

GLQ3401/GLQ3651 : Première partie
Cours 3 : Théorie de Gy et
Échantillonnage



**POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

GLQ3401/GLQ3651 : Première partie

Partie 1 : Échantillonnage



**POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

Objectifs

- Expliquer l'objectif d'une campagne d'échantillonnage;
- Comprendre les notions de biais, de précision et de justesse;
- Connaître les différentes méthodes d'échantillonnage en mine et les causes possibles de biais;
- Être en mesure d'identifier le rôle d'un ingénieur dans une campagne d'échantillonnage;
- Savoir gérer les problématiques liées aux teneurs anormalement élevées;
- Maîtriser les trois outils principaux de contrôles de qualité;
- Identifier les biais à partir des résultats de contrôles de qualité et de duplicata.



Plan du cours (Partie 1)

Échantillonnage

1. Objectifs de l'échantillonnage
2. Notion de biais, précision, justesse
3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais
 - Écailles (« chip »)
 - Cannelures ou rainures (« channel »)
 - Forages destructifs
 - Mine souterraine
 - Mine à ciel ouvert
 - Forages au diamant
 - Échantillons systématiques de la production
 - Échantillons du convoyeur
 - Échantillons en vrac (« bulk »)
4. Rôle de l'ingénieur géologue
5. Teneurs anormalement élevées
6. Contrôle de qualité et duplicata



1. Objectifs de l'échantillonnage

- **Connaître la teneur** en quelques « points » en vue d'**extrapoler** ces teneurs à **l'ensemble du gisement** (estimation) pour **quantifier les ressources et réserves** et **diriger** l'exploitation (« grade control »)
- Effectuer un **contrôle de qualité** de la **production**, teneurs de production versus les estimations préalables (« réconciliation »).
- **Identifier** les sources potentielles de **problèmes**
 - Estimation (revoir méthode d'estimation, modèle géologique, données suffisantes?,...)
 - Production (ex. trop grande dilution du minerai due à un mauvais contrôle des forages)
- **Contrôle de qualité du produit livré** : teneurs prévues au contrat (ex. sel à >94% NaCl; minerai de fer avec moins de 1% de phosphore)



1. Objectifs de l'échantillonnage

- En mine, un échantillon est une **petite quantité** de matière censée **représenter** un ensemble (un « lot ») plus grand de matière.

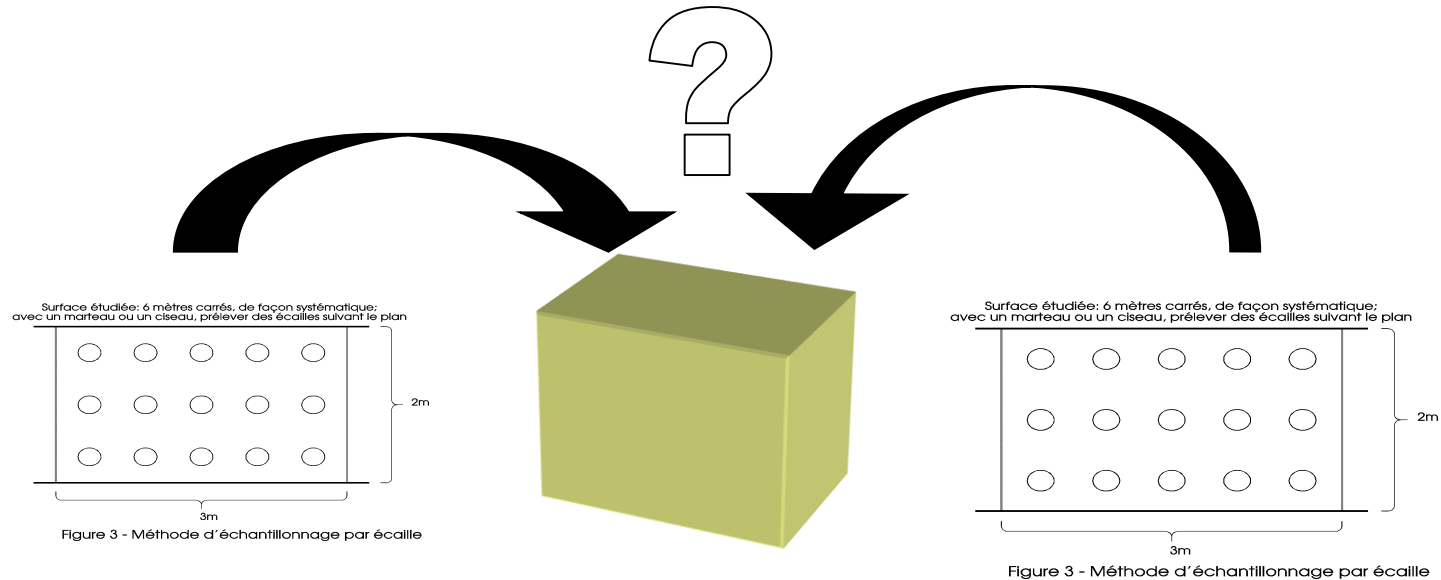
Exemples :

- Échantillonner la face d'une galerie;
- Échantillonner les « cuttings » d'un forage de production;
- Échantillonner le minerai d'un wagonnet.



1. Objectifs de l'échantillonnage

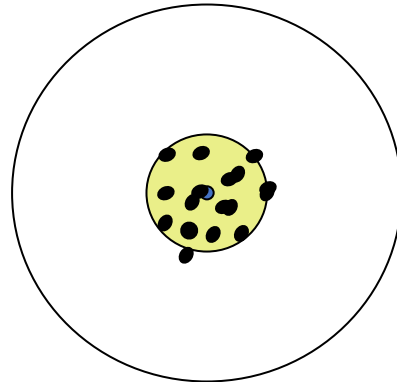
Une fois les échantillons obtenus, on peut vouloir extrapoler les teneurs obtenues pour les échantillons à un volume beaucoup plus grand de roche. Ceci constitue un **problème d'estimation**.



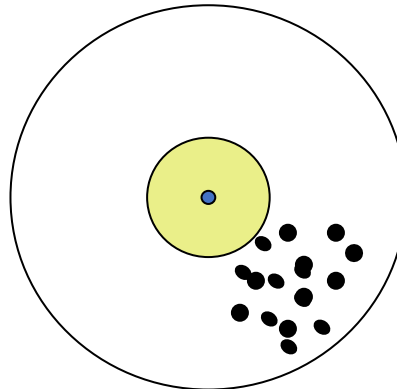
2. Notions de biais, précision, justesse

La vraie valeur du lot est au centre de la cible

Chaque point représente le résultat d'un échantillon



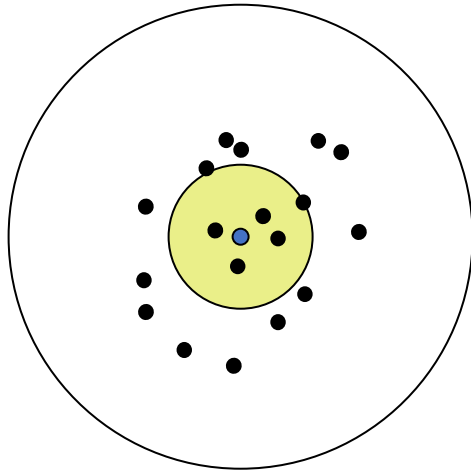
Précis et sans biais : juste



Précis, mais biaisé



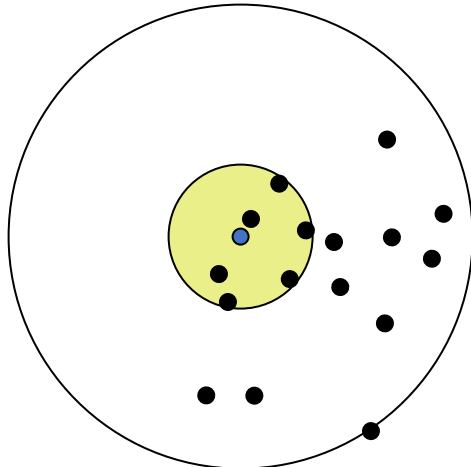
2. Notions de biais, précision, justesse



Imprécis, mais sans biais

Biais:

- Surtout associé à la façon de prélever l'échantillon initial;
- Parfois lors de la préparation pour l'analyse.



Imprécis et biaisé

Précision:

- Toutes les étapes y contribuent, échantillon initial et préparation à l'analyse (cf. théorie de P. Gy)



Atelier interactif

On vous présente des techniques
d'échantillonnage;

Vous identifiez, en équipe, les plus grandes
sources de biais (s'il y en a)



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

1- Échantillonnage par écaillage

Surface étudiée: 6 mètres carrés, de façon systématique;
avec un marteau ou un ciseau, prélever des écailles suivant le plan

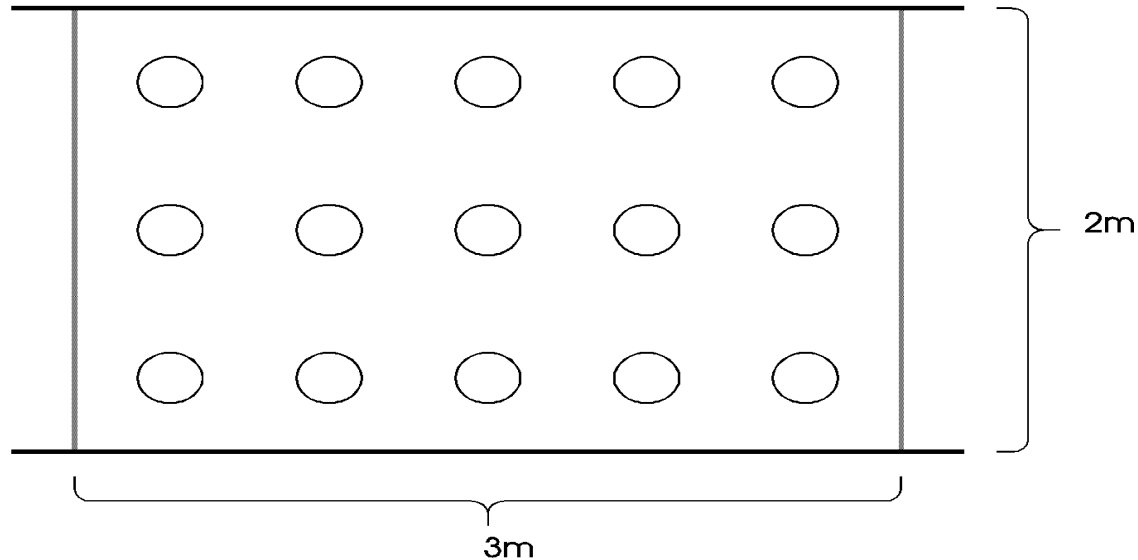


Figure 3 - Méthode d'échantillonnage par écaille



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

1- Échantillonnage par écaillage

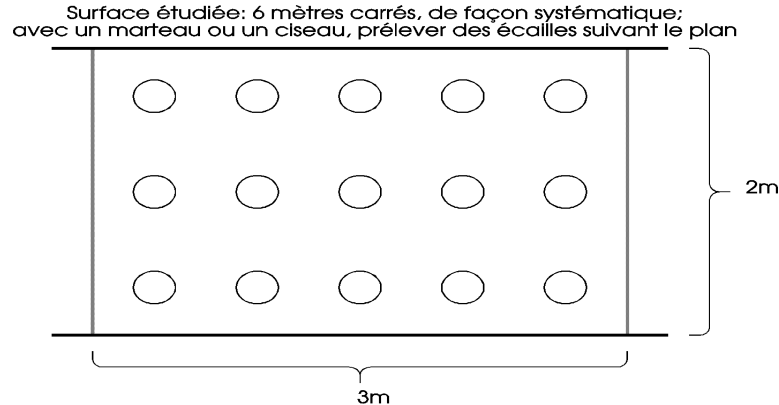


Figure 3 - Méthode d'échantillonnage par écaille

Causes de biais : écailles de taille et de profondeur variables dues à des variations de dureté de la roche

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

2- Échantillonnage par cannelure

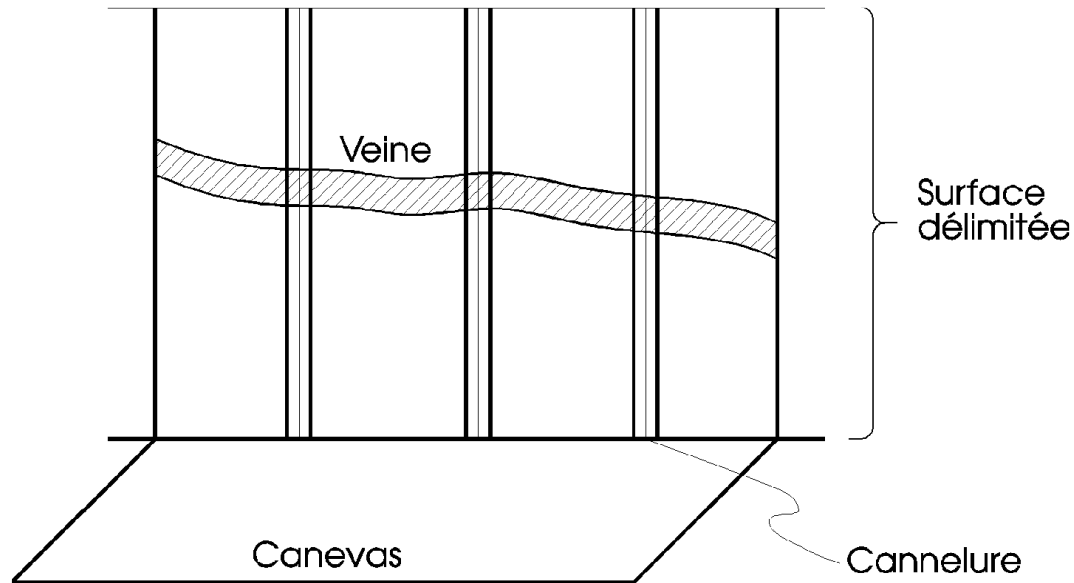


Figure 3.2 - Échantillonnage par cannelure



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

2- Échantillonnage par cannelure

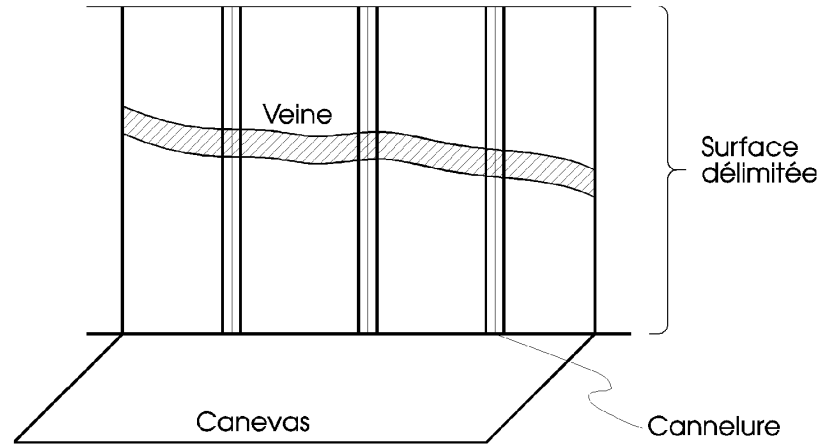


Figure 3.2 - Échantillonnage par cannelure

Causes de biais :

- Cannelures de **largeur et de profondeur variables** dues à des variations de dureté de la roche;
- **Position ou longueur mal ajustées** à la zone que l'on veut représenter.

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

2- Échantillonnage par cannelure

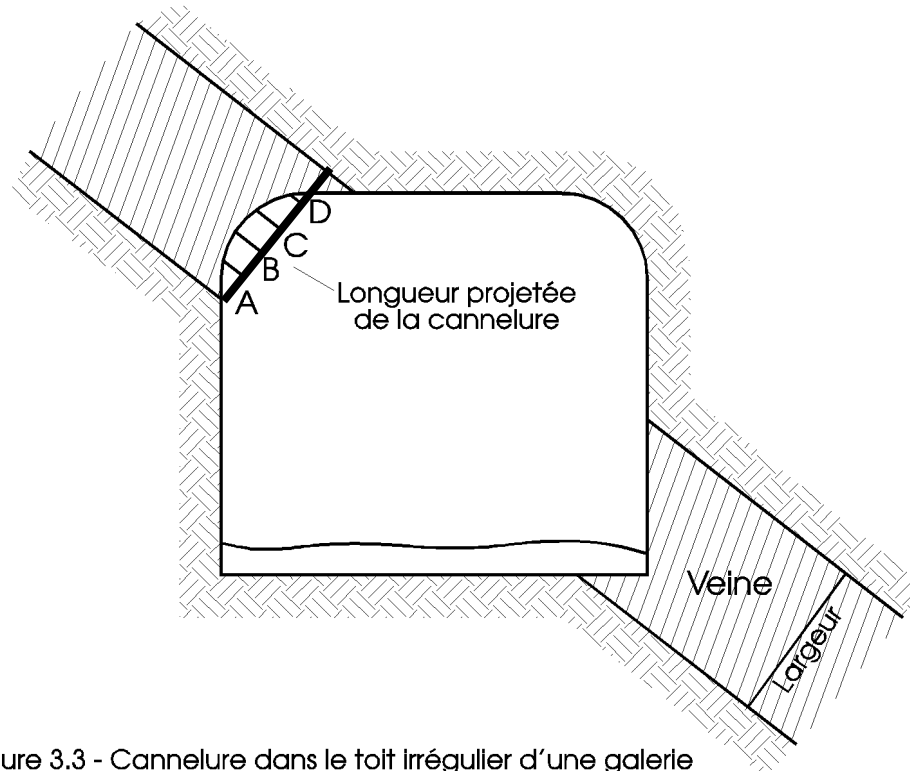


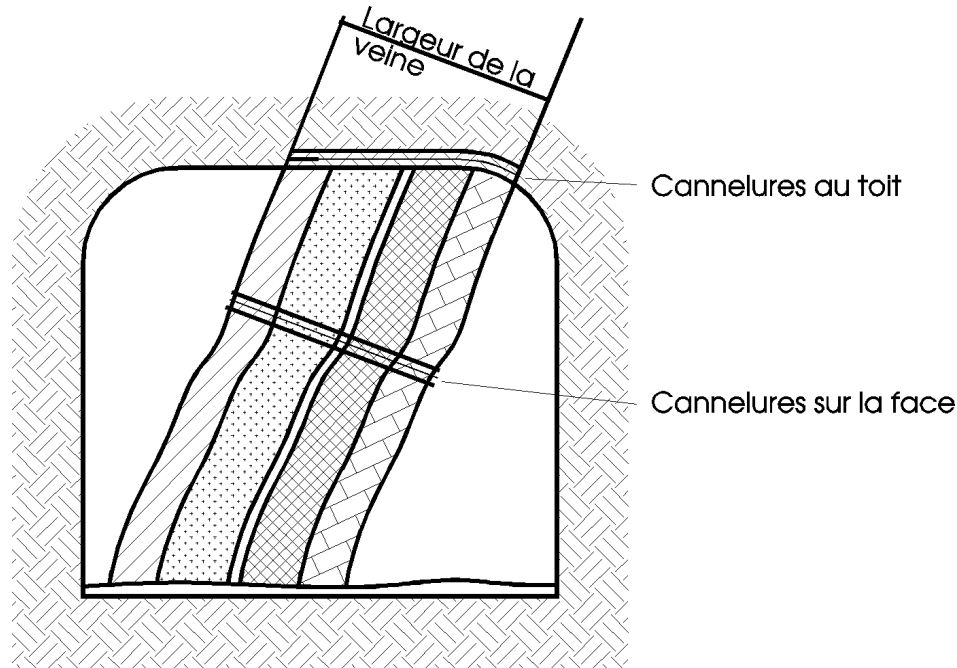
Figure 3.3 - Cannelure dans le toit irrégulier d'une galerie

La quantité de matériau formant l'échantillon doit être ajustée pour tenir compte de la courbure de la galerie.

Dans le calepin de notes, indiquer la section projetée perpendiculairement à la veine. Dans une telle section, il faut tenter d'obtenir une quantité équivalente d'échantillon pour chaque pied de longueur projetée.

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

2- Échantillonnage par cannelure (couches rubanées)



La limite des échantillons de cannelure peut coïncider à la limite des bancs de roches différentes pour éviter la cause d'erreur liée aux variations de dureté ou de friabilité des roches.

Figure 3.4 - Cannelures dans des couches rubanées
5 types de roches = 5 échantillons dans la cannelure

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

3- Échantillons de forages destructifs (mines à ciel ouvert)

- Déblais recueillis à la tête de la foreuse
 - Au sol (à éviter)
 - En dirigeant les déblais vers un récupérateur
- Un échantillon est prélevé dans la masse de déblais. L'échantillon est censé représenter l'ensemble du forage pour l'épaisseur du banc traversé.



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

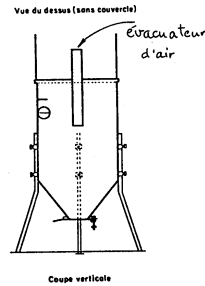
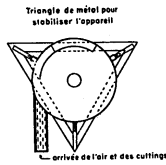
3- Échantillons de forages destructifs (mines à ciel ouvert)

Avec un récupérateur

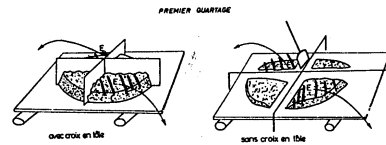
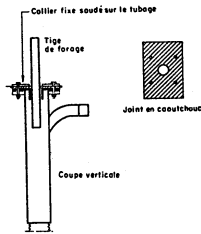
Figure 3.8

Récupérateur de cuttings et quartage

RÉCUPÉRATEUR DE CUTTINGS
MODELE BRGM

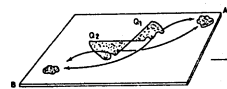


TÊTE DU TUBAGE
MODIFIÉE POUR L'UTILISATION
DU RÉCUPÉRATEUR



E: Quarts éliminés

2: MÉLANGE DES QUARTIERS RESTANTS



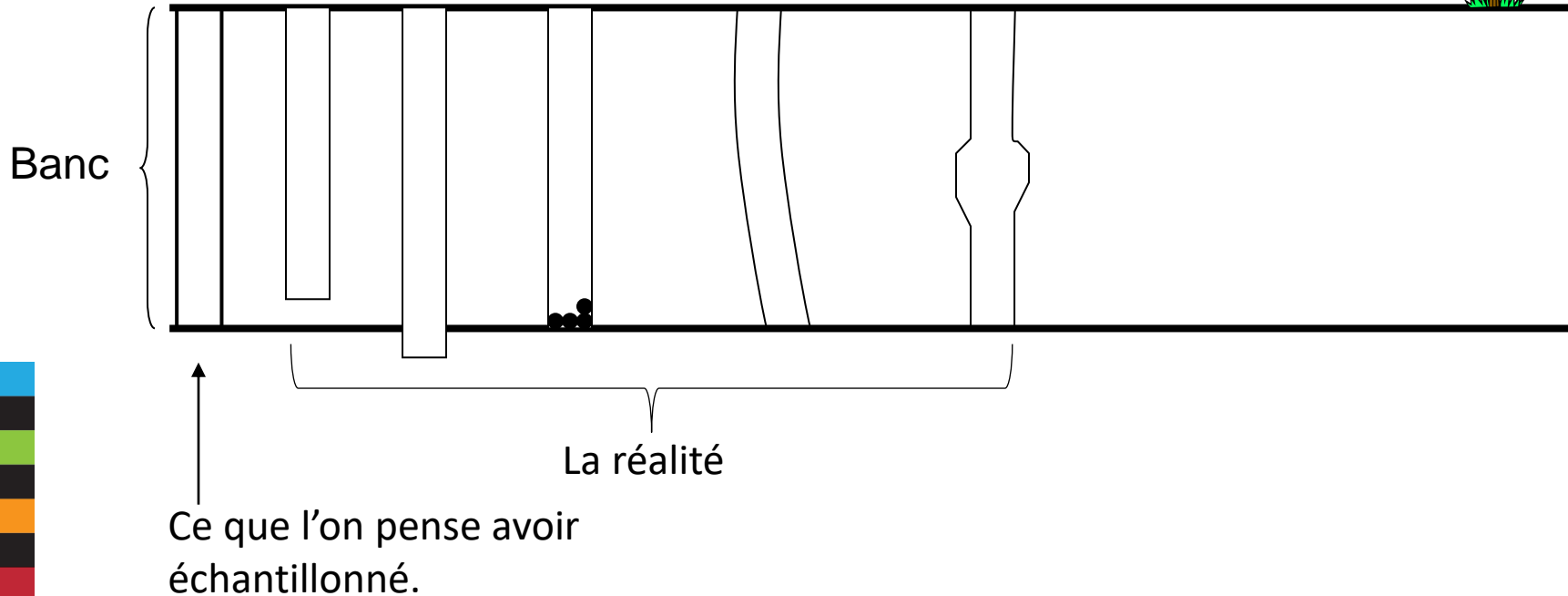
1 palette Q₁ dans coin A
- 1 palette Q₂
puis
1 palette Q₁ dans coin B
- 1 palette Q₂
et ainsi de suite jusqu'à



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

3- Échantillons de forages destructifs (mines à ciel ouvert)

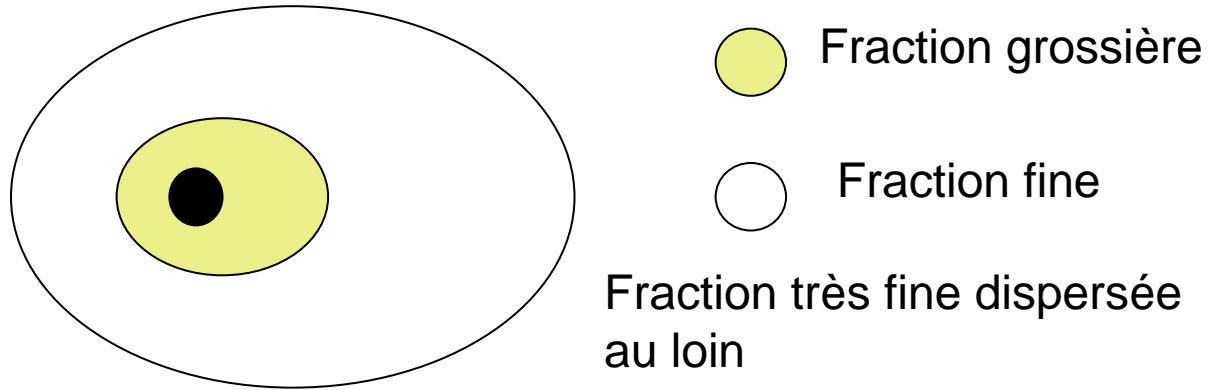
Les causes liées au forage lui-même



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

3- Échantillons de forages destructifs (mines à ciel ouvert)

Les causes liées à la sélection des déblais en surface



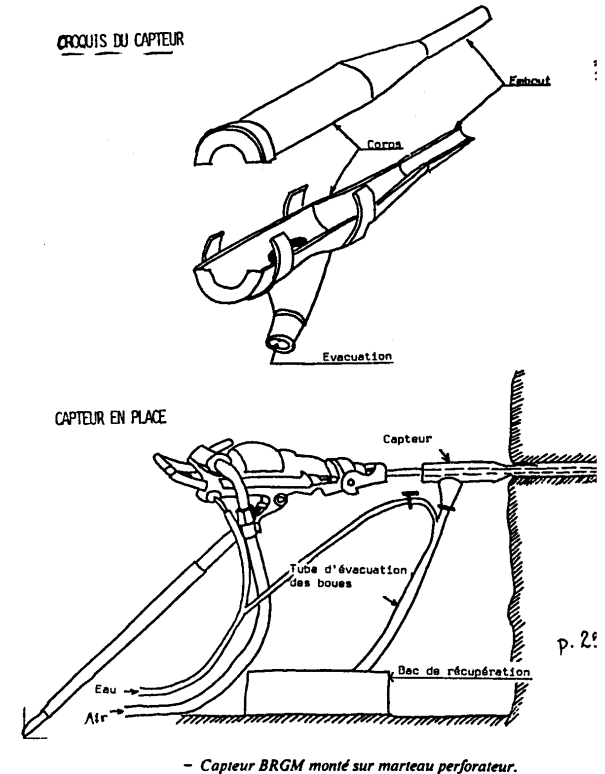
Problème de biais si la teneur varie selon la granulométrie (très fréquent)



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

4- Échantillons de forages destructifs (mines souterraines)

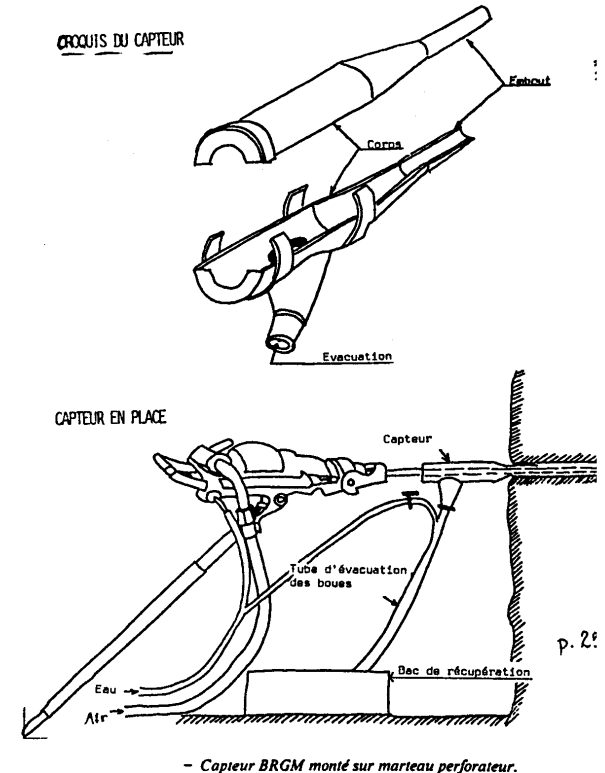
- Forages à air ou à eau;
- Recueillir les boues est compliqué;
- On peut perdre beaucoup de particules fines;



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

4- Échantillons de forages destructifs (mines souterraines)

- Forages à air ou à eau;
- Recueillir les boues est compliqué;
- On peut perdre beaucoup de particules fines;
- **Causes de biais semblables à celles en surface;**
 - **Déviations**
 - **Minéralisation friable, cavitation**
 - **Remontée différentielle des particules**
 - **Perte de fines**
- **Trous de mine forment un bouchon en V, certaines portions de la face sont donc surreprésentées.**



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

5- Échantillonnage de carottes de forage au diamant

- Taux de récupération :

$$\frac{\text{longueur de carotte récupérée}}{\text{longueur forée}} \times 100\%$$

- Si taux = 100% → échantillon idéal ! (mais + coûteux)
- Analyse : demi-carotte



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

5- Échantillonnage de carottes de forage au diamant

Changement de grosseur de carottes

Si les carottes changent de grosseur, il faut échantillonner séparément puisque l'échantillon de plus petite dimension sera sous-estimé dans l'évaluation globale.

Ex. Soit 1 m de carotte Bx (44 mm) à 4.4% Zn et un 1 m de carotte Ax (28 mm) à 9.6% Zn. La teneur est (avec t_i : teneur carotte i , S_i : facteur de pondération de la carotte i) :

Type	Facteur de pondération (S_i)	Teneur composite
Moyenne des teneurs (échantillonnage global)	1	$t = \sum S_i t_i / \sum S_i = 7\%$
Moyenne des accumulations (échantillonnage séparé)	$L\pi r^2$	$t = \sum S_i t_i / \sum S_i = 5.9\%$

Mauvais recouvrement

Le long des zones de cisaillement ou de roches friables qui coïncident localement avec les zones minéralisées, le recouvrement des carottes serait peut-être mauvais et l'évaluation

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

6- Échantillonnage de la production

- Wagonnet : 1 à tous les « n » wagonnets.
- En vrac (ex. point de soutirage : dangereux !).
- Convoyeur : à toutes les « n » secondes.
- Analyseurs en continu (ex. sondes gamma).



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

6- Échantillonnage de la production

**Principal problème rencontré : ségrégation des particules
→ corrélation entre la granulométrie et la teneur !**

Le matériel d'un tir se répand au sol sans se mélanger de façon homogène de sorte que la différence de teneur d'un minerai peut être appréciable d'un wagonnet à l'autre.

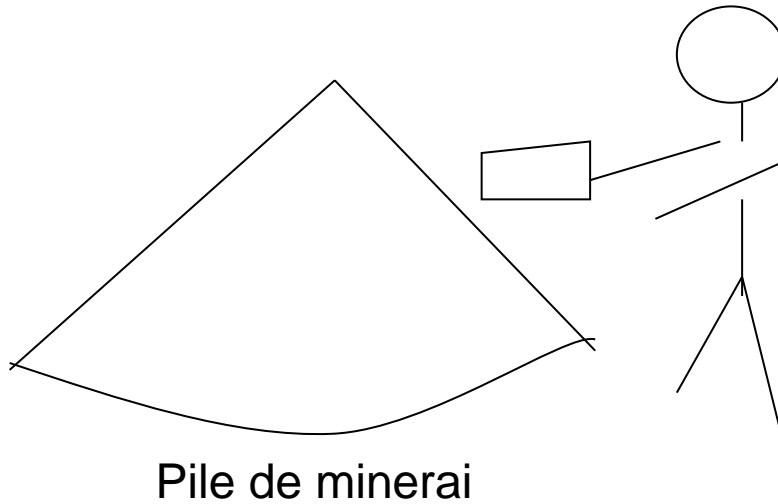
Un wagonnet donné représente une certaine partie externe de la volée. La taille des fragments varie beaucoup en fonction de la position dans la volée.

Des analyses sur 16 wagonnets d'une volée ont montré des variations de 2 à 3 fois la moyenne en plus ou en moins pour le plomb (.46% Pb) et 87% en plus et 35% en moins pour le zinc (5% Zn) (Chaussier, p. 254).



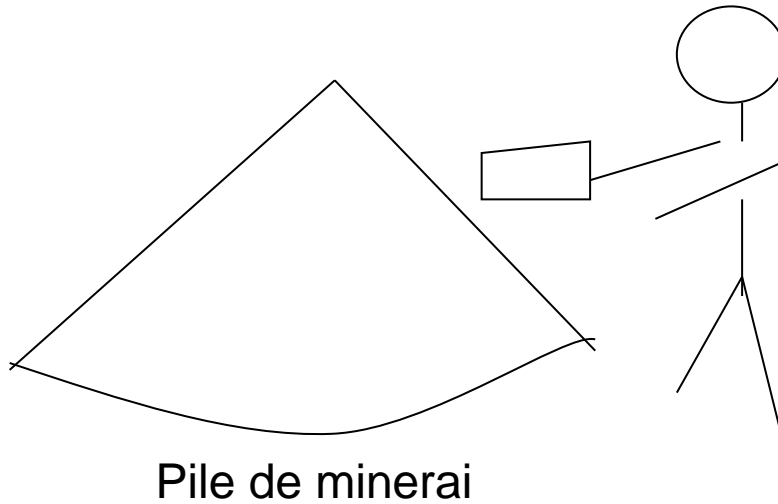
3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas



**L'échantillonnage direct
d'une pile est impossible à
réaliser sans biais !**

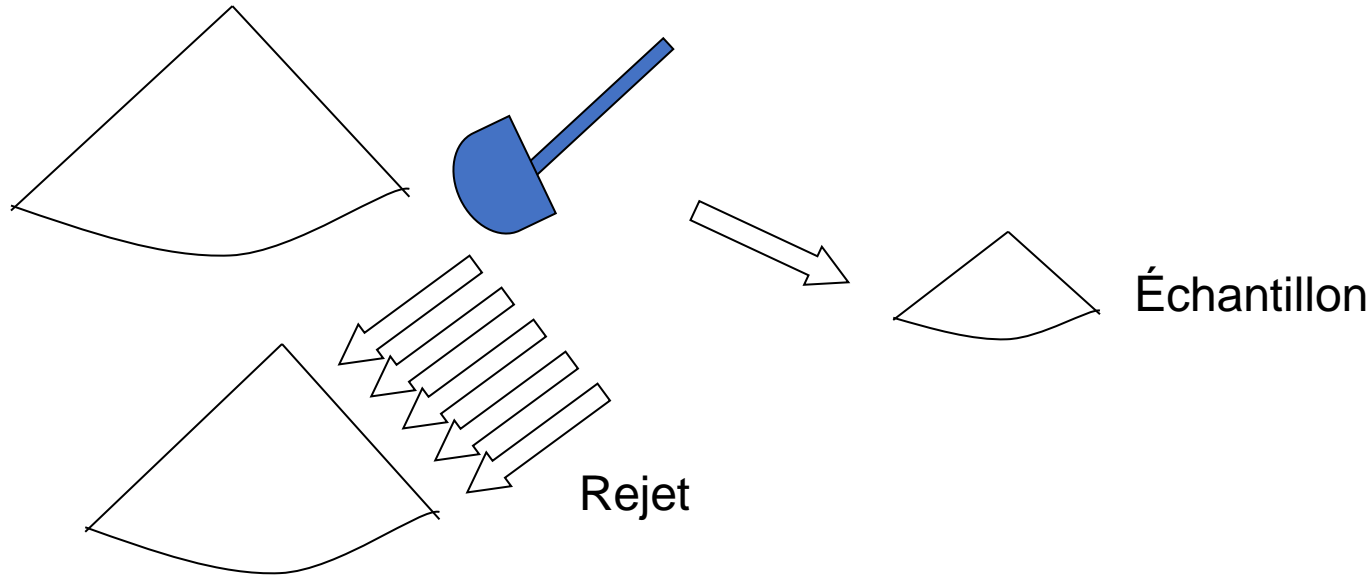


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Wagonnet

1. Prendre tout le contenu du wagonnet;
2. **Homogénéiser** et former une pile.
3. Prendre 1 pelletée à toutes les « n » pelletées.

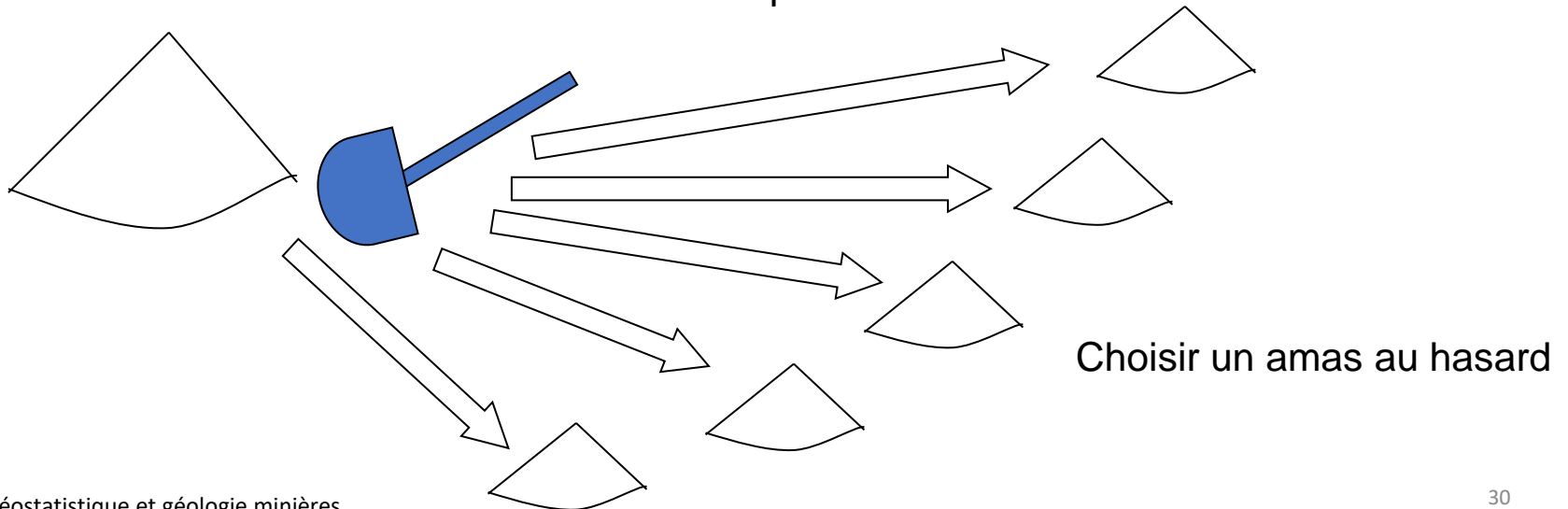


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Wagonnet

1. Prendre tout le contenu du wagonnet;
2. **Homogénéiser** et former une pile;
3. Former « n » pile;
4. Échantillonner une pile au hasard.

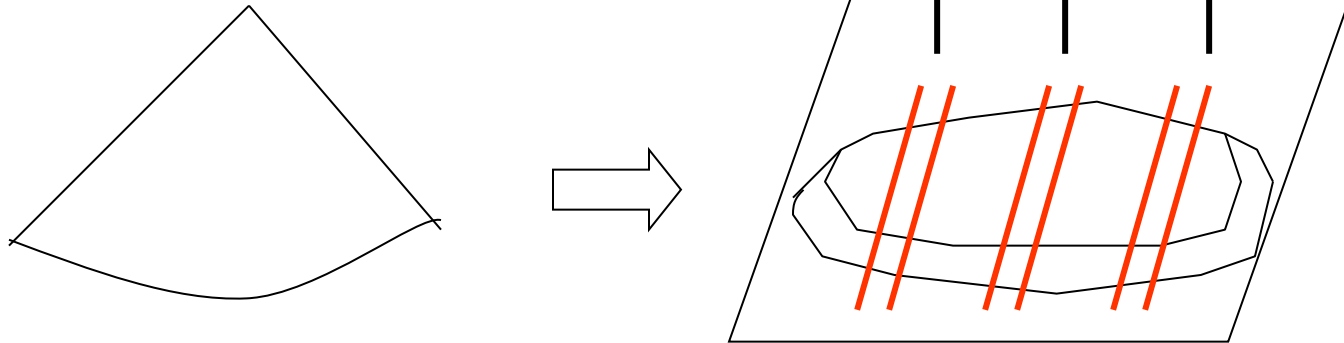


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Wagonnet

Cette stratégie est-elle correcte ?



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Wagonnet

Inadéquat en raison de 1) la **ségrégation des particules** et 2) les **effets de bordures**.

On aura plus de grosses particules en périphérie. Or il peut y avoir facilement un lien entre teneur et taille des particules.

Le schéma proposé ne prend pas assez de bordures par rapport à l'ensemble présent. Pensez à une pizza, vous devez partager la croûte proportionnellement à la taille du morceau !



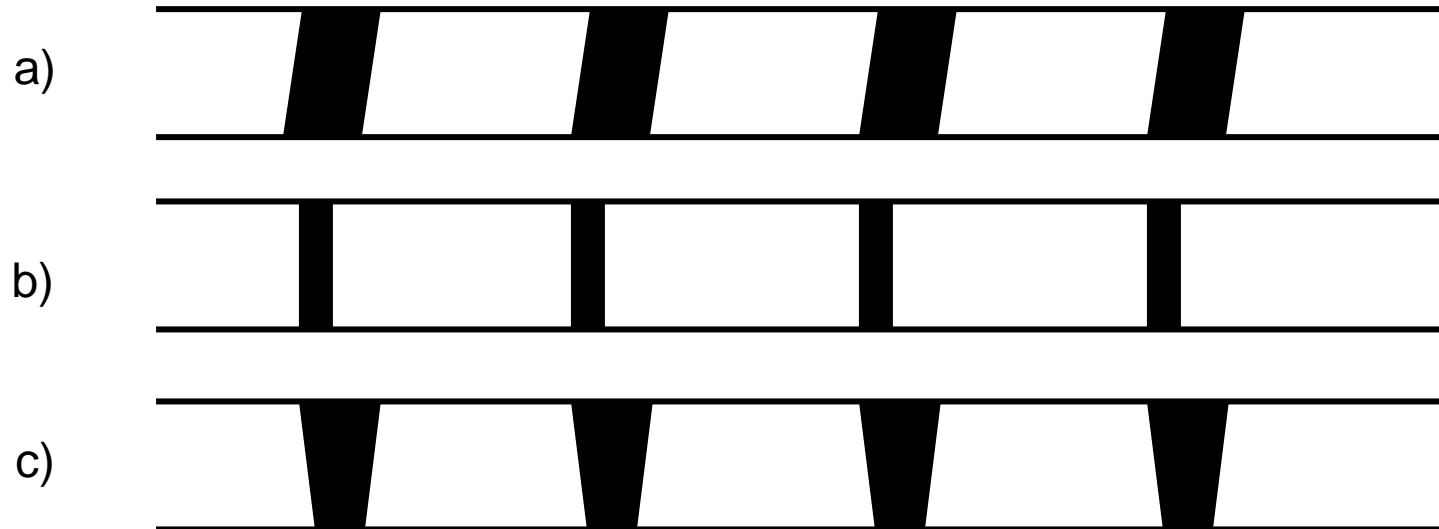
3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Convoyeur à courroie

**Lequel parmi ces 3 échantillons n'est pas acceptable ?
Pourquoi?**

Vue de dessus



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas



On **échantillonne davantage un côté** de la courroie.

Cela dépend du mode de chargement de la courroie. Il est fort probable que les granulométries à gauche et à droite soient différentes. On doit donc assurer un échantillonnage qui échantillonne autant les deux côtés.

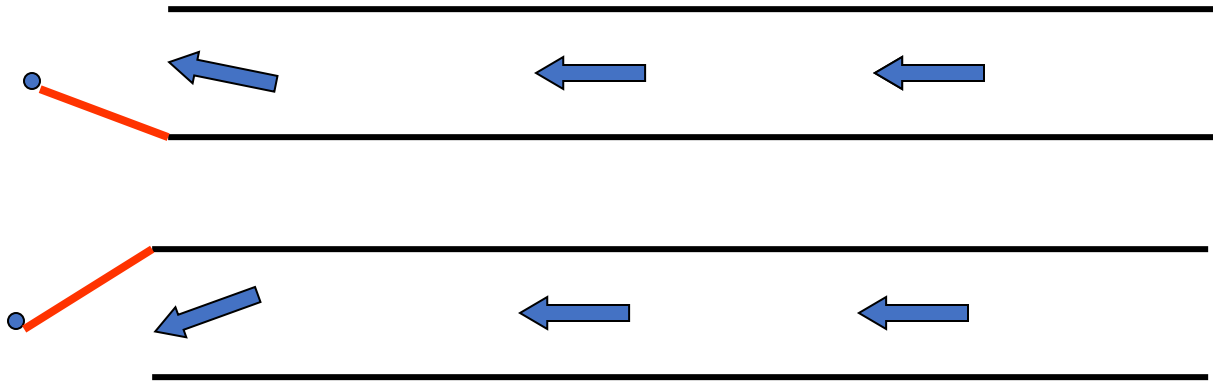


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Dévier le flot de minerai avec une plaque

Traitement



Échantillon (ex. 2 secondes/minute)

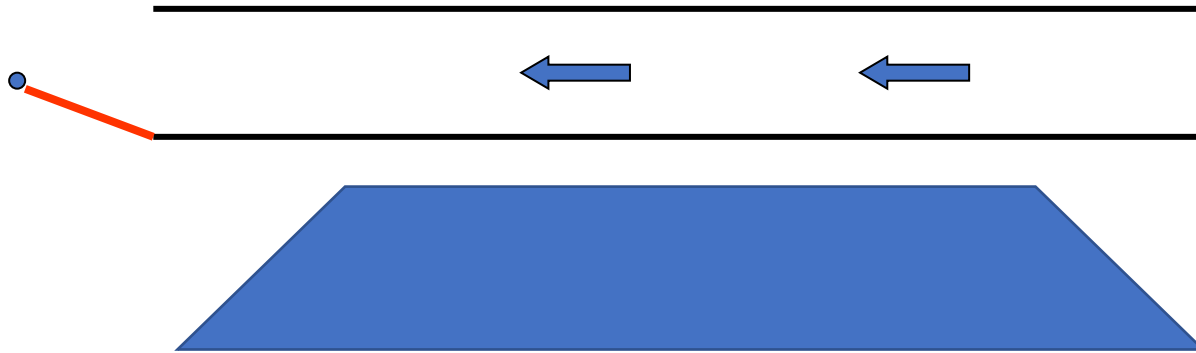
Cette méthode est-elle sans biais ?



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

Méthodes d'échantillonnage: Échantillonner une pile, un amas

Dévier le flot de minerai avec une plaque



Biais probable. On n'échantillonne pas le flot de matériau le même temps pour chaque position sur la courroie.

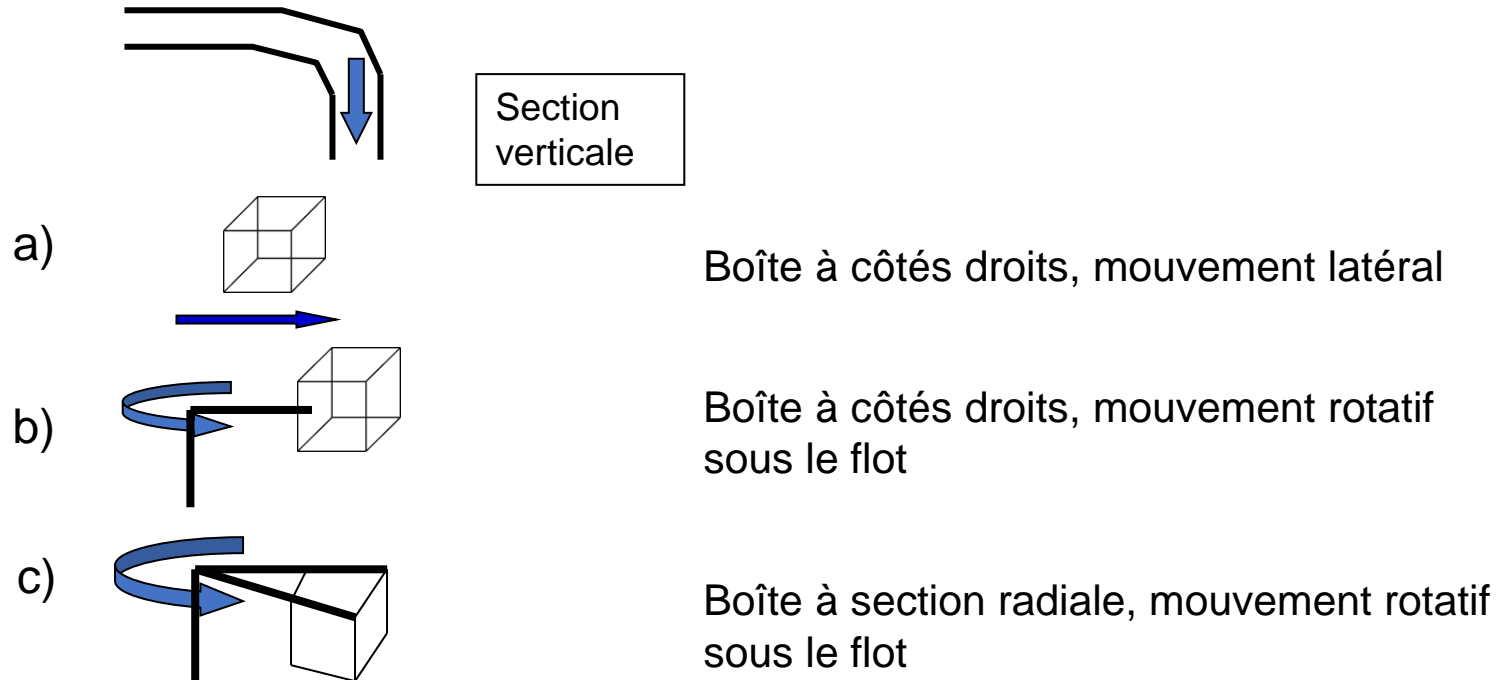


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Boîte de prélèvement de l'échantillon que l'on passe sous le flot tombant

Quelle méthode n'est pas acceptable ?

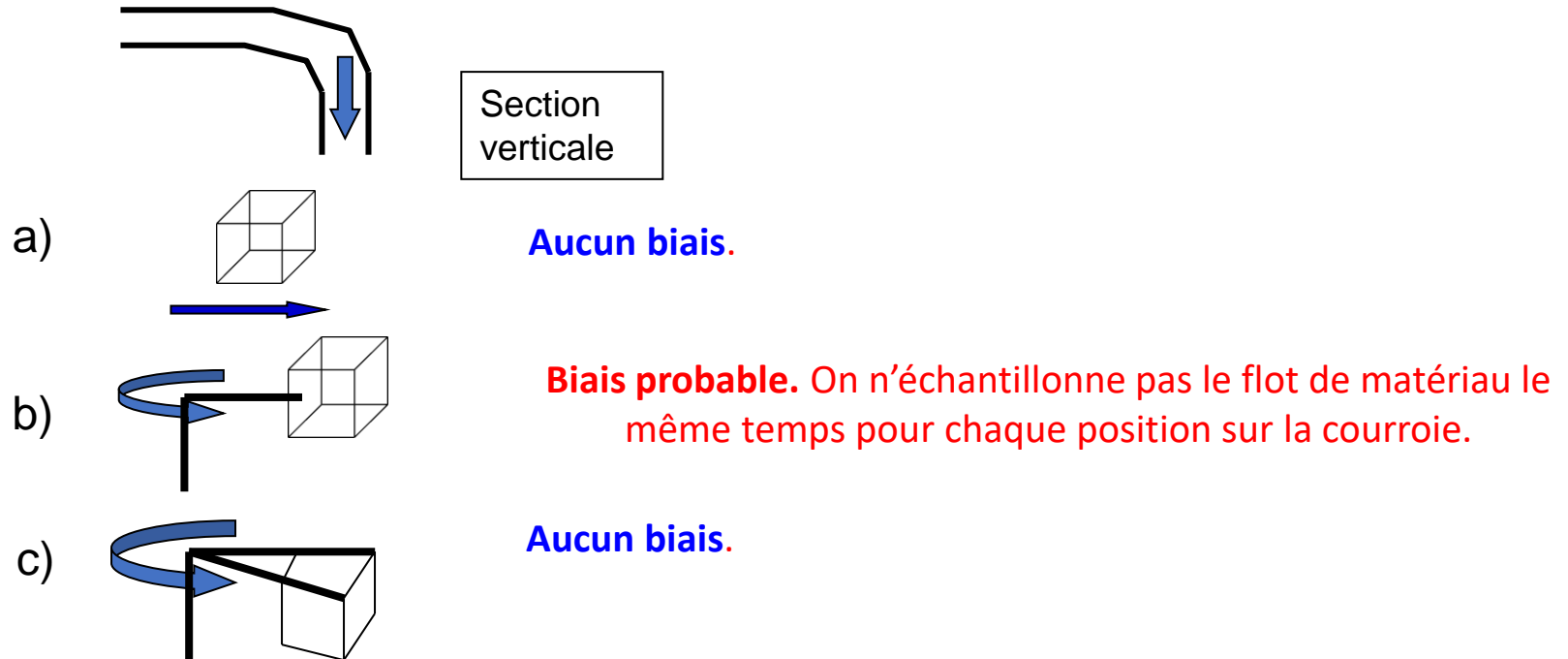


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

7- Échantillonnage d'une pile, d'un amas

Boîte de prélèvement de l'échantillon que l'on passe sous le flot tombant

Quelle méthode n'est pas acceptable ?

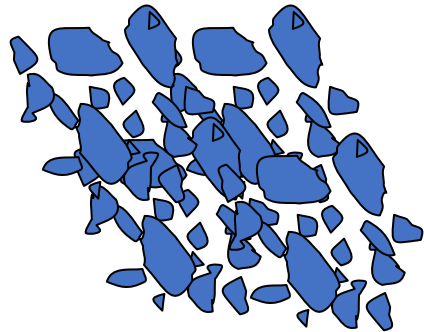


3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

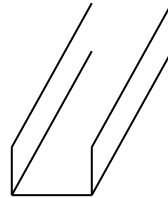
Règle (empirique) de 3

Peu importe l'outil utilisé pour recueillir ou séparer l'échantillon

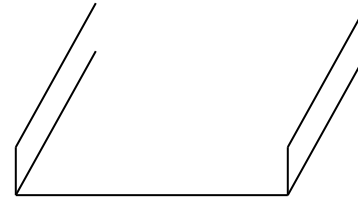
Ouverture > 3 fois la taille des plus gros fragments!



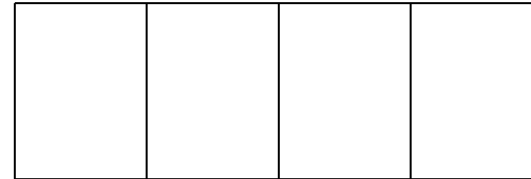
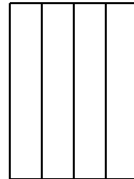
Incorrect



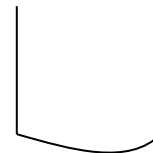
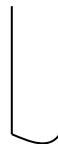
Correct



pelle



séparateur



tube



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

Sous-échantillonnage

- Habituellement l'échantillon primaire est trop volumineux et on doit sous-échantillonner (parfois en plusieurs étapes)

- Manuellement

- 1 parmi « n »

- Séparateur Jones



- Taille des ouvertures au moins 3 x la taille des plus gros fragments
 - Déposer le matériau à séparer très lentement, en le déversant au centre du séparateur
 - P. Gy → expérience ou l'échantillon obtenu d'un côté était systématiquement plus riche que l'autre : écarts jusqu'à 25%!

Attention ! Une procédure bâclée de sous-échantillonnage peut complètement ruiner le meilleur des échantillons → théorie de P. Gy

3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

Analyseurs en continues

- Les sondes géophysiques (e.g. gamma-gamma, électromagnétiques) réagissent davantage aux particules situées les plus près de la sonde.
 - Sont donc sensibles au **phénomène de ségrégation** des particules;
 - **Recalibration fréquente** des réponses est nécessaire;
 - Selon P. Gy, **peu vraisemblable** d'obtenir un **échantillon sans biais** avec ces appareils.



3. Types d'échantillonnage en mine et causes possibles de biais

Cause de biais (résumé)

- Biais de l'échantillonneur;
- Biais lié aux appareils utilisés ou à leur mode d'utilisation;
- Biais lié aux propriétés mécaniques de la roche;
- Biais causé par la ségrégation des particules;
- Autres: solubilité de certains minéraux (ex. gypse); érosion différentielle...



4. Rôle de l'ingénieur minier et géologue

- Établir la procédure d'échantillonnage (et les appareils requis)
 - 1. objectifs de l'échantillonnage;**
 - 2. le type de minéralisation;**
 - 3. l'état de la roche;**
 - 4. le mode d'opération de la mine et les contraintes (sécurité !);**
 - 5. les coûts.**
- Directives claires aux techniciens
- Validation de la procédure d'échantillonnage



5. Teneurs anormalement élevées

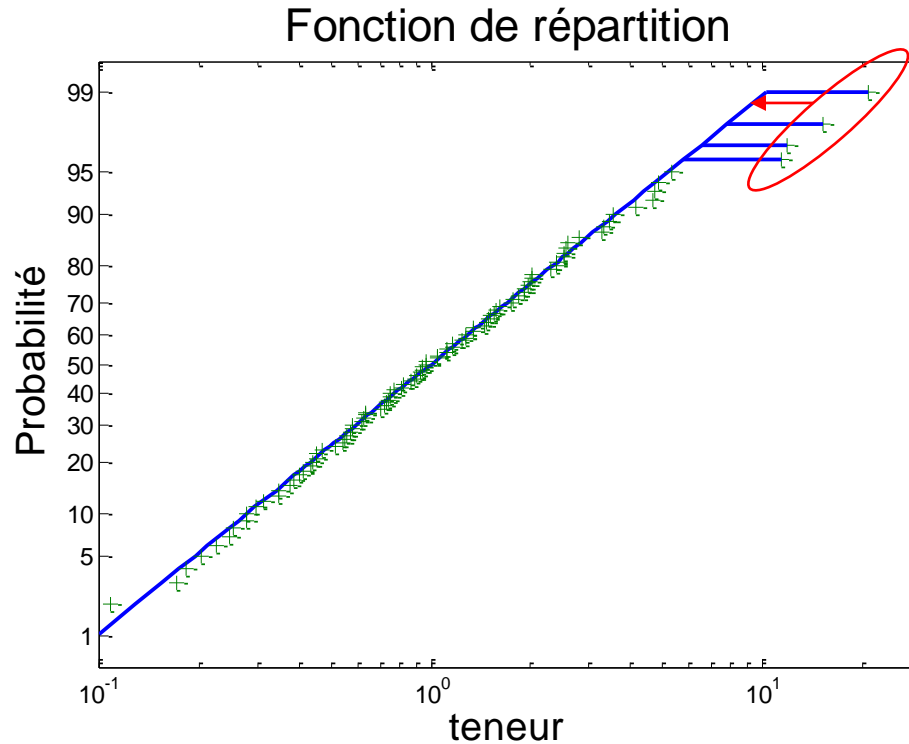
- La plupart des mines abaissent les valeurs exceptionnelles rencontrées, ce qui implique d'éviter d'extrapoler ces teneurs à d'importants volumes de roches
 1. écarter l'échantillon;
 2. réévaluer la teneur à celle d'échantillons voisins;
 3. « couper » à une teneur maximale (plus courant);
 4. corriger selon une distribution idéale ;
 5. reprendre l'échantillon à un emplacement voisin ou refaire l'analyse.

Toutes ces procédures introduisent un biais à la baisse (conservateur)



5. Teneurs anormalement élevées

Exemple :



6. Contrôle de qualité et duplicata

Objectifs:

- S'assurer de l'intégrité des échantillons;
- S'assurer qu'il n'y a pas de contamination croisée entre échantillons;
- S'assurer de la précision de la procédure de préparation.

Ex. Osisko (*source: mise à jour des ressources, mars 2010*)

En tout: 273 677 échantillons originaux

CQ:

- 1 échantillon « blanc » ou « standard » à tous les 20 échantillons
- 1 duplicata à tous les 20 échantillons
- Analyses externes d'un 2^e laboratoire (« umpire assays »)

**30 838
analyses**



6. Contrôle de qualité et duplicata

Trois outils principaux de contrôle

Échantillons blancs : Échantillons formés de roches stériles dont on est assuré que la **teneur est nulle**.

→ sert à vérifier s'il y a de la contamination inter-échantillons

Échantillons référence : Échantillons dont la **teneur est connue** (habituellement sous forme de poudre; s'achète auprès de fournisseurs)

→ sert à vérifier l'absence de biais de l'appareil servant à analyser la poudre

→ *n'assure pas l'absence de biais de l'ensemble de la procédure*

Duplicata : Utiliser le rejet (grossier, fin ou de poudre) pour présenter le même échantillon une **2e fois à l'analyse**.

→ sert à évaluer la précision (répétabilité) de la procédure et de l'analyse.

→ plus le rejet utilisé est grossier, plus on teste l'ensemble de la procédure

- *rejet de poudre → précision que de l'analyse*
- *rejet grossier → précision de la procédure (différentes étapes) + analyse*



6. Contrôle de qualité et duplicata

Exemple de procédure d'analyse

Carotte de 10kg :

- 1) Concasser 10 kg à 1 cm ;
 - sous-échantillonner 2 kg → rejet grossier de 8 kg
- 2) Broyer 2 kg à 2 mm;
 - sous-échantillonner 500 g → rejet moyen de 1.5 kg
- 3) Pulvériser 500 g à 0.1 mm (100 microns ou 140 mesh).
 - sous-échantillonner 30 g pour analyse → rejet de poudre de 470 g

En utilisant le rejet grossier, on incorpore les erreurs commises lors des trois étapes de sous-échantillonnage (cependant on ne peut distinguer la part de chacune)

Si l'on analyse les trois types de rejets, on peut en théorie décortiquer la précision de chaque étape. Dans la vaste majorité des cas, l'erreur principale est effectuée lors de la première étape de sous-échantillonnage.

6. Contrôle de qualité et duplicata

Outils d'analyse

Blancs : graph teneur vs temps ou numéro de séquence de l'échantillon.

Référence : teneur vs temps ou numéro de séquence.

Duplicata : graphe duplicata 2 vs duplicata 1 avec droite à 45 degrés et droites à $\pm 10\%$

graphique HARD ("half absolute relative difference')

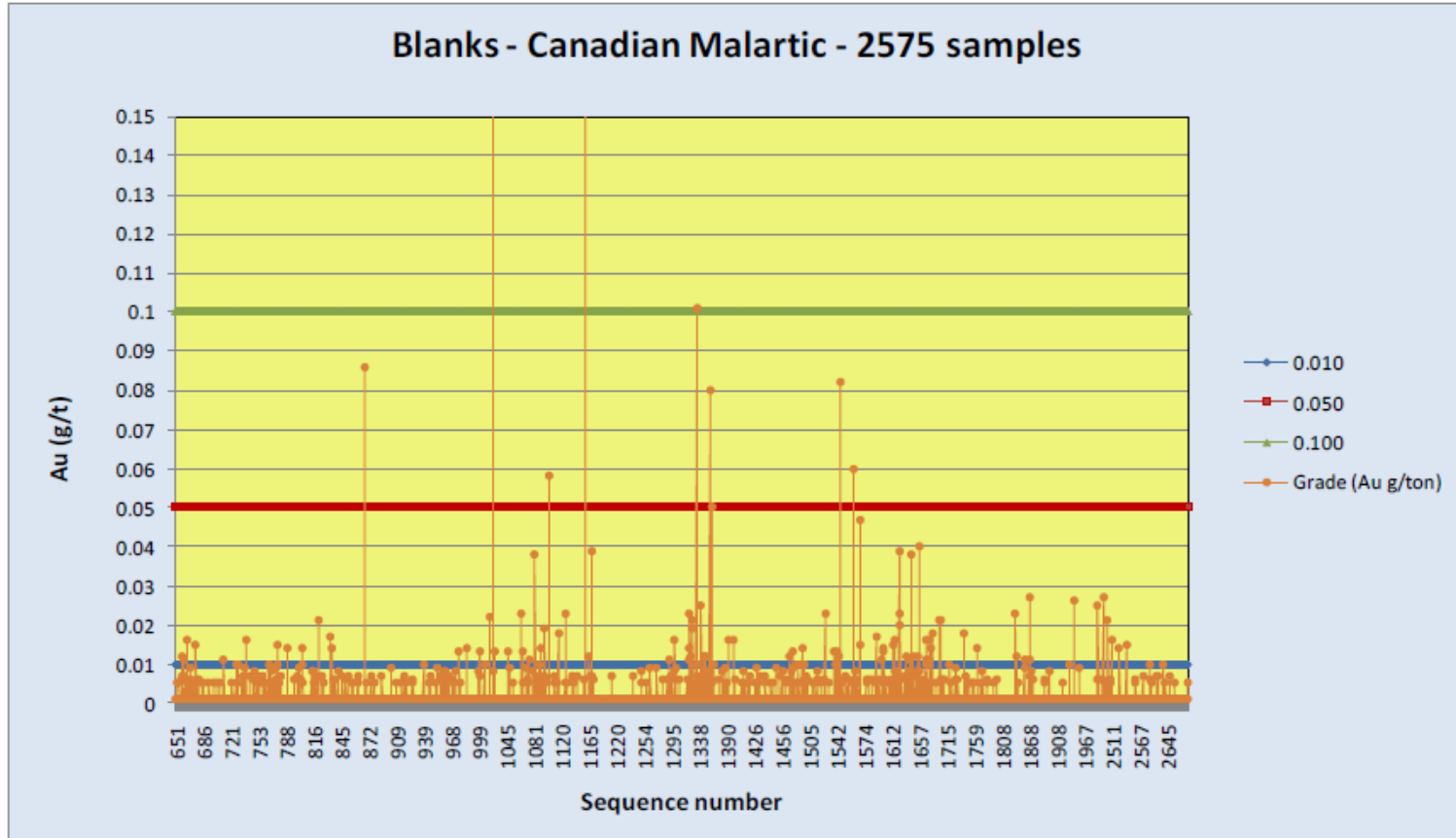
en ordonnée : demi-différence entre duplicata (d)

en abscisse : rang/n dans la série des différences (n: nombre de duplicata)

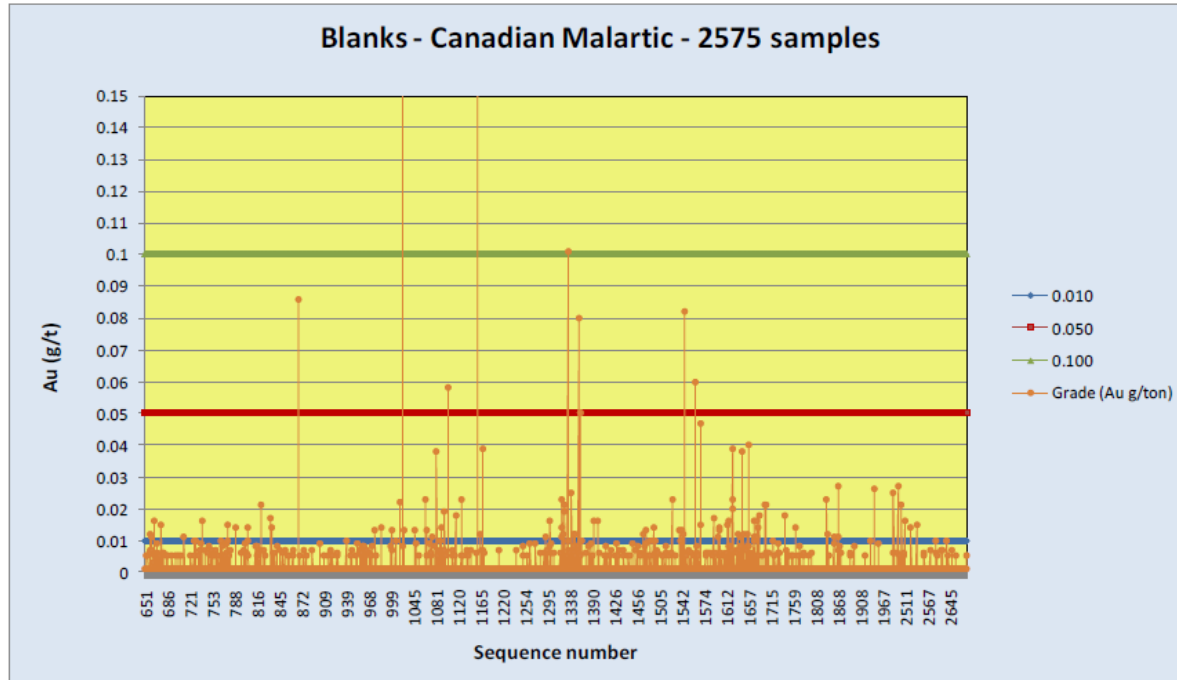
on considère une très bonne précision quand pour $d=0.1$, $\text{rang}/n > 0.9$

Note : **Duplicata terrain** (p. ex. analyser l'autre demi-carotte, analyser des carottes de deux trous forés côte à côte) incorporent une composante spatiale de variation impossible à dissocier de la composante d'erreur d'analyse. *Pas très utile au final.*

Analyse de blancs (≈1 par 40 échantillons)



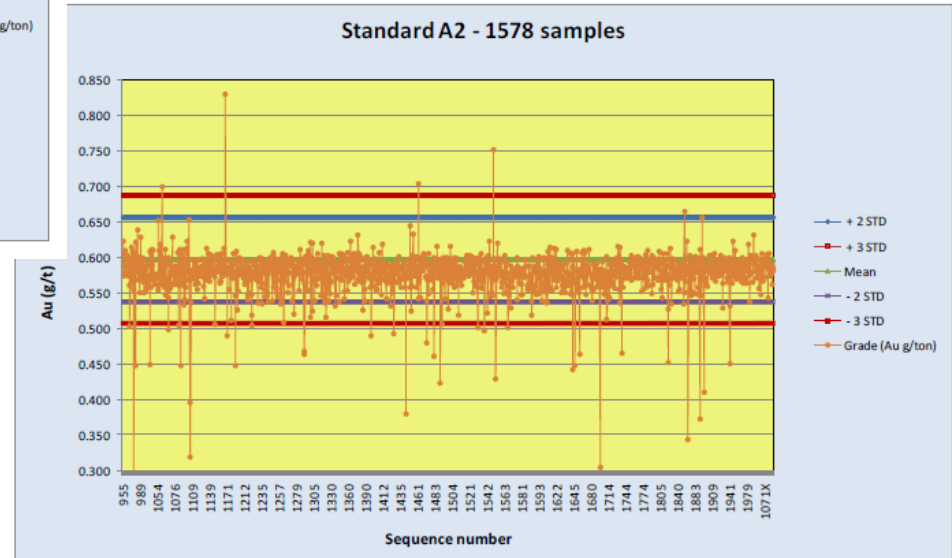
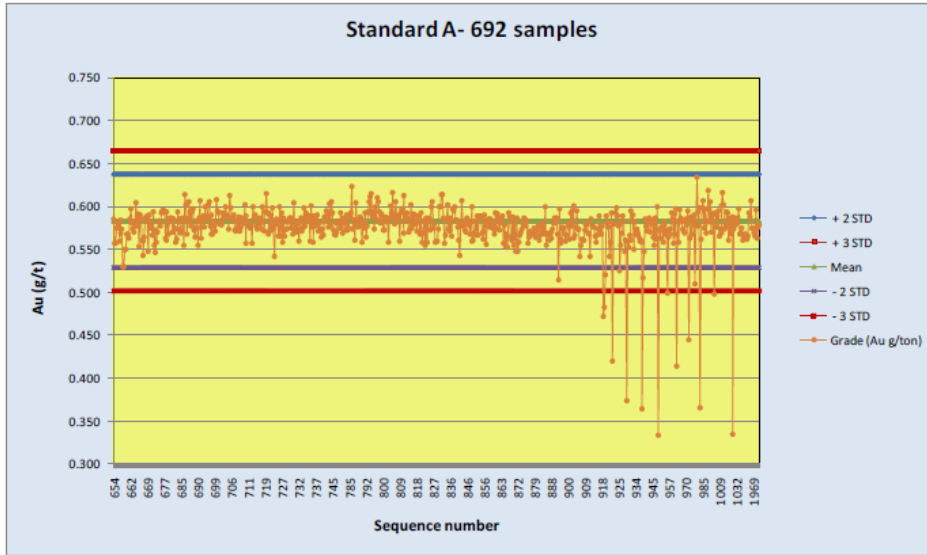
Analyse de blancs (≈1 par 40 échantillons)



Positif : il n’y a pas d’indication de contamination. Test pour toute la procédure de préparation.

Négatif : on ne sait pas si le laboratoire pouvait identifier dès le départ qu’il s’agissait d’un blanc.

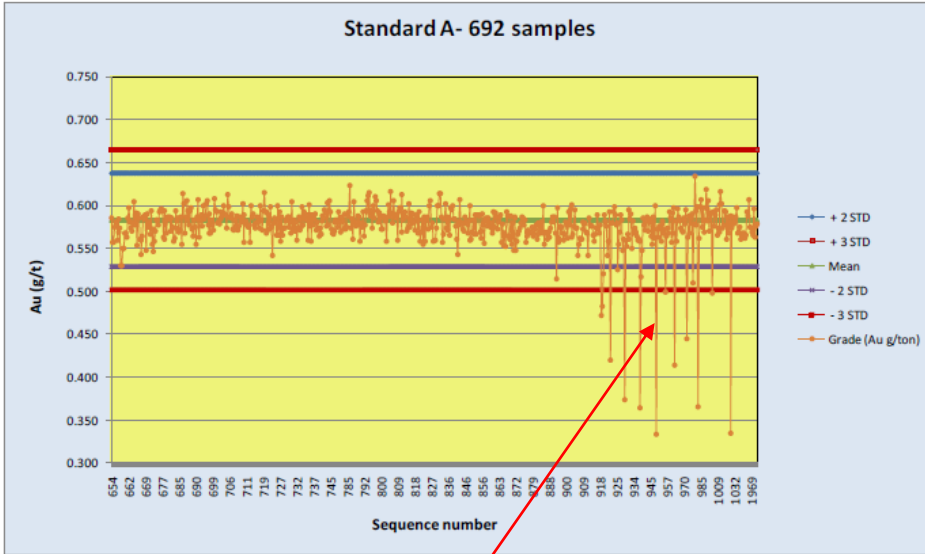
Analyse d'échantillons témoins (standards) (≈ 1 par 20 échantillons)



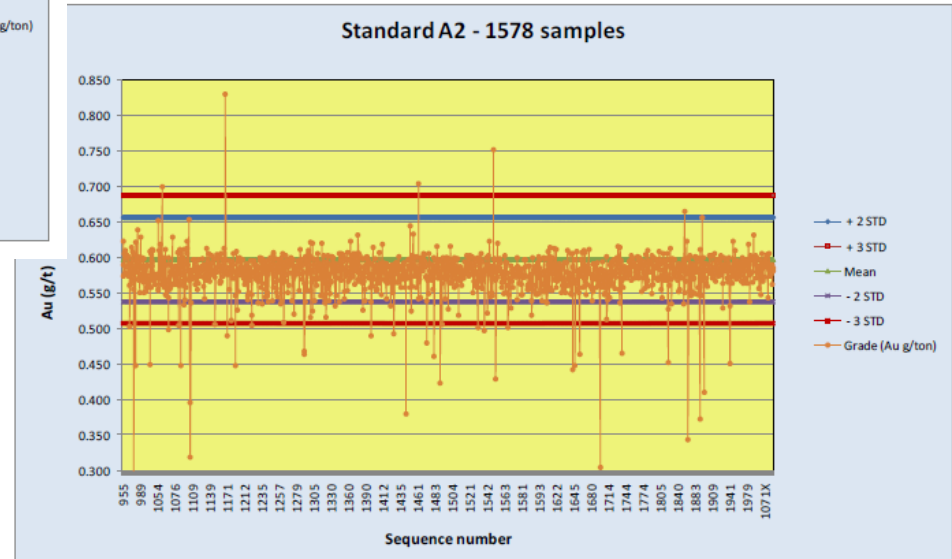
En tout:

14 témoins → 14396 analyses

Analyse d'échantillons témoins (standards) (≈ 1 par 20 échantillons)

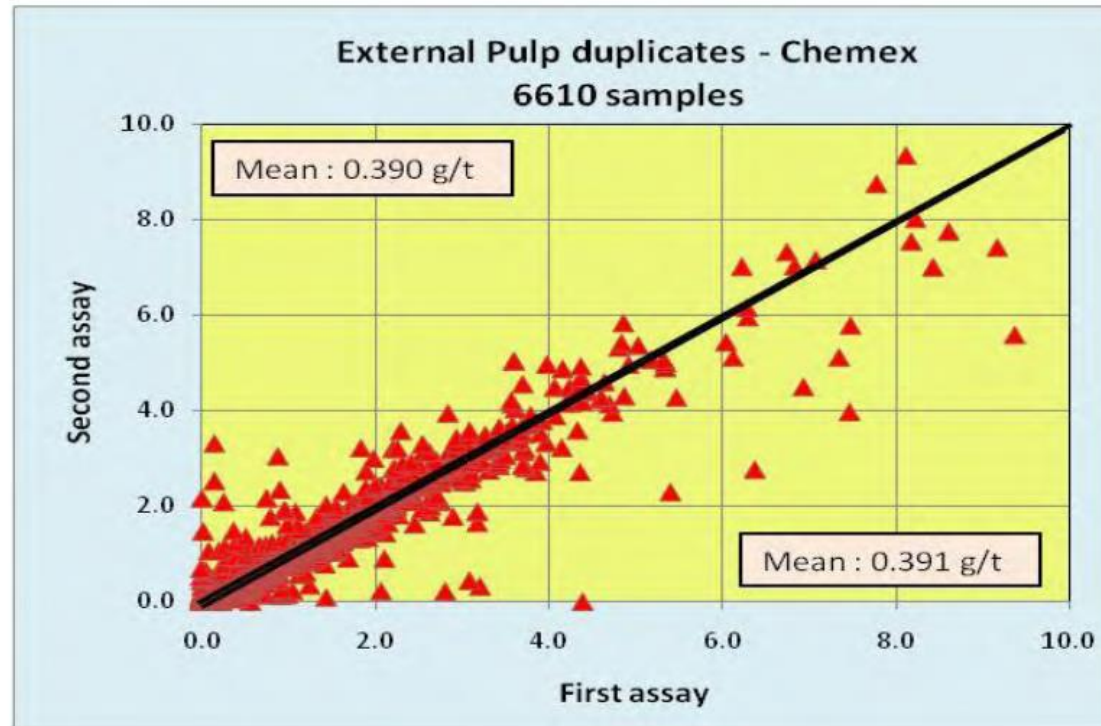


Positif : pas de biais systématique, valeur moyenne près de la valeur de référence. Test pour toute la procédure de préparation.

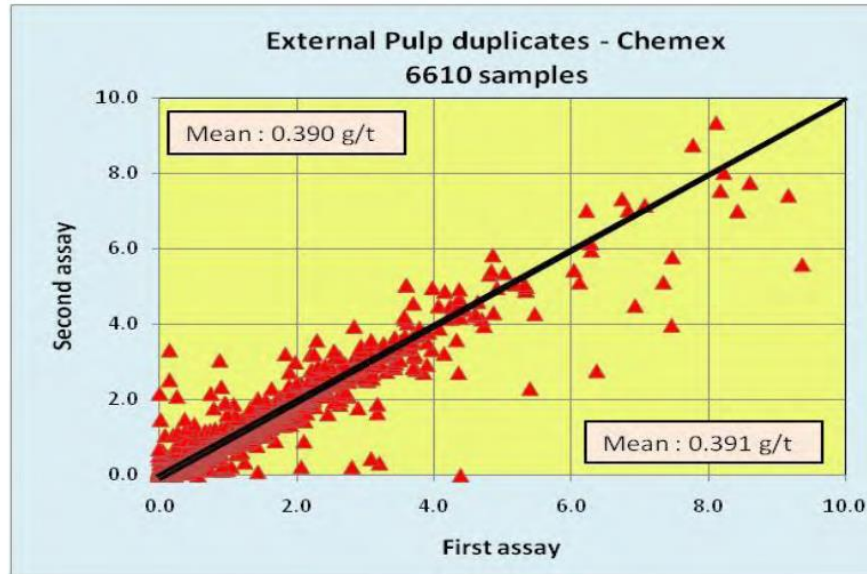


Négatif : On a une fréquence trop grande de trop faibles teneurs vers la fin. On ne sait pas si le laboratoire pouvait détecter qu'il s'agissait d'un échantillon de référence. L'écart-type fourni par le laboratoire est-il fiable?

Analyse des duplicata (≈ 1 par 20 échantillons)



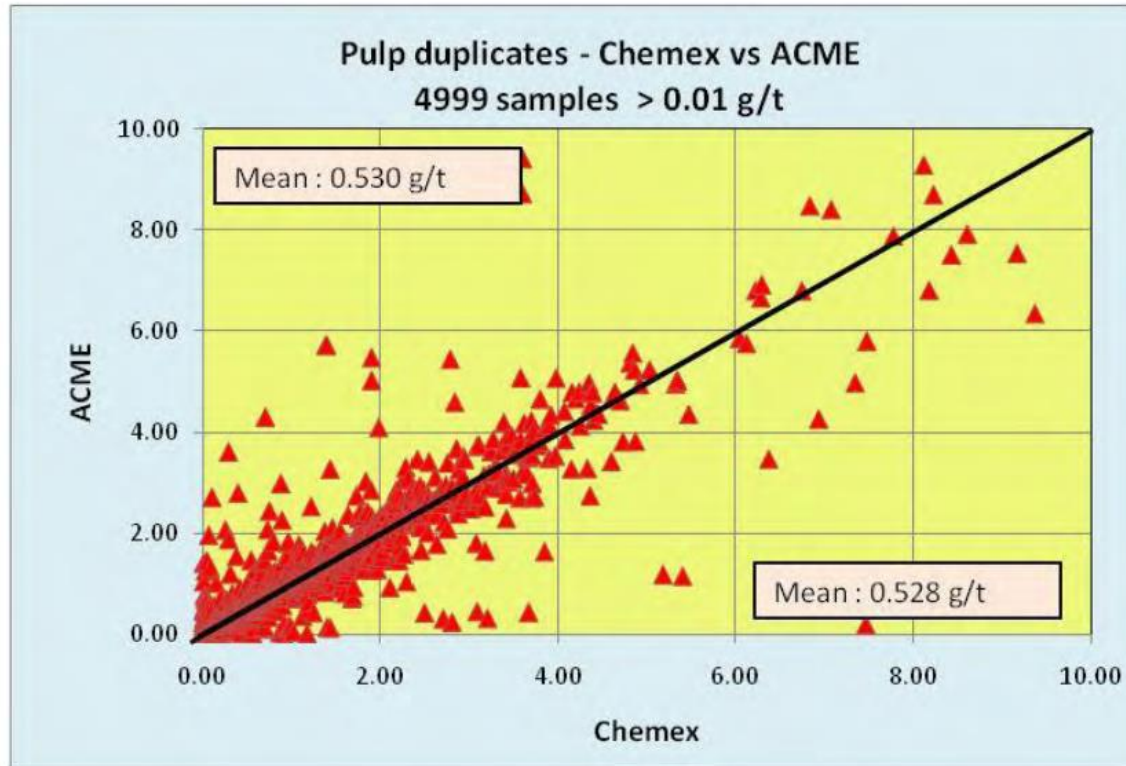
Analyse des duplicata (≈1 par 20 échantillons)



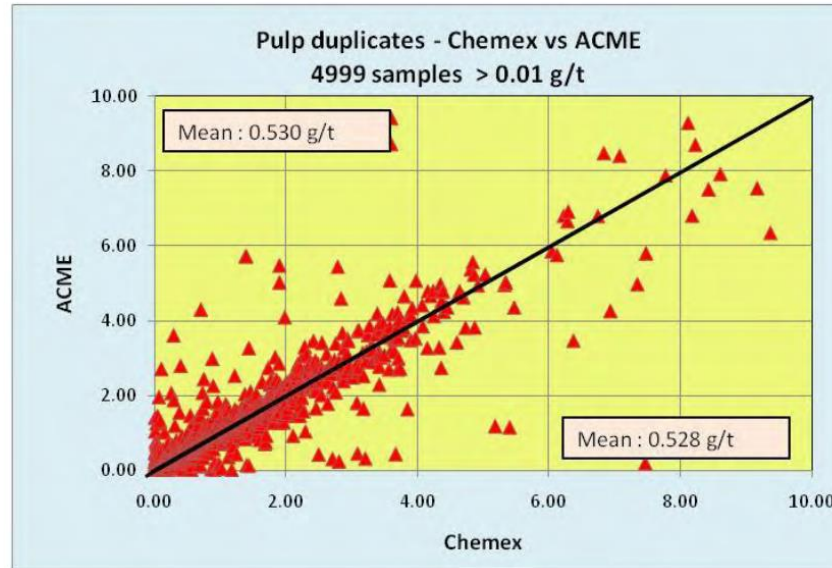
Positif : on n'a pas de biais. La corrélation est forte ($r=0.96$). Il n'y a pas d'évidences de problème particulier. Pour certaines analyses, l'écart est grand, mais ceci est considéré normal. Les duplicata sont effectués à l'aveugle.

Négatif : la pulpe a été testée, mais pas le rejet.

Analyse d'un deuxième laboratoire (≈ 1 par 25 échantillons)



Analyse d'un deuxième laboratoire (≈ 1 par 25 échantillons)



Positif : on n'a pas de biais du laboratoire. La corrélation est forte ($r=0.92$). Il n'y a pas d'évidences de problème particulier. Pour certaines analyses, l'écart est grand, mais ceci est considéré normal.

Négatif : la pulpe a été testée, mais pas le rejet.

6. Contrôle de qualité et duplicata

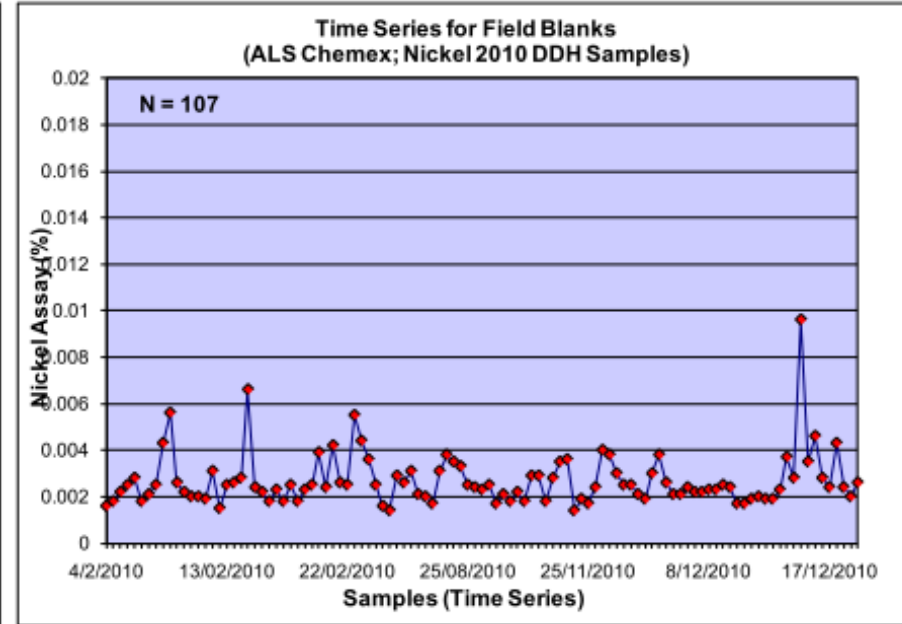
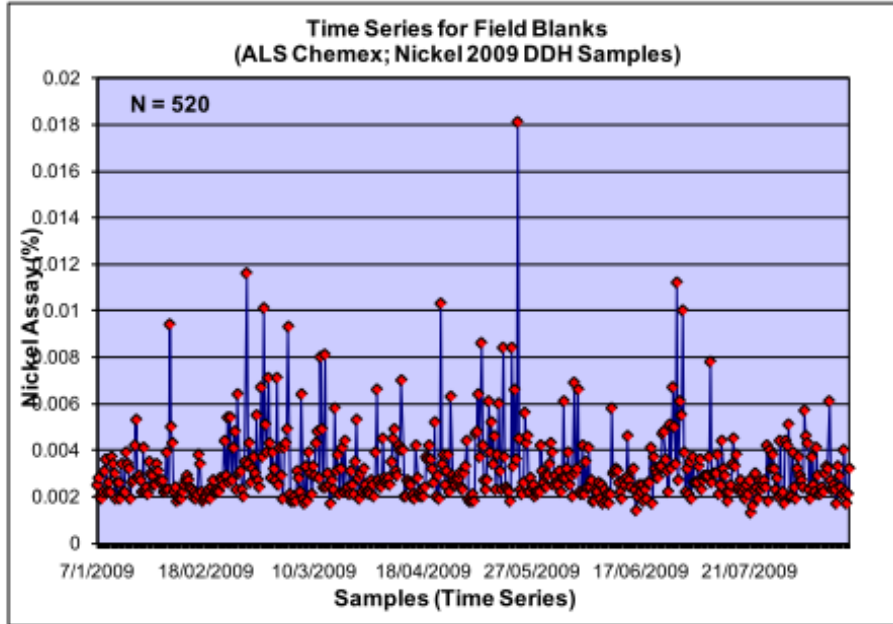
Conclusion : Globalement, il n'y a aucun problème majeur.

Second exemple tiré des données de Royal Nickel, mine Dumont

- Les accès à la carothèque sont protégés par système d'alarme zoné.
- Les laboratoires sont certifiés ISO 9001 :2000.
- Les sacs d'échantillons sont scellés dès l'échantillon recueilli.
- Un blanc 1/25 échantillons. Le blanc est un sable avec ~0-80 ppm Ni. On peut croire qu'un sable sera facilement repéré au laboratoire.
- La procédure de préparation d'échantillon au laboratoire est la suivante : concassage de la roche reçue à 2 mm (70% passant) sélection de 100 g → pulvérisation à 106 μ m, analyse.
- Des duplicata (1/25) sont envoyés. Il s'agit de quarts de carottes (donc assez facilement identifiables comme duplicata).
- Quatre échantillons de matériel de référence certifié (EMRC ou « standard ») différents ont été utilisés.

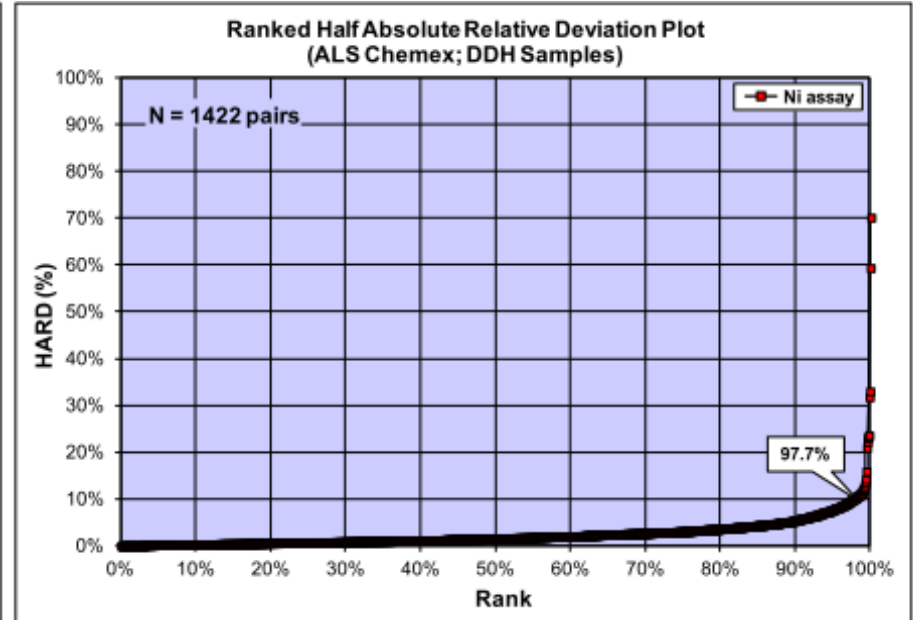
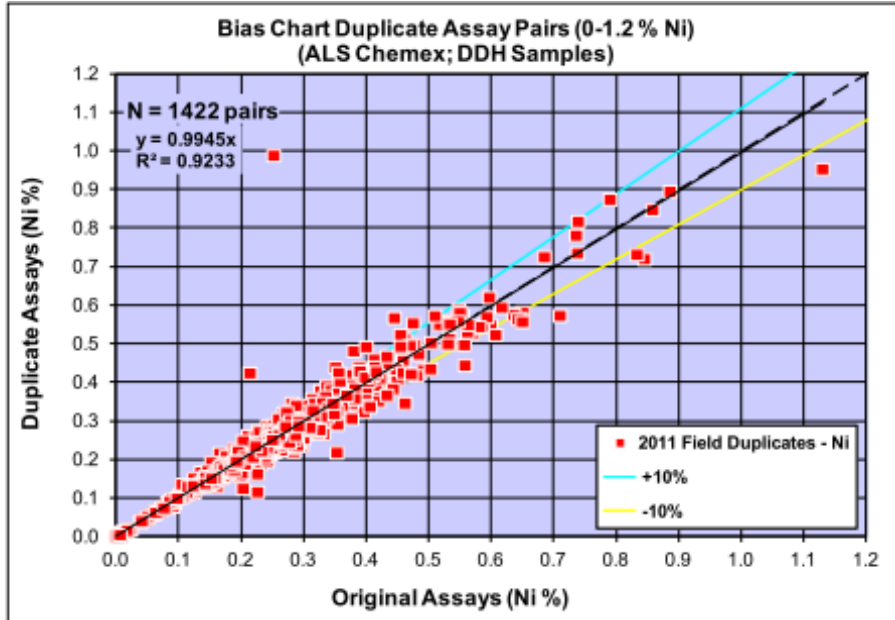


Analyse de blancs (1 pour 25 échantillons)



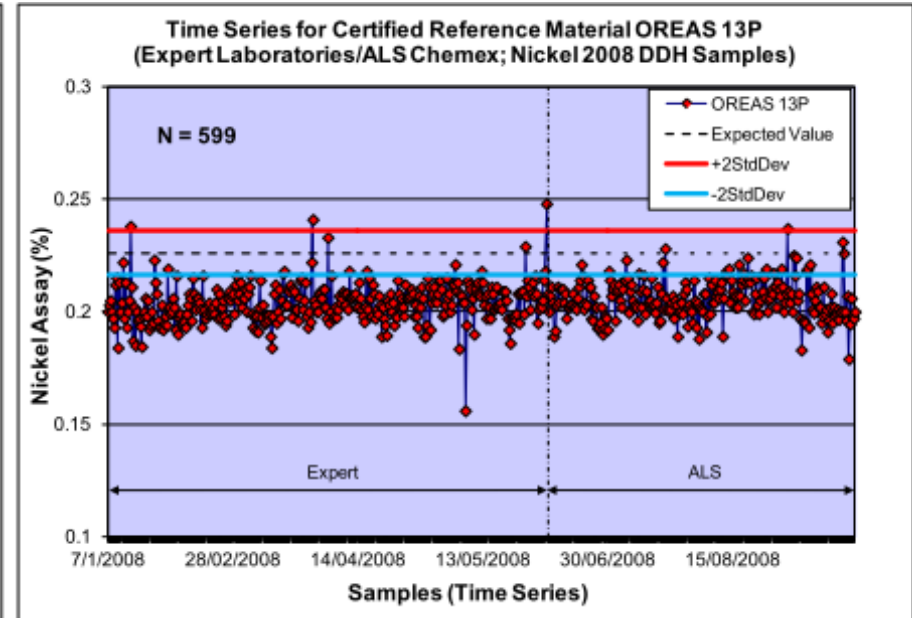
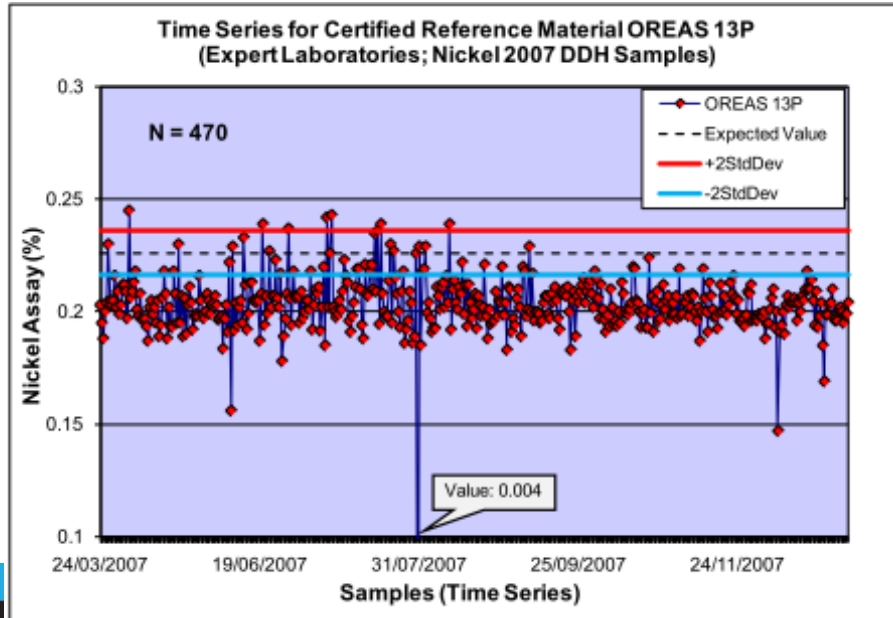
Rien d'anormal à signaler

Analyse des duplicata (1 pour 25 échantillons)



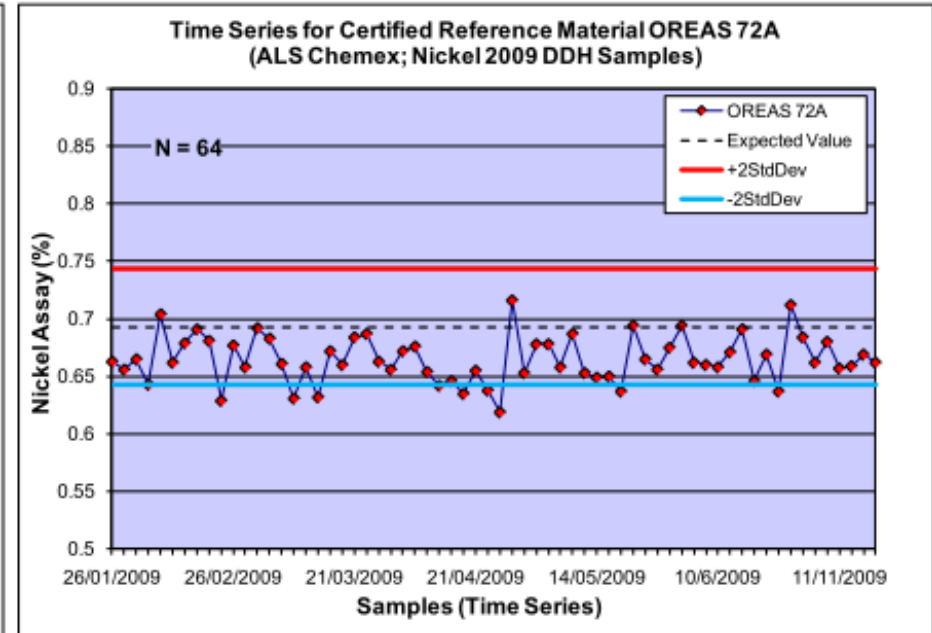
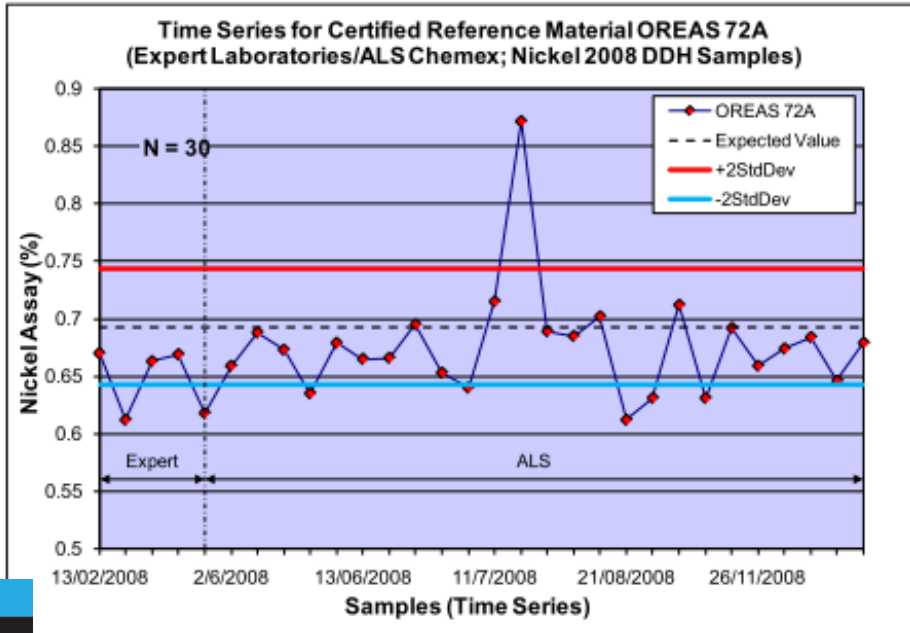
Rien d'anormal à signaler

Analyse d'échantillons témoins (standards) : Standard 1



Problème de biais important pour les deux laboratoires.

Analyse d'échantillons témoins (standards) : Standard 1



**Problème de biais important
pour les deux laboratoires.**

GLQ3401/GLQ3651 : Première partie

Partie 2 : Théorie de Gy



**POLYTECHNIQUE
MONTREAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

Objectifs

- Pouvoir prédire la précision relative d'un échantillon pour représenter la teneur d'un lot donné par la théorie de Gy;
- Proposer une stratégie d'analyse en laboratoire adéquate selon les équipements disponibles afin de prédire la précision relative associée à un lot donné;
- Reconnaître une stratégie d'analyse inadéquate;
- Comprendre les 7 types d'erreurs identifiés par Gy ;
- Pouvoir appliquer les équations de la théorie de Gy;
- Connaître les conditions d'applications de la théorie de Gy.



Théorie de Gy

1. Qui est Pierre Gy ?
2. La théorie de Gy
3. Facteur pris en compte par la théorie
4. Procédures multistages
5. Exemples d'application
6. Compléments



1. Qui est Pierre Gy

- Un **consultant de renommée internationale**, la sommité pour l'échantillonnage de matières morcelées (≈ 10 livres + dizaines d'articles);
- Théorie développée en référence à des **problèmes miniers**; Nombreuses applications dans d'autres domaines.
- Toute sa vie a été consacrée au développement et surtout à l'application et à la **vulgarisation de l'échantillonnage de matières morcelées**.



2. La théorie de Gy

7 types d'erreur identifiés par Gy

1. Erreur fondamentale → formule de Gy } **précision**
 2. Erreur de délimitation (ex. convoyeurs) → prévention
 3. Erreur d'extraction → prévention
 4. Erreur de préparation (ex. contamination, perte,...) → prévention
 5. Erreur de ségrégation → homogénéisation, composites
 6. Hétérogénéités de longue portée → géostatistique
 7. Hétérogénéités périodiques → composites, géostatistique
- } **biais**
- } **estimation**

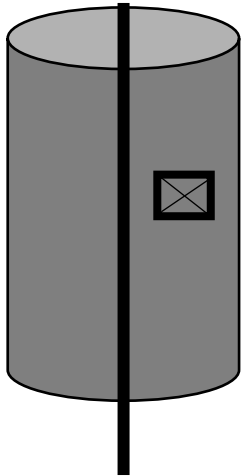


2. La théorie de Gy

Est-ce un bon échantillonnage ?

Est-ce que le bloc représente bien la variabilité de la carotte ?

3 m



0.5 cm

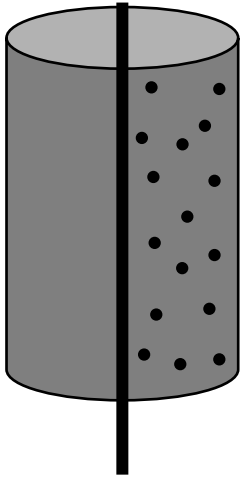


70μm



2. La théorie de Gy

3 m



0.5 cm



70 μm



2. La théorie de Gy

Objectif :

La formule cherche à prédire la précision relative d'un échantillon pour représenter la teneur d'un lot donné en fonction de :

- La taille des plus gros fragments (noté d)
- De la masse du lot et masse de l'échantillon (noté respectivement M_L et M_e)
- De l'étalement de la courbe granulométrique (défini par un facteur e distribution noté g)
- De la forme des fragments (défini par un facteur de forme noté f)
- De la concentration du composant d'intérêt exprimé sous forme de fraction (noté a_L)
- Des masses spécifiques du minéral d'intérêt et de la gangue (noté respectivement δ_A et δ_G)
- De la taille de libération du minerai (noté d_0)



2. La théorie de Gy

La formule de Gy est valide à la condition que l'échantillon soit un échantillon probabiliste.

- Un échantillon **probabiliste** est un échantillon où chaque fragment a une **probabilité non nulle d'être sélectionné**;
- Un échantillon est **sans biais** si chaque fragment a une **chance égale d'être sélectionné**.

Ex. Un échantillon pris dans la benne de la chargeuse-navette n'est pas probabiliste, car les fragments au fond de la benne n'ont aucune chance d'être sélectionnés.

Le lot peut-être représenté par 2 phases distinctes :

1. phase comprenant le minéral (ou la variable) d'intérêt;
2. phase formée du reste (gangue).

Sources de l'équation

- Lois statistiques de la distribution hypergéométrique et binomiale;
- Observations empiriques suite à de multiples expériences.



2. La théorie de Gy

Formule de Gy (erreur fondamentale)

$$s_r^2 = \frac{s^2}{a_L^2} = Kl \frac{d^3}{M_e} \left(1 - \frac{M_e}{M_L}\right) \approx Kl \frac{d^3}{M_e} \quad \text{car, } M_e \ll M_L$$

s_r^2 : la variance relative (donc sans unité) de l'erreur d'échantillonnage

d : la taille des plus gros fragments en cm (*généralement*, $d = d_{5\%}$)

M_e : la masse de l'échantillon en grammes;

M_L : la masse du lot échantillonné en grammes

l : un facteur de libération calculé grâce à :

Soit d_0 la taille de libération du minerai (c.-à-d. la dimension que l'on devrait atteindre pour permettre que le constituant d'intérêt soit entièrement libéré de la gangue qui l'entoure) alors on a :

$$l = \begin{cases} (d_0/d)^{0.5}, & \text{si } d \geq d_0 \\ 1, & \text{si } d < d_0 \end{cases}$$

2. La théorie de Gy

Formule de Gy (erreur fondamentale)

$$K = (\mu\delta)fg$$

K : Une constante dont les unités sont des g/cm^3 ;

f : un facteur de forme définit comme le rapport du volume d'un fragment r le volume de plus petit cube qui contient entièrement le fragment (sans dimension);

- Pour une sphère, on a $\frac{4}{3}\pi r^3 / (2r)^3 = \pi/6 = 0.524$.
- Pour une fibre comme l'amiante ou pour un minéral tabulaire comme le mica, $f = 0.1$ à 0.2 .
- Gy recommande de prendre $f = 0.5$ pour la plupart des minerais.

g : Facteur de distribution décrivant l'uniformité de la taille des fragments (sans unité).

$$g = \begin{cases} 0.25, & \text{si aucune calibration des fragments n'est effectuée} \\ 0.4, & \text{si } d_{5\%}/d_{95\%} > 4 \\ 0.5, & \text{si } 4 > d_{5\%}/d_{95\%} > 2 \\ 0.75, & \text{si } 2 > d_{5\%}/d_{95\%} > 1 \\ 1, & \text{si } d_{5\%}/d_{95\%} = 1 \end{cases}$$



3. Facteur pris en compte par la théorie

Formule de Gy (erreur fondamentale)

D'où vient le facteur « g »?

Dans le développement de la théorie, le terme suivant apparaît naturellement dans l'expression de s_r^2 :

$$\sum_{i=1}^{nc} p_i d_i^3 \quad (1)$$

où nc est le nombre de classes granulométriques et p_i est la proportion poids observée dans la classe « i ».

Gy a eu l'idée de remplacer ce terme par:

$$\sum_{i=1}^{nc} p_i d_i^3 \sim g d^3$$

où « d » est une grandeur caractéristique des particules. Pour plusieurs courbes granulométriques, il a évalué (1), puis il a construit les courbes $g(d)$ correspondantes.

Toutes les courbes passaient à proximité du point : $d=d_{5\% \text{ retenu}}, g=0.25 !$

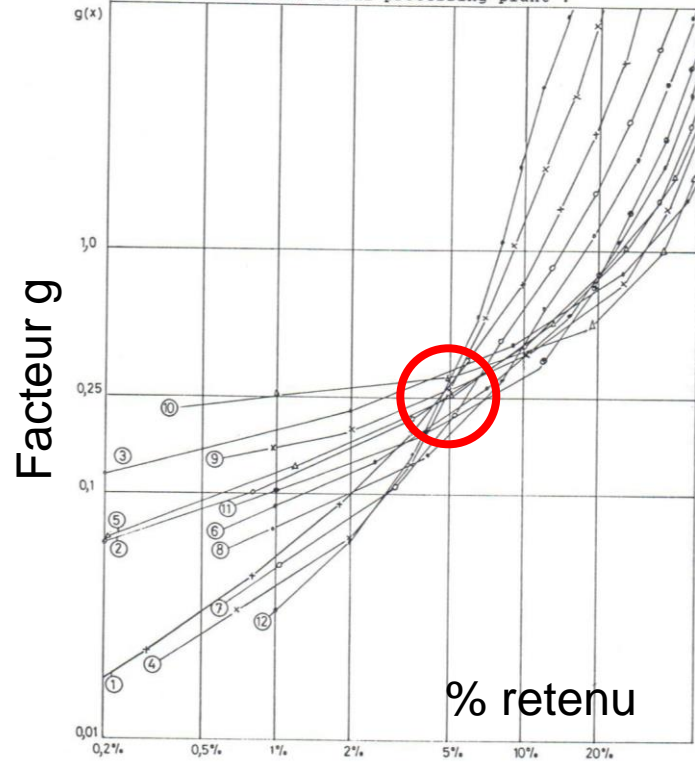


3. Facteur pris en compte par la théorie

Formule de Gy (erreur fondamentale)

Figure 4.9. Examples of curves of g_{α} as a function of α %

- 1 - 2 - 3 - Rosin-Rammler distributions with $tg \beta = 1, 2, 3$
- 4 - 5 - Natural sedimentary phosphates (fine and coarse),
- 6 - Typical output of a rod-mill in open circuit,
- 7 - Typical output of a ball-mill in open circuit,
- 8 - Typical output of a ball-mill/mechanical-classifier closed circuit,
- 9 - Typical output of a giratory crusher in open circuit,
- 10 - Typical output of a smooth-rolls crusher in open circuit,
- 11 - Fine slimes from a coal processing plant,
- 12 - Coarse slimes from a coal processing plant .



2. La théorie de Gy

Formule de Gy (erreur fondamentale)

$$(\mu\delta) = \frac{1 - a_L}{a_L} \left((1 - a_L)\delta_A + a_L\delta_G \right)$$

δ_A et δ_G : respectivement les masses spécifiques (en g/cm³) du composant d'intérêt (A) et de la gangue (G);

a_L : La concentration du composant d'intérêt exprimé sous forme de fraction (c.-à-d. 10%=0.10, 10ppm=0.000010).

$\mu\delta$ possède les unités d'une masse spécifique (g/cm³)



3. Facteur pris en compte par la théorie

Formule de Gy (erreur fondamentale)

$$K = (\mu\delta) f g$$

$$\mu\delta = \frac{(1 - a_L)}{a_L} [(1 - a_L) \delta_A + a_L \delta_G]$$

Ce facteur tient compte de la teneur et des masses volumiques (en g/cm³)

δ_A : masse volumique du minéral d'intérêt

δ_g : masse volumique de la gangue

Ce facteur a beaucoup d'influence sur la variance relative

Ex. Or natif, $a_L = 5\text{ppm}$, $\delta_a = 19$, $\delta_g = 3$, $\Rightarrow \mu\delta = 3\,800\,000 \text{ g/cm}^3$
Chalcopyrite $a_L = 5\%$, $\delta_a = 4.1$, $\delta_g = 3$, $\Rightarrow \mu\delta = 76.8 \text{ g/cm}^3$

3. Facteur pris en compte par la théorie

Formule de Gy (erreur fondamentale)

La teneur a_l est celle du minéral d'intérêt, pas celle du métal !

Ex. : La teneur du lot est 1% Cu, le Cu est contenu dans la chalcopryrite, la teneur de la chalcopryrite (CuFeS_2) est de

$$1\% / 0.35 = 2.86\% \quad 0.35 = \text{Cu} / (\text{Cu} + \text{Fe} + \text{S}_2)$$

Ex. L'or dans la pyrite (1% or dans la pyrite),

le lot a une teneur de 5 ppm d'or;

la teneur de la pyrite est : $5e-6 / .01 = 5e-4$

Si l'or est natif, on a :

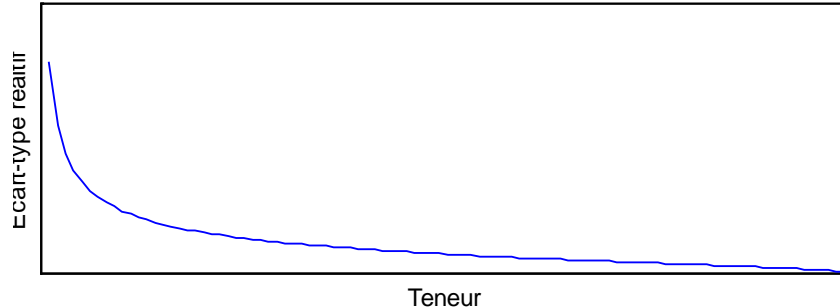
$$s_{r, \text{Au natif}} / s_{r, \text{Au pyrite}} \approx 20 \text{ (si 1\% or dans la pyrite),}$$

$$s_{r, \text{Au natif}} / s_{r, \text{Au pyrite}} \approx 60 \text{ (si 0.1\% or dans la pyrite),}$$

3. Facteur pris en compte par la théorie

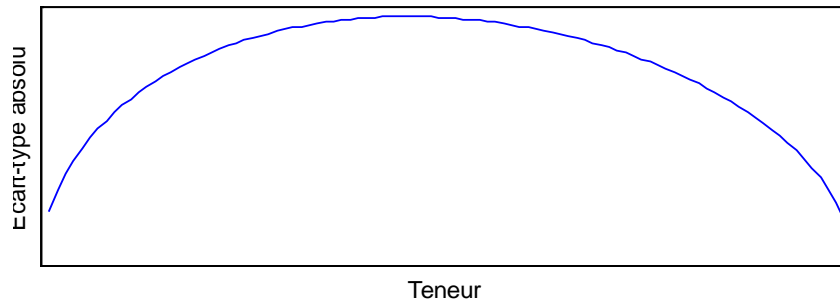
Formule de Gy (erreur fondamentale)

Écart-type relatif vs teneur



L'écart-type relatif diminue avec la teneur

Écart-type absolu vs teneur



En valeur absolue, l'écart-type augmente puis diminue

a_L inconnu !

Prendre une teneur légèrement inférieure à la teneur de coupure ou supérieure

Il ne sert à rien d'estimer avec une grande précision une teneur très faible

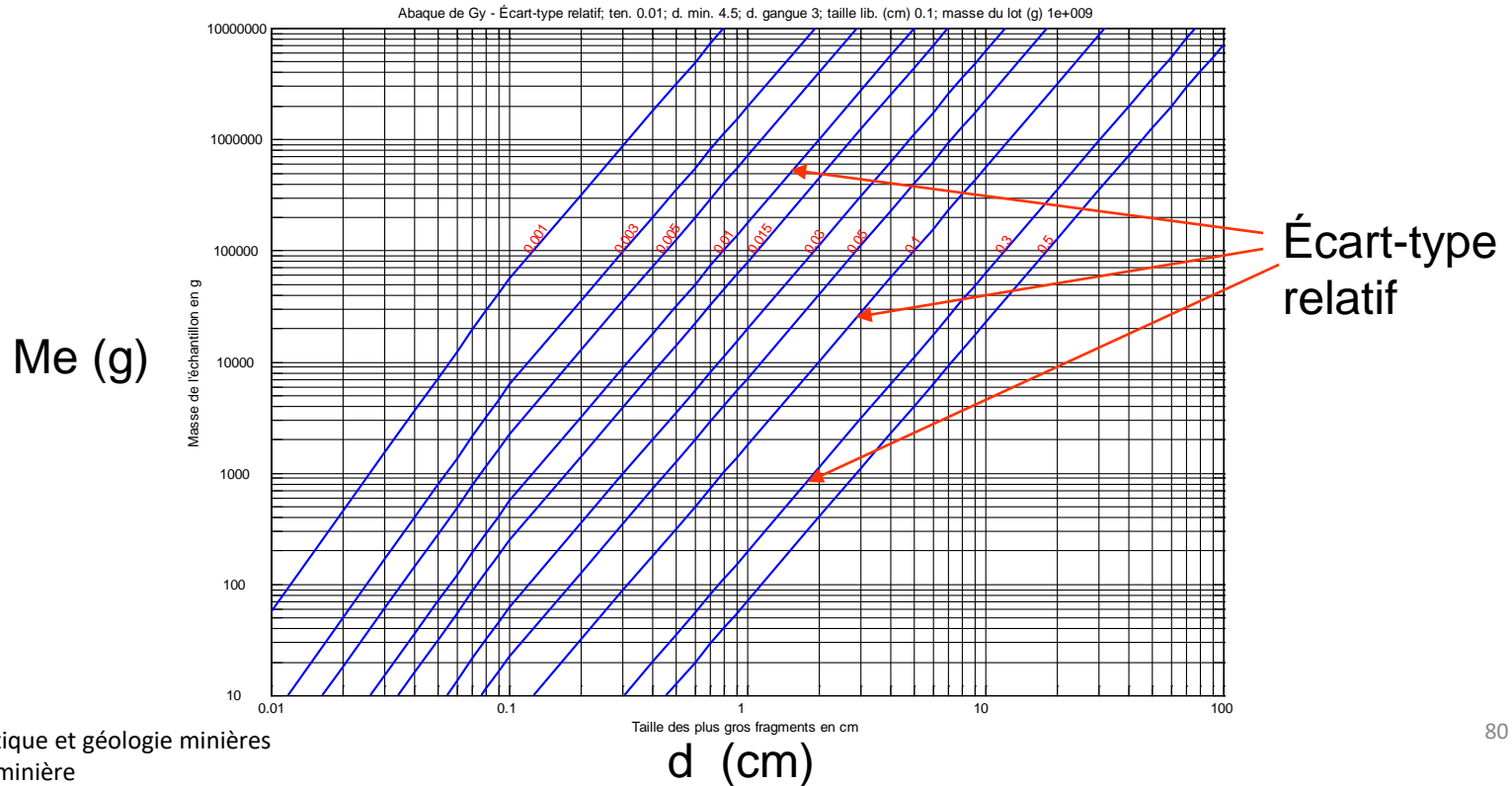
Ex. t.c. 1%, si $a_L=0.05\%$, même un écart-type relatif de 3 donne un intervalle $[0, 0,35\%]$ au niveau de confiance 95%



3. Facteur pris en compte par la théorie

Formule de Gy (erreur fondamentale)

Les paramètres que l'on contrôle sont « d », M_e et s_r^2 ce qui implique l'utilisation d'abaques où seuls ces paramètres varient.



5. Exemples d'application

Exemple en équipe :

Apprendre ensemble à prédire la précision relative d'un échantillon pour représenter la teneur d'un lot donné



5. Exemples d'application

Exemples

Gisement Au 3 ppm, 0.01% Au dans pyrite
Demi-carotte 10 kg

Équipements disponibles

Concasseur à mâchoire à 0.5 cm

Broyeur à disque 0.02 cm

« Shuttle box » 0.007 cm

Le laboratoire prend 25 g à 0.007 cm pour analyse par absorption atomique

Procédure permettant de connaître teneur en Au à ± 0.05 ppm (95% cas) ?

- Il faut broyer la demi-carotte en entier à 0.5 cm => A

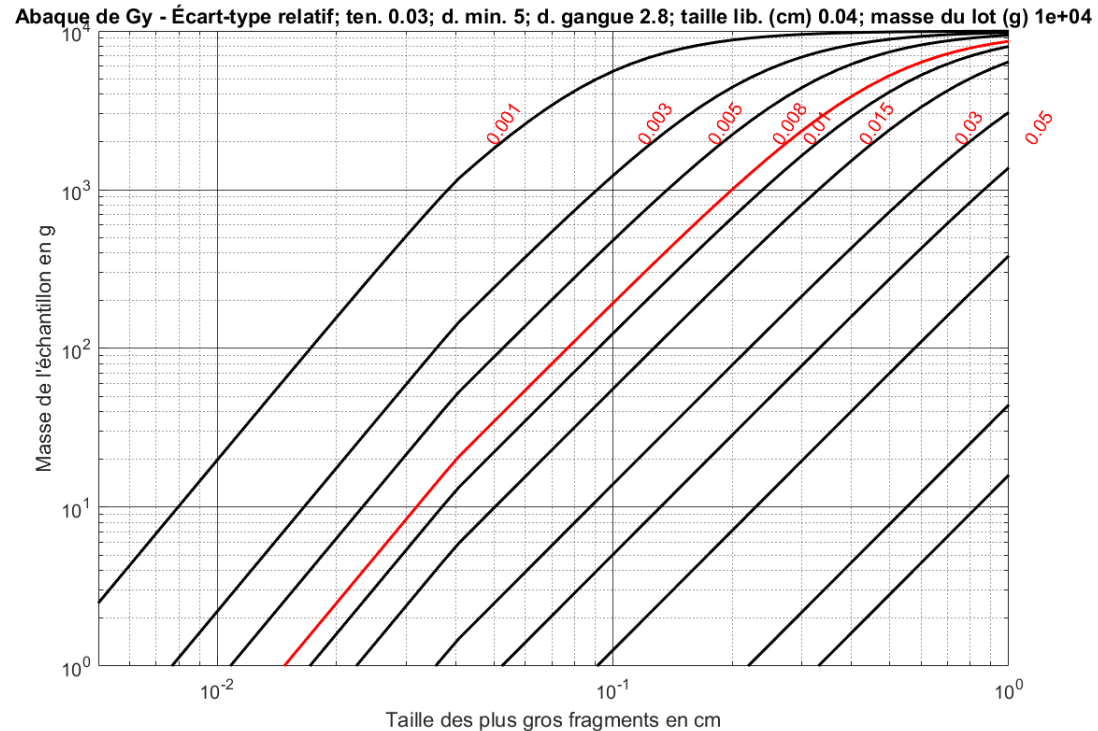
5. Exemples d'application

Exemples

0- On veut une procédure permettant de connaître la teneur en Au à $\pm 0.05\text{ppm}$ dans 95% des cas.

$$\bar{x} \pm 2\sigma \rightarrow 2\sigma = 0.05$$

$$s_r = \frac{\left(\frac{0.05}{2}\right)}{3} = 0.008$$



5. Exemples d'application

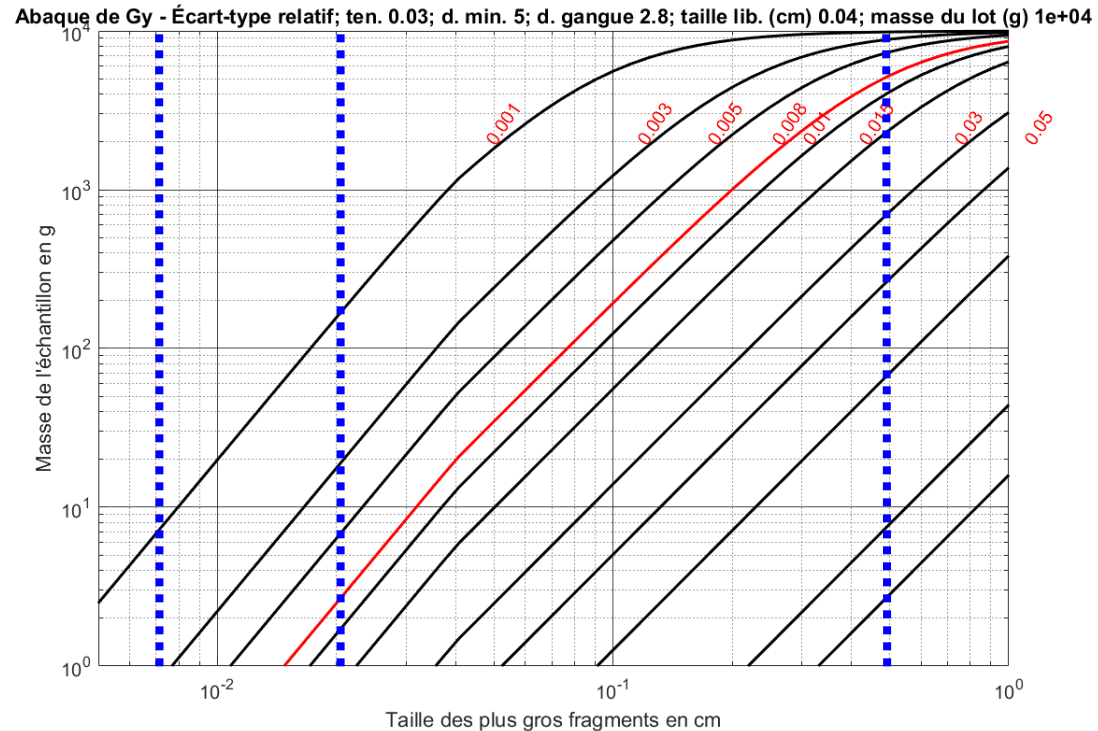
Exemples

1- Identifier sur le graphique les équipements disponibles

Concasseur à mâchoire à 0.5 cm

Broyeur à disque 0.02 cm

« Shuttle box » 0.007 cm



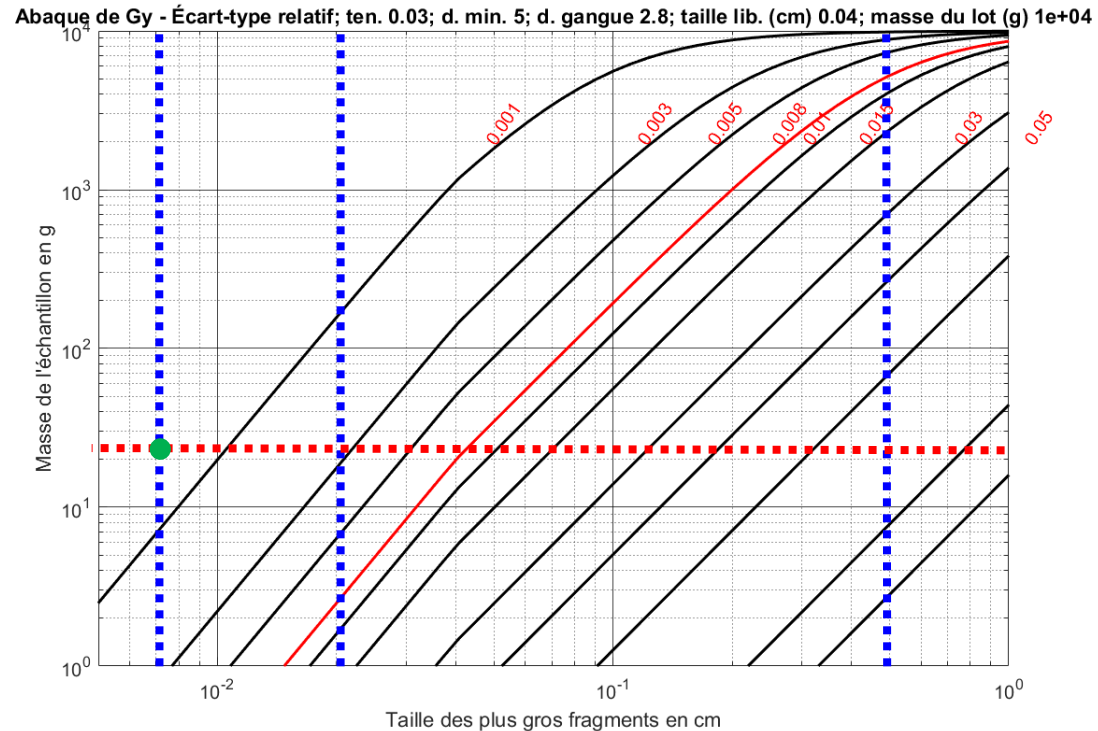
5. Exemples d'application

Exemples

2- Identifier le point d'arrêt spécifié par le laboratoire

Masse :

Le laboratoire prend 25 g à 0.007 cm pour analyse par absorption atomique

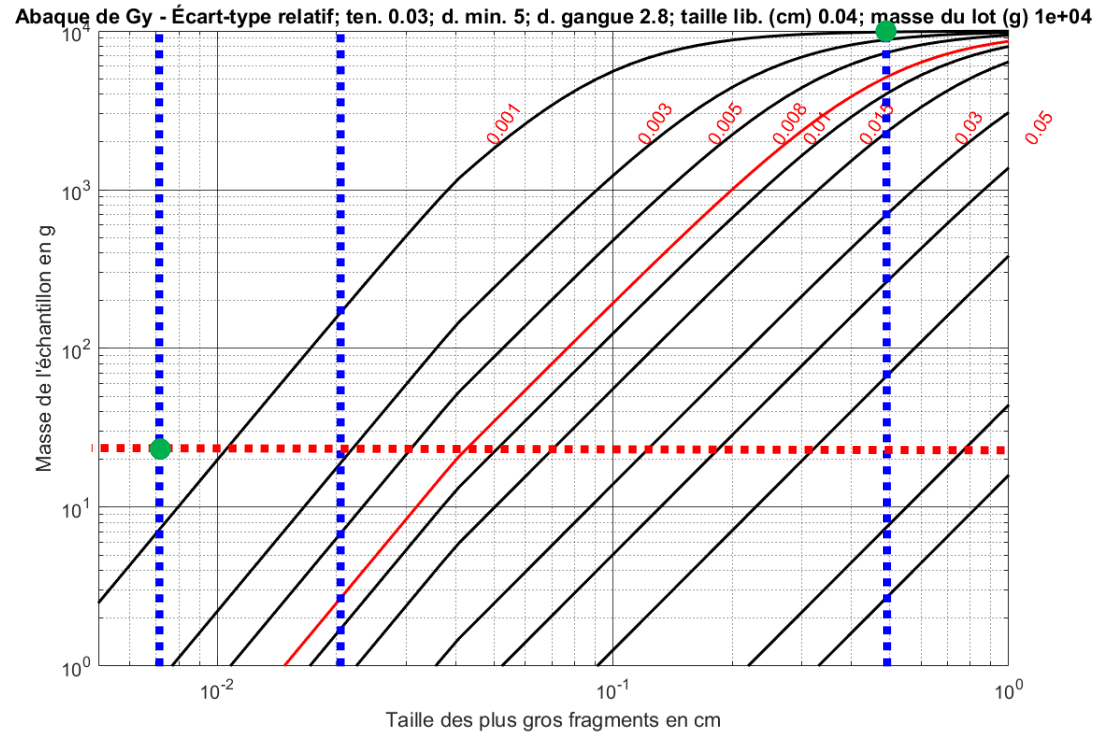


5. Exemples d'application

Exemples

3- On a 10 kg de carottes que l'on doit broyer à 0.05cm

On identifie le point de départ

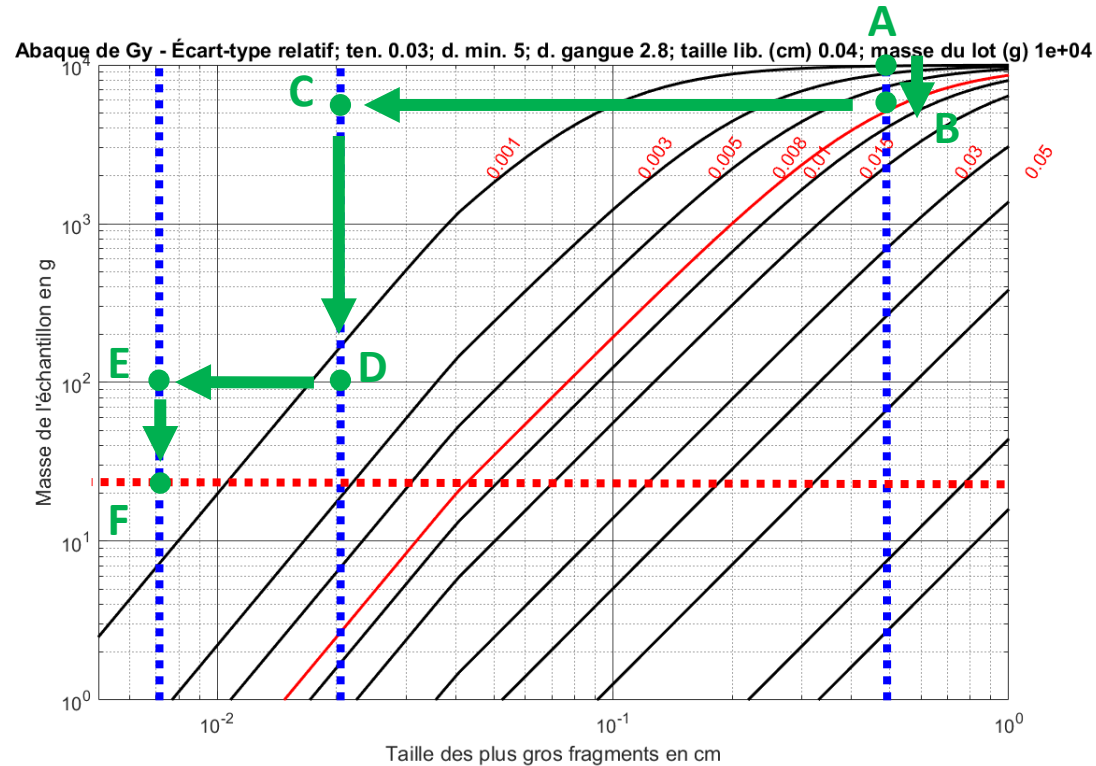


5. Exemples d'application

Exemples

4- On peut proposer une stratégie de sous-échantillonnage pour l'analyse en laboratoire.

Il suffit de ne jamais se retrouver à droite de la courbe rouge indiquant $s_r = 0.008$. Et d'avoir un seul point très près de la courbe $s_r = 0.008$.



5. Exemples d'application

Exemples

Taille de libération des grains de pyrite : 0.04 cm

Densité pyrite : 5

Densité gangue : 2.8

Teneur de pyrite : $3e-06/0.0001 = 3\%$

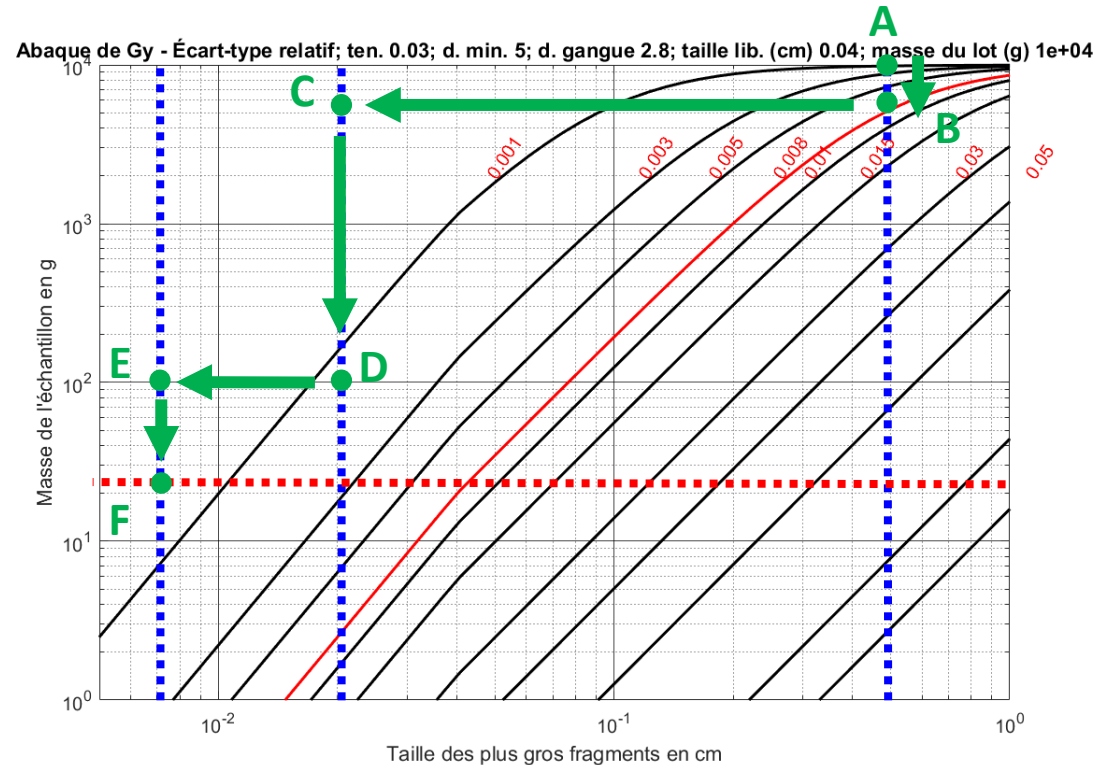
L'étape F est imposée par le labo

→ variance négligeable

→ Étape D : à 0.02 cm, $m_2=100$ g assure une variance négligeable

→ Étape B : à 0.5 cm, $m_1=5.3$ kg, $s_r=0.008$

→ Sr global=0.008



5. Exemples d'application

Calcul au long:

$$a_l = .03, f = 0.5, g = 0.25$$

$$d_a = 5 \text{ g/cm}^3, d_g = 2.8 \text{ g/cm}^3, d_0 = 0.04 \text{ cm}$$

$$\mu\delta = (1 - .03) / .03 * ((1 - .03) * 5 + .03 * 2.8) = 159.5$$

$$K = 159.5 * 0.5 * 0.25 = 19.94 \text{ g/cm}^3$$

- Étape B (Me=5300g, Ml=10000g, d=0.5 cm), $l = (0.04/0.5)^{0.5} = 0.2828$

$$S_r^2 = 19.94 * 0.2828 * 0.5^3 / 5300 (1 - 5300/10000) = 6.25e-05 \Rightarrow s_r = 0.008$$

- Étape D (Me=100g, Ml=5300g, d=0.02 cm), $l = 1$

$$S_r^2 = 19.94 * 1 * 0.02^3 / 100 (1 - 100/5300) = 1.56e-06 \Rightarrow s_r = 0.001$$

- Étape F (Me=25g, Ml=100g, d=0.007 cm), $l = 1$

$$S_r^2 = 19.94 * 1 * 0.007^3 / 25 (1 - 25/100) = 2.05e-07 \Rightarrow s_r = 0.0005$$

- Global

$$S_r^2 = 6.25e-05 + 1.56e-06 + 2.05e-07 = 6.43e-05 \Rightarrow S_{r, \text{global}} = 0.008$$



5. Exemples d'application

Procédure alternative:

Sauter l'étape B, tout broyer au concasseur à disque.

• Étape B : $S_r^2 = 0$

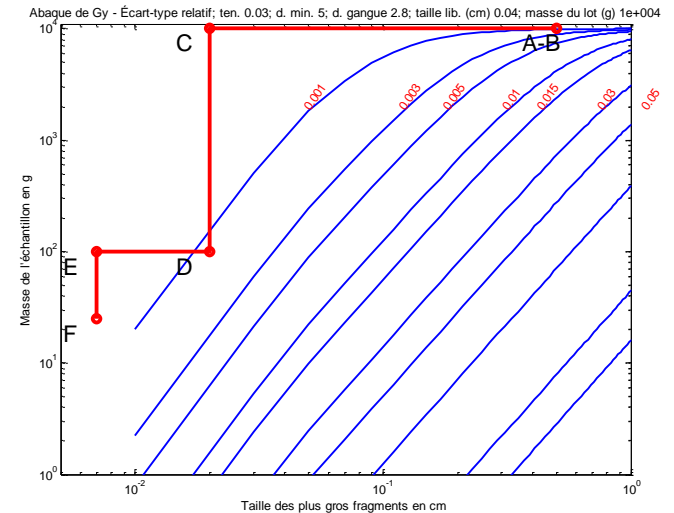
• Étape D (Me=100g, Ml=10000g , d=0.02 cm), l = 1
 $S_r^2 = 19.94 * 1 * 0.02^3 / 100 (1 - 100/10000) = 1.58e-06$

• Étape F (Me=25g, Ml=100g , d=0.007 cm). l=1
 $S_r^2 = 19.94 * 1 * 0.007^3 / 25 (1 - 25/100) = 2.05e-07$

• Global

$$S_r^2 = 0 + 1.58e-06 + 2.05e-07 = 1.76e-06$$

$$S_r^2 = 0.0013$$



4. Procédure multistade

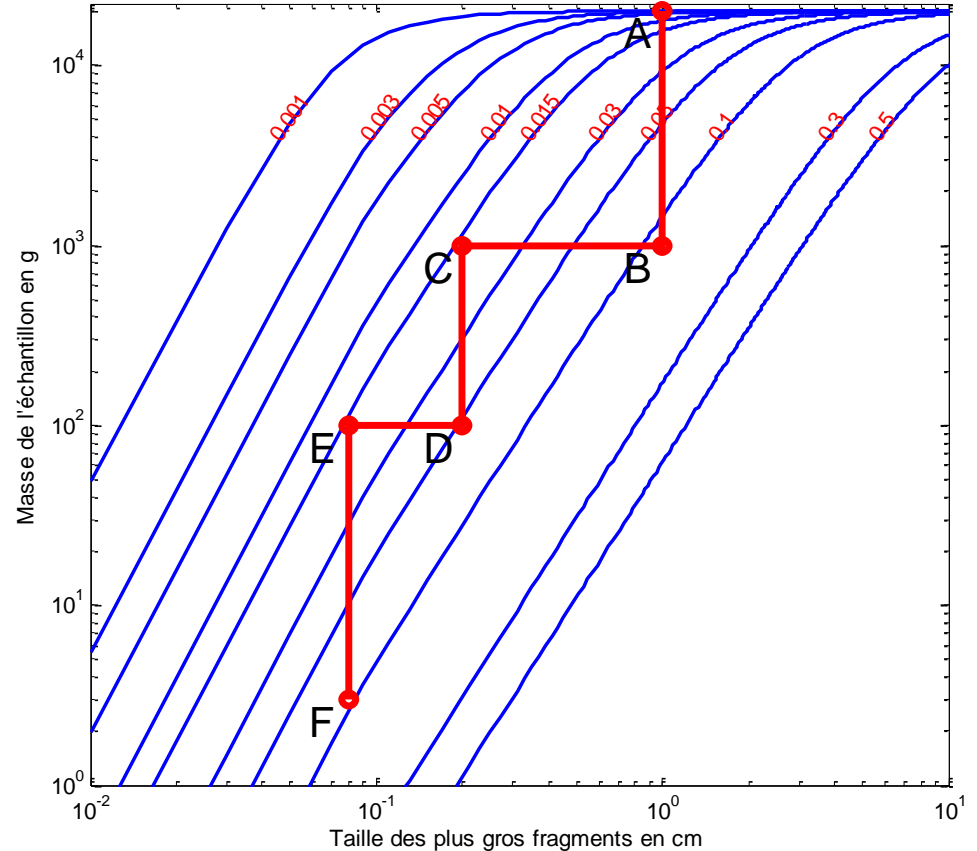
Quelles étapes induisent une erreur?

Comment se combinent les erreurs?

Procédure acceptable ?

Comment l'améliorer ?

Abaque de Gy - Écart-type relatif; ten. 0.01; d. min. 4; d. gangue 3; taille lib. (cm) 0.1; masse du lot (g) 2e+01



4. Procédure multistade

Quelles étapes induisent une erreur?

Comment se combinent les erreurs?

Procédure acceptable ?

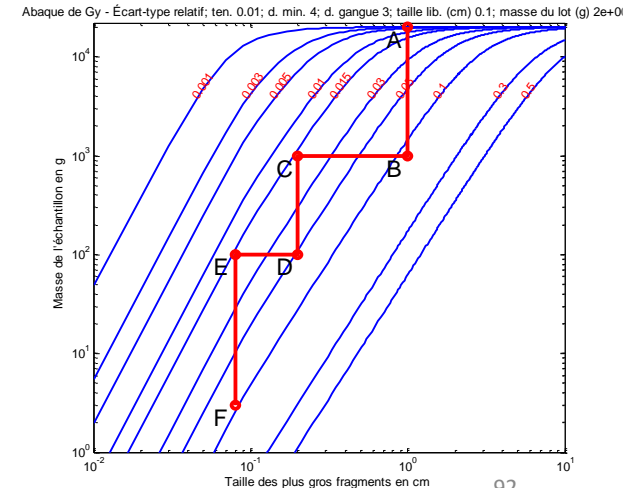
Comment l'améliorer ?

Seules les étapes où la masse est réduite (B,D,F)

Les variances relatives s'additionnent

Non, car $s(B)$ et $s(F) \approx 0.1 \Rightarrow$
intervalle 1 ± 0.3 (dans 95% cas)

Augmenter la masse à B
Broyer plus finement à E



4. Procédure multistade

Remarque

La masse de l'échantillon d'un stage devient la masse du lot pour le stage suivant (théoriquement on doit recalculer l'abaque; en pratique pas nécessaire si la masse de l'échantillon $< 0.2 * \text{masse du lot}$)



6. Compléments

Provenance de la formule de Gy (loi binomiale et loi hypergéométrique)

Loi hypergéométrique H(n,p,N)

Probabilité d'avoir « n_1 » succès parmi « N » tirage avec « p » la probabilité d'avoir un succès. Lorsque N tend vers l'infini, la loi hypergéométrique converge vers la loi binormale $B(n,p)$.

Loi binomiale B(n,p):

Probabilité d'avoir « n_1 » succès parmi « n » avec « p » la probabilité d'avoir un succès.

Supposons que p est la teneur vraie dont les fragments sont identiques en masse et en volume. Et « n_1/n » la teneur observée. Alors, on a :

$$Var(n_1) = np(1 - p) \rightarrow Var\left(\frac{n_1}{n}\right) = \frac{p(1-p)}{n}$$

La variance relative (variance divisée par le carré de l'estimation) est donc :

$$s_r^2 = \frac{Var\left(\frac{n_1}{n}\right)}{p^2} = \frac{(1 - p)}{pn}$$

- Que nous dit cette formule ?

■ variance relative ↑ si # de fragments ↓

■ variance relative ↑ si la teneur de la population « p » ↓

6. Compléments

- On ne contrôle pas « p »
- On peut augmenter « n »
 - En prenant un échantillon plus volumineux $n \propto$ Masse échantillonnée.
 - En diminuant la taille des particules : $n \propto 1/d^3$

Voilà les éléments essentiels de la formule de Gy. Les autres éléments apparaissent pour tenir compte que:

- Les particules de taille et de masse qui varient;
- Le lot à échantillonner est de taille finie;
- Les particules ne sont pas « pures ».

