

Contrôle périodique

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

7 mars 2023

Notez le barème (la note totale est sur 20) et le temps indicatif à consacrer à chaque exercice. Veuillez indiquer clairement les numéros des questions que vous traitez et vos réponses correspondantes (et souligner ou encadrer les résultats numériques). Veuillez apporter une attention particulière à la rédaction et à la définition des notations que vous employez.

Seule une feuille personnelle de notes recto-verso est permise. Des tables statistiques sont incluses à la fin de l'énoncé et le résumé des tests statistiques est aussi fourni.

Je m'excuse, j'ai fait une erreur sur le nombre total de points, le contrôle ne contenait que 19 points en tout. Étant donné le problème du retard du début du contrôle, j'ai donné un point de plus à tout le monde pour que la note soit sur 20.

Exercice 1

50 min (/6 pts)

Vous travaillez pour le ministère de transports. Une étude vous est demandé pour déterminer le rôle des temps intervéhiculaires (TIV) dans la sécurité sur autoroute.

- Proposez deux méthodes pour mesurer les TIV et justifiez celle qui est la plus appropriée au contexte. (2 pts)
- Dans le cadre de l'étude de circulation, on fait des relevés de TIV qui sont présentés dans le tableau suivant:

Intervalle de TIV (s)	Nombre d'observations
1.0-3.0	97
3.0-5.0	49
5.0-7.0	25
7.0-9.0	13
9.0-11.0	6
11.0-13.0	3
>13.0	1

Calculez le TIV moyen et le débit correspondant. (1 pt)

- Calculez l'intervalle de confiance de la moyenne du TIV aux niveaux de confiance de 90 % et 95 %. (1 pt)
- Sachant que la fonction de répartition de la loi exponentielle décalée s'exprime de la façon suivante pour une variable aléatoire h :

$$P(h \leq t) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{t-h_{min}}{h}} & \text{if } t \geq h_{min} \\ 0 & \text{if } t < h_{min} \end{cases}$$

où h_{min} et \bar{h} sont respectivement les TIV minimum et moyen. Déterminez à l'aide d'un test statistique si les TIV suivent la loi exponentielle. (2 pts)

Solution

- Les méthodes qui permettent de collecter les temps intervéhiculaires sont:
 - en premier des méthodes ponctuelles, par exemple une boucle magnétique, un capteur magnétique, un radar ou des tubes pneumatiques.
 - mais aussi des méthodes spatiales comme les caméras vidéo: avec des algorithmes de vision par ordinateur, les trajectoires de tous les usagers peuvent être extraits et donc les instants de passage en tout point de la route, dont les TIV, peuvent être dérivés.
 - Puisqu'il s'agit d'une étude limitée dans le temps, il faut choisir des méthodes temporaires, des capteurs faciles à installer et retirer après la collecte. Un radar ou des tubes pneumatiques seraient dans ce cas adaptés. Les méthodes spatiales sont aussi une solution, mais il n'existe pas à notre connaissance de produit mesurant directement des TIV. Il faut aussi noter que les agences de transport ont déjà des stations de mesure à de nombreux endroits sur le réseau routier, en particulier sur les autoroutes, comprenant des boucles magnétique dans chaque voie ou des radars sur le bord de la route qui pourraient donc être utilisées pour l'étude.
- En prenant comme valeur représentative la valeur centrale de chaque intervalle, le TIV moyen est 3,89 s, ce qui correspond à $3600/3.89 = 926$ véh/h.
- Il fallait d'abord calculer l'écart-type, soit 2.49 s. L'intervalle de confiance du TIV moyen au niveau de confiance de 90 % est $3.89 \pm 1.65 \frac{2.49}{\sqrt{194}}$ soit l'intervalle [3.59, 4.18] s (on utilise 1.65 et non 1.64 car l'expression $\frac{\bar{x}-\mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$ tend vers la loi de Student à 193 degrés de liberté puisque l'écart-type est estimé à partir de l'échantillon, mais c'est très proche du résultat avec la loi normale). L'intervalle de confiance à 95 % est [3.53, 4.24] s.
- Il faut utiliser le test du χ^2 entre l'échantillon des TIV et la loi exponentielle. Il faut tout d'abord déterminer les paramètres de la loi: on pourrait prendre 1 s comme valeur minimale des TIV, et une valeur de $3.89 - 1 = 2.82$ s pour \bar{h} (notation peu idéale, on devrait avoir $\bar{h} - h_{min}$ au dénominateur). On obtient ainsi le tableau suivant des nombres d'observations attendus par intervalle de TIV:

Intervalle de TIV (s)	Nombre d'observations	Nombre attendu
1.0-3.0	97	96.97
3.0-5.0	49	48.50
5.0-7.0	25	24.26
7.0-9.0	13	12.13
9.0-11.0	6	6.07
11.0-13.0	3	3.03
>13.0	1	3.04

Il faut regrouper les 3 dernières catégories en une catégorie pour les TIV supérieurs à 9 s. L'hypothèse nulle H_0 est que le nombre de véhicules suit la loi exponentielle

avec les paramètres mentionnés ci-dessus. La statistique du test vaut 0.47, ce qui correspond à un risque de première espèce de 0.79 (pour une distribution du χ^2 à $n - 1 - p = 7 - 1 - 2 = 2$ degrés de liberté): on ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle que le TIV suit la loi exponentielle. Si on fixe un risque de première espèce de 0.1, la valeur seuil d'une distribution du χ^2 à 2 degrés de liberté est 4.6.

Exercice 2

50 min (/6.5 pts)

Veillez répondre brièvement aux questions suivantes.

1. Présentez un avantage du diagramme fondamental triangulaire sur le diagramme fondamental linéaire (modèle de Greenshields). (1 pt)
2. Quels sont les modèles microscopiques nécessaires pour reproduire la circulation véhiculaire continue et discontinue. (1.5 pts)
3. Une campagne de sensibilisation de la SAAQ a permis de baisser significativement la vitesse moyenne sur l'autoroute métropolitaine de 80 km/h à 77 km/h: discutez l'importance de ce résultat. (1 pt)
4. Quelle est une des raisons pour lesquelles les gains en sécurité routière prédits avant de nouveaux aménagements ou améliorations des performances des véhicules se réalisent rarement? (1 pt)
5. À partir de la fonction du nombre cumulé de véhicules en fonction du temps t et de l'espace (coordonnée longitudinale x), il est possible de dériver la courbe du nombre cumulé de véhicules passant en un point donné de la route en fonction de t et la courbe du nombre cumulé de véhicules présent à un instant donné en fonction de x : quelle courbe croît et quelle courbe décroît en fonction de t ou x ? (1 pt)
6. Peut-on déterminer la capacité d'une route à partir de courbes de comptages horaires en fonction du temps? Quelle est la condition nécessaire pour déterminer la capacité d'une route? (1 pt)

Solution

1. L'avantage général du diagramme fondamental triangulaire sur le diagramme fondamental linéaire (modèle de Greenshields) est sa meilleure adéquation à la réalité, sans être trop complexe (trois paramètres au lieu de deux pour le diagramme linéaire). En particulier, il reflète mieux le fait que la vitesse reste quasi-constante (baisse peu) tant que la circulation est fluide et reste donc proche de la vitesse libre. Le modèle de Greenshields prédit que la vitesse baisse de moitié lorsque la densité atteint la densité critique. Son second avantage est de refléter que les ondes de choc entre deux états de circulation est congestion ont une vitesse sensiblement constante.
2. La circulation continue est la circulation sur des routes sans carrefour à niveau, c'est-à-dire sur autoroutes reliées par des bretelle. Un véhicule qui s'y déplace peut ne jamais s'arrêter si la circulation est fluide. Il est donc seulement nécessaire d'avoir un modèle de poursuite et un modèle de changement de voie pour reproduire la circulation continue. La circulation est discontinue lorsqu'elle est gênée par des dispositifs de circulation, typiquement pour gérer la priorité aux carrefours

comme les panneaux d'arrêt ou cédez-le-passage ou les feux de circulation. Il est alors nécessaire d'ajouter aux deux modèles précédent un modèle d'acceptation des créneaux pour les mouvements n'ayant pas la priorité à un carrefour.

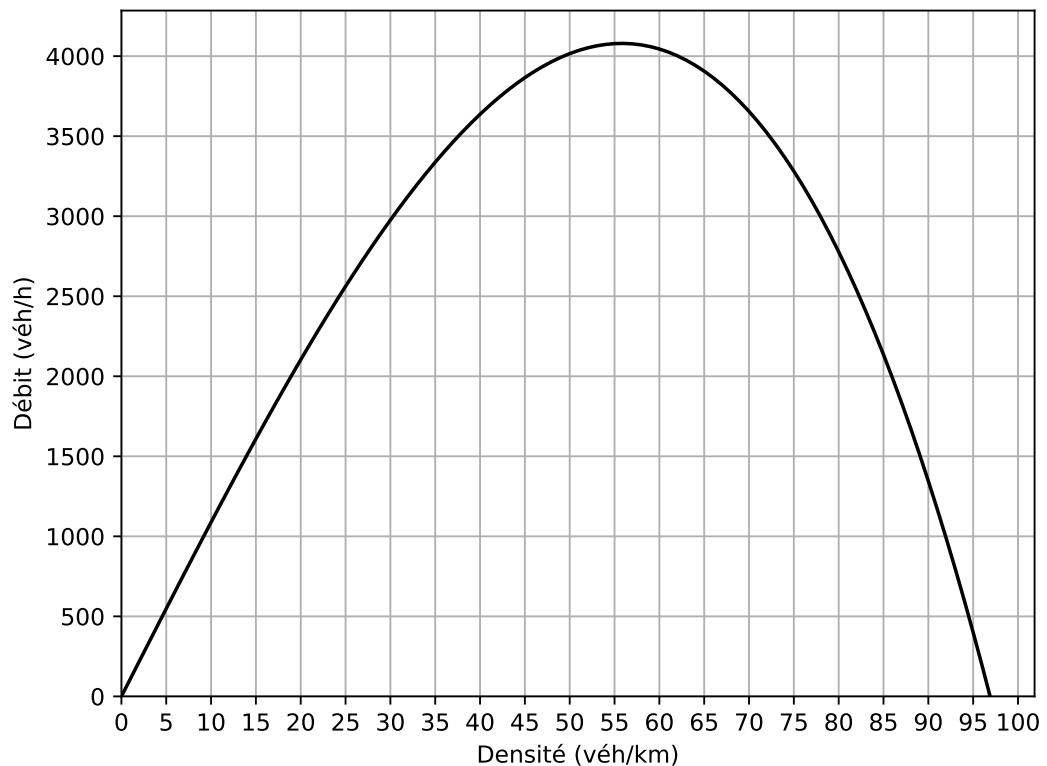
3. L'énoncé indique que la vitesse moyenne a baissé significativement, ce qui indique le résultat d'un test statistique: le niveau de confiance n'est pas précisé, mais la baisse ne semble donc pas dû au hasard. Il y a différentes façons de voir ce résultat, mais l'un est qu'une baisse de 3 km/h est faible et la vitesse reste à des valeurs élevées telle que des blessures sont probables en cas d'accident. Il n'est par ailleurs pas indiqué si l'écart-type ou même les valeurs extrêmes ont aussi baissé, ce qui pourrait compenser la baisse de la vitesse moyenne. D'un autre côté, toute baisse de vitesse diminue la probabilité d'accident (plus de temps pour éviter un accident, toutes choses égales par ailleurs) et surtout la gravité d'un accident.
4. La théorie de la compensation du risque repose sur l'idée que les usagers de la route réagissent au risque perçu et non réel: une amélioration de la sécurité des aménagements routiers ou des véhicules rend le risque d'accident perçu plus faible, ce qui peut les amener à prendre plus de risques qu'avant, de sorte que le bilan routier) change peu ou pas.
5. la courbe du nombre cumulé de véhicules passant en un point donné de la route croît en fonction de t et la courbe du nombre cumulé de véhicules présent à un instant donné diminue en fonction de x .
6. Pour déduire de comptage la capacité d'une route, il faut qu'elle soit atteinte et même dépassée (en amont). Il faut donc faire d'autres mesurs comme la vitesse moyenne ou la densité pour déterminer que la capacité est atteinte et dépassée (observation de files d'attente).

Exercice 3

50 min (/6.5 pts)

On considère une autoroute régie par la relation fondamentale de la vitesse moyenne v en fonction de la densité k suivante: $v(k) = 110 - 0.01284k^{1.98}$.

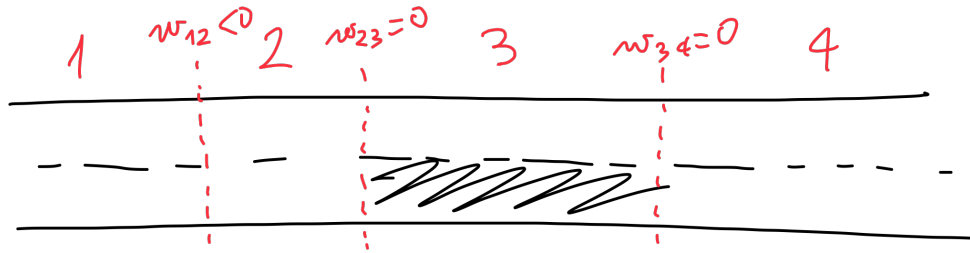
1. Calculez la vitesse libre et la densité de congestion. (1 pt)
2. Calculez la densité critique et le débit maximal. En déduire (en le justifiant) le nombre de voies sur cette autoroute. (1.5 pts)
3. Alors que le débit est de 2500 véh/h sur l'autoroute, un incident bloque une voie de l'autoroute pendant 30 min. Décrivez qualitativement à l'aide du diagramme fondamental du débit en fonction de la densité (sans calculer précisément la courbe) les différents états de circulation sur l'autoroute en amont et aval du goulot d'étranglement causé par l'incident. (1 pt)
4. À l'aide de la courbe du débit en fonction de la densité ci-dessous, calculez la longueur maximale (en longueur et nombre de véhicules) de la zone de circulation saturée en amont du goulot d'étranglement. (2 pts)



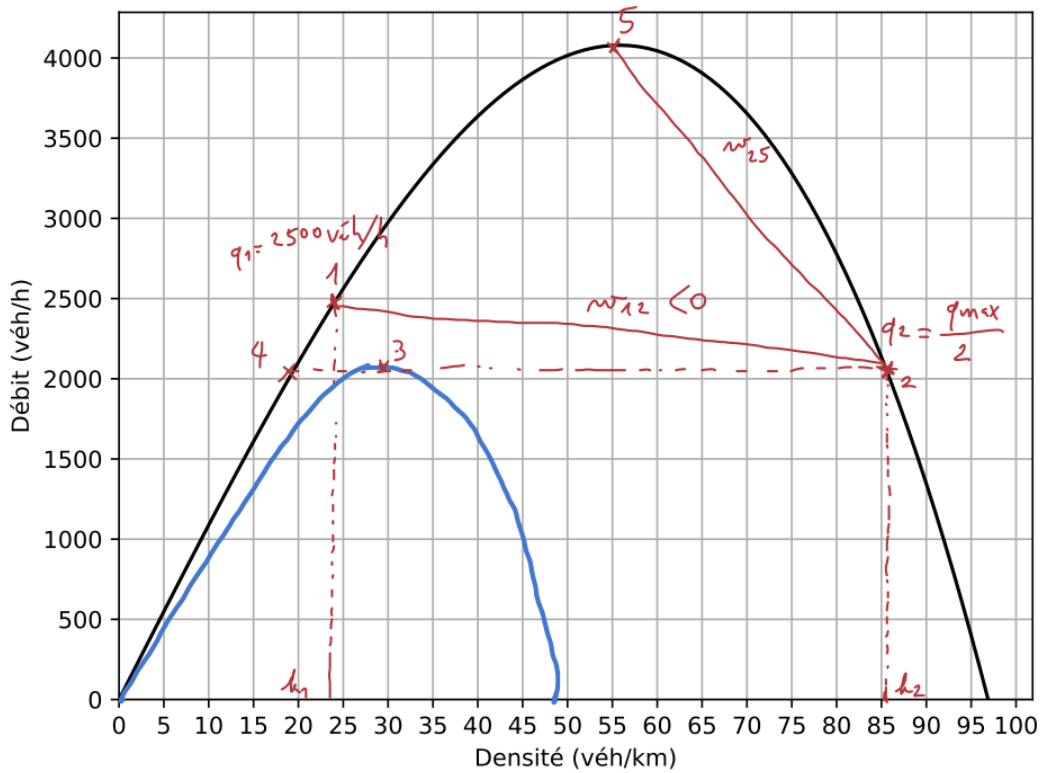
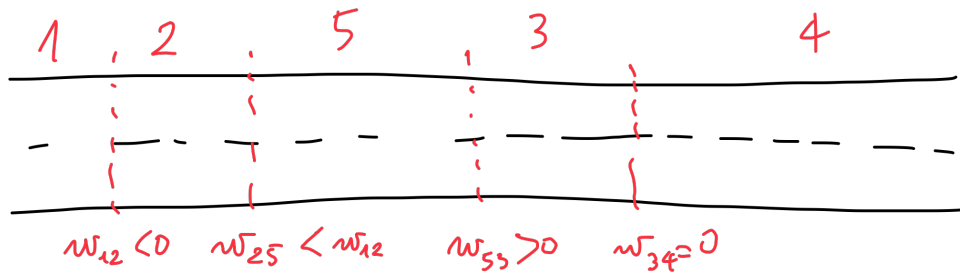
5. Décrivez qualitativement ce qui se passera une fois que le goulot d'étranglement aura disparu. (1 pt)

Solution

1. La vitesse libre v_f est observée lorsque la densité tend vers 0, $v_f = v(0) = 110$ km/h. La densité de congestion k_j est telle que $v(k_j) = 0$, soit $k_j = (110/0.01284)^{1/1.98} = 96.9$ véh/km
2. La densité critique k_c est atteinte lorsque le débit atteint son maximum q_{max} , et est donc tel que $q'(k_c) = 0 = 110 - 2.98 \times 0.01284k^{1.98}$, soit $k_c = 55.8$ véh/km. On en déduit $q_{max} = 110k_c - 0.01284k_c^{2.98} = 4079$ véh/h. Une telle capacité nécessite au moins deux voies de circulation et semble y correspondre assez exactement si on considère une capacité par voie d'environ 2000 véh/h.
3. Un incident qui bloque une voie de circulation ne laisse qu'une voie pour la circulation, avec une capacité réduite de moitié, soit $q_{max}/2 \approx 2040$ véh/h. Puisque la demande en amont est supérieure à la capacité de la section avec capacité réduite, une file d'attente se forme en amont et se trouve dans un état de circulation saturé. On définit ainsi les états de circulation suivants (visible dans le diagramme fondamental annoté ci-dessous et le schéma de la section d'autoroute).



Après fin de l'incident



- état 1 (fluide): état initial sur l'autoroute avec une demande de $q_1 = 2500$ véh/h;
- état 2 (saturé): état de circulation en amont du goulot d'étranglement créé par la réduction d'une voie de circulation;
- état 3 (capacité): état de circulation au niveau du goulot d'étranglement créé par la réduction d'une voie de circulation (placé sur le diagramme

fondamental correspondant à la capacité de cette section (capacité et densité de congestion divisées par deux);

- état 4 (fluide): état de circulation en aval du goulot.

On note respectivement q_i et k_i le débit et la densité de l'état de circulation i . Il y aura une onde de choc de formation arrière entre les états 1 et 2 (augmentation de la file d'attente en amont du goulot qui stocke la demande excédentaire). Les autres ondes de choc sont stationnaires car le débit observé y est égal à $q_{max}/2$.

4. Il faut calculer la vitesse de l'onde de choc entre les états 1 et 2 $\omega_{1,2} = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2}$. On lit les densités correspondantes sur le diagramme fondamental: $k_1 = 24$ véh/km et $k_2 = 85$ véh/km. On obtient $\omega_{1,2} = \frac{2500 - 2040}{24 - 85} = -7.54$ km/h. Au bout de 30 min, la longueur de la file (de la circulation à l'état 2) sera de $|\omega_{1,2}|/2 = 3.77$ km et contiendra $3.77 \times k_2 = 320$ véh.
5. Une fois que le goulot d'étranglement aura disparu, une nouvelle zone dans l'état de circulation 5 caractérisée par la capacité (totale) de la route q_{max} se crée en aval de 2 (voir diagramme fondamental ci-dessus). L'onde de choc entre 2 et 5 est une onde de récupération arrière, plus rapide que l'onde de choc entre 1 et 2, ce qui veut dire que la zone 2 disparaîtra. En aval, une onde de choc de vitesse positive se crée entre 5 et 3 jusqu'à disparition de la zone 3, pour ensuite donner une onde entre 5 et 4. Lorsque 2 aura disparu, l'onde de choc entre 1 et 5 de signe positif ré-établira la circulation à son état initial 1 sur toute l'autoroute.