

Contrôle périodique

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

27 février 2024

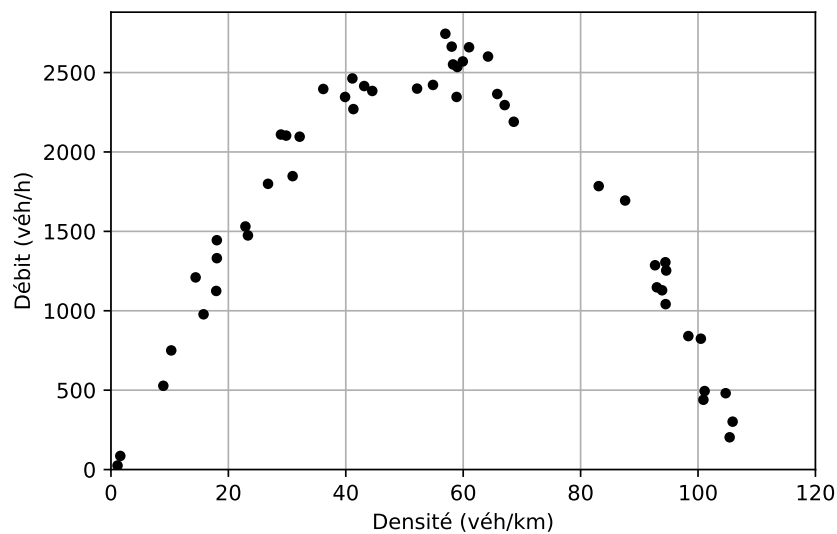
Notez le barème (la note totale est sur 20) et le temps indicatif à consacrer à chaque exercice. Veuillez indiquer clairement les numéros des questions que vous traitez et vos réponses correspondantes (et souligner ou encadrer les résultats numériques). Veuillez apporter une attention particulière à la rédaction et à la définition des notations que vous employez.

Seule une feuille personnelle de notes recto-verso est permise. Des tables statistiques sont incluses à la fin de l'énoncé.

Exercice 1

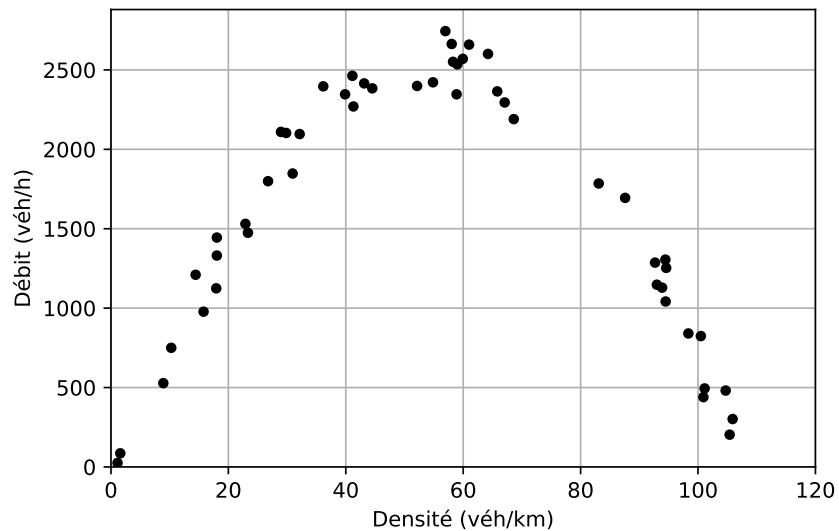
40 min (/5.5 pts)

La figure suivante présente des mesures de densité et de débit pour une direction de circulation sur une route.



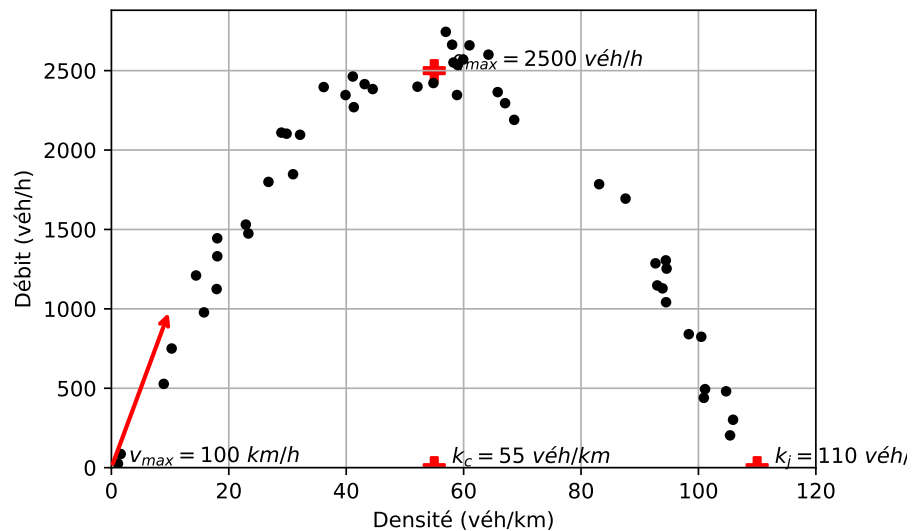
- Mesurer et représenter sur la figure ci-dessus la densité critique, la densité de congestion, la capacité et la vitesse maximale de la route en explicitant vos hypothèses. Déduire le nombre de voies de la route (dans la direction de circulation étudiée). (2.5 pts)
- Avec les paramètres estimés à la question précédente, proposer une équation pour la relation de la vitesse moyenne en fonction de la densité. (1 pt)

3. Alors que la route est fluide avec une densité de 20 véh/km, un camion a un problème moteur qui le force à ralentir à 60 km/h dans une zone où il est interdit de dépasser. Calculer la vitesse de l'onde de choc entre la circulation derrière le camion à 60 km/h et la circulation fluide en amont caractérisée par la densité de 20 véh/km. Représenter la vitesse de l'onde de choc sur la figure ci-dessous. Calculer la longueur du peloton derrière le camion au bout de 15 min, en distance et nombre de véhicules. (2 pts)



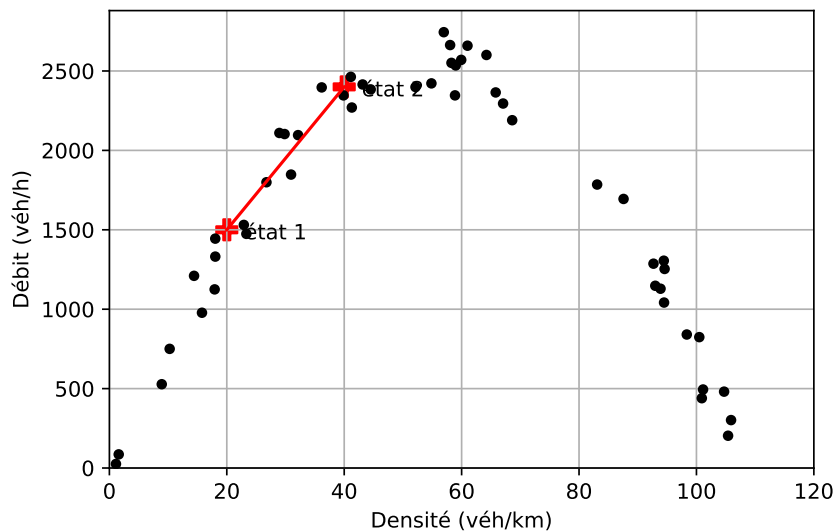
Solution

1. Les points ayant pour abscisses la densité critique et la densité de congestion sont notés sur la figure suivante respectivement k_c et k_j . Le point ayant pour ordonnée la capacité de la route est noté q_{max} et la vitesse maximale est notée par une flèche ayant pour pente la vitesse maximale notée v_{max} .



Une capacité d'environ 2500 véh/h pourrait être atteinte avec une voie de circulation (et la capacité de deux voies de circulation est plus proche de 4000 véh/h).

- Si on suppose une relation linéaire entre la vitesse moyenne v et la densité k (cohérente avec la forme parabolique de la relation entre le débit et la densité du graphique initial), elle s'écrit $v = v_{max}(1 - \frac{k}{k_j}) = 100(1 - \frac{k}{110})$ avec la vitesse moyenne v en km/h et la densité k en véh/km.
- Notons les conditions de circulation fluide état 1 avec la densité $k_1 = 20$ véh/km et la circulation ralentie derrière le camion l'état 2 avec la vitesse $v_2 = 60$ km/h. Pour obtenir les densités et débits associés à ces états de circulation, on peut soit utiliser l'équation proposée à la question précédente, ou lire sur le graphique du débit en fonction de la densité. En utilisant lisant sur le graphique, on trouve $q_1 = 1500$ véh/h pour la densité $k_1 = 20$ véh/km, et, en utilisant le graphique de la vitesse moyenne en fonction de la densité, on trouve $k_2 = 40$ véh/h pour $v_2 = 60$ km/h, soit $q_2 = k_2 \times v_2 = 2400$ véh/km. On en déduit la vitesse de l'onde de choc entre les états de circulation 1 et 2 $w_{12} = (q_1 - q_2)/(k_1 - k_2) = 45$ km/h, qui est positive et se propage dans le sens de la circulation. La vitesse de l'onde de choc entre les deux états est représentée par la pente du segment connectant les états 1 et 2 dans la figure ci-dessous.

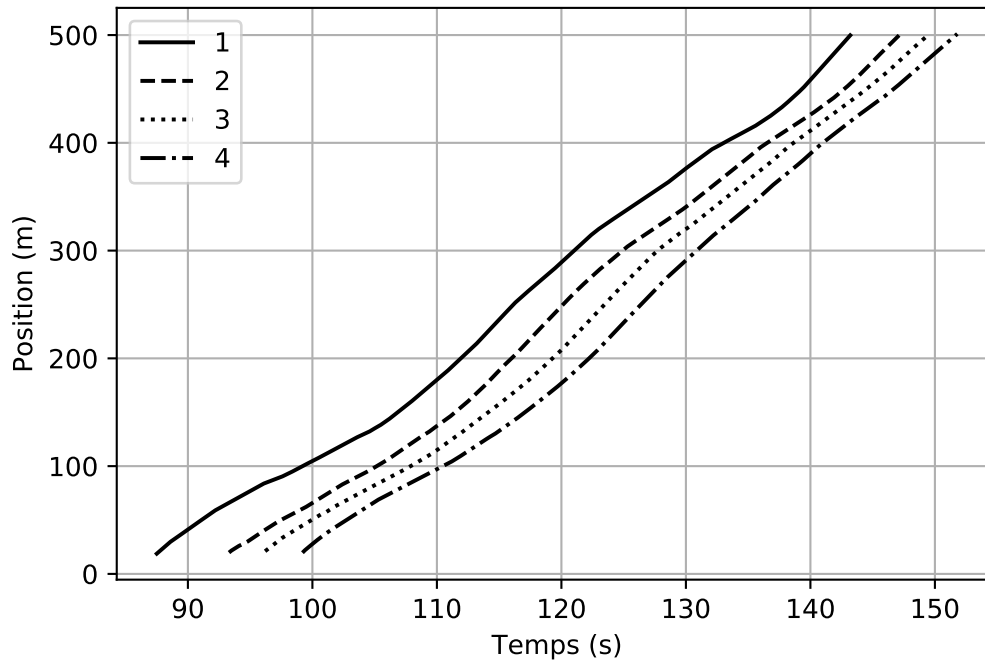


La zone de circulation derrière le camion à l'état 2 croît à une vitesse $v_2 - w$ (v_2 est la vitesse de la zone derrière le camion et w la vitesse de l'onde de choc qui délimite la fin de cette zone) et mesurera donc 3.75 km au bout de 15 min. Le nombre de véhicules sera alors de 150 véhicules en multipliant la longueur de la file dans l'état de circulation 2 par k_2 .

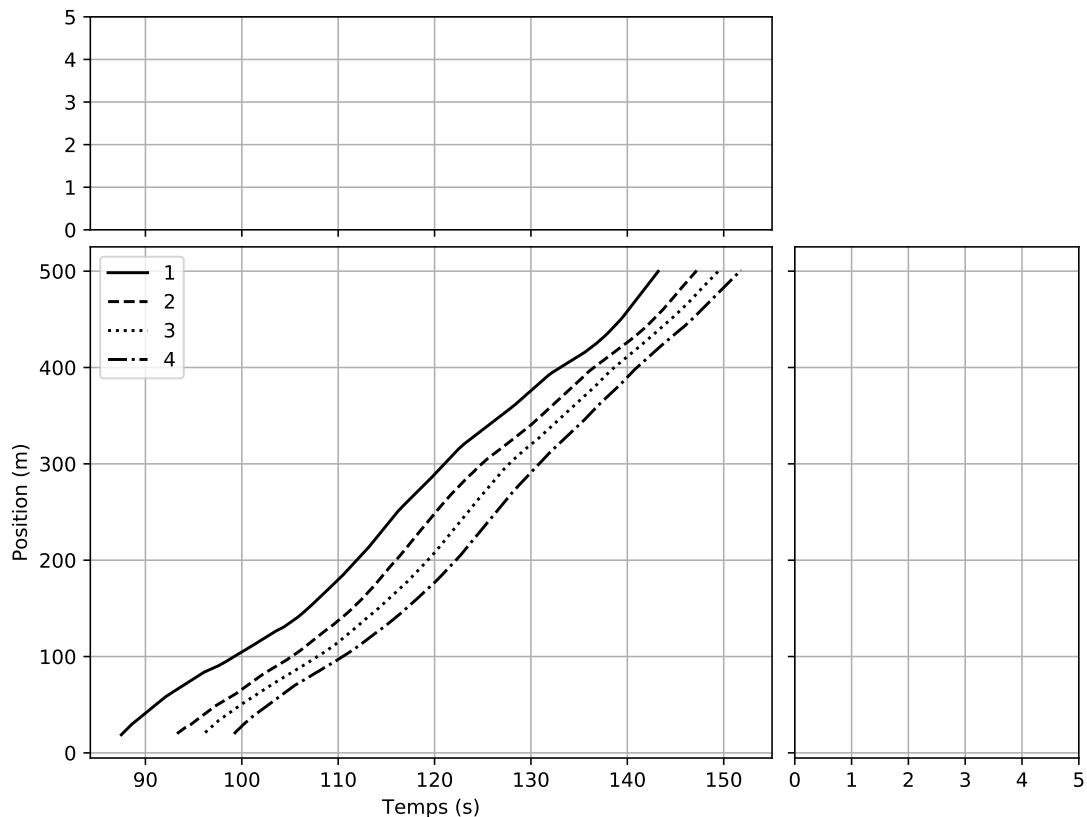
Exercice 2

30 min (/4 pts)

La figure suivante est un diagramme espace-temps de quatre véhicules dans une même voie d'autoroute.



1. Mesurer le temps inter-véhiculaire moyen à la position 200 m et calculer le débit correspondant. (1 pt)
2. Mesurer la distance inter-véhiculaire moyenne à l'instant 130 s et calculer la densité correspondante. (1 pt)
3. Dans le diagramme ci-dessous (sur la page suivante), en considérant que le véhicule 1 est le premier véhicule observé, tracer au-dessus le nombre cumulé de véhicules à la position 100 m en fonction du temps et à droite le nombre cumulé de véhicules à l'instant 120 s en fonction de la position. (2 pts)



Solution

- On mesure une durée d'environ 10 s entre le premier véhicule et le quatrième (qui passent respectivement aux instants 112 s et 122 s à la position 200 m). Cela correspond à trois temps inter-véhiculaires (TIV), soit un TIV moyen $\bar{h} = 3.33$ s. Le débit correspondant est l'inverse du TIV moyen, soit $q = 1/\bar{h} = 1080$ véh/h.
- On mesure une distance d'environ 90 m entre le premier véhicule et le quatrième (qui sont aux positions respectives 290 m et 380 m à l'instant 130 s). Cela correspond à trois distances inter-véhiculaires (DIV), soit une DIV moyenne $\bar{s} = 30$ m. La densité correspondante est l'inverse de la DIV moyenne, soit $k = 1/\bar{s} = 33.3$ véh/km.
-

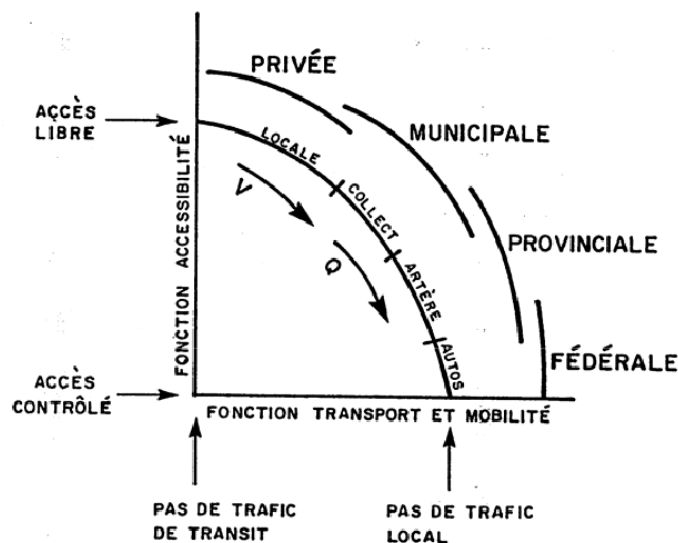
Exercice 3

15 min (/1.5 pt)

Décrire brièvement les deux fonctions d'une route et leur relation en prenant des exemples de routes de différentes classes fonctionnelles. Quelle est la fonction particulière d'une rue ?

Solution

Les deux fonctions d'une route sont le transit (la mobilité) et l'accès aux propriétés adjacentes aux routes.



On note sur le graphique par exemple qu'une autoroute a pour seule fonction le transit (c'est une route à accès limité), alors qu'une route urbaine comme une collectrice a un rôle intermédiaire, à la fois de transit et d'accès. Si on met plus d'importance sur une fonction, l'autre doit nécessairement diminuer, par ex. lorsque la mobilité augmente, la vitesse augmente et l'accès diminue nécessairement.

Une rue a une fonction supplémentaire de "place", soit de permettre les activités sociales.

Exercice 4

30 min (/4.5 pts)

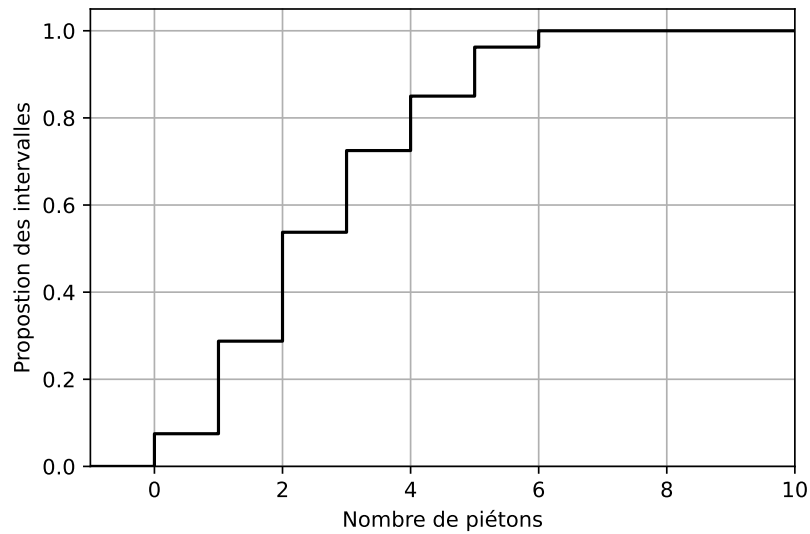
La distribution du nombre de piétons entrant par intervalle de 5 s au pavillon principal pendant 80 périodes (soit 400 s) est décrite dans le tableau ci-dessous.

| Nombre de piétons | Nombre d'intervalles |
|-------------------|----------------------|
| 0 | 6 |
| 1 | 17 |
| 2 | 20 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 9 |
| 6 | 3 |

1. Tracer la fonction de répartition empirique du nombre d'accidents par carrefour. (1 pt)
2. Calculer le nombre moyen de piétons entrant par intervalle de 5 s et le temps inter-entrée moyen correspondant. (1 pt)
3. Déterminer par un test statistique si le nombre d'accidents par carrefour suit la loi de Poisson. (2.5 pts)

Solution

1. Fonction de répartition empirique du nombre de piétons par intervalle de 5 s :



2. Il faut utiliser le test du χ^2 entre l'échantillon du nombre de piétons par intervalle de 5 s et la distribution théorique qui serait obtenue si le nombre de piétons par intervalle de 5 s suivait la loi de Poisson (de moyenne 2.56 piétons). Après regroupement des catégories pour lesquelles il y a moins de 5 observations, on obtient le tableau suivant

| Nombre d'accidents | Nombre de carrefours théorique | Nombre de carrefours observé |
|--------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 0 | 6.17 | 6 |
| 1 | 15.81 | 17 |
| 2 | 20.25 | 20 |
| 3 | 17.30 | 15 |
| 4 | 11.08 | 10 |
| ≥ 5 | 9.39 | 12 |

L'hypothèse nulle H_0 est que le nombre de piétons par intervalle de 5 s suit la loi de Poisson. La statistique du test vaut 1.24, ce qui correspond à un risque de première espèce supérieur à 0.87 (pour une distribution du χ^2 à $n - 1 - p = 6 - 1 - 1 = 4$ degrés de liberté) : on ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle que le nombre de piétons par intervalle de 5 s suit la loi de Poisson. Si on fixe un risque de première espèce de 0.1, la valeur seuil d'une distribution du χ^2 à 4 degrés de liberté est 7.78.

Exercice 5

35 min (/4.5 pts)

On collecte des données de vitesse dans une rue locale, avant et après l'installation d'un radar informatif. Les données sont présentées dans le tableau suivant.

| Mesures | Avant | Après |
|------------------------|-------|-------|
| Moyennes (km/h) | 35.2 | 34.3 |
| Écarts-types (km/h) | 10.1 | 8.9 |
| Nombres d'observations | 603 | 731 |

Veillez

1. Calculer les intervalles de confiance des moyennes avant et après avec un niveau de confiance de 95 %. (1 pt)
2. Faire un test statistique pour déterminer si le radar informatif semble avoir eu un effet significatif sur les vitesses moyennes. (2.5 pts)
3. Commenter l'efficacité du radar informatif et décrire deux autres facteurs associées au choix de la vitesse par les conducteurs. (1 pt)

Solution

1. Les intervalles de confiance de la moyenne de la vitesse avant et après sont respectivement $35.2 \pm 1.96 \frac{10.1}{\sqrt{603}} = [34.39, 36.01]$ et $34.3 \pm 1.96 \frac{8.9}{\sqrt{731}} = [33.65, 34.95]$.
2. Il faut faire un test sur les moyennes de deux échantillons indépendants. L'hypothèse nulle H_0 est que les moyennes avant et après (respectivement μ_1 et μ_2) sont identiques $\mu_1 = \mu_2$, et l'hypothèse alternative que la vitesse a baissé $\mu_1 > \mu_2$. C'est un test unilatéral. La statistique du test vaut $Z_0 = 1.71$. Sous H_0 , Z_0 suit la loi normale. La probabilité qu'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite soit inférieure ou égale à Z_0 est 0.956 : on peut donc rejeter l'hypothèse nulle avec un niveau de confiance supérieur à 95 % ou un risque de première espèce inférieur à 5 %.
3. Le dispositif (radar informatif) a donc eu un effet significatif sur la vitesse moyenne des conducteurs. Il faut cependant remarquer que l'amplitude de la baisse est faible (0.9 km/h), ce qui aura un effet très limité sur les distances de freinage et la vitesse en cas d'impact avec un autre véhicule ou usager.
Les variables qui influencent le choix de la vitesse comprennent (repris des notes de cours) :
 - les caractéristiques physiques de la route : courbe, nombre de voies, pente, distance de visibilité, état du revêtement (friction), espacement des carrefours, etc.
 - l'environnement : région d'un pays, type de conducteur, moment dans la journée, conditions météorologiques, visibilité, application de la loi (présence policière), limites de vitesse, etc.
 - la circulation : débit, composition, mouvements tournants, piétons, etc.