

1)

- a) Pour  $Pb=665ppm$  :  $\log(665) = 6.5 \rightarrow F_z(Pb = 665) = 0.9 \rightarrow y_1 = 1.28 \sim N(0,1)$   
 Pour  $Pb=90ppm$  :  $\log(90) = 4.5 \rightarrow F_z(Pb = 90) = 0.3 \rightarrow y_2 = -0.50 \sim N(0,1)$
- b) Pour  $y_1=0.5$  :  $F_y(y = 0.5) = 0.7 \rightarrow \log(pb) = 5.5 \rightarrow Pb = 244ppm$   
 Pour  $y_2=0-2$  :  $F_y(y = -2) = 0.02 \rightarrow \log(pb) = 3.5 \rightarrow Pb = 33.11ppm$
- c) Rep iii : Simulations  $\rightarrow$  Fonctions de transfert  $\rightarrow$  moyenne. Sinon, il est possible de démontrer que l'on retrouve la réponse fournit d'un krigeage dans le cas conditionnelle (e.g., la moyenne des simulations conditionnelles est l'estimation conditionnelle obtenue par krigeage).

2)

- a)  $K = LL' = \begin{bmatrix} 2.8284 & 0 & 0 \\ 1.4142 & 2.4495 & 0 \\ 1.0607 & 1.4289 & 2.1985 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.8284 & 1.4142 & 1.0607 \\ 0 & 2.4465 & 1.4289 \\ 0 & 0 & 2.1985 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 4 & 8 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix}$
- b)  $cov(Z_2, Z_3) = 1.4142 * 1.0607 + 2.4495 * 1.4289 + 0 * 2.1985 = 5$
- c)  $Z = LY = \begin{bmatrix} 2.8284 & 0 & 0 \\ 1.4142 & 2.4495 & 0 \\ 1.0607 & 1.4289 & 2.1985 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.52485 \\ -0.5896 \\ 0.2485 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.3129 \\ 0.7122 \\ 1.3212 \end{bmatrix}$
- d)  $Z_1 = L_{21}Y_1 \rightarrow Y_1 = L_{21}^{-1}Z_1 = [2.8284]^{-1} * 2 = \frac{1}{2.8284} * 2 = 0.7071$
- e)  $Z_2 = L_{22}Y_2 + L_{23}Y_3 = cst + L_{22}Y_2$   
 $Z_3 = L_{31}Y_1 + L_{32}Y_2 + L_{33}Y_3 = cst + L_{32}Y_2 + L_{33}Y_3$   
 $Cov(Z_2, Z_3) = Cov(cst + L_{22}Y_2, cst + L_{32}Y_2 + L_{33}Y_3)$   
 $= L_{22}L_{32}cov(Y_2, Y_2) + L_{22}L_{33}cov(Y_2, Y_3) = L_{22}L_{32} = 2.4495 * 1.4289 = 3.5$   
 $cov(Y_2, Y_2) = 1$ , tiré d'une loi normale de moyenne 0 et variance 1.  
 $cov(Y_2, Y_3) = 0$ , tirés indépendamment l'un de l'autre

3)

- a) Le krigeage est un interpolateur exact. Donc si on connaît  $x_0$ , le poids associé à  $x_0$  sera 1 et les autres poids seront tous nuls. Ainsi, les observations sont respectées.
- b)  $Y^*(x_4) = m + \sum \lambda_i(Y_i - m) = \sum \lambda_i Y_i = 0.3433 * 1.24 + -0.1725 * 0.11 + 0.3836 * -0.57 = 0.1881$   
 $\sigma_{KS}^2(x_4) = \sigma^2 - \lambda k = 1 - (0.3433 * 0.347 + -0.1725 * 0.148 + 0.3836 * 0.412) = 0.7484$
- c) Tiré une valeur aléatoire de 0.25 implique, pour une loi normale de moyenne 0 et de variance 1, que l'on a simulé la valeur  $y^{*'} = -0.675$ . On obtient cette valeur à partir d'une table de la loi  $N(0,1)$ . Par la suite, il suffit de résoudre l'équation de centrer réduire la  $N(Y^*(x_4), \sigma_{KS}^2)$  vers la loi  $N(0,1)$ .

$$y^{*'} = \frac{(Y(x_4) - Y^*(x_4))}{\sigma_{KS}} \rightarrow Y(x_4) = y^{*'} * \sigma_{KS} + Y^*(x_4) = -0.675 * \sqrt{0.7484} + 0.1881$$

$$= -0.3958 \rightarrow Z(x_4) = \exp(4.65) = 104.58ppm$$

On obtient la valeur de 4.65 par lecture graphique, comme à la question 1.

- d) Elle va continuer à augmenter jusqu'à ce que la matrice soit pratiquement impossible à inverser à cause de la taille prohibitif de la matrice à inverser.

4)

a)  $P = \exp\left(\frac{147-135}{20}\right) = 1.82 > 0.67$ , donc on conserve

b)  $P = \exp\left(\frac{147-158}{20}\right) = 0.5769 > 0.67$ , donc on rejette

c)  $P = \exp\left(\frac{147-158}{20}\right) = 0.5769 > 0.43$ , donc on conserve

d)  $P = \exp\left(\frac{147-158}{10}\right) = 0.3329 > 0.43$ , donc on rejette

e) Plus la température diminue et plus on rejette des perturbations défavorables. Donc on accepte que les perturbations qui diminuent (améliorent) le système soit la diminution de la fonction objectif.

5)

a)

Point	Valeur observée	Valeur simulée non conditionnelle (C1)	Valeur krigée avec les données (C2)	Valeur krigée avec les données simulées (C3)	Valeur simulée conditionnellement C=C1+C2-C3
1	-	-0.25	-0.47	-0.2	-0.52
2	-	1.1	-0.98	0.5	-0.38
3	2.1	0.9	2.1	0.9	2.1
4	-	-0.5	0.7	-0.2	0.4
5	2.4	1.5	2.4	1.5	2.4