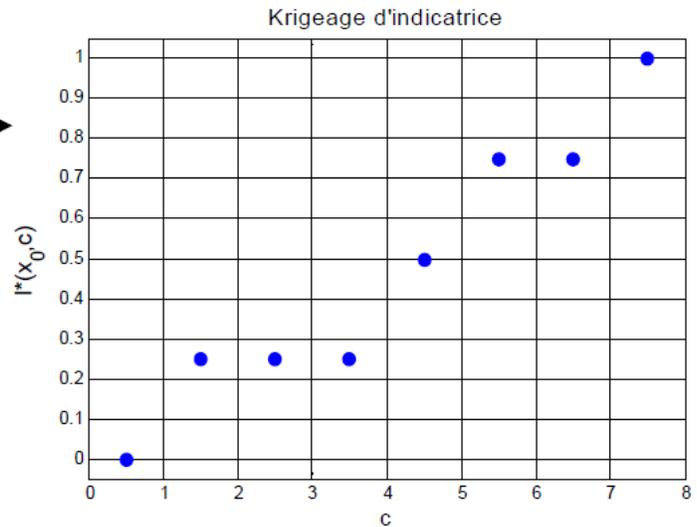


1)

c	$F^*(x_0, c, n)$
0.5	0
1.5	0.25
2.5	0.25
3.5	0.25
4.5	0.50
5.5	0.75
6.5	0.75
7.5	1.0



c	$I(x_1, c)$	$I(x_2, c)$	$I(x_3, c)$	$I(x_4, c)$	$I^*(x_0, c) = \sum \lambda_i I(x_i, c)$
0.5	0	0	0	0	$0 = 0.25(0 + 0 + 0 + 0)$
1.5	0	0	0	1	$0.25 = 0.25(0 + 0 + 0 + 1)$
2.5	0	0	0	1	$0.25 = 0.25(0 + 0 + 0 + 1)$
3.5	0	0	0	1	$0.25 = 0.25(0 + 0 + 0 + 1)$
4.5	0	0	1	1	$0.50 = 0.25(0 + 0 + 1 + 1)$
5.5	1	0	1	1	$0.75 = 0.25(1 + 0 + 1 + 1)$
6.5	1	0	1	1	$0.75 = 0.25(1 + 0 + 1 + 1)$
7.5	1	1	1	1	$1.00 = 0.25(1 + 1 + 1 + 1)$

b) Elle représente la probabilité conditionnelle que la valeur Z_0 soit inférieure à un seuil 'c'

$$P(Z_0 < c | Z_1, Z_2, Z_3, Z_4)$$

c) Ils ne seront pas égaux. Ils vont dépendre de la configuration des données et du variogramme d'indicatrice.

d) Ils vont être différents d'un seul à l'autre. Il suffit de regarder une image où on choisit 50% des données en noir et 50% des données en blanc versus une image avec 20% des données en noir et 80% des données en blanc. La moyenne et la variance des deux images diffèrent, de même que les variogrammes d'indicatrices.

e) Pour chaque seuil, il va falloir modéliser un variogramme d'indicatrice et effectuer un krigeage pour obtenir les poids associés au seuil 'c' étudiée.

2)

a)

$$\text{Pour } Z < 25 : 0.135 = p * (1 - p) \rightarrow p^2 - p + 0.135 = 0 \rightarrow p = 0.16$$

$$\text{Pour } Z < 175 : 0.235 = p * (1 - p) \rightarrow p^2 - p + 0.235 = 0 \rightarrow p = 0.38$$

$$\text{Pour } Z < 650 : 0.085 = p * (1 - p) \rightarrow p^2 - p + 0.085 = 0 \rightarrow p = 0.90$$

b)

$$\text{Pour } Z < 25 : p = 0.18$$

$$\text{Pour } Z < 175 : p = 0.41$$

$$\text{Pour } Z < 650 : p = 0.91$$

Les réponses sont similaires. En théorie si le gisement était infini et la continuité spatiale faible (longueur du gisement beaucoup plus grande que la portée du variogramme), alors les deux seraient égaux. La variabilité d'une section d'un gisement est toujours plus petite que la variabilité du gisement.

3) Avantages :

- a. Permet le calcul d'une variance conditionnelle qui dépend des valeurs locales
- b. Plus de flexibilité sur les données. On peut gérer des contraintes d'inégalité.
- c. On peut répondre à des questions liées à des fonctions de transfert.
- d. Estimer des probabilités et des quantiles.

Limitations :

- a. Un variogramme différent pour chaque seuil, donc un krigeage à chaque seuil. Peut devenir lourd numériquement et provoquer des incohérences d'estimation.
- b. Les poids de krigeage peuvent être négatifs et supérieurs à 1 ce qui génère des fonctions de répartition qui ne sont pas comprises en $[0,1]$ et qui ne sont pas strictement croissantes. Problèmes de relations d'ordre.
- c. Chaque indicatrice doit être stationnaire. Ce qui implique que la fonction de répartition est stationnaire. Hypothèse plus forte que le krigeage.
- d. Pertes d'informations. $Z(x)$ devient $I(x, c)$.
- e. La structure spatiale des indicatrices n'est pas facile à modéliser. La structure spatiale est faible et on a des pertes d'informations possible.
- f. Extrapolation ? Identifier c_{min} et c_{max} ?
- g. Estimation sur des blocs ? $P^*(Z_v(x) < c | Z_i) \stackrel{?}{=} \frac{1}{n} \sum P^*(Z_j, \forall j \in Z_v < c | Z_i)$

4)

a)

Seuil c	Valeur représentative de la classe	$F_{KI}(x_0, c_i)$	$F_{KI, avant}(x_0, c_i)$	$F_{KI, arr}(x_0, c_i)$	$F_{KI, corr}(x_0, c_i)$	P_i
1	0.5	-0.05	0	0	0	0
2	1.5	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
3	2.5	0.35	0.35	0.20	0.275	0.145
4	3.5	0.20	0.35	0.20	0.275	0
5	4.5	0.24	0.35	0.24	0.295	0.02
6	5.5	0.40	0.4	0.40	0.40	0.105
7	6.5	0.53	0.53	0.53	0.53	0.13
8	7.5	0.85	0.85	0.77	0.81	0.28
9	8.5	0.77	0.85	0.77	0.81	0
10	9.5	1.08	1	1	1	0.19

$$b) \text{ Pour } 4.3\% : \frac{(4.3-4)}{5-4} (0.295 - 0.275) + 0.275 = 0.281$$

$$\text{Pour } 7.5\% : \frac{(7.5-7)}{8-7} (0.81 - 0.53) + 0.53 = 0.67$$

$$c) E[X] = 0.5 * 0 + 1.5 * 0.13 + 2.5 * 0.145 + 3.5 * 0 + 4.5 * 0.02 + 5.5 * 0.105 + 6.5 * 0.13 + 7.5 * 0.28 + 8.5 * 0 + 9.5 * 0.19 = 5.975$$

$$d) Var[X] = (0.5^2 * 0 + 1.5^2 * 0.13 + 2.5^2 * 0.145 + 3.5^2 * 0 + 4.5^2 * 0.02 + 5.5^2 * 0.105 + 6.5^2 * 0.13 + 7.5^2 * 0.28 + 8.5^2 * 0 + 9.5^2 * 0.19) - 5.975^2 = 7.47$$

5)

a)

Z(x)	<200	<400	<600	<800
355	0	1	1	1
412	0	0	1	1
52	1	1	1	1
Fz(x)	0.4688	0.7211	0.8814	0.9608

$$\text{Pour } x_0=200 : I^* = (0.5 * 0 + 0.3 * 0 + 0.1 * 1) + (1 - 0.9) * 0.4688 = 0.1496$$

$$\text{Pour } x_0=400 : I^* = (0.5 * 1 + 0.3 * 0 + 0.1 * 1) + (1 - 0.9) * 0.7211 = 0.6721$$

$$\text{Pour } x_0=600 : I^* = (0.5 * 1 + 0.3 * 1 + 0.1 * 1) + (1 - 0.9) * 0.8814 = 0.9881$$

$$\text{Pour } x_0=800 : I^* = (0.5 * 1 + 0.3 * 1 + 0.1 * 1) + (1 - 0.9) * 0.9608 = 0.9961$$

b) Les poids de krigeage ne seront pas les mêmes de seuil en seuil.

c) Au seuil $c=400$, $c=600$ et $c=800$, x_3 ne contribuera pas à l'estimation. Seulement en $c=200$, on sait que $I(x_3, 200) = 0$. Il faudrait déterminer les poids de krigeage pour une configuration avec seulement deux points (i.e., sans x_3).