

GLQ3401/GLQ3651 : Première partie

Cours 5 : Estimation des ressources par méthodes conventionnelles



**POLYTECHNIQUE
MONTREAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

Objectifs

- Comprendre le fonctionnement des méthodes conventionnelles d'estimation encore en usage en mines : polygone, triangle, inverse de la distance;
- Être capable d'utiliser les méthodes conventionnelles d'estimation sur des cas simples;
- Expliquer les forces et les faiblesses de chaque méthode d'estimation;
- Comprendre le concept de validation croisée et pouvoir l'appliquer;
- Calculer la densité théorique d'une roche à partir de ses principaux minéraux et d'une analyse chimique.



Plan du cours

1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101
 - Définition
 - Rapport technique de ressources (NI43-101)
2. Estimation et influence de la densité
3. Notions de statistique
4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources
 - Polygone
 - Triangle
 - Inverse de la distance
5. Critique des méthodes conventionnelles
6. Validation croisée
7. Méthode des sections
8. Calcul de la densité théorique



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Estimation des ressources

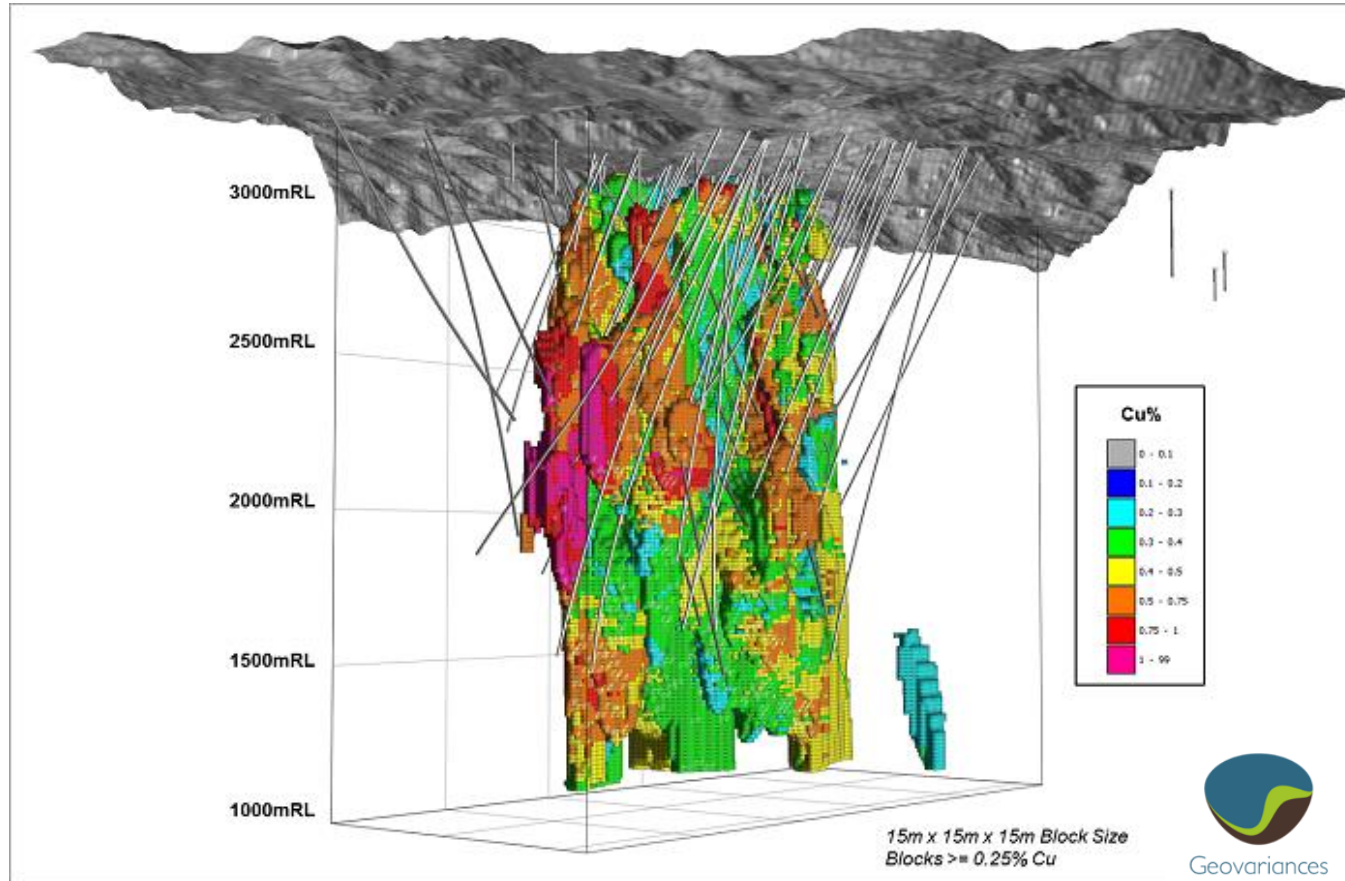
Définition : Détermination et définition, à partir d'un **modèle de blocs**, du **tonnage** et de la **teneur** en minerais d'un dépôt géologique.

- Basé sur une interprétation géologique;
- Nécessite un traitement statistique des données;
 - Écrêtage (*capping*)
 - Normalisation (*compositing*)
- Interpolation des résultats;
- Géostatistique;
 - **Méthodes conventionnelles** (p. ex., polygone, triangle, inverse de la distance);
 - Krigeage et cokrigeage;
 - Krigeage d'indicatrices (*Multiple indicator kriging*– MIK)
 - Conditionnement uniforme (*Uniform conditioning* – UC)
 - Simulations géostatistiques



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Exemple d'un modèle de blocs



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Norme canadienne NI43-101

Définition : Le Règlement NI43-101 est une norme qui régit la manière dont les entreprises divulguent au public au Canada des informations scientifiques et techniques sur des projets miniers.

➤ Norme canadienne pour les compagnies canadiennes

- **Rapport technique sur les ressources** importantes, préparé dans un **format prescrit**;
- La personne qualifiée doit être **indépendante de l'entreprise et de la propriété** (dans certaines circonstances);
- Une entreprise est **tenue d'utiliser la terminologie spécifiée définie par le CIM** lors de la divulgation des ressources minérales et des réserves minérales.

➤ Respecter les conseils du CIM... (pas NI43-101... mais CIM...)

- CIM → *Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum*
- Définitions des concepts :

https://mrmr.cim.org/media/1128/cim-definition-standards_2014.pdf



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Personne qualifiée

Définition : Une personne physique qui remplit les trois conditions suivantes :

1. il s'agit d'un ingénieur ou d'un géoscientifique qui compte au moins **cinq ans d'expérience** dans le domaine de l'exploration minérale, de l'aménagement ou de l'exploitation de mines, ou de l'évaluation de projets miniers, ou dans une combinaison de ces domaines;
2. elle a une **expérience pertinente** à l'objet du projet minier et du rapport technique;
3. elle est **membre en règle d'une association professionnelle.**



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Ressources

Définition : Une **ressource minérale** est une concentration ou une occurrence de **matière solide d'intérêt économique** dans ou sur la croûte terrestre sous une forme, une teneur, et une quantité telles **qu'il existe des perspectives** raisonnables d'extraction **économique** éventuelle.

L'emplacement, la quantité, la teneur, la continuité et les autres caractéristiques géologiques d'une ressource minérale sont connus, estimés ou interprétés à partir de preuves et de connaissances géologiques spécifiques, y compris l'échantillonnage.



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Ressources minérales : les trois types

Définition :

Présumée: partie d'une ressource minérale dont la quantité et la teneur sont estimées sur la base de **preuves géologiques et d'échantillonnages limités**. Les preuves géologiques sont suffisantes pour impliquer, mais non pour vérifier la continuité géologique et la teneur.

Indiquée : partie d'une ressource minérale pour laquelle la quantité, la teneur, les densités, la forme et les caractéristiques physiques sont **estimées avec suffisamment de confiance** pour permettre l'application de facteurs de modification de façon suffisamment détaillée pour **soutenir la planification de la mine et l'évaluation de la viabilité économique** du gisement.

Mesurée : partie d'une ressource minérale pour laquelle la quantité, la teneur, les densités, la forme et les caractéristiques physiques sont **estimées avec suffisamment de confiance** pour permettre l'application de facteurs modificateurs afin de **soutenir la planification détaillée de la mine et l'évaluation finale** de la viabilité économique du gisement.



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Ressources minérales versus réserves

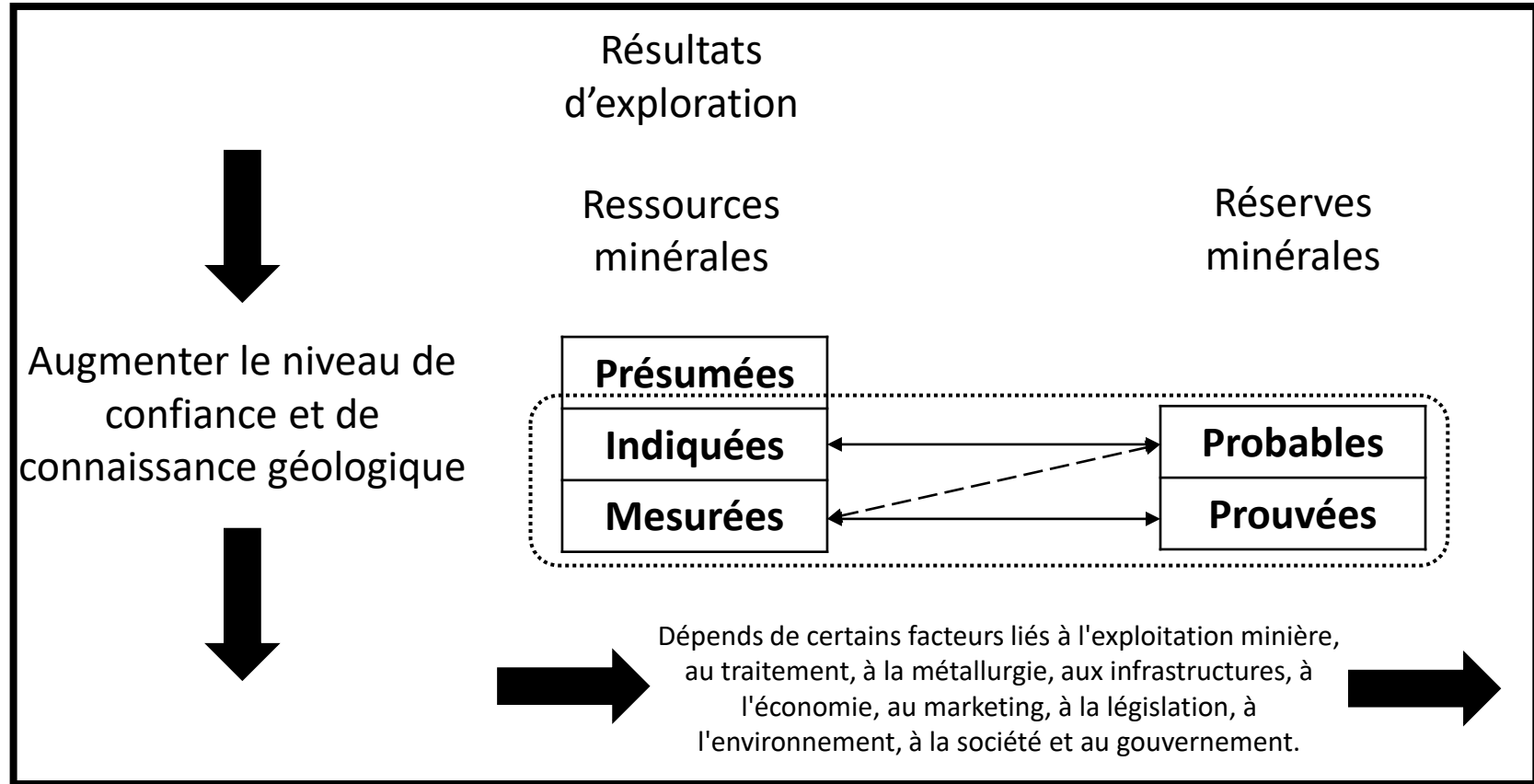
Définition : Une **réserve minérale** est la **partie économiquement exploitable d'une ressource minérale mesurée et/ou indiquée.**

- Doit être démontrée par une étude de pré faisabilité ou une étude de faisabilité;
- Les études démontrent que, au moment de la déclaration, l'extraction peut être raisonnablement justifiée.



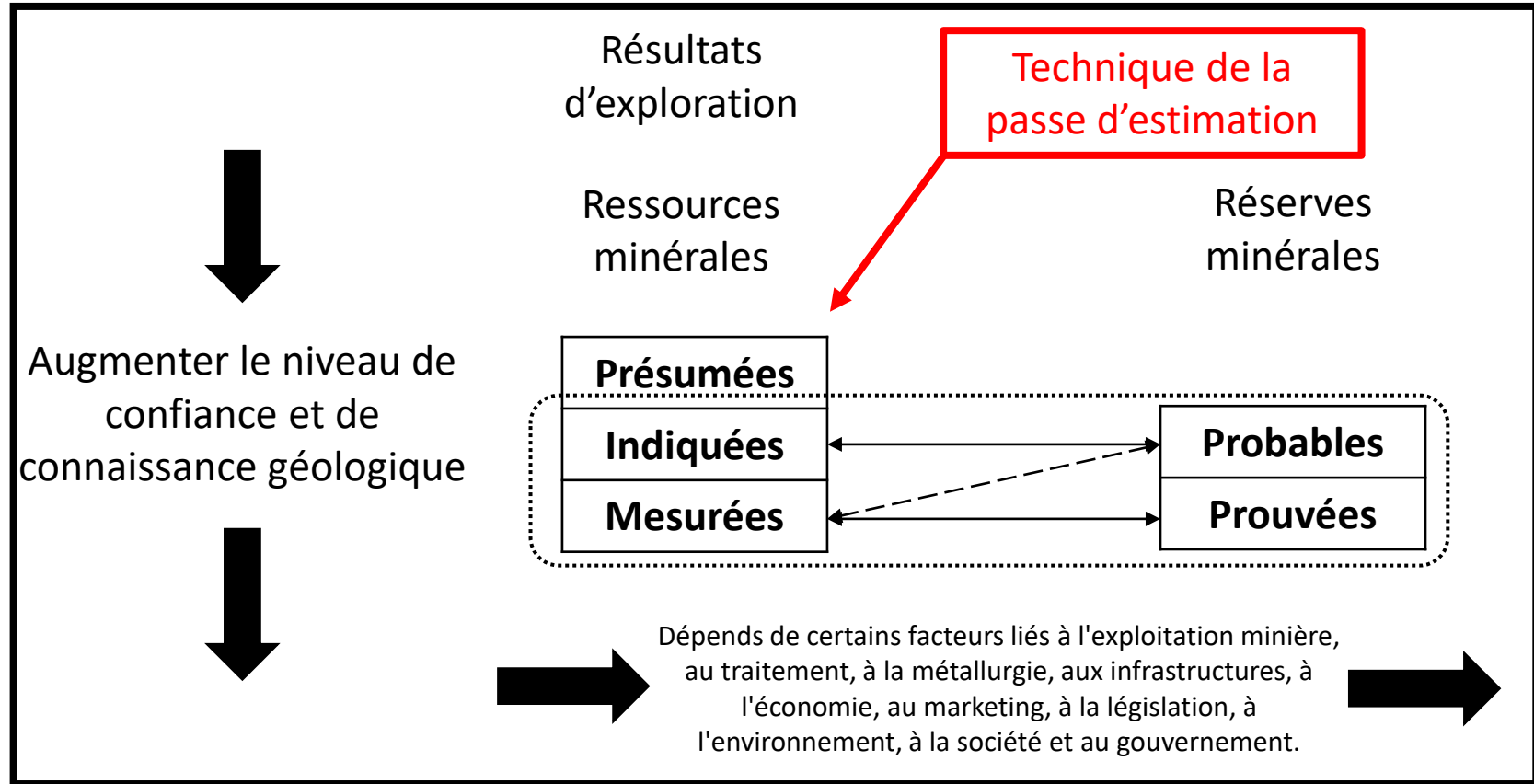
1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Ressources minérales versus réserves : la clarification



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

Ressources minérales versus réserves : la clarification



1. Définitions des ressources et norme canadienne NI43-101

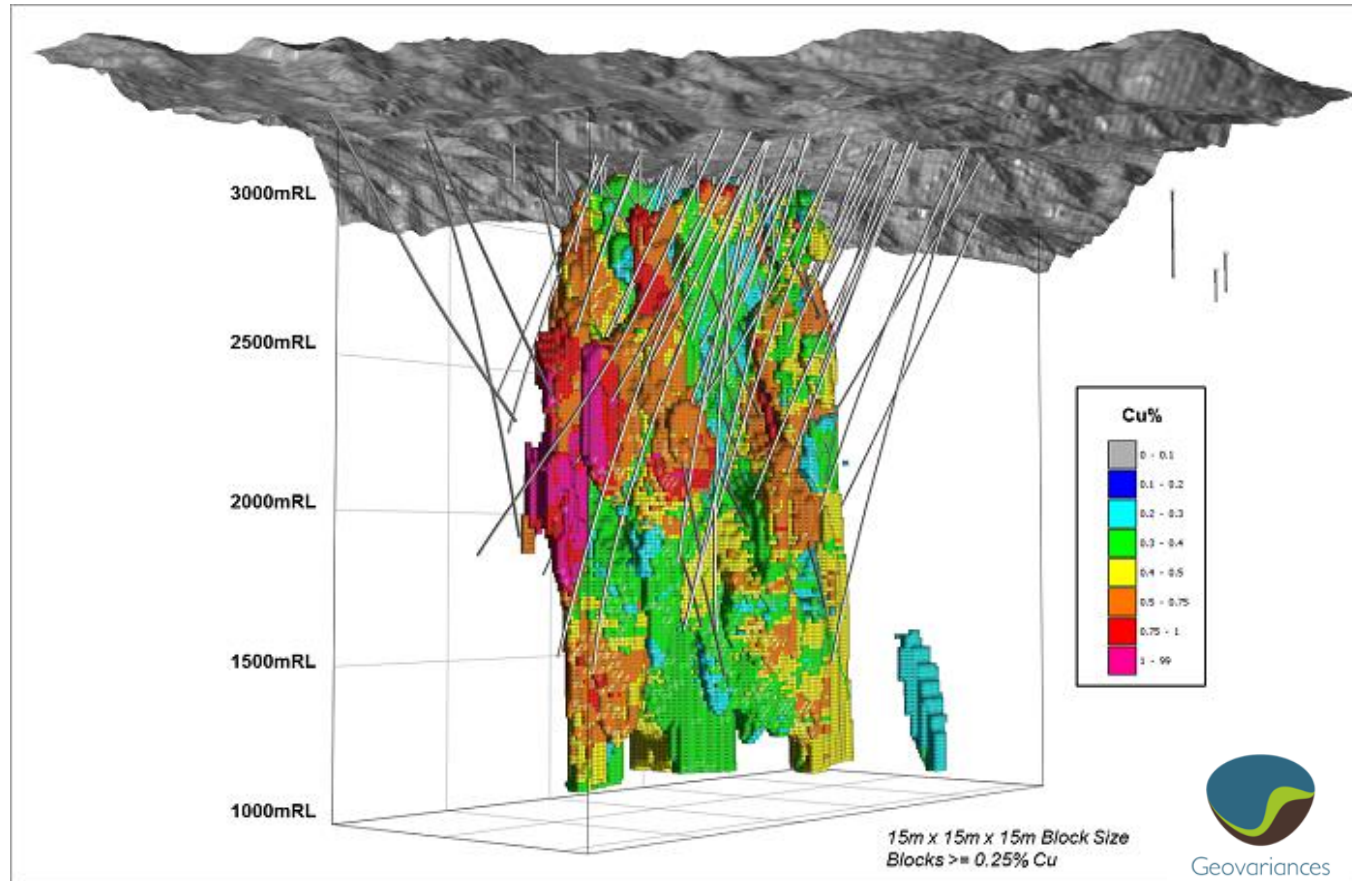
Contenu obligatoire d'un rapport technique NI43-101

1. Page titre
2. Table des matières
3. Résumé
4. Introduction et mandat
5. Mise en garde
6. Description et emplacement du terrain
7. Accessibilité, climat, ressources locales, infrastructures et géographie physique
8. Historique
9. Contexte géologique
10. Types de gîtes minéraux
11. Minéralisation
12. Travaux d'exploration
13. Forage
14. Méthode d'échantillonnage et approche
15. Préparation, analyse et sécurité des échantillons
16. Vérification des données
17. Terrains adjacents
18. Essais de traitement des minerais et essais métallurgiques
19. Estimation des ressources minérales et des réserves minérales
20. Autres données et informations pertinentes
21. Interprétations et conclusions
22. Recommandations
23. Références
24. Data
25. Règles supplémentaires pour les rapports techniques sur les terrains de l'aménagement et sur les terrains en production
26. Illustrations



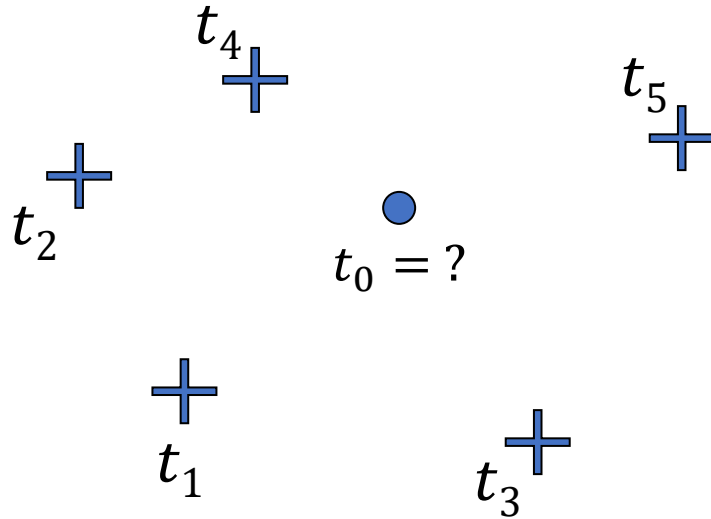
2. Estimation et influence de la densité

Estimation : Comment obtenir un modèle de blocs ?



2. Estimation et influence de la densité

Estimation



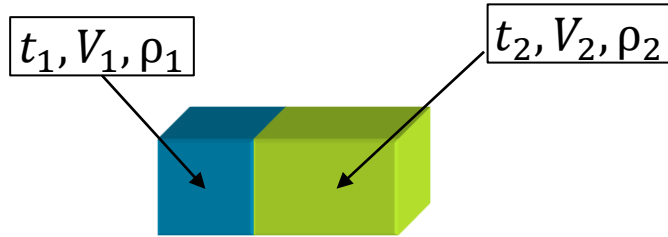
$$t_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i t_i$$

Pour un bloc:

Intégrer les valeurs ponctuelles dans le bloc ou discrétiser le bloc

2. Estimation et influence de la densité

Calcul de la densité théorique



$$V = V_1 + V_2$$
$$\rho = ?$$
$$t = ?$$

$$\rho = \frac{V_1\rho_1 + V_2\rho_2}{V_1 + V_2}$$

$$t = \frac{t_1V_1\rho_1 + t_2V_2\rho_2}{V_1\rho_1 + V_2\rho_2}$$

La quantité de métal dans un bloc est $tV\rho = tM$, M la masse totale du bloc.

Pour une même teneur et un même volume, il y a plus de métal dans un bloc à forte densité

Souvent, les variations de densité peuvent être considérées comme **négligeables** par rapport aux variations des teneurs ou des volumes

2. Estimation et influence de la densité

Que faire lorsque l'épaisseur et/ou la densité varient :

Généralement, on estime la quantité de métal dans un volume donné et on divise par le tonnage estimé pour ce même volume.

Soit : t_i : Teneur au point i

λ_i^* : Facteur de pondération dépendant de la méthode utilisée

e_i : Épaisseur au point i

ρ_i : Densité au point i

À un point « 0 », on estime la teneur par :

$$t_0^* = \frac{\sum_i \lambda_i t_i}{\sum_j \lambda_j}$$

Avec λ_i , le facteur total de pondération :

$$\lambda_i = \lambda_i^* \quad \text{quand « t » varie}$$

$$\lambda_i = \lambda_i^* e_i \quad \text{quand « t » et « e » varient}$$

$$\lambda_i = \lambda_i^* e_i \rho_i \quad \text{quand « t », « e » et « \rho » varient}$$



3. Notions de statistique

Moyenne arithmétique des teneurs :

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^n \lambda_i t_i$$

Écart-type des teneurs :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 (t_i - \bar{t})^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (\lambda_i t_i)^2\right) - \bar{t}^2}$$

Variance des teneurs

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 (t_i - \bar{t})^2$$

Espérance :

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i x_i$$

Variance centrée d'ordre 2 :

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}\left[\left[(X - \mathbb{E}[X])\right]^2\right]$$

Coefficient d'asymétrie:

$$\gamma_1 = \mathbb{E}\left[\left[\frac{(X - \mu)}{\sigma}\right]^3\right]$$

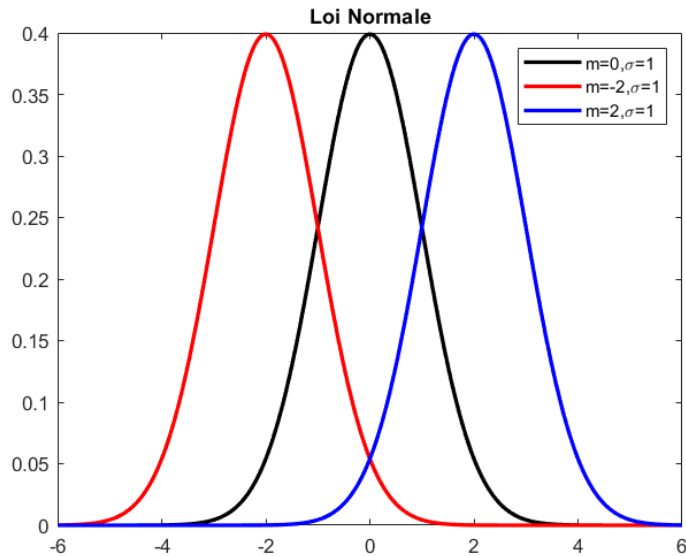
Coefficient Kurtosis :

$$\beta_2 = \mathbb{E}\left[\left[\frac{(X - \mu)}{\sigma}\right]^4\right]$$

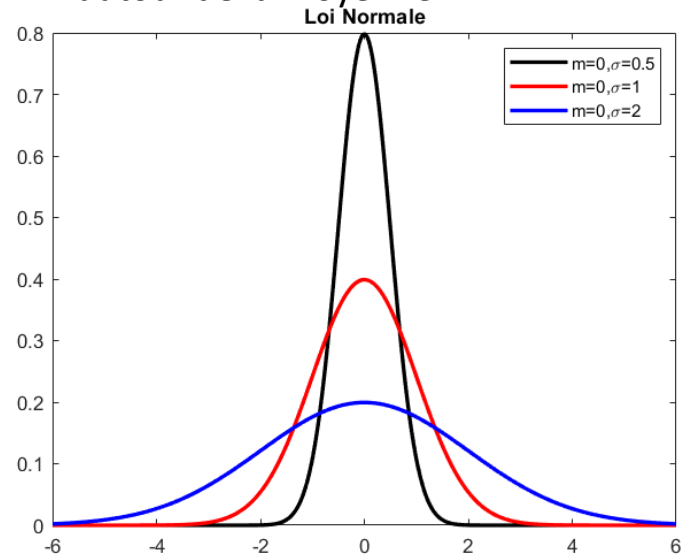
3. Notions de statistique

La distribution des teneurs se résume par certaines statistiques

La moyenne (m) : tendance centrale



L'écart-type (σ) : la dispersion autour de la moyenne



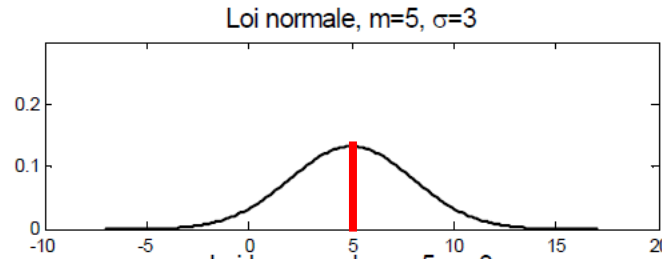
3. Notions de statistique

La distribution des teneurs se résume par certaines statistiques

Asymétrie : moment d'ordre trois de la variable centrée réduite

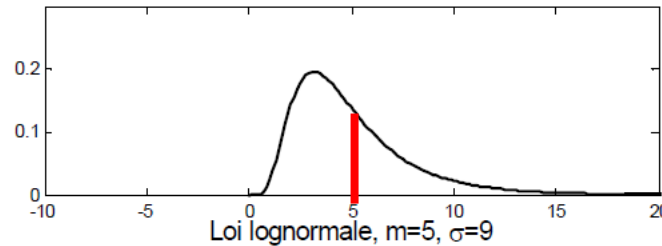
Positif : dérive vers la gauche

Négatif : dérive vers la droite

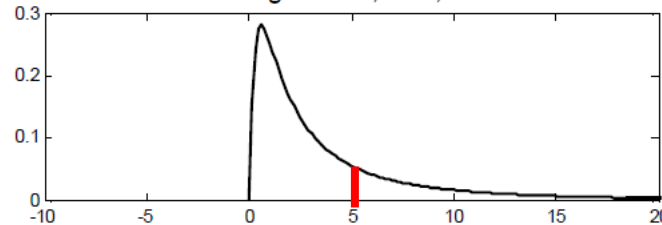


Coefficient d'asymétrie

=0.00



=0.44



=3.84

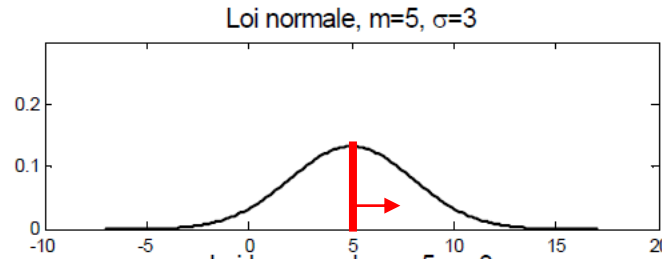


3. Notions de statistique

Le type de distribution peut influencer sur la valeur du gisement (asymétrie)

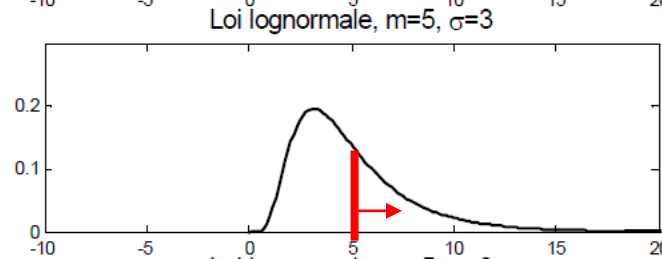
Teneur de coupure : 5

Diminution du profit et de la teneur lorsque l'asymétrie augmente

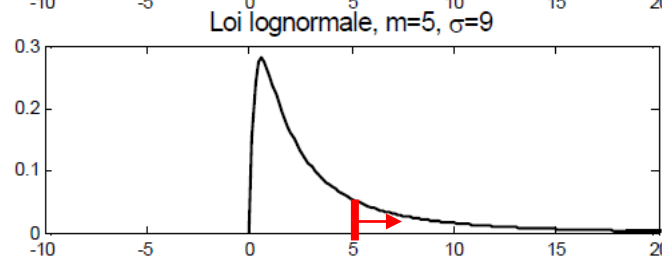


Coefficient d'asymétrie

=0.00



=0.44



=3.84



3. Notions de statistique

Stationnarité de la moyenne



$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i,$$

Diviser les domaines

3. Notions de statistique

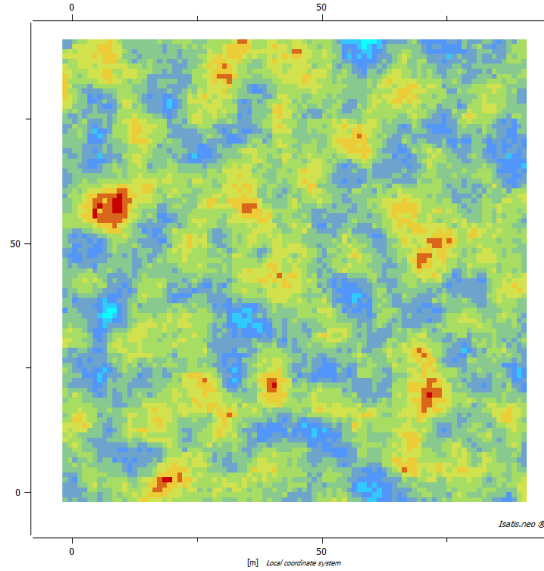
Stationnarité de la moyenne (Stationnarité intrinsèque)



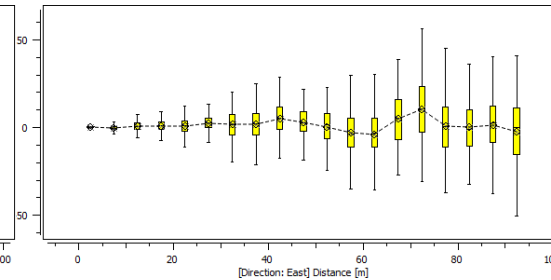
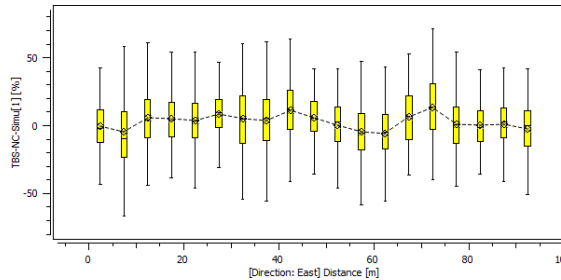
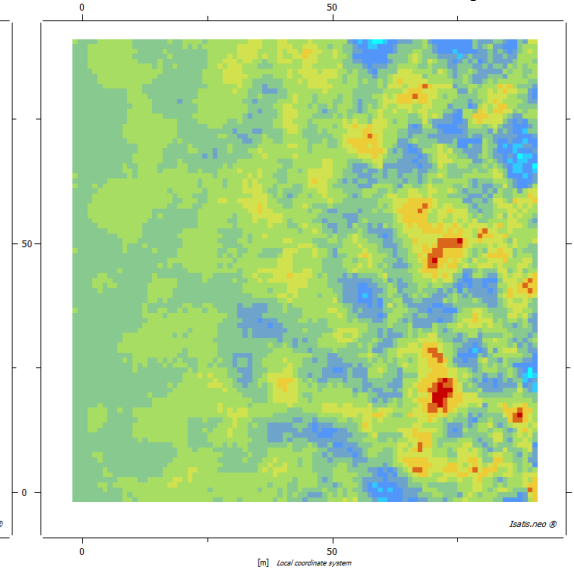
3. Notions de statistique

Stationnarité (moyenne et variance)

Stationnarité du 2^{ème} ordre



Stationnarité intrinsèque



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Principe : La teneur, t_0^* , estimée en un point, x_0 , est égale à la teneur du point connu le plus proche

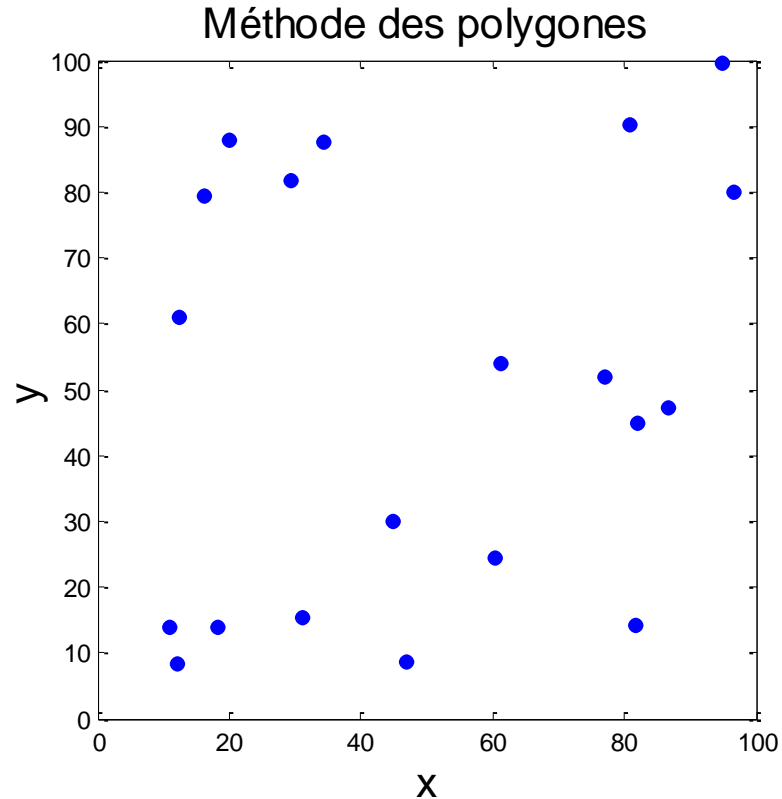
→ On doit définir des polygones (polygones de Voronoï) à teneur constante

Le même principe est appliqué pour l'épaisseur



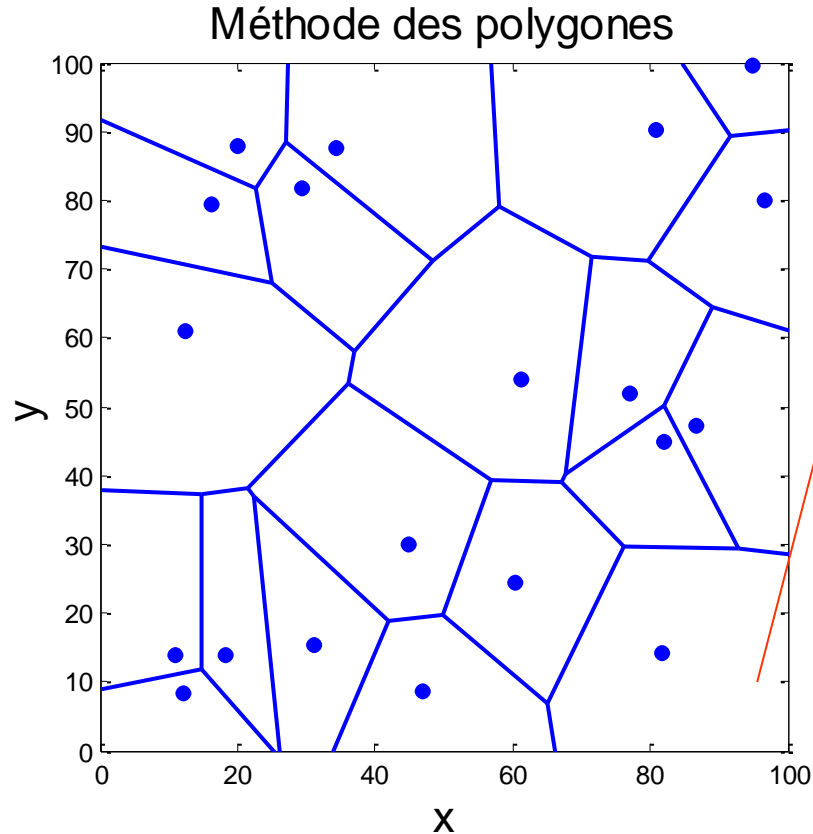
4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)



Le seul paramètre à spécifier est la règle de fermeture pour les polygones externes

Souvent: distance max

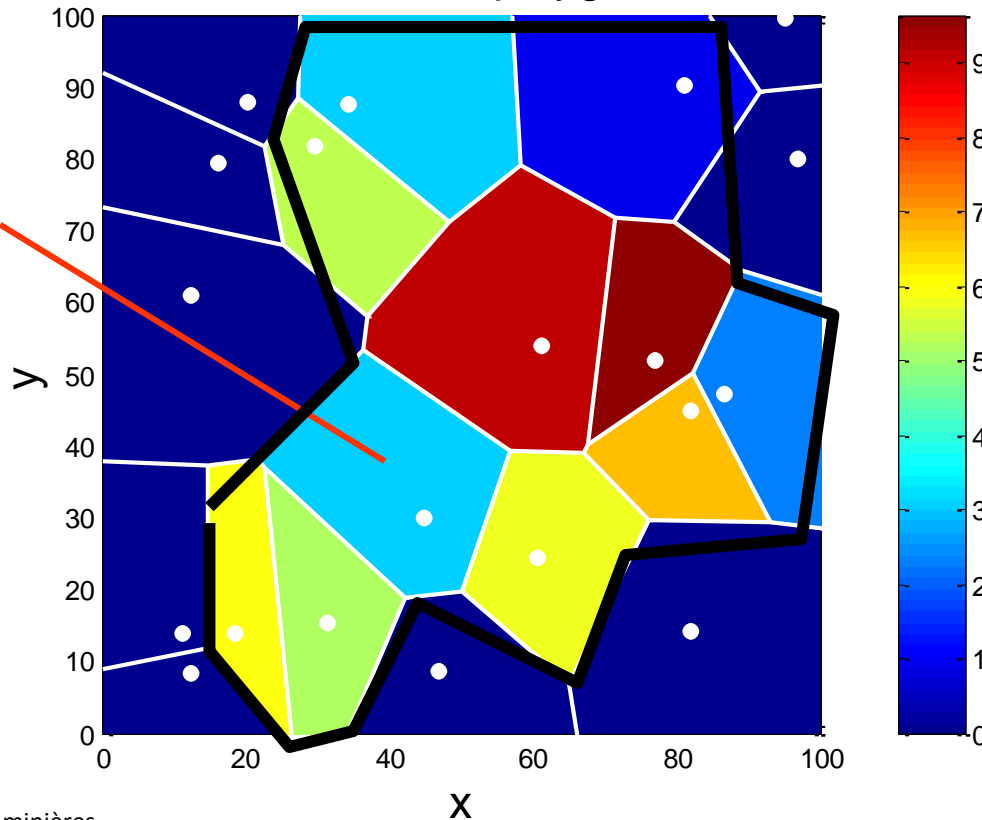


4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Méthode des polygones

Teneur



Design de la mine,
la teneur moyenne
est la moyenne
pondérée par les
« surfaces »

4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Comment obtenir les polygones ?

1. Obtenir la triangulation de Delaunay;
Triangles les + équilatéraux possibles
2. Tracer les perpendiculaires au milieu des côtés des triangles (médiatrices);
3. Identifier l'intersection des 3 médiatrices se rencontrant au centre du cercle circonscrit au triangle;
4. Relier les points d'intersection de deux triangles partageant un côté commun → Un côté du polygone.

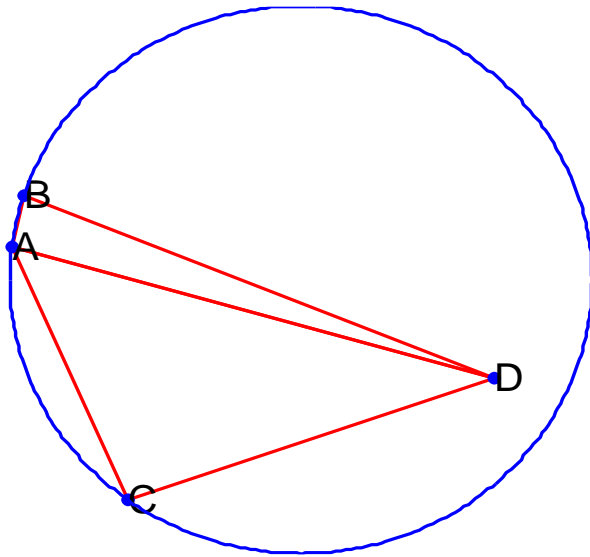


4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

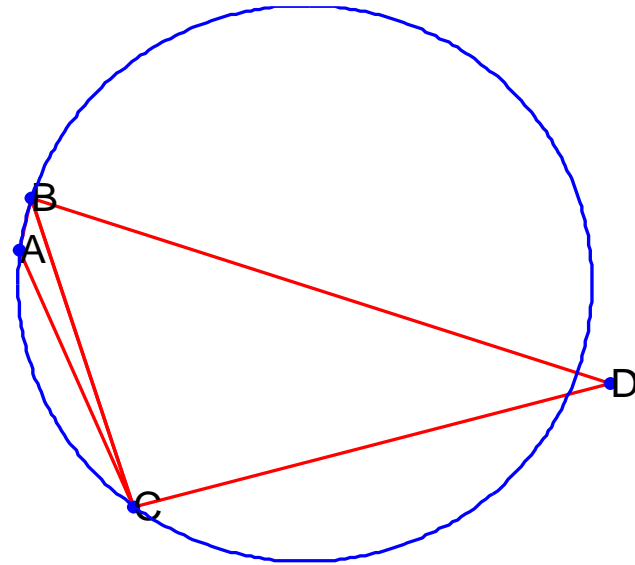
Méthode des polygones (plus proche voisin)

Comment obtenir les polygones ?

Triangularisation de Delaunay



D est dans le cercle ABC. Le triangle ABC n'est pas Delaunay



D n'est pas dans le cercle ABC. Le triangle ABC est Delaunay



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

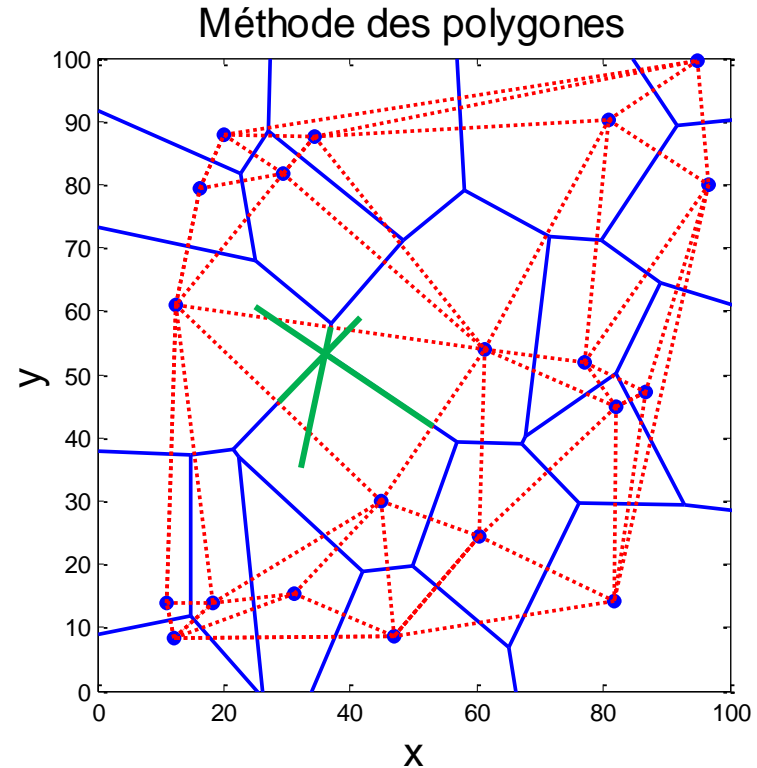
Méthode des polygones (plus proche voisin)

Comment obtenir les polygones ?

Tracer les médiatrices

Note:

Les côtés des polygones sont les médiatrices des triangles de Delaunay.

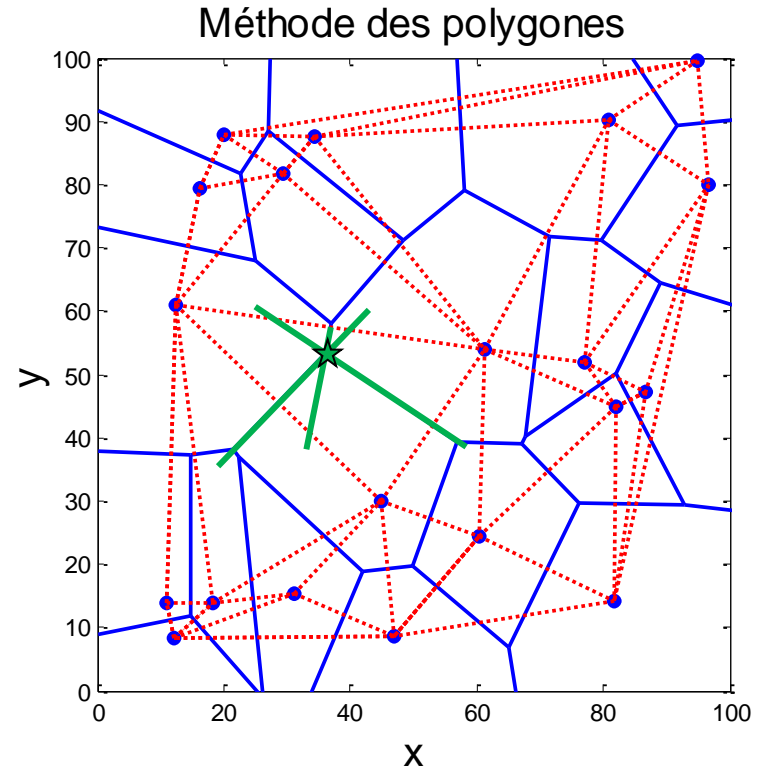


4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Comment obtenir les polygones ?

Identifier le point milieu

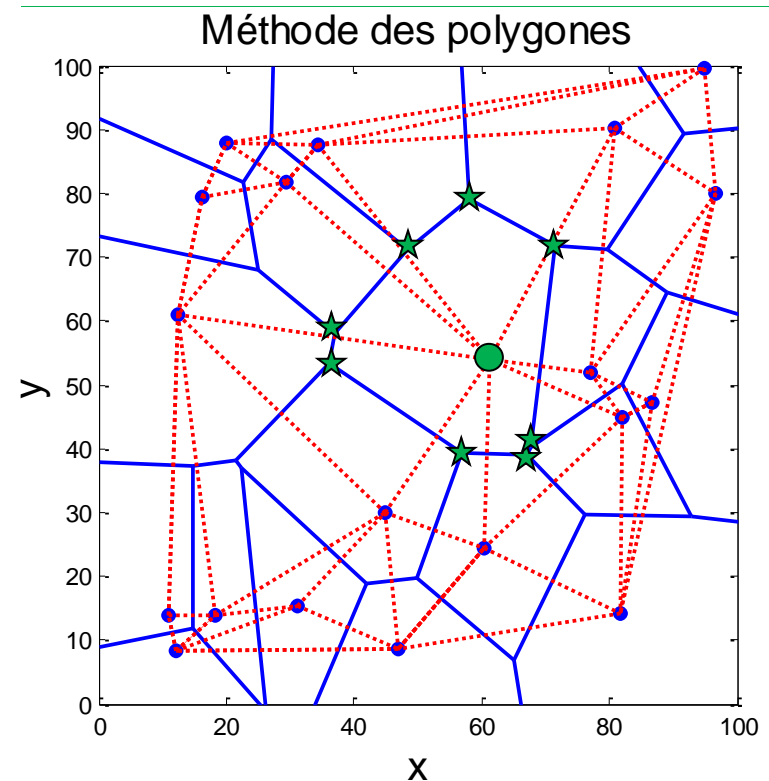


4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Comment obtenir les polygones ?

Relier les points d'intersection



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

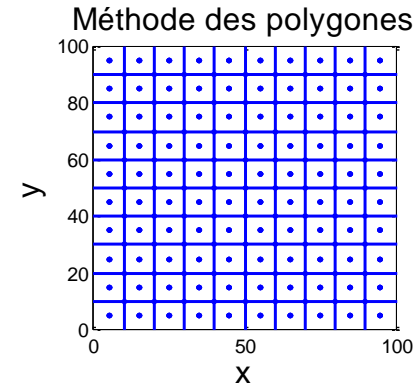
Estimations ponctuelles et blocs

Principe : Tous les points dans un polygone reçoivent la teneur de la donnée associée au polygone

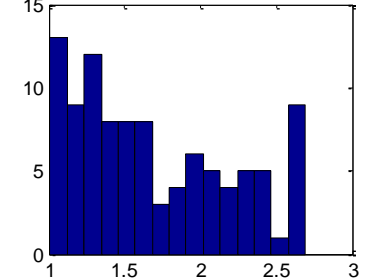
Exemple :

Une grille régulière → polygones sont des carrés

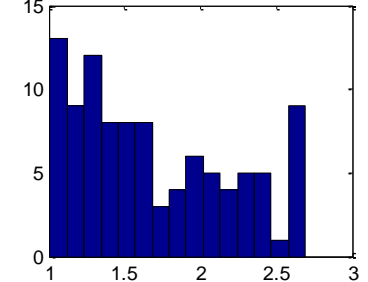
Estimés des blocs → même distribution statistique que les données



histogramme des données



histogramme des blocs (estimés)



Est-ce réaliste d'un point de vue statistique ?



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des polygones (plus proche voisin)

Estimations ponctuelles et blocs

- Peut bien estimer la proportion de points dépassant un seuil;

application en environnement

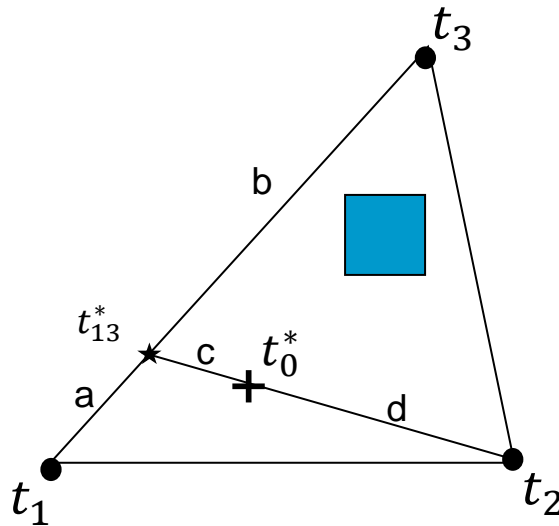
- Ne permet pas de bien déterminer **quels points dépassent le seuil** car méthode peu précise;
- Ne permet pas de déterminer la proportion de blocs ni quels blocs dépassent un seuil;
- Méthode présentant un **fort biais conditionnel**.



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Méthode des triangles

Pour estimation ponctuelle et de blocs
Il s'agit d'une interpolation linéaire



Blocs : moyenne des teneurs
ponctuelles estimées dans le bloc

$$t_{13}^* = t_1 + \left[\frac{a}{a+b} \right] (t_3 - t_1)$$

$$t_0^* = t_{13}^* + \left[\frac{c}{c+d} \right] (t_2 - t_{13}^*)$$

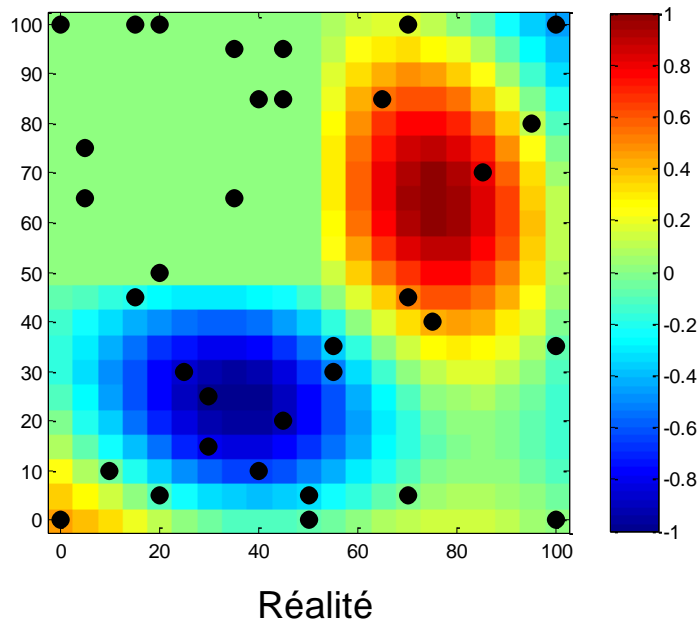
Pour trouver les valeurs de a , b , c et d , il faut déterminer la droite $(t_1 t_3)$ et la droite $(t_2 t_0^*)$.

L'intersection des deux droites fournit les coordonnées du point t_{13}^* .

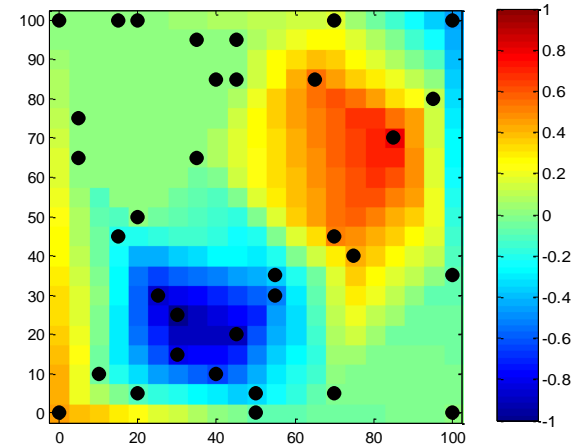
Pythagore permet de déterminer toutes les distances nécessaires.

4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

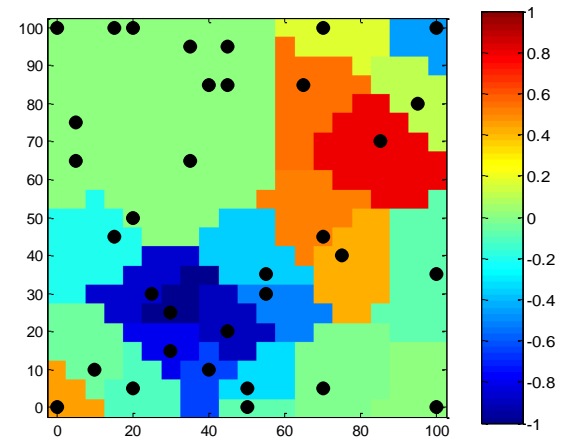
Comparaison (polygones versus triangles)



Triangles →



Polygones →



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Inverse de la distance

L'estimateur est de la forme :

$$t_0^* = \frac{\sum_i \frac{t_i}{d_i^b}}{\sum_i \frac{1}{d_i^b}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i t_i \quad \text{avec,} \quad \lambda_i = \frac{1/d_i^b}{\sum_j \frac{1}{d_j^b}}$$

où d_i est la distance entre le point à estimer et le $i^{\text{ème}}$ point observé.



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

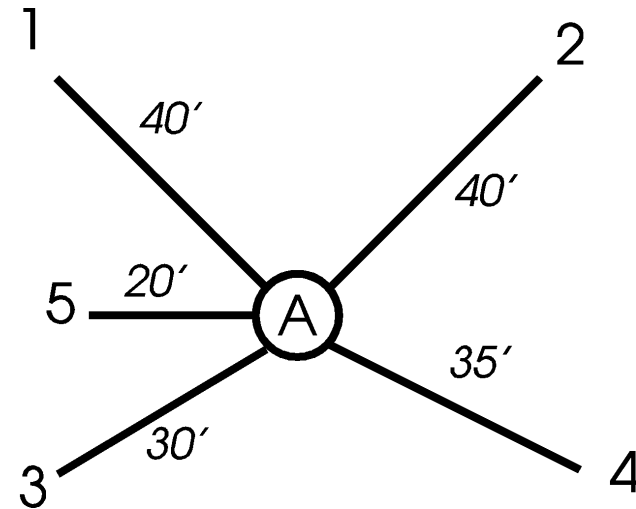
Inverse de la distance

Exemple

Estimation au point A avec $b=2$

$$t_0^* = \frac{\sum_i \frac{t_i}{d_i^b}}{\sum_i \frac{1}{d_i^b}}$$

#	distance	teneur %
1	40	1
2	40	1
3	30	1.5
4	35	1.5
5	20	3



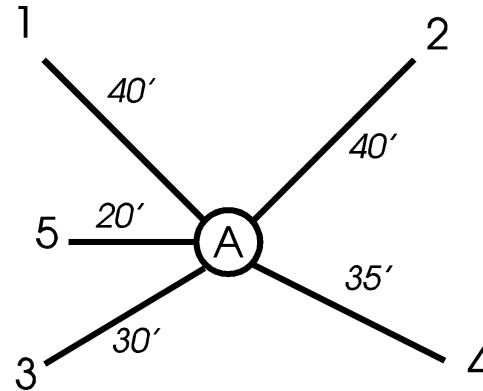
4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Inverse de la distance

Exemple

Estimation au point A avec b=2

#	distance	teneur %
1	40	1
2	40	1
3	30	1.5
4	35	1.5
5	20	3



$$t_0^* = \frac{\sum_i \frac{t_i}{d_i^b}}{\sum_i \frac{1}{d_i^b}}$$

$$t = \frac{(1/40^2 + 1/40^2 + 1.5/30^2 + 1.5/35^2 + 3/20^2)}{(1/40^2 + 1/40^2 + 1/30^2 + 1/35^2 + 1/20^2)} = 2.05\%$$

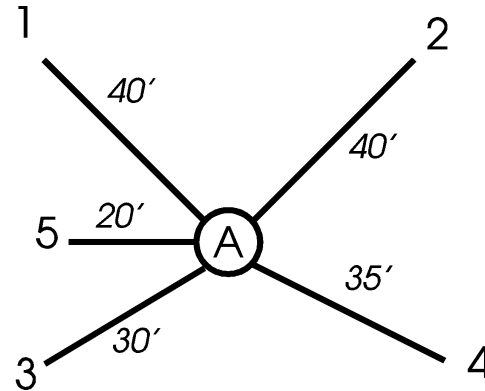
4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Inverse de la distance

Exemple

Estimation au point A avec $b=2$

#	distance	teneur %
1	40	1
2	40	1
3	30	1.5
4	35	1.5
5	20	3



$$t_0^* = \frac{\sum_i \frac{t_i}{d_i^b}}{\sum_i \frac{1}{d_i^b}}$$

Pour diminuer le nombre de données dans l'estimation, on a recours à un voisinage.

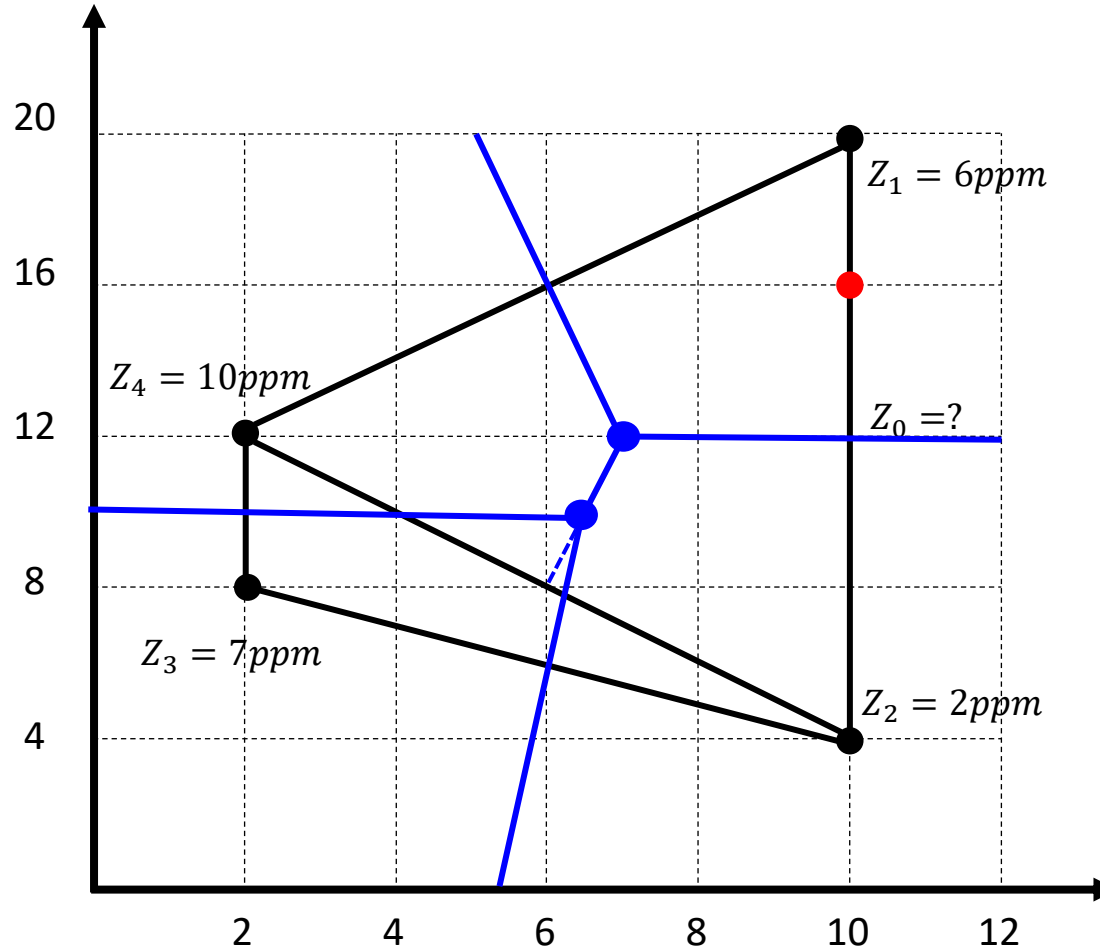
P. ex., on conserve que les points dont la distance est inférieure ou égale à 35'

Exercices en équipe

1) Estimation par méthodes conventionnelles



4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources



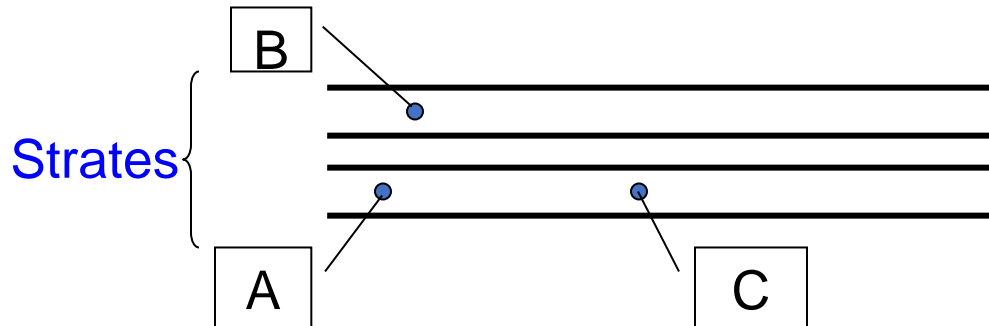
4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Inverse de la distance

Distance anisotrope

$$\sqrt{x^2 + (ay)^2}$$

si $a > 1$, alors un écart unitaire selon y correspond à une distance plus grande que le même écart en x



A est plus près de B que de C, pourtant il est logique de considérer C plus semblable à A (que B) mettre $a \gg 1$ permet de l'imposer.

4. Méthodes conventionnelles d'estimation des ressources

Note:

- Les méthodes sont définies pour une estimation ponctuelle;
- Pour un bloc, faire la moyenne des estimations ponctuelles dans le bloc;
- Si l'épaisseur (et/ou densité) varie, habituellement il faut estimer l'accumulation (a^*) et l'épaisseur (e^*) séparément et calculer la teneur comme $t^* = a^*/e^*$.



Exercices en équipe

2) Estimation par la technique d'accumulation



5. Critique des méthodes conventionnelles

- Inverse de la distance → plus de flexibilité ;
- Triangles → bons résultats si les données sont abondantes et de qualité;
Par exemple, représenter une topographie.
Extrapolation hasardeuse.
- Polygonale → à éviter;
Imprécise et ne fournit pas de teneurs réalistes pour des blocs.
- Localement, polygonale (1 donnée), triangles (3 données) et inverse de la distance (habituellement 5-50);
- Triangle, polygonale et inverse de la distance : interpolateur exact ;
Choix discutable lorsque les données sont entachées d'erreur
- Triangle et polygonale : surtout problèmes 2D (ex. veine; niveau d'une mine);
- Comparer les performances des méthodes par la technique de la validation croisée.



6. Validation croisée

Objectifs :

Permet de valider une méthode d'estimation

- Déterminer les paramètres d'une méthode d'estimation (p. ex., exposant b);
- Déterminer l'importance et l'orientation d'une éventuelle anisotropie;
- Distance maximale utilisée pour sélectionner les données lors de l'estimation;
- Déterminer le nombre de données à utiliser pour l'estimation;
- Comparer des méthodes d'estimation.

Technique du '*leave-one-out*' :

- Consiste à retirer une observation pour ensuite l'estimer à partir des autres données observées.
- Cela est répété pour tous les points.

$$e_i = t(x_i) - t^*(x_i)$$

Statistique pour comparaison :

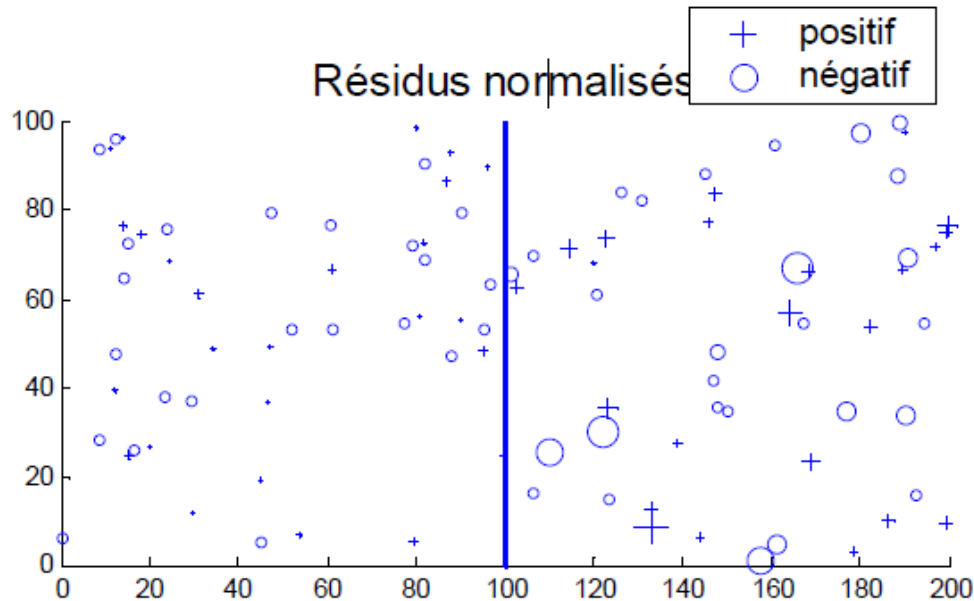
$$\sum_i e_i \approx 0, \min\left(\frac{1}{n} \sum_i |e_i|\right) \text{ ou } \min\left(\frac{1}{n} \sum_i e_i^2\right)$$



6. Validation croisée

Comparaison visuelle :

- Histogramme des résidus et résidus normalisés
- Carte des résidus et résidus normalisés



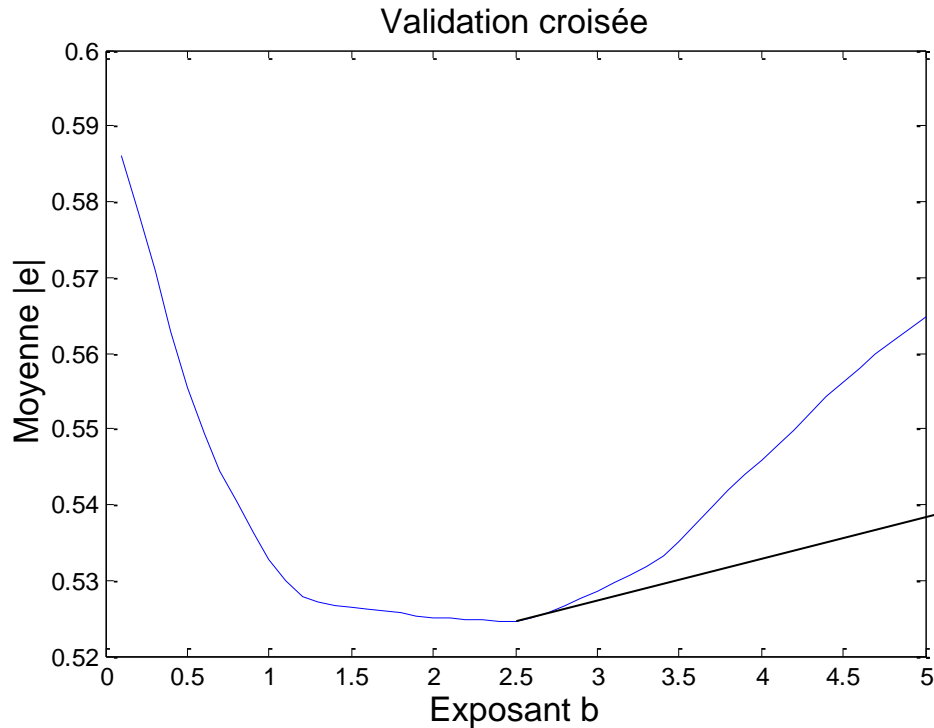
Diviser en deux zones distinctes ?



6. Validation croisée

Comparaison visuelle :

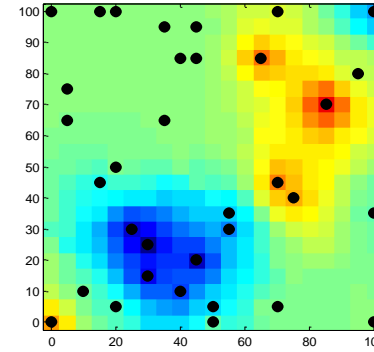
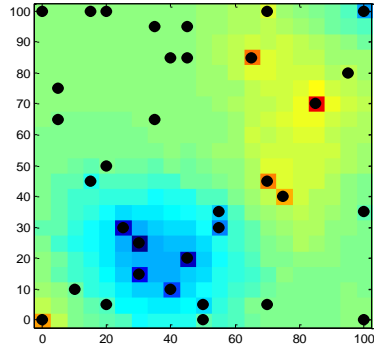
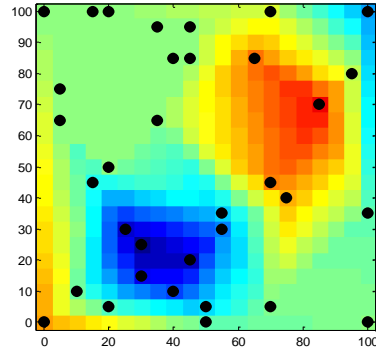
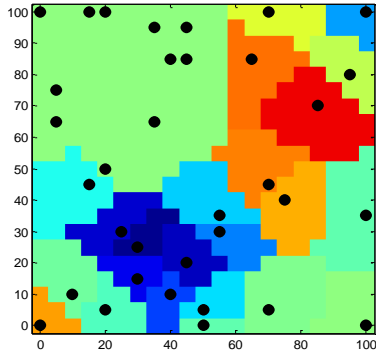
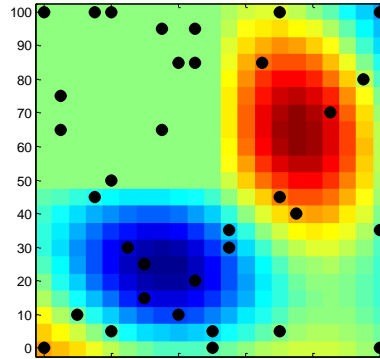
Sol contaminé à l'arsenic (données de l'EPA)



b=2.5 procure en moyenne l'erreur absolue minimale

6. Validation croisée

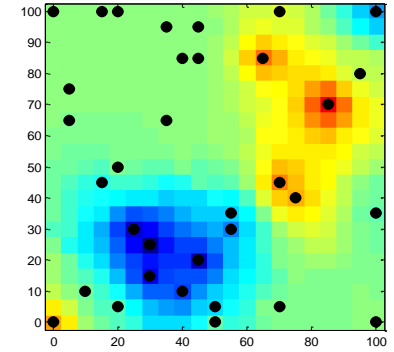
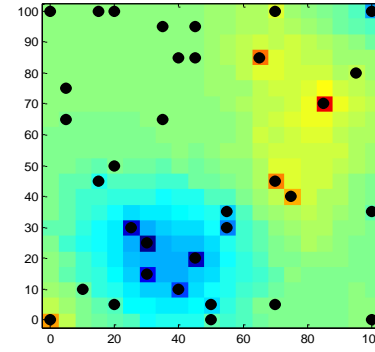
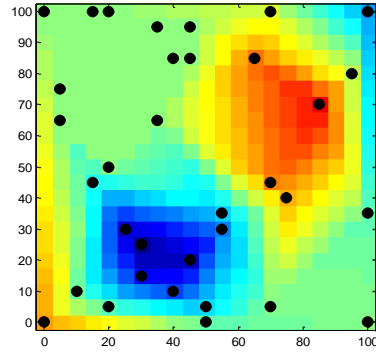
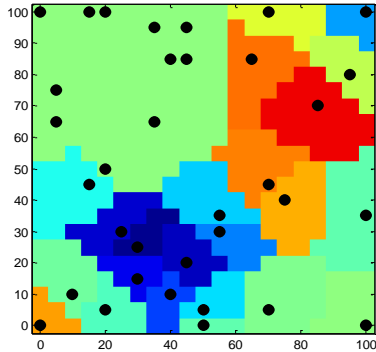
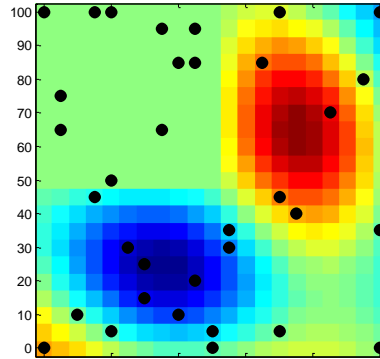
Comparaison visuelle :



6. Validation croisée

Comparaison visuelle :

Statistique : $\sum_i |e_i|$



Polygone	Triangles	Inv dist, b=1	Inv dist b=2
17	13	22	16

7. Méthode des sections

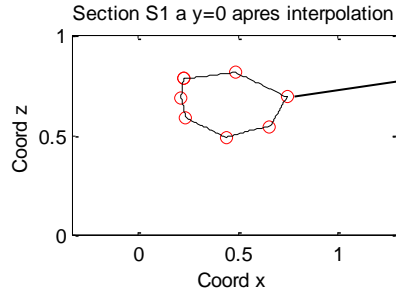
Principe : Consiste à tracer une suite de sections (habituellement parallèles) à travers un gisement, à déterminer les zones de minerais dans chaque section et à compiler le volume total en utilisant les distances entre chaque section.

- Conserver l'approche géométrique pour définir l'enveloppe du gisement en 2D (i.e. forages → définir l'enveloppe minéralisée sur chaque section)
- Passage section → 3D par « modélisation solide »
- Estimer les teneurs séparément dans un modèle de blocs (p. ex., par krigeage)
- Intersection modèle de blocs et géométrie du gisement → teneur du solide

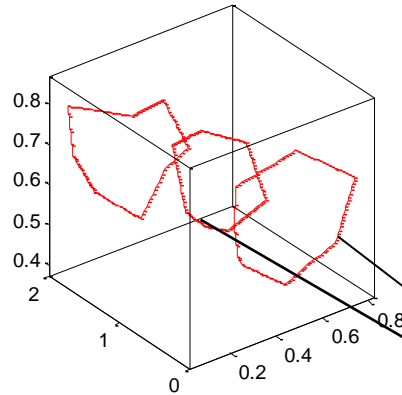
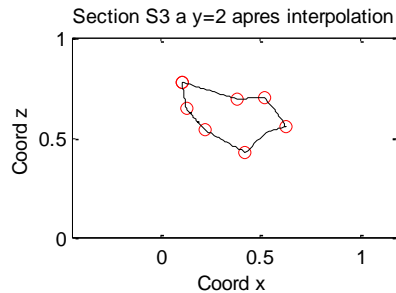
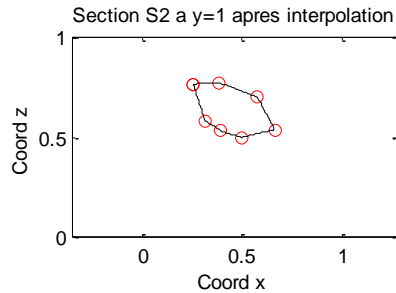
Cette méthode est particulièrement indiquée dans le cas de gisements en forme de veines ou de lentilles. Les sections parallèles sont habituellement orthogonales au corps minéralisé.



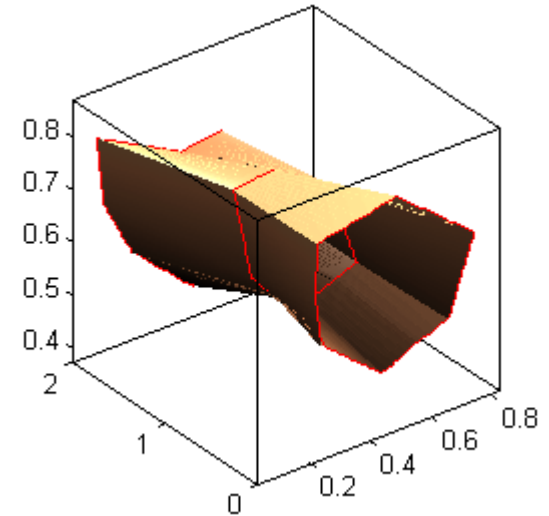
7. Méthode des sections – Déterministique (explicite)



Points servant à définir le polygone
Le tracé est interpolé en un grand nombre de points



Les points d'interpolation de deux sections consécutives sont joints par des triangles

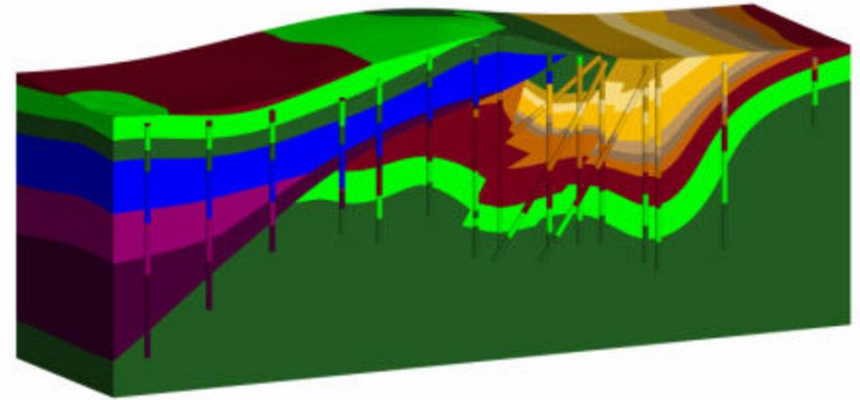
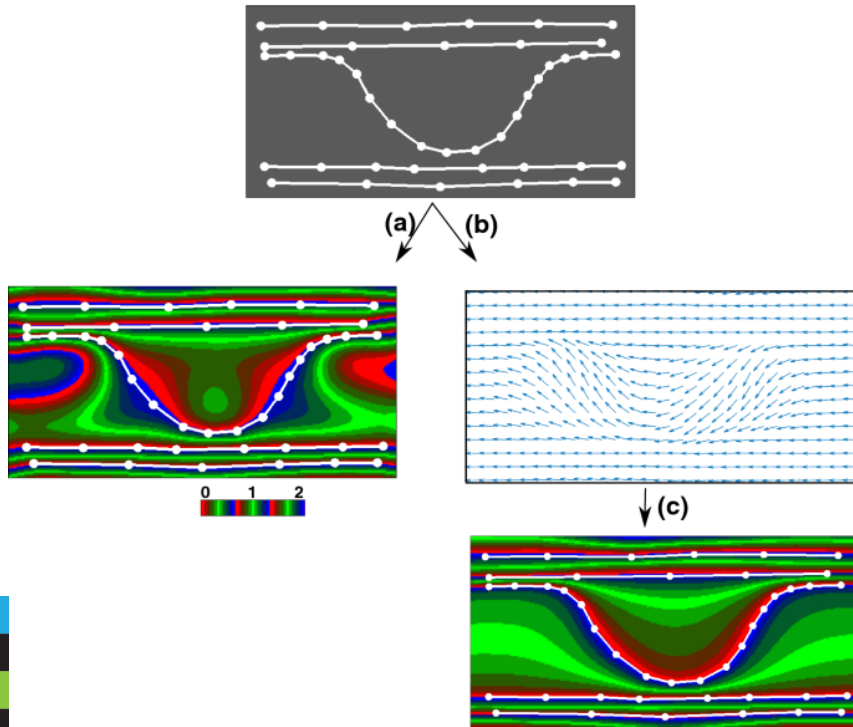


7. Méthode des sections – Déterministique (explicite)

Sept figures de cas simple

Méthode pour les volumes	Teneur varie	Formule pour le volume	Formules pour teneur moyenne du volume entre deux sections S_1 et S_2
Surface brusque	B	$V = \frac{(S_1 + S_2)L}{2}$	$\bar{t} = \frac{S_1 t_1 + S_2 t_2}{S_1 + S_2}$
Surface lin.	B	$V = \frac{(S_1 + S_2)L}{2}$	$\bar{t} = \frac{(3S_1 + S_2)t_1 + (3S_2 + S_1)t_2}{4[S_1 + S_2]}$
	L		$\bar{t} = \frac{(2S_1 + S_2)t_1 + (2S_2 + S_1)t_2}{3[S_1 + S_2]}$
Cône tronqué	B	$V = \frac{(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})L}{3}$	$\frac{(7S_1 + S_2 + 4(S_1 S_2)^{1/2})t_1 + (7S_2 + S_1 + 4(S_1 S_2)^{1/2})t_2}{8[S_1 + S_2 + (S_1 S_2)^{1/2}]}$
	L		$\frac{(3S_1 + S_2 + 2(S_1 S_2)^{1/2})t_1 + (3S_2 + S_1 + 2(S_1 S_2)^{1/2})t_2}{4[S_1 + S_2 + (S_1 S_2)^{1/2}]}$
Obélisque	B	$V = \frac{(2S_1 + 2S_2 + a_1 b_2 + a_2 b_1)L}{6}$	$\frac{a_1 b_1 (7t_1 + t_2) + (2t_1 + 2t_2)(a_2 b_1 + a_1 b_2) + a_2 b_2 (t_1 + 7t_2)}{8a_1 b_1 + 8a_2 b_2 + 4a_1 b_2 + 4a_2 b_1}$
	L		$\frac{a_1 b_1 (3t_1 + t_2) + (t_1 + t_2)(a_2 b_1 + a_1 b_2) + a_2 b_2 (t_1 + 3t_2)}{4a_1 b_1 + 4a_2 b_2 + 2a_1 b_2 + 2a_2 b_1}$

7. Méthode des sections – Déterministique (implicite)



8. Calcul de la densité théorique

Certaines mines calculent la densité du minerai à partir des analyses chimiques obtenues

Deux approches :

- formule empirique obtenue par régression;
- calcul basé sur la minéralogie déduite de l'analyse chimique

Exemple : Gisement de Cu

- Le Cu est contenu dans la chalcoppyrite ($\rho=4.2$, la teneur en Cu dans chalcoppyrite est de 35%);
- La chalcoppyrite est le seul sulfure présent;
- Les autres minéraux ont une densité voisine de 3;

Déterminer la densité d'un minerai ayant 1% Cu ? 5% Cu ?



8. Calcul de la densité théorique

Pour 1% Cu

1 % Cu \rightarrow $1/0.35=2.86\%$ chalcoppyrite

100 g roche \rightarrow 2.86 g chalco \rightarrow volume de chalco = $2.86 \text{ g} / 4.2 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 0.68 \text{ cm}^3$

\rightarrow 97.14 g gangue \rightarrow volume de gangue $\rightarrow 97.14 \text{ g} / 3 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 32.38 \text{ cm}^3$

Volume total = 33.06 cm^3

Masse volumique théorique = $100\text{g} / 33.06 \text{ cm}^3 = 3.02 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \rho = 3.02$

Pour 5% Cu

5 % Cu \rightarrow $5/0.35=14.29\%$ chalcoppyrite

100 g roche \rightarrow 14.29 g chalco \rightarrow volume de chalco = $14.29 \text{ g} / 4.2 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 3.40 \text{ cm}^3$

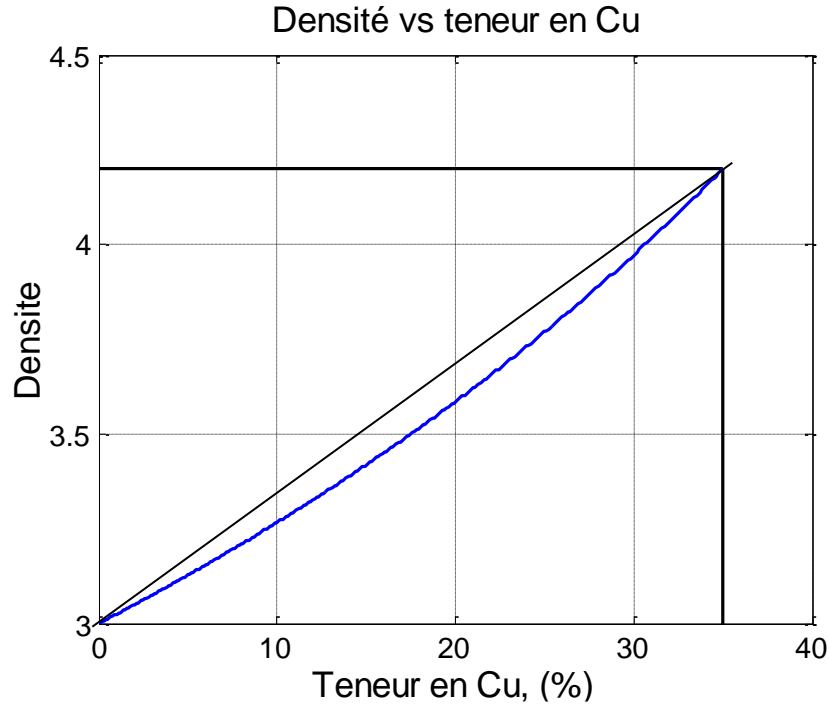
\rightarrow 85.71 g gangue \rightarrow volume de gangue $\rightarrow 85.71 \text{ g} / 3 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 28.57 \text{ cm}^3$

Volume total = 31.97 cm^3

Masse volumique théorique = $100\text{g} / 31.97 \text{ cm}^3 = 3.13 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \rho = 3.13$



8. Calcul de la densité théorique



Note: $3.13 \neq 0.857 \cdot 3 + 0.143 \cdot 4.2 = 3.17$

La variation de la densité n'est pas linéaire en fonction de la teneur en Cu

8. Calcul de la densité théorique

Que faire si on a plus qu'un sulfure (p. ex., chalcopryrite et pyrite) ?

% Cu \rightarrow % chalcopryrite

% S – (%S dans chalcopryrite) \rightarrow % pyrite

Seulement si on suppose que S provient uniquement de la pyrite et de la chalcopryrite

Cas général \rightarrow système d'équations linéaires $Ax = b$

$A(i, j)$: teneur de l'élément « i » dans le minéral « j » connu par la formule chimique du minéral

$b(i)$: teneur de l'élément « i » dans la roche connu par l'analyse chimique

$x(j)$: teneur du minéral « j » dans la roche, $x(n)$ est la gangue. à déterminer

On a aussi la contrainte que $\sum x(j) = 1$

Pour réduire le nombre d'inconnues, on n'isole que les minéraux ayant une densité nettement différente de la « gangue ».

8. Calcul de la densité théorique

Exemple : Gisement de Cu et de Zn.

- Le Cu dans la chalcopryrite (CuFeS_2) et la chalcocite (Cu_2S);
- Le Zn dans la sphalérite (ZnS);
- La roche contient aussi de la pyrite (FeS_2);
- Il y a en moyenne 2% de Fe dans la gangue, mais pas de soufre.

Analyse \rightarrow 6% Cu, 9% Zn, 10% S, 5% Fe

Poids atomique et formule stœchiométrique :

35% Cu dans chalcopryrite
 80% Cu dans chalcocite
 67% Zn dans la sphalérite
 35% S dans la chalcopryrite
 20% S dans la chalcocite
 33% S dans la sphalérite
 53% S dans la pyrite
 30% Fe dans la chalcopryrite
 47% Fe dans la pyrite

$$\begin{array}{l}
 \text{Cu-} \rightarrow \\
 \text{Zn-} \rightarrow \\
 \text{S-} \rightarrow \\
 \text{Fe-} \rightarrow
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0.35 & 0.80 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.67 & 0 & 0 \\
 0.35 & 0.20 & 0.33 & 0.53 & 0 \\
 0.30 & 0 & 0 & 0.47 & 0.02 \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \text{Chalcopryrite} \\
 \text{Chalcocite} \\
 \text{Sphalérite} \\
 \text{Pyrite} \\
 \text{Gangue}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0.06 \\
 0.09 \\
 0.10 \\
 0.05 \\
 1
 \end{bmatrix}$$

8. Calcul de la densité théorique

Solution :

Chalcopyrite	=	0	%
Chalcocite		7.7	
Sphalérite		13.43	
Pyrite		7.9	
Gangue		71.4	

Densité

Chalcopyrite :	4.1
Chalcocite :	5.6
Sphalérite :	4.1
Pyrite :	5.0
Gangue :	2.9

Calcul de la densité théorique :

Volume pour 100 g de roche

chalcopyrite : $0 \text{ g} / 4.1 \text{ g/cm}^3 = 0 \text{ cm}^3$

chalcocite : $7.7 / 5.6 = 1.38 \text{ cm}^3$

sphalérite : $13.43 / 4.1 = 3.28 \text{ cm}^3$

pyrite : $7.9 / 5.0 = 1.58 \text{ cm}^3$

gangue : $71.4 / 2.9 = 24.62 \text{ cm}^3$

Volume total: 30.86 cm^3

Masse volumique : $100 \text{ g} / 30.86 \text{ cm}^3 = 3.24 \text{ g/cm}^3$

Densité théorique: 3.24



8. Calcul de la densité théorique

Effet de la porosité sur la densité :

$$\text{porosité} \equiv n = \frac{V_{\text{vide}}}{V_{\text{roche}} + V_{\text{vide}}}$$

$$\rho_{\text{réelle}} = \frac{M_{\text{roche}}}{V_{\text{roche}} + V_{\text{vide}}} = \frac{V_{\text{roche}} \rho_{\text{théorique}}}{V_{\text{roche}} + V_{\text{vide}}} = (1 - n) \rho_{\text{théorique}}$$



8. Calcul de la densité théorique

Exercices en équipe

4) Calcul de la densité théorique et des teneurs par une analyse chimique

