

MTH2120
Analyse appliquée
Devoir # 2

Date de remise: mercredi le 7 février 2024.

(Lors de la remise, deux questions seront choisies au hasard pour être corrigées.)

Ce devoir sera corrigé sur **10 points** avec la répartition suivante des points :

- Pour joindre la page couverture du devoir (qui est disponible sur Moodle) ; **1 point**
- Pour la correction des deux questions choisies ; **6 points**
- Si les autres questions non choisies ont été bien rédigées. **3 points** .

Lire attentivement les directives pour la remise du devoir qui sont disponibles sur Moodle.

Exercice 1 Trouvez une fonction analytique $f(z)$ telle que

$$\operatorname{Re}(f'(z)) = 3x^2 - 4y - 3y^2 \quad \text{et} \quad f(1 + i) = 0.$$

Note: Vous pouvez utiliser un logiciel de maths pour convertir les variables x et y en fonction de z et de \bar{z} .

Exercice 2 Évaluez l'intégrale

$$J_1 = \int_C \bar{z}^2 dz$$

où C est l'arc de la parabole $y = x^2$ reliant le point $-3 + 9i$ au point 0 .

Exercice 3 Évaluez l'intégrale

$$J_2 = \oint_C \frac{z^4}{(z - i)^3} dz$$

où C est le cercle $|z - i| = 2$, parcouru dans le sens direct (anti-horaire).

Exercice 4 Évaluez l'intégrale

$$J_3 = \oint_C \frac{\cos(z)}{z^{2n+1}} dz$$

où C est la courbe $|z| = 1$, parcourue dans le sens direct (anti-horaire).

Exercice 5 Évaluez l'intégrale

$$J_4 = \oint_C \frac{\sin(5z)}{z^2 + 4} dz$$

où C est le cercle $|z - 2i| = 1$, parcouru dans le sens direct (anti-horaire).

Exprimez votre réponse en termes d'exponentielles.

Exercice 6 *Évaluez l'intégrale*

$$J_5 = \int_C \bar{z} dz$$

où C est la demie ellipse d'équation $\frac{(x-1)^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ où $y \geq 0$, parcouru dans le sens direct (anti-horaire).

Exercice 7 *Soit*

$$g_1(z) = \frac{z}{z-3}.$$

Donnez le développement de Laurent de g_1 valide sur les couronnes

a) $|z| < 3$.

b) $|z| > 3$.

c) $|z-2| > 1$.

Exercice 8 *Soit*

$$g_2(z) = \frac{1}{z(z-4)}.$$

Donnez le développement de Laurent de g_2 valide sur la couronne $1 < |z-1| < 3$.