

MTH1102 - Exercices du TD3

1 Exercices de routine

1. Section 9.2 nos. 19, 21, 39.
2. Section 9.3 nos. 15, 17.

2 Intégrales curviligne d'un champ

1. Soit C la courbe d'intersection du cylindre $x^2 + y^2 = 16$ et du paraboloïde hyperbolique $z = x^2 - y^2$. Calculez le travail effectué par le champ vectoriel $\vec{F}$ défini par $\vec{F}(x, y, z) = 3y\vec{i} + (x^2 - z)\vec{j} + z\vec{k}$ autour de C .
2. Exercice 17 de la section 9.2.
3. Soit C une courbe lisse par morceaux dans $\mathbb{R}^3$ dont la longueur est égale à L .
 - a) Soit $\vec{F}$ un champ vectoriel perpendiculaire à la courbe C en tout point. Que pouvez-vous dire de l'intégrale $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$?
 - b) Soit $\vec{G}$ un champ vectoriel de norme constante tangent à C en tout point. Que vaut l'intégrale $\int_C \vec{G} \cdot d\vec{r}$?
4. a) Soit $\vec{v}$ un champ vectoriel constant et C une courbe paramétrée par $\vec{r}(t)$ avec $a \leq t \leq b$. Démontrez la formule suivante :
$$\int_C \vec{v} \cdot d\vec{r} = \vec{v} \cdot [\vec{r}(b) - \vec{r}(a)].$$
 - b) Utilisez la formule démontrée en a) pour calculer le travail effectué par le champ $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ le long de la courbe C paramétrée par $\vec{r}(t) = (1-t)\vec{i} + t^3\vec{j} + (t^2-t)\vec{k}$, $-1 \leq t \leq 2$.
5. Exercice 52 de la section 9.2.

3 Champs conservatifs

1. Trouvez un potentiel pour les champs vectoriels suivants :
 - a) $\vec{F}(x, y) = (y^2 - 3ye^{xy})\vec{i} + (2xy - 3xe^{xy})\vec{j}$.
 - b) $\vec{G}(x, y, z) = (\sin(y) + z^2 \sin(x) + y - 2)\vec{i} + (x \cos(y) + x)\vec{j} - 2z \cos(x)\vec{k}$.

4 Théorème fondamental des intégrales curvilignes

1. Exercice 1 de la section 9.3.
2. Soit $\vec{F}$ le champ vectoriel de l'exercice a) de la section précédente. Calculez le travail effectué par $\vec{F}$ le long d'une courbe allant du point $(3, -1)$ au point $(0, 2)$.
3. Soit $\vec{G}$ le champ vectoriel de l'exercice b) de la section précédente. Calculez le travail effectué par $\vec{G}$ le long d'un arc de cercle reliant le point $(\pi, 0, -2)$ au point $(0, \pi/2, 1)$.
4. Exercice 25 de la section 9.3.
5. Exercice 43 de la section 9.3.

5 Exercices supplémentaires

À faire au besoin.

1. 9.2 nos. 20, 41.
2. 9.3 nos. 15, 17.