisant décroître  $c_{12}$  fera qu'éventuellement  $c_1$  deviendra la t.c. optimale.

***c2 est la t.c. optimale :***

Si  $c_2$  est la t.c. optimale, alors on a  $c_1 < c_2 < c_{12}$ . On sait aussi qu'on a toujours  $c_1 < c_2$ .  
 Tout facteur faisant décroître  $c_2$  ne change rien.

### ***Importance de la qualité de l'estimation des teneurs***

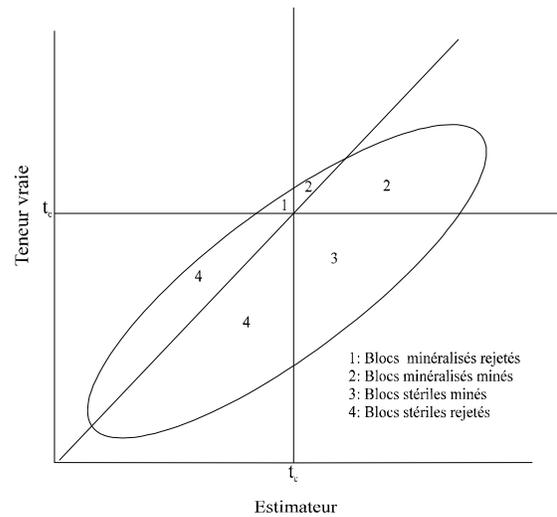
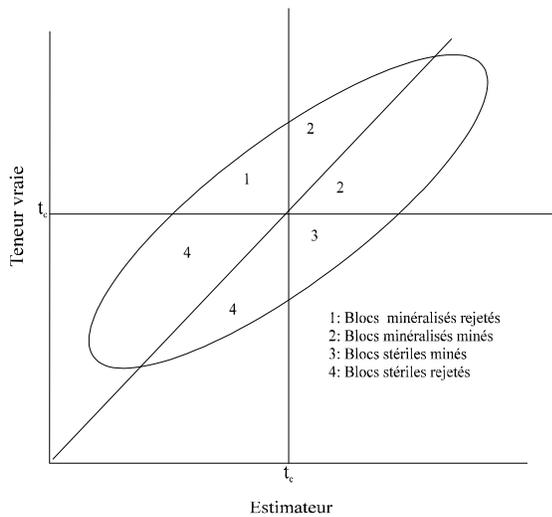
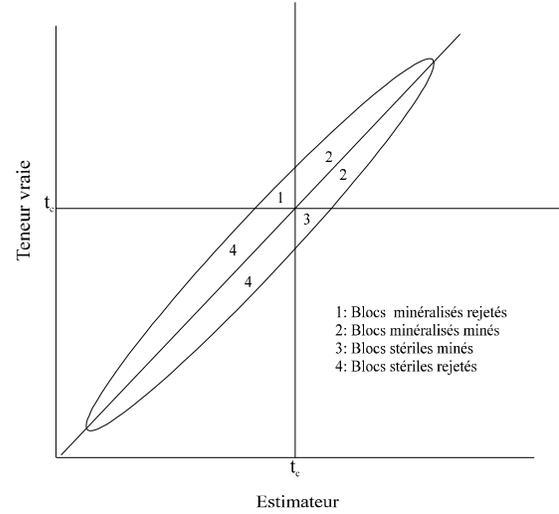
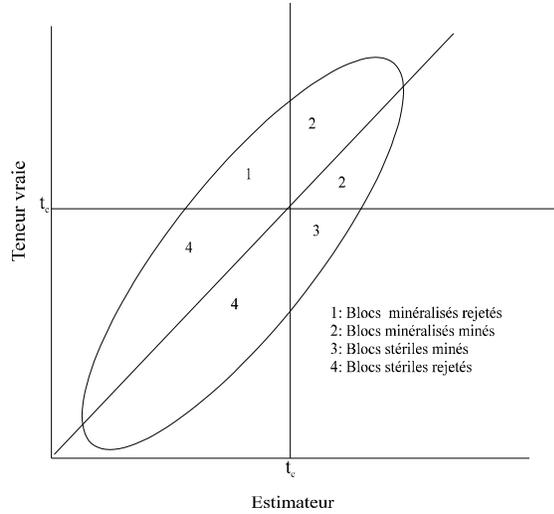
La qualité de l'estimation des teneurs est extrêmement importante au plan économique. Il faut réaliser que la sélection s'effectue toujours à partir de valeurs estimées mais que le métal contenu dans les blocs sélectionnés dépend de la teneur vraie et non de la teneur estimée. Deux paramètres influencent la qualité de l'estimation:

- la quantité (et la qualité) d'information disponible
- la qualité de la méthode d'estimation utilisée

En général, les estimateurs peuvent être plus ou moins précis et ils peuvent être avec ou sans biais. Le meilleur estimateur est le plus précis possible et sans biais. Le biais peut être global ou conditionnel. S'il est global, alors la moyenne de tous les estimés ne coïncide pas avec la moyenne du gisement. S'il est conditionnel, alors la moyenne des blocs dont l'estimateur prend une valeur donnée ne coïncide pas avec cette valeur. Cette dernière propriété est plus difficile à rencontrer que le biais global, i.e. un estimateur peut à la fois être globalement sans biais et montrer un fort biais conditionnel. Le biais global est habituellement rattaché à la qualité des données prélevées et on ne peut y changer grand chose. On le rencontre surtout lorsqu'on échantillonne les forages de production ou les galeries. Il se peut que l'échantillonnage ne représente pas équitablement toutes les granulométries présentes (phénomène de ségrégation), ce qui introduit normalement un biais. Au contraire, l'échantillonnage de carottes est habituellement sans biais, du moins lorsque la récupération de la carotte est complète.

Le biais conditionnel, lui, est davantage lié au type d'estimateur choisi. Un des estimateurs qui montre le moins de biais conditionnel est le krigeage (que nous verrons plus tard). Toutes les méthodes basées sur des extensions géométriques montrent habituellement un biais conditionnel qui peut être assez important.

On doit bien comprendre que toute opération sélective s'effectue à partir de valeurs estimées, jamais à partir des vraies valeurs des blocs qui sont inconnues. Le diagramme suivant aide à comprendre les conséquences importantes de cet état de fait:



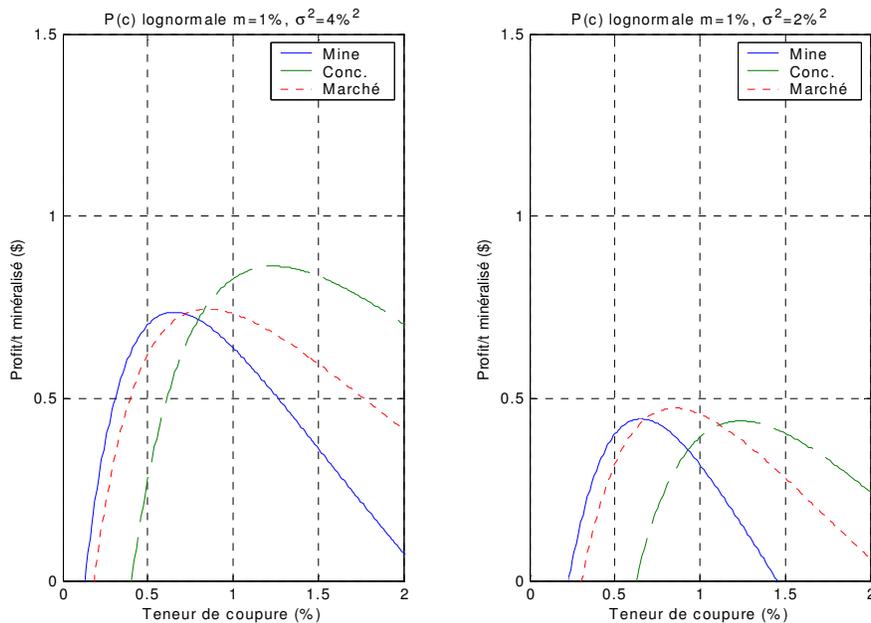
Les ellipses représentent l'ensemble des valeurs possibles pour l'estimateur et les vraies valeurs. Les 2 diagrammes du haut montrent des estimateurs sans biais et sans biais conditionnel. Ils sont sans biais car la valeur moyenne sur l'axe des x est égale à la valeur moyenne sur l'axe des y. Ils sont sans biais conditionnel car si on tire une droite parallèle à l'axe des y (donc si on fixe la valeur estimée) la valeur moyenne obtenue tombe sur la droite à 45° (i.e. la moyenne des vraies valeurs est égale à l'estimé pour chaque valeur de l'estimé). Le diagramme de gauche montre un estimateur moins précis que celui de droite. Il est facile de voir que le taux de mauvaise classification  $((1+3)/(1+2+3+4))$  est beaucoup plus faible avec le meilleur estimateur. Conséquemment, plus de métal sera récupéré, moins de dilution sera encourue et plus de profits seront obtenus. Dans les deux cas, on obtiendra à peu près ce qui était prévu par l'estimateur en termes de tonnage et teneur au-dessus de la teneur de coupure. La différence entre les deux estimateurs est ici sans doute due essentiellement à la quantité d'information disponible. Ceci démontre qu'il peut être très rentable d'obtenir cette information.

Le cas des deux estimateurs du bas est plus grave. Celui de gauche est sans biais global mais montre un biais conditionnel prononcé. Celui de droite est biaisé globalement et conditionnellement. Dans les deux cas, on récupérera, pour un tonnage fixé, beaucoup moins de métal que prévu au moment de l'estimation

(dilution de nature statistique). Ces deux graphes correspondent à la situation la plus courante dans les mines. L'exemple de droite correspond à l'estimation que l'on pourrait obtenir à partir de données fortement biaisées comme celles parfois rencontrées avec les forages de production.

### ***Influence de la distribution sur la teneur optimale et le profit***

La figure suivante illustre l'effet d'utiliser la mauvaise distribution pour déterminer la teneur de coupure optimale pour un même gisement. Supposons que les calculs ont été faits pour un ensemble de paramètres identiques sauf que l'on a considéré deux lois lognormales de variances différentes. (Paramètres utilisés:  $m=1.32\$/t$  minéral;  $y=.87$ ;  $p=600\$/t$  métal ;  $k=0$ ;  $h=3.41\$/t$  minerai;  $f=11.9M\$$ ;  $F=0M\$$ ;  $M=12Mt$ ;  $H=3.9Mt$ ;  $K=.085Mt$ ). Sur la figure gauche, l'optimum est atteint à l'équilibre mine-concentrateur ( $c=0.79\%$ ) et rapporte un profit de  $0.72\$/t$  minéral. Sur celle de droite, l'optimum est atteint à la teneur de coupure  $0.93\%$  et un profit de  $0.36\$/t$  minéral en résulte.



**Discussion:** L'exemple précédent montre combien les calculs économiques sont tributaires d'une bonne description statistique du gisement. Le gisement présente une valeur nette 2 fois plus petite si  $\sigma=2\%^2$  que si  $\sigma=4\%^2$ . Ceci correspond à une erreur fréquente pour ce genre d'étude: on estime les teneurs de blocs par des estimateurs qui montrent une variance plus grande que les blocs réels. On prédit alors des profits irréalistes qui ne pourront se réaliser. Pour éviter les mauvaises surprises, il faut s'assurer que l'on utilise la variance des teneurs des blocs qui pourront être sélectionnés. Comme la sélection s'effectue sur des valeurs estimées, c'est en réalité la variance des valeurs estimées qu'il faut utiliser, pourvu que l'estimateur soit sans biais conditionnel. On peut montrer (voir partie géostatistique) qu'un estimateur, pour être sans biais conditionnel, doit nécessairement être moins variable que les blocs qu'il cherche à estimer. Les teneurs réelles des blocs sont elles-mêmes moins variables que les teneurs des carottes prélevées dans le gisement (effet support).

### ***Deux concepts de dilution***

Il y a deux types de dilution:

- La « dilution » de nature statistique liée à une mauvaise sélection des blocs. On peut diminuer cette dilution en augmentant la quantité (et la qualité) de données disponibles et en utilisant un bon estimateur (krigeage). À proprement parler, il ne s'agit pas de dilution (plutôt un biais conditionnel) mais les effets concrets sont les mêmes que pour la dilution opérationnelle.
- La dilution de nature opérationnelle reliée à l'exploitation des blocs devant être sélectionnés. Même si l'on connaissait parfaitement les teneurs de chaque bloc du gisement, il serait toujours impossible d'aller les chercher exactement, une partie de stérile serait récupérée inévitablement et du minerai serait laissé en place. Ce type de dilution peut être diminué en améliorant les méthodes de minage.

Il faut aussi noter que la position relative des blocs minéralisés dans la mine influence l'application de la teneur de coupure. Dans certains cas, pour récupérer des blocs minéralisés on devra inclure des blocs non-économiques. dans d'autres cas, on abandonnera des blocs économiques demandant un développement trop onéreux. Ceci est particulièrement vrai dans le cas de mines souterraines.

### **Relations de Lasky**

Lasky (1950) a noté empiriquement pour des gisements porphyriques de cuivre deux observations que l'on s'est rendu compte par la suite être valable très fréquemment :

1. La moyenne au-dessus d'une teneur de coupure ( $m(c)$ ) et le logarithme de la proportion du tonnage au-dessus d'une teneur de coupure ( $T(c)$ ) sont reliés approximativement linéairement

$$m(c) = a - b \ln T(c)$$

où "c" est la teneur de coupure et "a" et "b" sont des constantes (positives) spécifiques à chaque gisement. On peut démontrer, dans le cas lognormal, que cette relation est bonne tant que la variance du logarithme (naturel) des teneurs est inférieure à 4 (c'est habituellement le cas). En pratique, on n'utilisera cette loi que pour obtenir une approximation grossière. Pour des calculs précis, on recourra aux formules de récupération spécifiques à chaque loi de distribution (voir partie géostatistique).

2. La moyenne au-dessus de la teneur de coupure est approximativement égale à la teneur de coupure plus une constante:

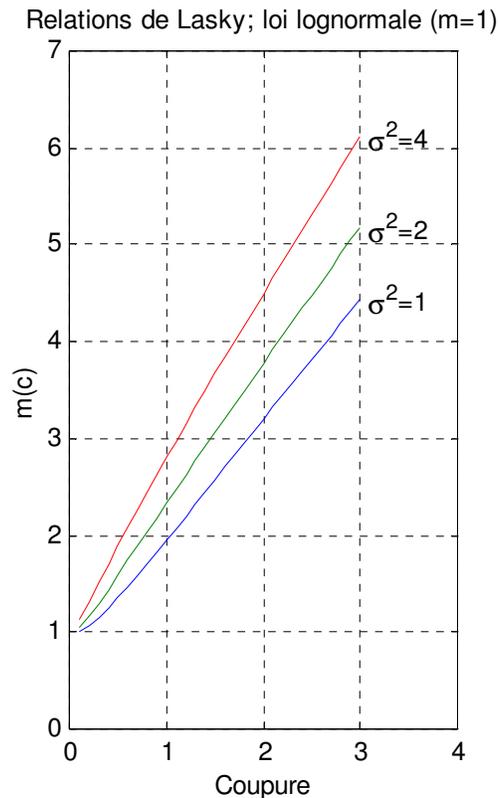
$$m(c) = b + c$$

( Note: la 2e relation découle directement de la première en notant que  $c = \frac{d(m(c)T(c))}{dT(c)}$  )<sup>1</sup>

Ces deux relations, obtenues empiriquement par Lasky, sont rigoureusement valides uniquement dans le cas de la loi exponentielle (et dans ce cas particulier, on a :  $a=b=m$ ). Pour la distribution lognormale (plus courante) une meilleure relation est donnée par  $m(c)=e+f*c$  (e et f des constantes à déterminer) comme l'indique la figure suivante pour la loi lognormale, de moyenne 1 et de variance 1, 2 et 4 :

---

<sup>1</sup>  $c = \frac{d(m(c)T(c))}{dT(c)} = m(c) + T(c) \frac{d(m(c))}{d(Tc)} = m(c) + T(c) \left( -b \frac{d(\ln(T(c)))}{d(Tc)} \right) = m(c) - b$



On note une relation pratiquement linéaire à partir d'une certaine coupure. Toutefois alors que la pente est près de 1 pour  $\sigma^2 = 1$ , elle est environ de 1.5 pour  $\sigma^2 = 4$ , ce qui est contraire à la loi de Lasky.

Ces relations ne constituent qu'un guide grossier, pour vraiment déterminer la teneur au-dessus de la teneur de coupure, il faut modéliser le gisement par géostatistique et bien tenir compte du support sur lequel la sélection sera opérée.

### **La taxation**

Peters (1986) indique 3 types différents de taxation en usage dans le monde:

- taxe sur la valeur de la mine (ex. taxe foncière). Cette taxe est un frais fixe et a donc comme effet d'augmenter la teneur de coupure.
- royauté, i.e. taxe sur chaque tonne de minerai minée et déplacée ou sur chaque tonne de métal extrait. Elle agit comme un coût variable et augmente donc la teneur de coupure.
- impôt sur le revenu. Puisqu'elle s'applique aux profits nets, elle n'a que peu d'impact sur la teneur de coupure.

Au Canada, et plus particulièrement au Québec, on retrouve essentiellement comme forme de taxation:

- une taxe foncière (payable à la municipalité). Il s'agit d'un frais fixe et donc a un impact sur la teneur de coupure.

- un impôt sur le revenu payable aux gouvernements provincial et fédéral. Aucun impact sur t.c.
- un droit minier payable au gouvernement provincial. Ce droit minier est très faible et son rendement a même été négatif au cours de plusieurs années en raison des crédits qui s'y rattachent (crédit pour pertes). Ce droit est en réalité un impôt sur les profits de la mine. Aucun impact sur t.c.
- les charges sociales (assurance-chômage, CSST, régime des rentes,...), payables aux 2 gouvernements (composante coût fixe et coût variable)

### ***Durée de vie d'une mine***

Il existe plusieurs formules empiriques, plus ou moins complexes et considérant un nombre plus ou moins important de paramètres, pour déterminer la durée de vie approximative d'une mine. Une des formules les plus simples est celle de Taylor:

$$\text{durée de vie (en années)} \approx 6.5 * T^{0.25}$$

où T est le tonnage de la mine exprimé en millions de tonnes.

ex. une mine de 50 Mt aura une durée de vie approximative de  $6.5 * 50^{0.25} = 17$  ans.

### ***Courbes tonnage-teneur***

La façon la plus courante d'exprimer le résultat du calcul des réserves est de tracer les courbes du tonnage (T(c)) et de la teneur du minerai (m(c)) en fonction de la teneur de coupure. Dans certains cas, on exprime directement T(c) en fonction de m(c) mais cela devrait être évité autant que possible. Bien sûr, en fonction de "c", T(c) est strictement décroissante et m(c) est strictement croissante.

La détermination des courbes tonnage-teneur est complexe. On peut, grâce à la géostatistique, tenir compte de la taille des unités de sélection et de l'information disponible. Toutefois, les contraintes propres à la position spatiale des différents blocs, en fonction de la méthode de minage, ne peuvent être prises en charge qu'au moyen de techniques de recherche opérationnelle (théorie des graphes, programmation dynamique, programmation en nombre entiers). Ceci dépasse le cadre de ce cours. Notons néanmoins que ces contraintes complexes n'ont pas à être considérées au moment de l'étude de (pré-) faisabilité où les données disponibles ne permettent pas une modélisation aussi fine. Notons aussi que la qualité des résultats de la recherche opérationnelle est très fortement tributaire de la qualité des estimations fournies pour les différents blocs (ce point est, à mon avis, trop peu considéré en recherche opérationnelle).

La figure suivante montre un exemple de courbe tonnage-teneur pour une loi lognormale.

