GLQ3205
Géophysique appliquée 2

Méthodes EM: Méthodes en fréquences

Gabriel Fabien-Ouellet
gabriel.fabien-ouellet@polymtl.ca

Été 2022

Plan du cours

1. Modèle du conducteur enfoui
2. FEM: Détection de conducteur
3. FEM: Mesure de conductivité
4. Étude de cas

Propagation dans le régime diffusif

La solution de l'équation de diffusion:

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} - \mu\sigma \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0$$

La solution est alors: $H_x = H_0 e^{-z/\delta} e^{i(\omega t - z/\delta)}$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

Profondeur de peau

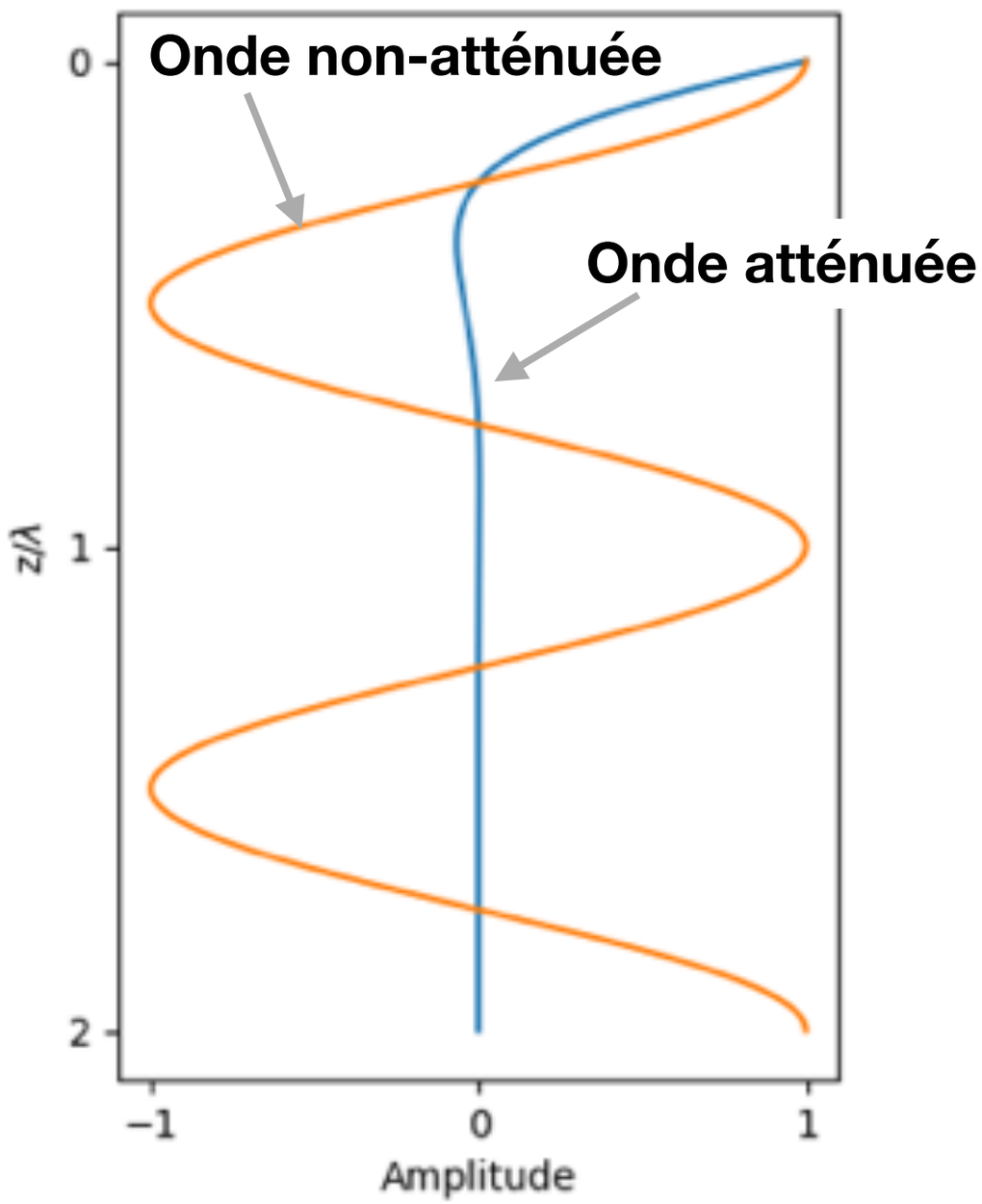
$$\lambda = \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

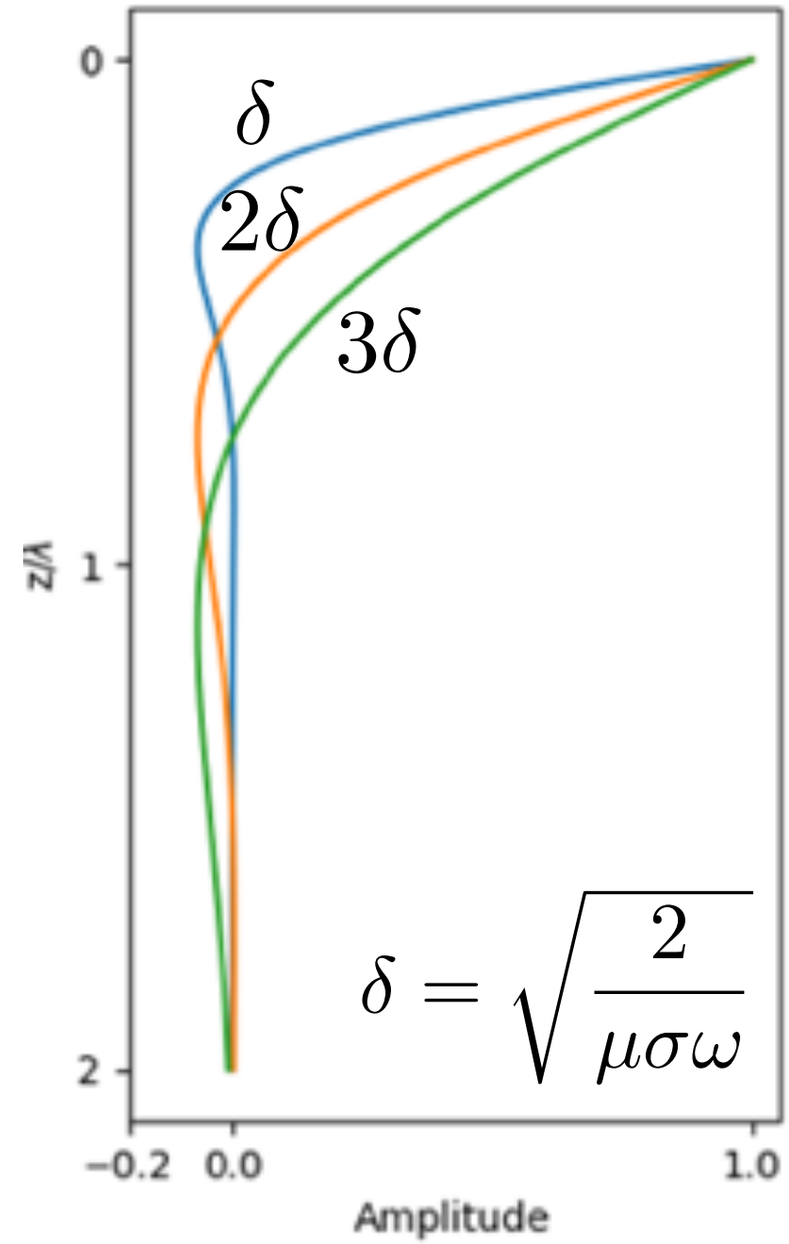
Longueur d'onde

$$v = \lambda / f = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$$

Vitesse de diffusion

Propagation dans le régime diffusif





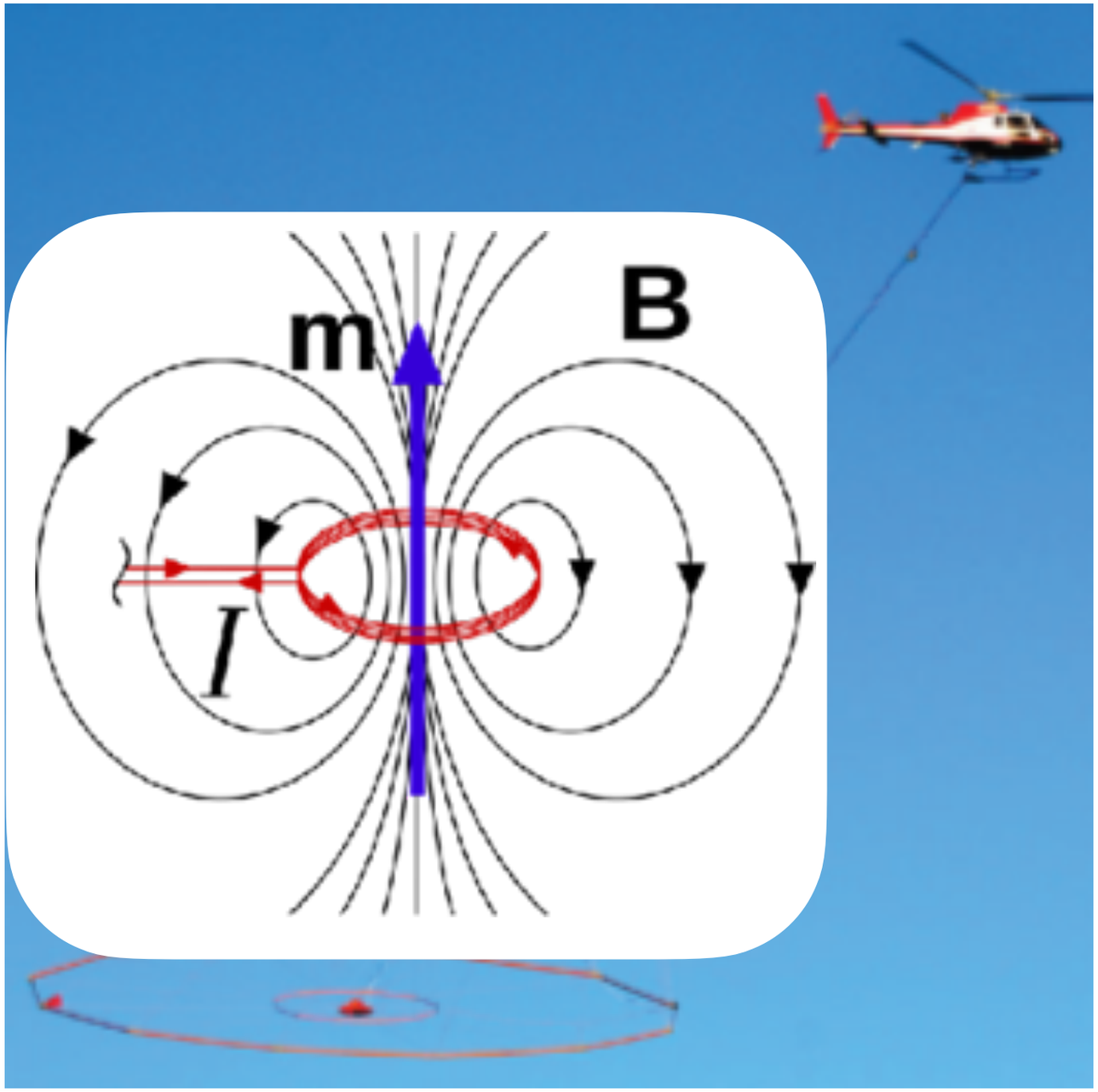
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

Boucle émettrice

La loi de Biot-Savart: **Production d'un champ magnétique** par une boucle de courant:

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

À distance suffisante, le champ ainsi créé est dipolaire, c'est-à-dire qu'on peut l'assimiler au champ de petit aimant.



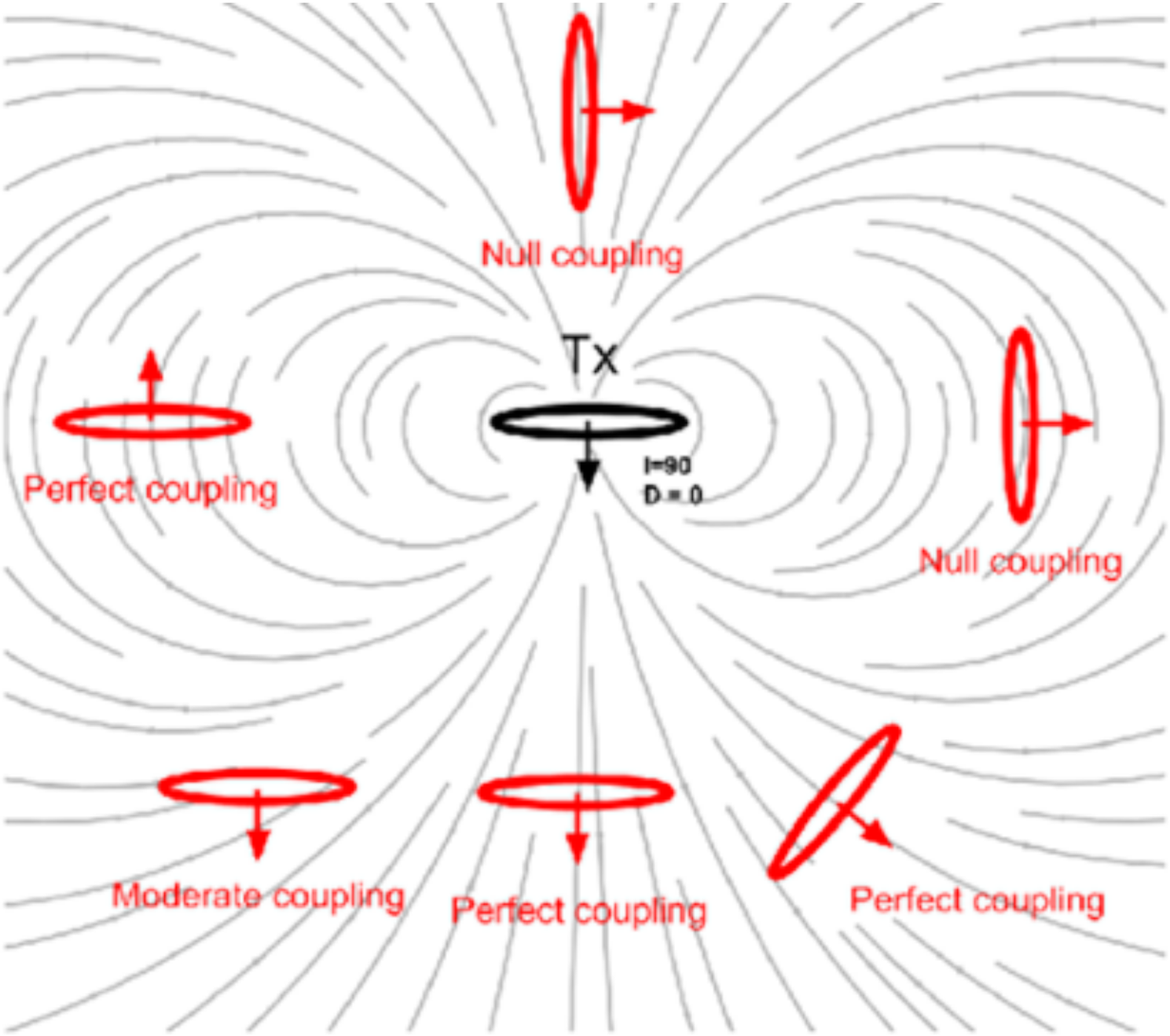
Boucle réceptrice

Selon la loi de Faraday, un changement de flux magnétique engendre une force électromotrice mesurable:

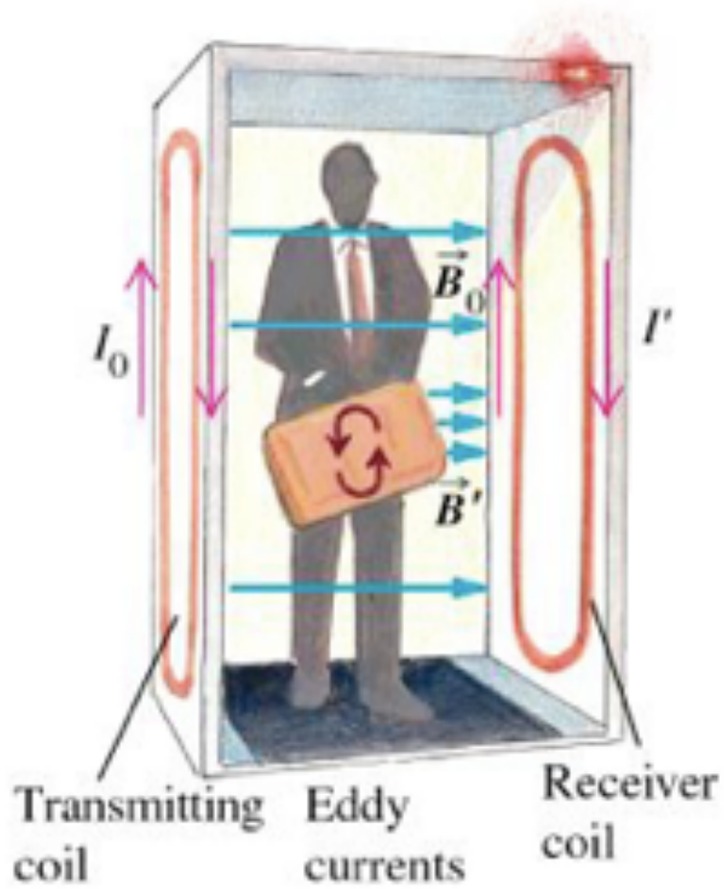
$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

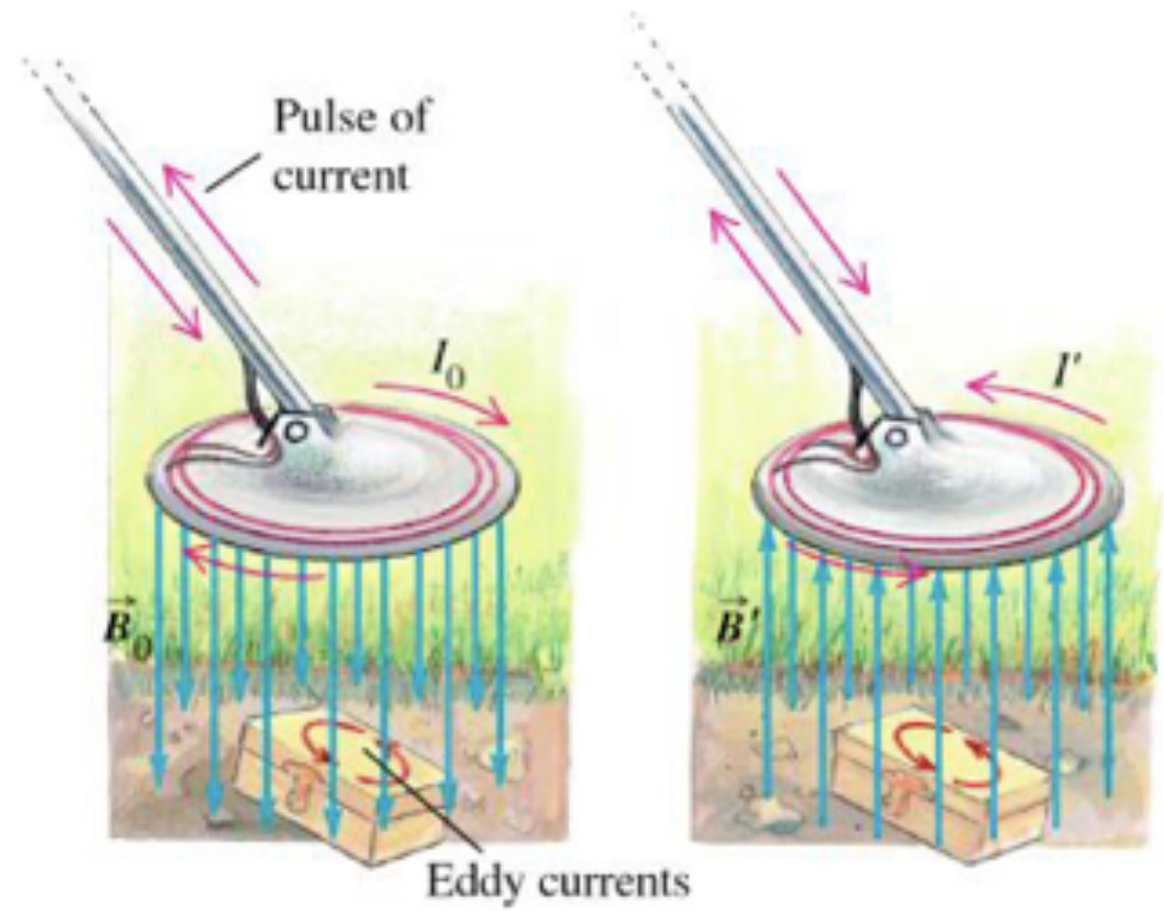
Le flux dépend de la direction de la boucle par rapport au champ magnétique

$$\phi = \oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$



Principe de base en EM





1. Une boucle transmet un champ magnétique primaire variant dans le temps
   - Ceci produit un courant dans un object conducteur
2. Les courants de Foucault produisent un champ magnétique secondaire
   - Ceci produit un courant à la boucle réceptrice

Modèle du conducteur enfoui

Comprendre les bases de l'EM

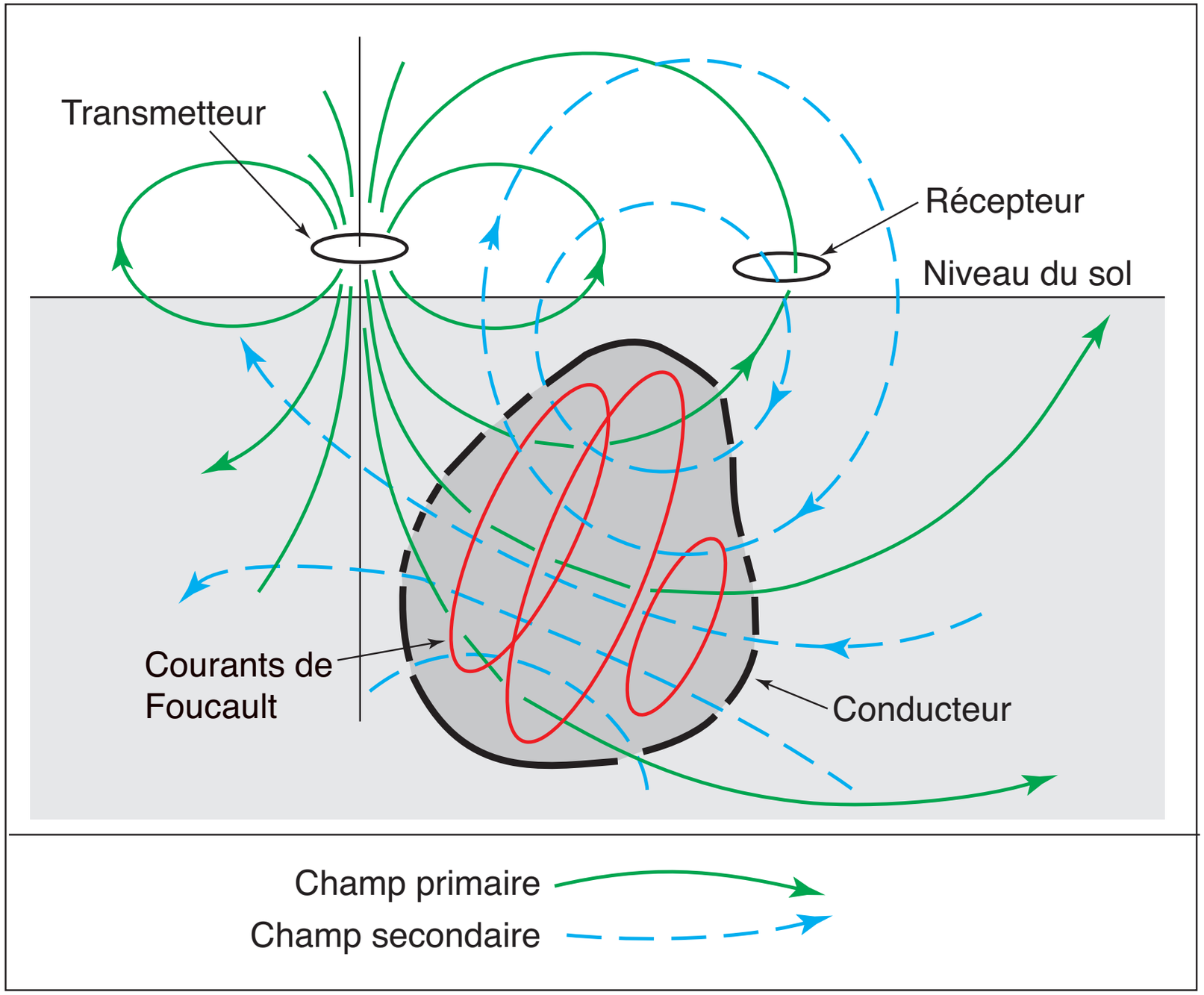
1. Comment se propagent les ondes électromagnétiques ?

2. Qu'est-ce qu'on mesure et comment le mesure-t-on ?

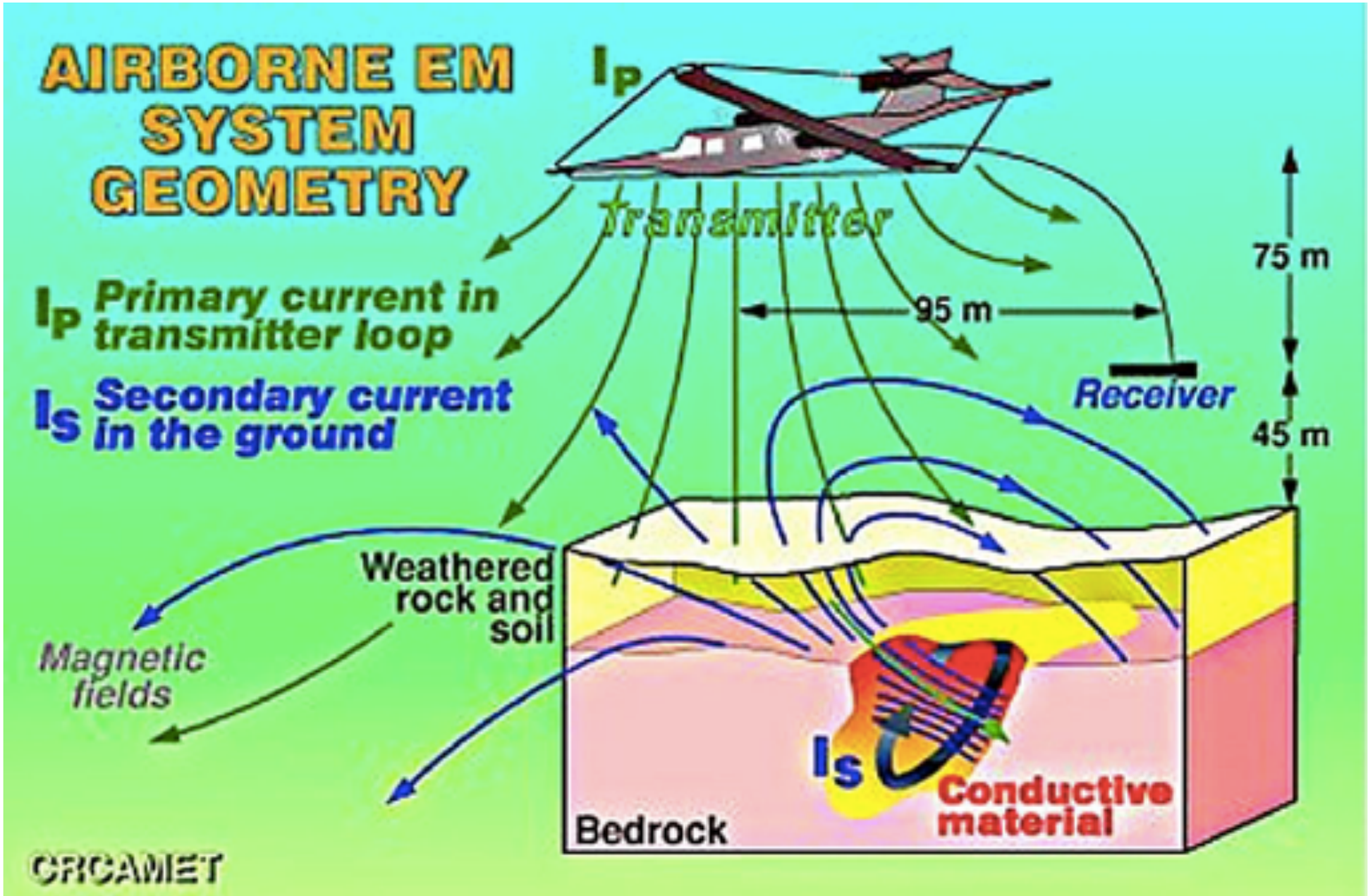
3. **Comment peut-on détecter une anomalie conductrice dans la sous surface ?**

Modèle du conducteur enfoui

- L'émetteur émet un champ magnétique, que l'on nomme **champ primaire**.
- Le champ primaire induit un courant dans le conducteur enfoui, selon la loi de Faraday.
- Le courant induit crée à son tour un champ magnétique que l'on nomme **champ secondaire.**
- Le récepteur mesure la somme du champ primaire et du champ secondaire.

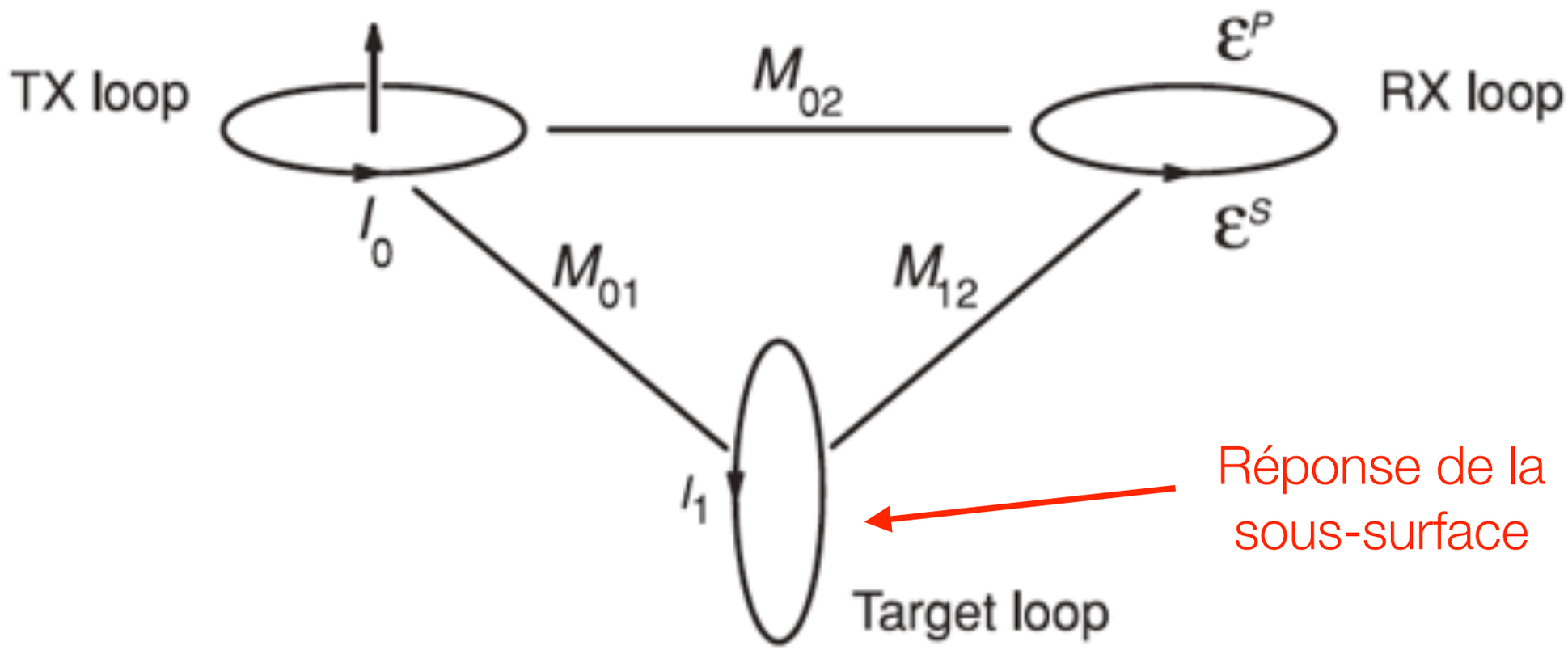


Modèle du conducteur enfoui



Le circuit équivalent

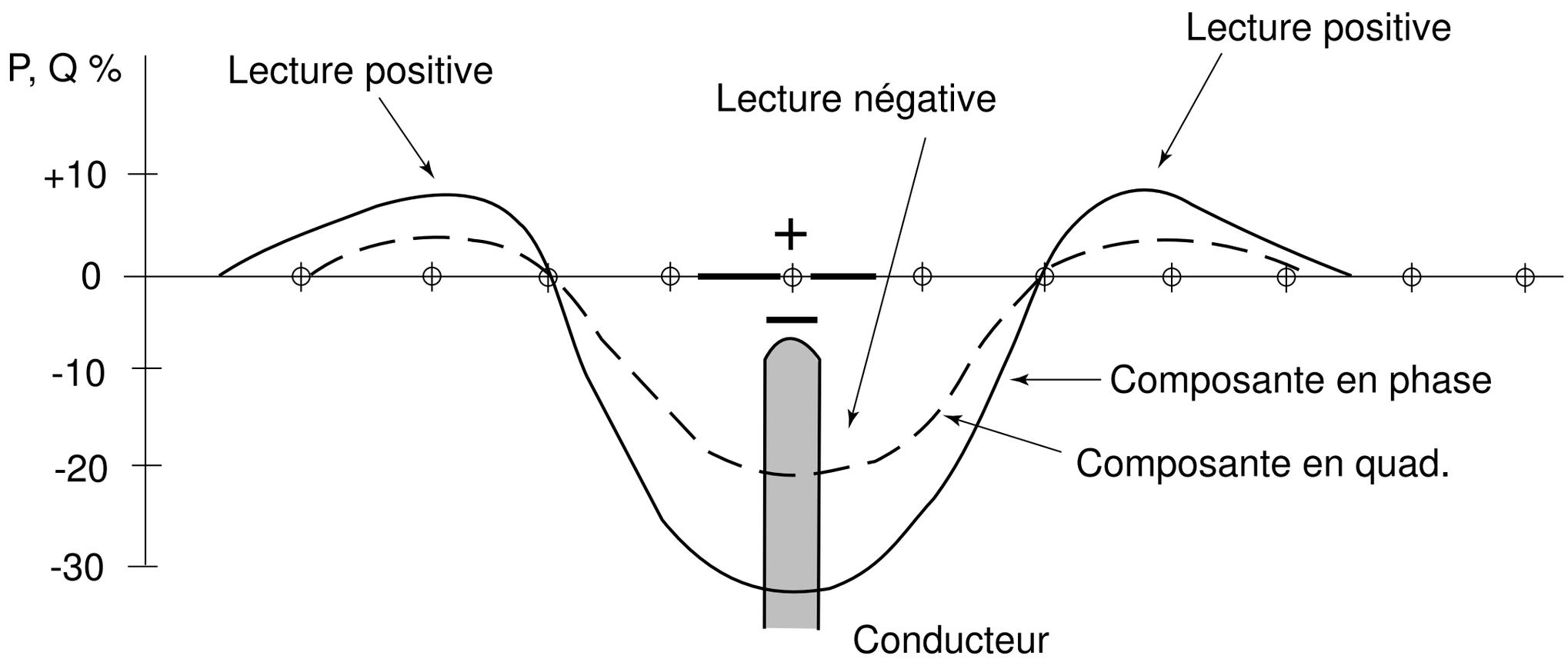
On utilise un système simplifié afin de comprendre la dynamique du système. Le sol est assimilé à une troisième boucle de courant.



(Butler, 2005)

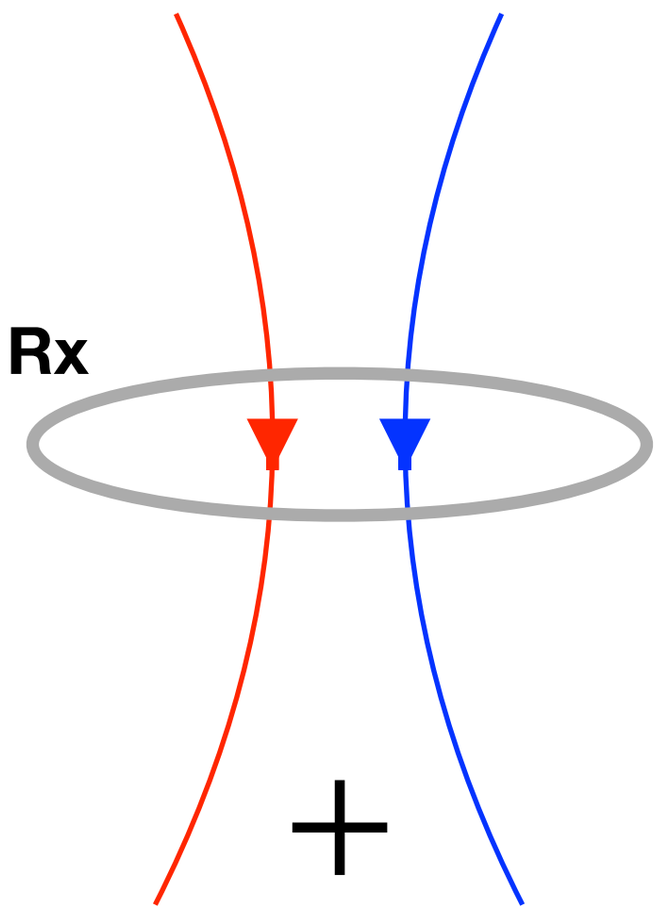
Forme de l’anomalie

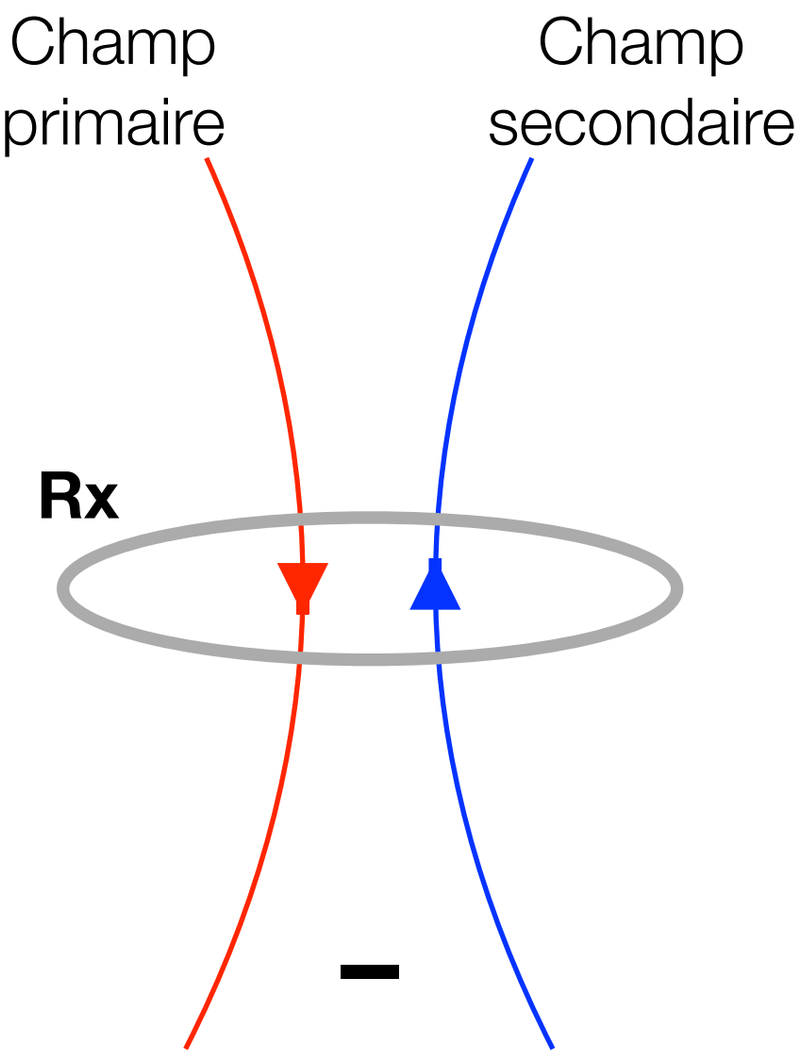
Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



Forme de l'anomalie

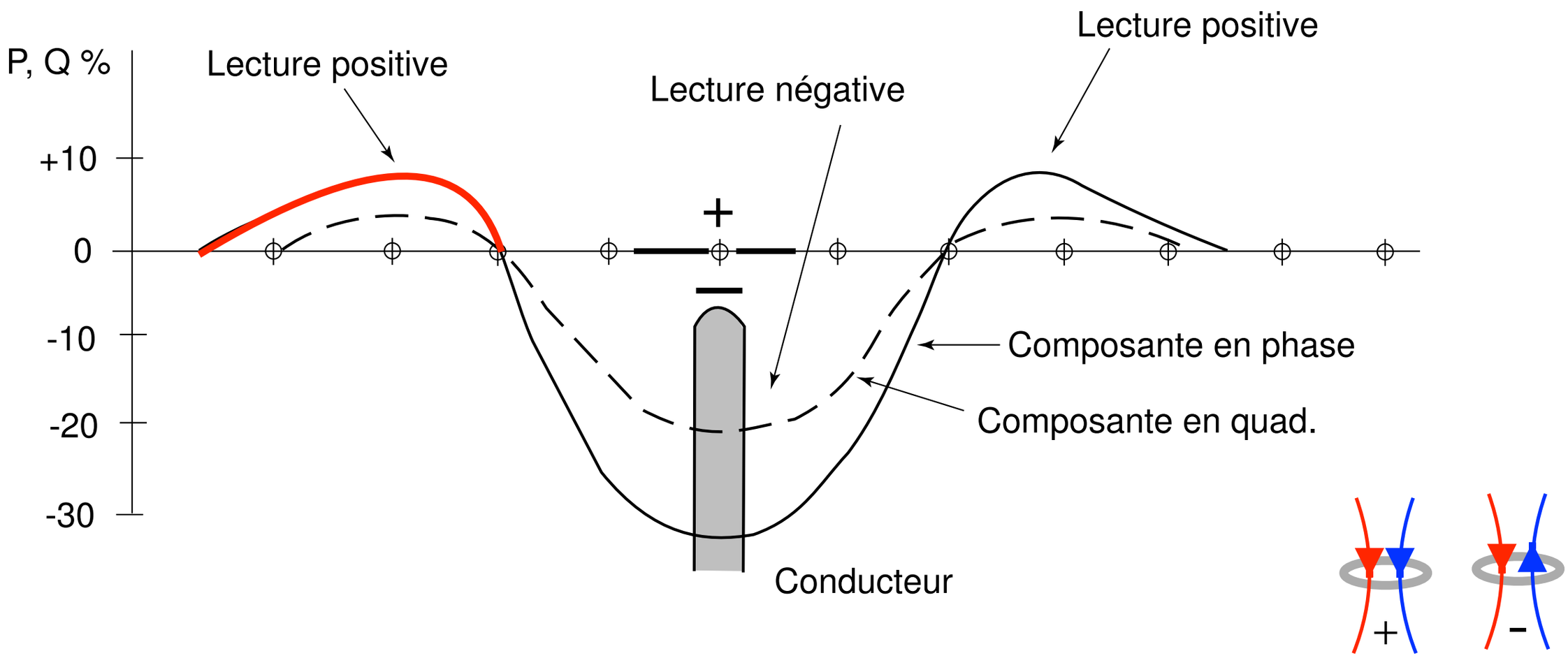
Convention des signes:





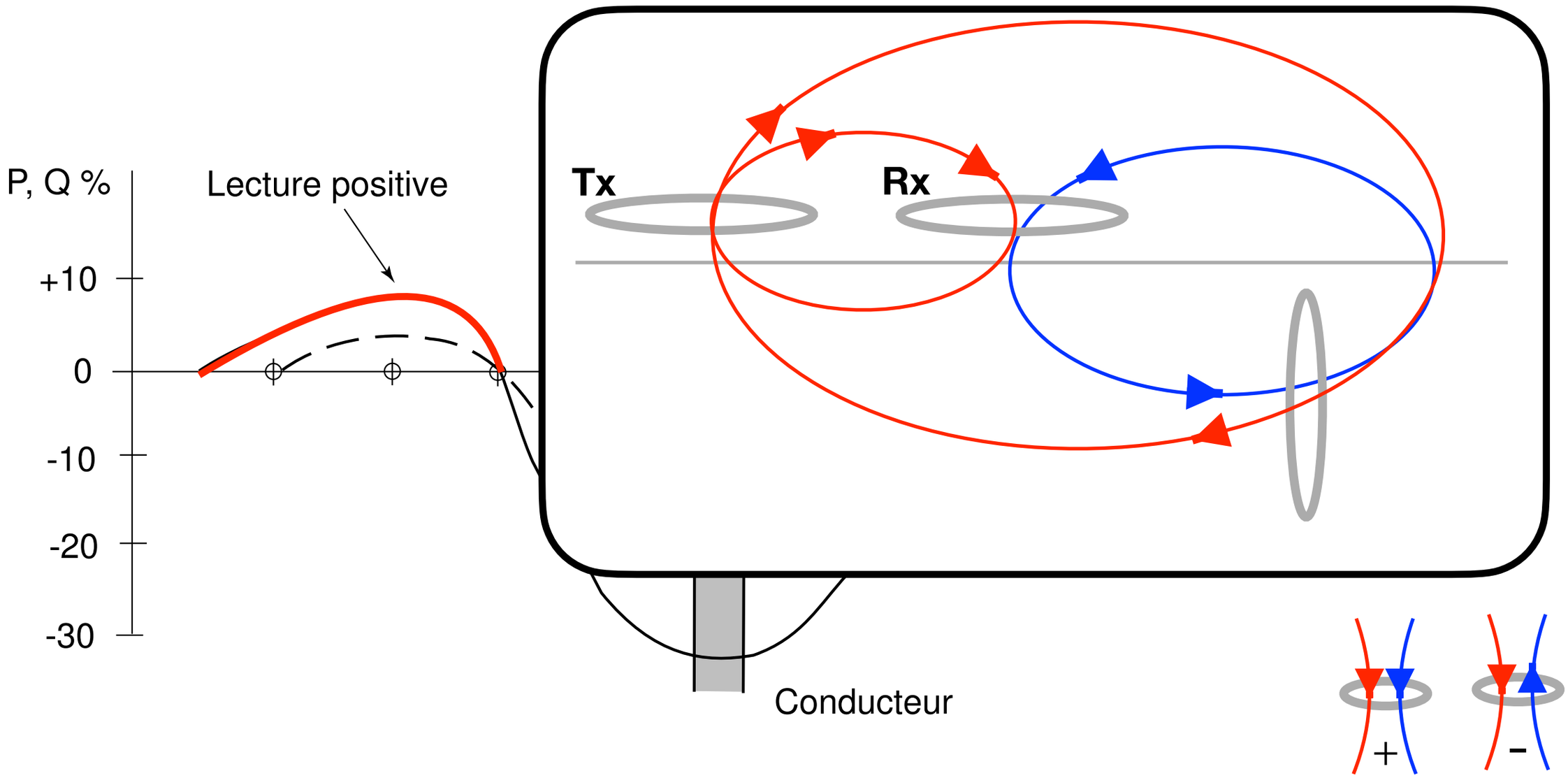
Forme de l’anomalie

Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



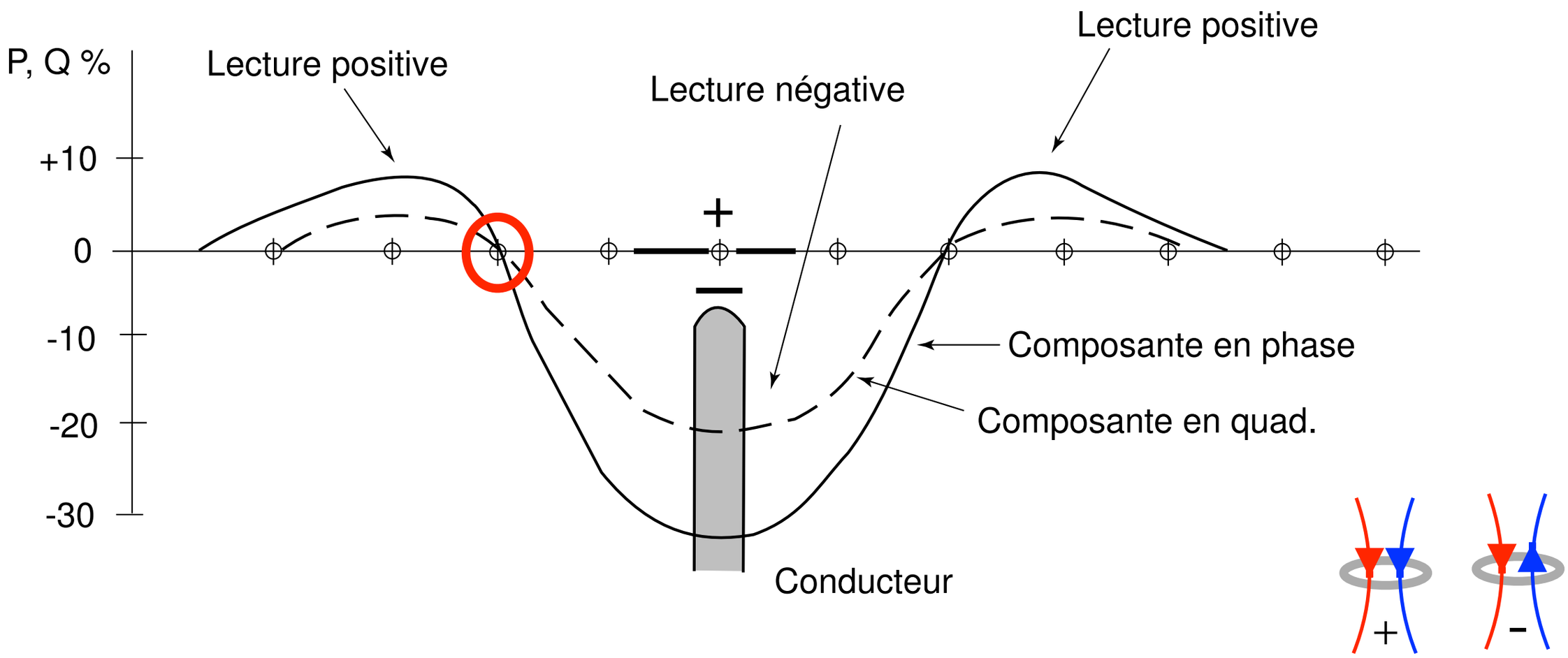
Forme de l'anomalie

Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.



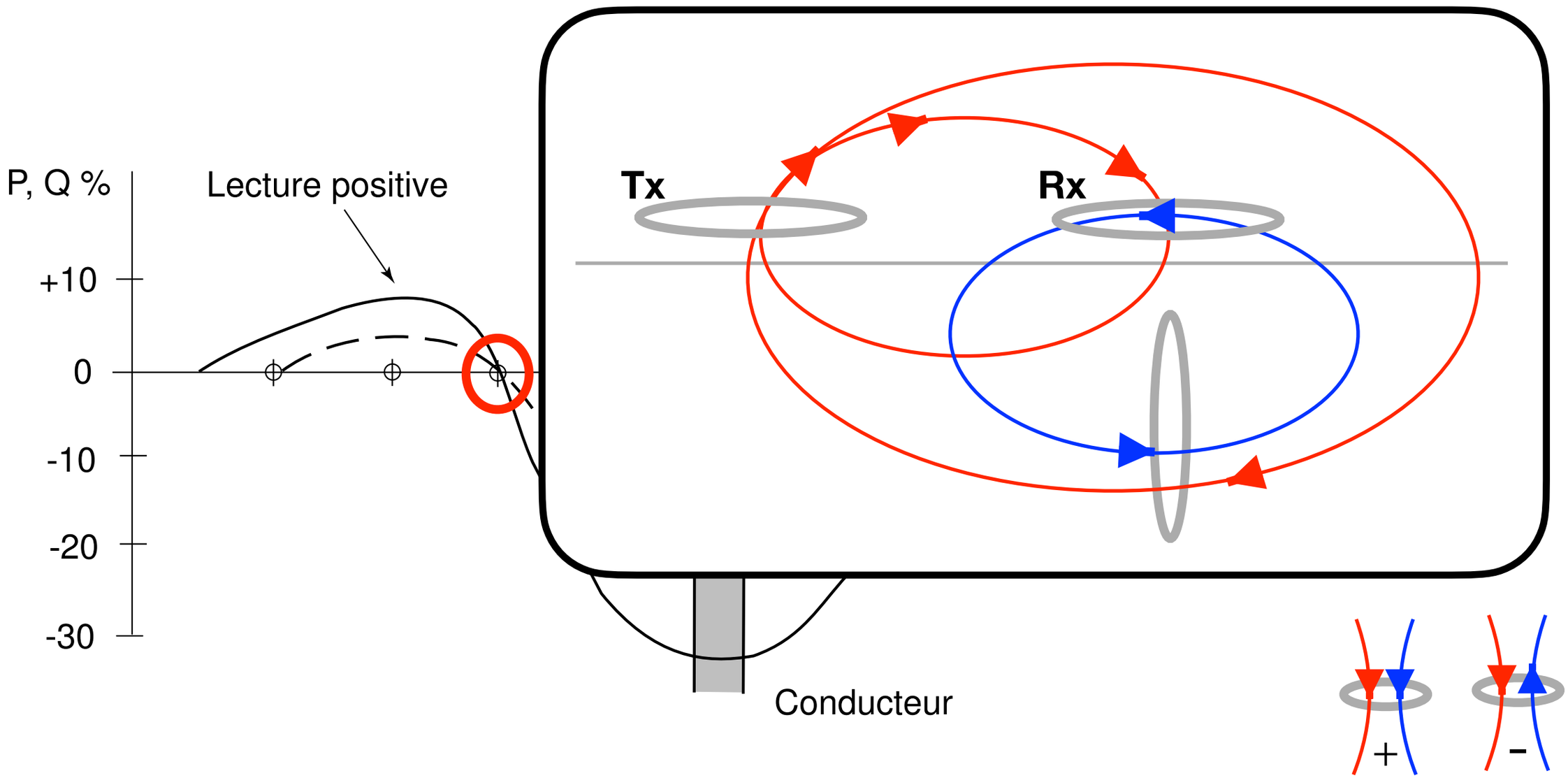
Forme de l’anomalie

Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



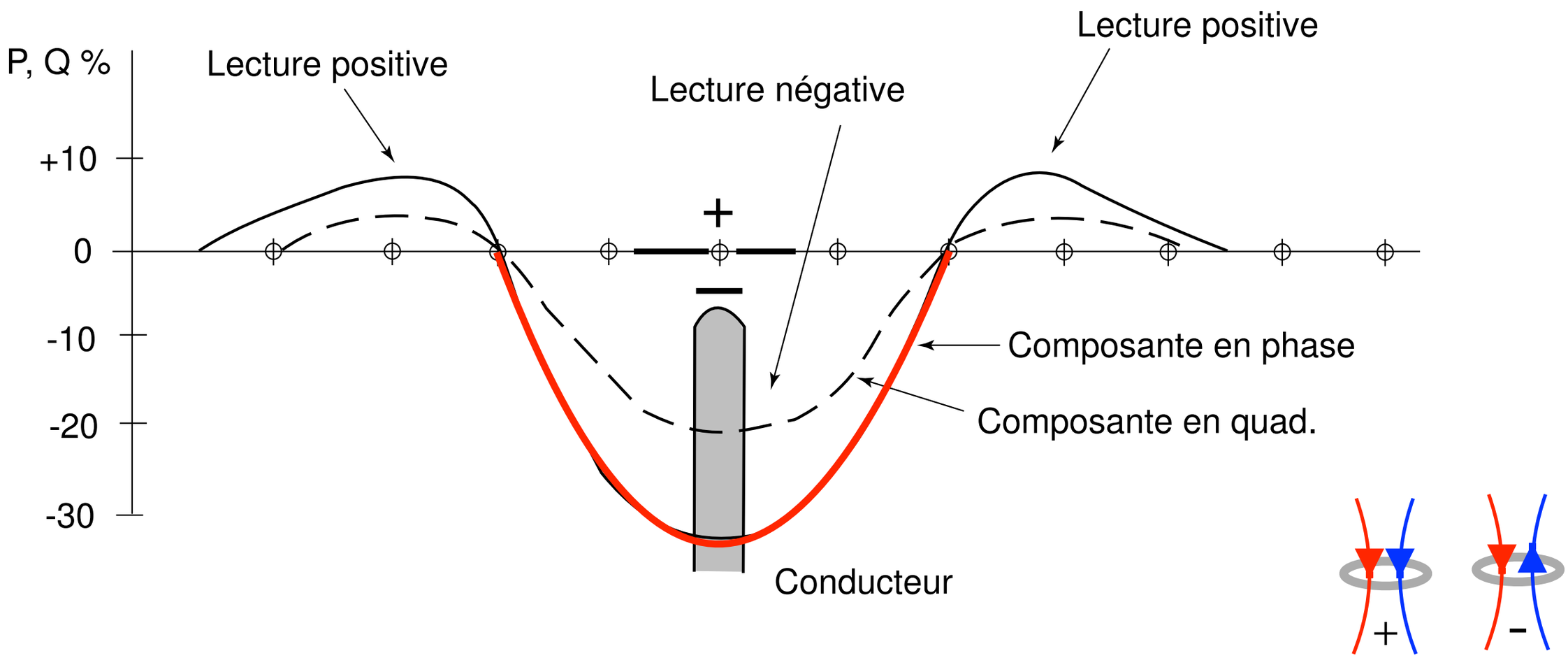
Forme de l'anomalie

Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.



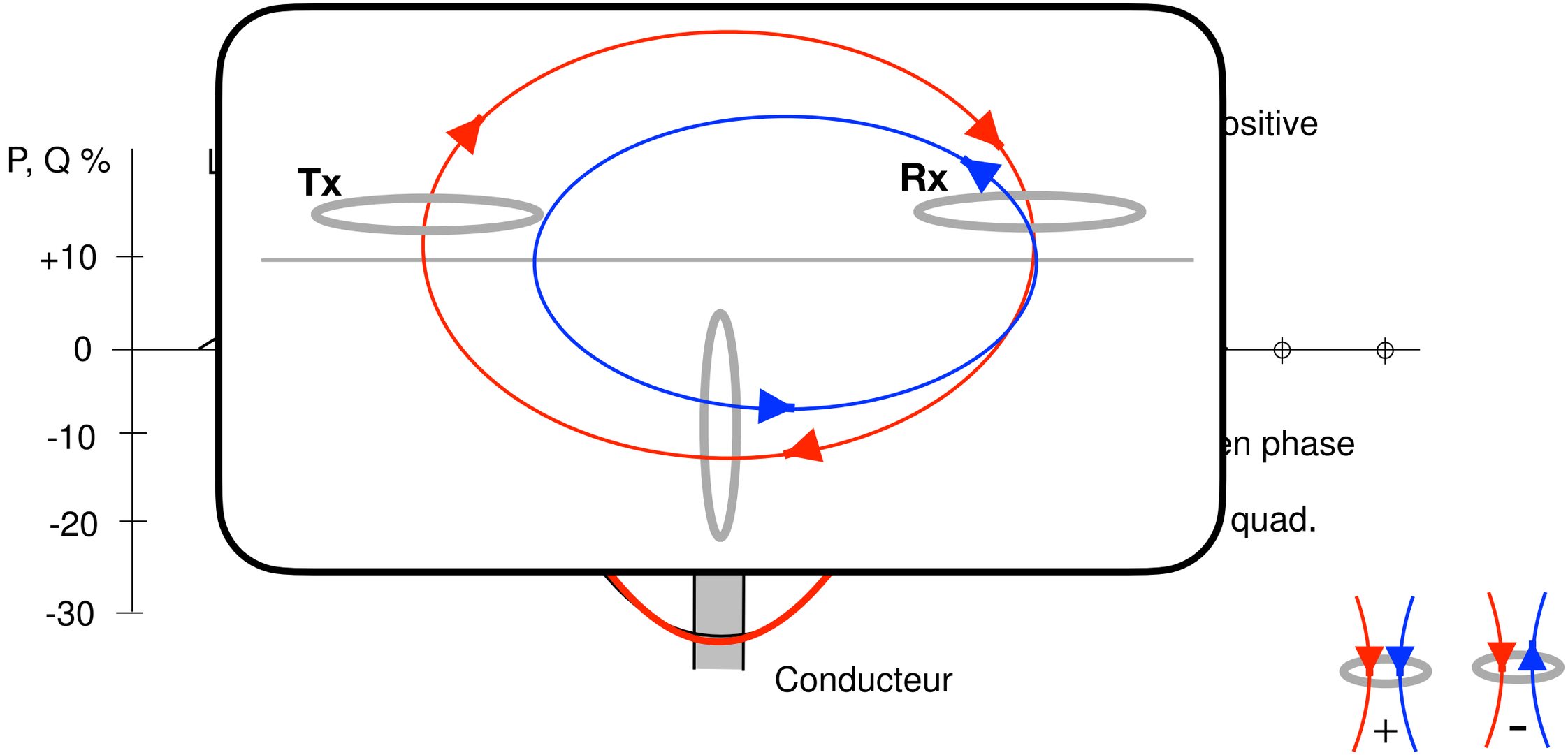
Forme de l’anomalie

Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



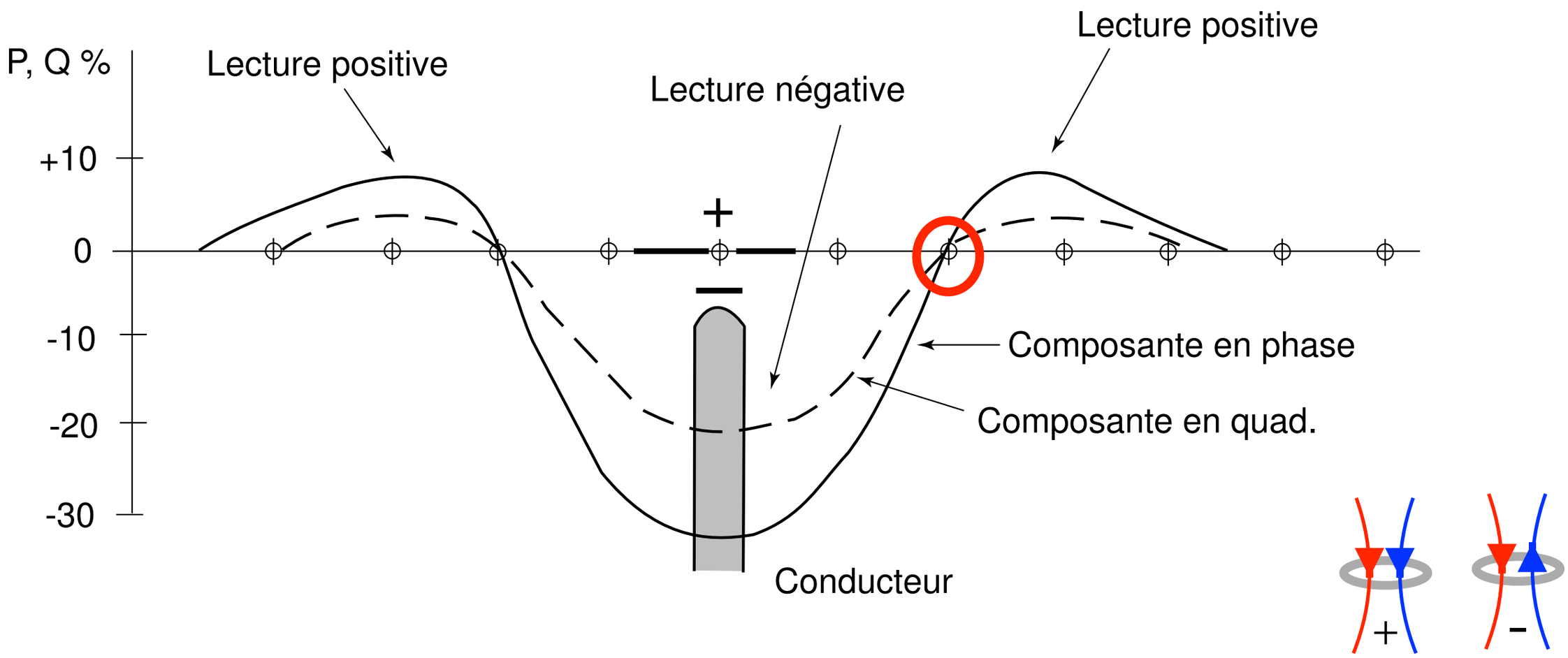
Forme de l'anomalie

Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.



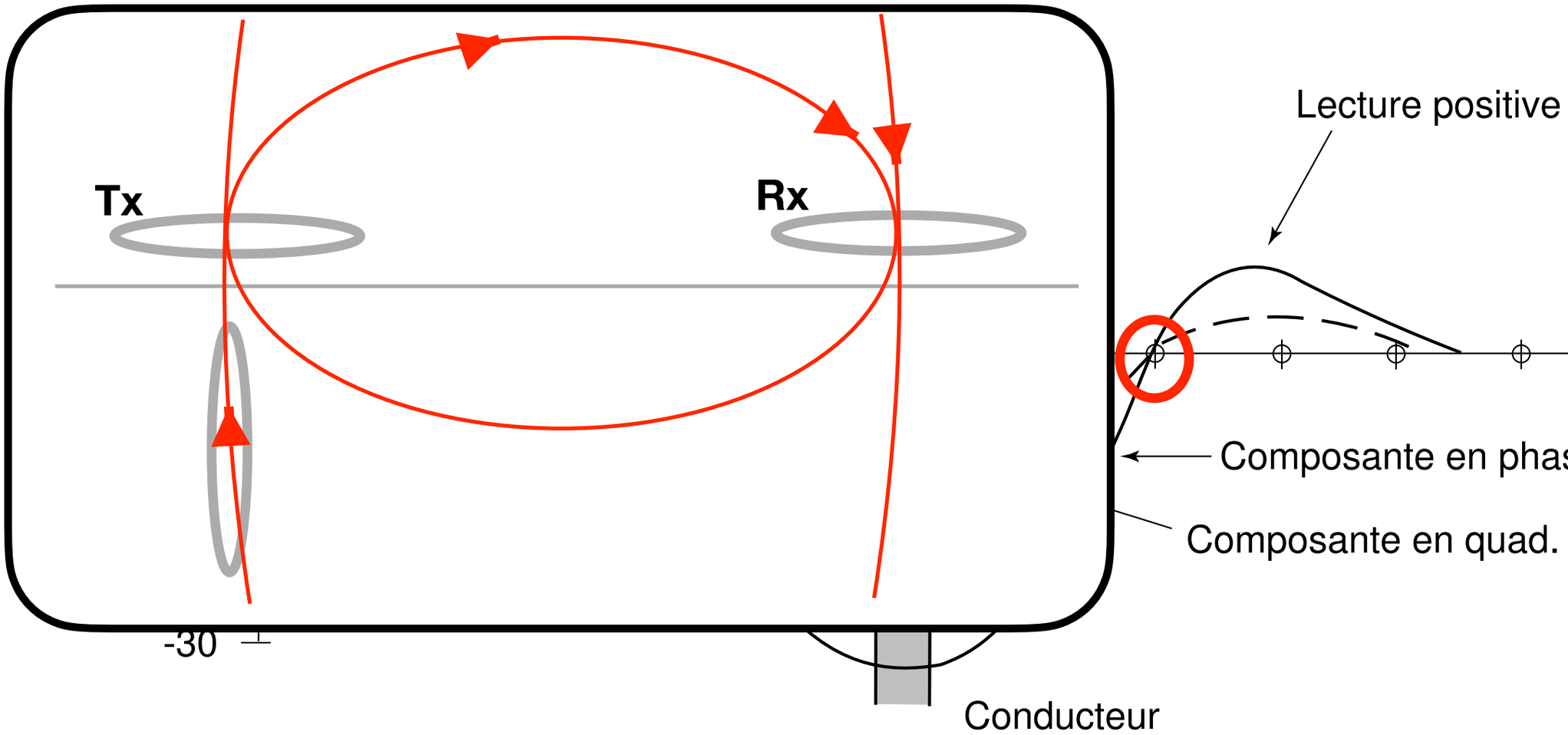
Forme de l’anomalie

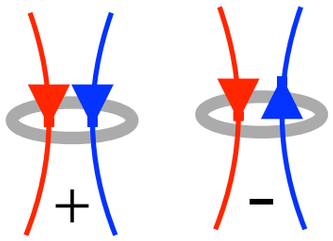
Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



Forme de l'anomalie

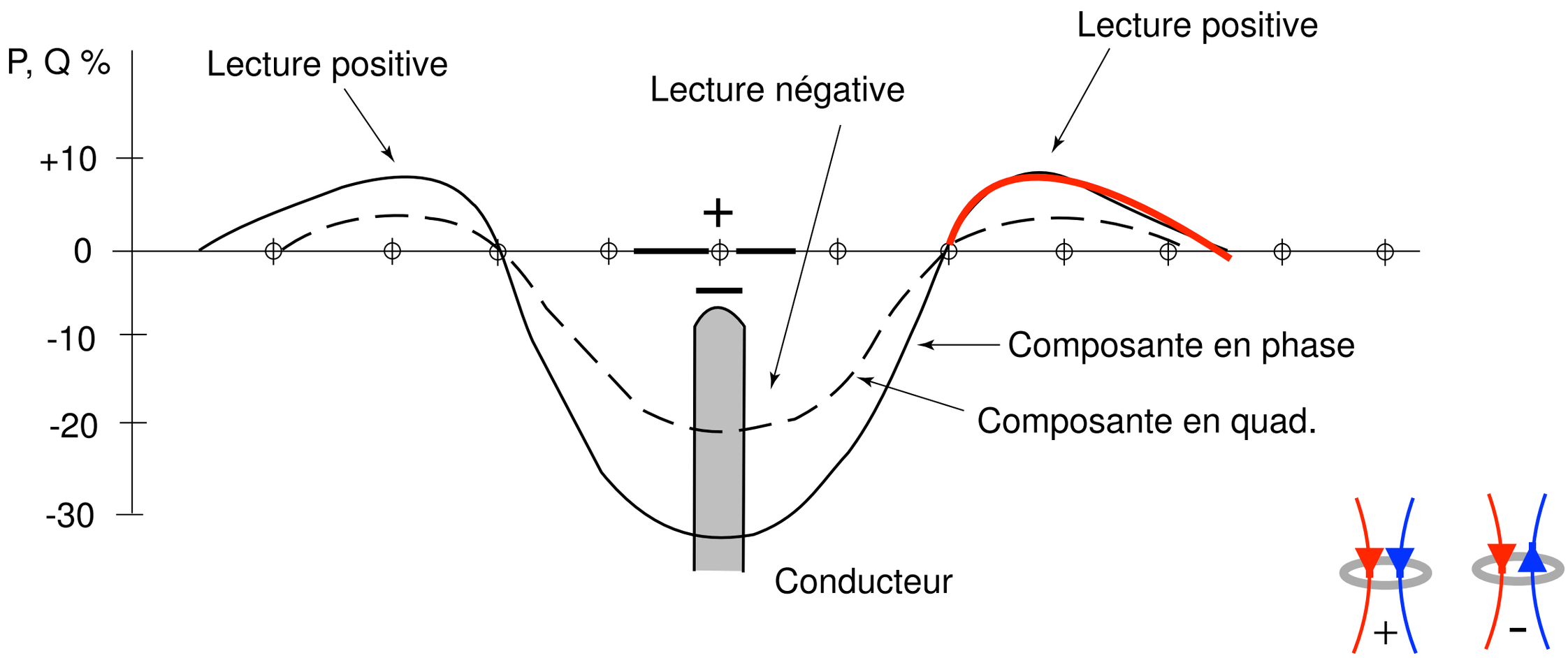
Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.





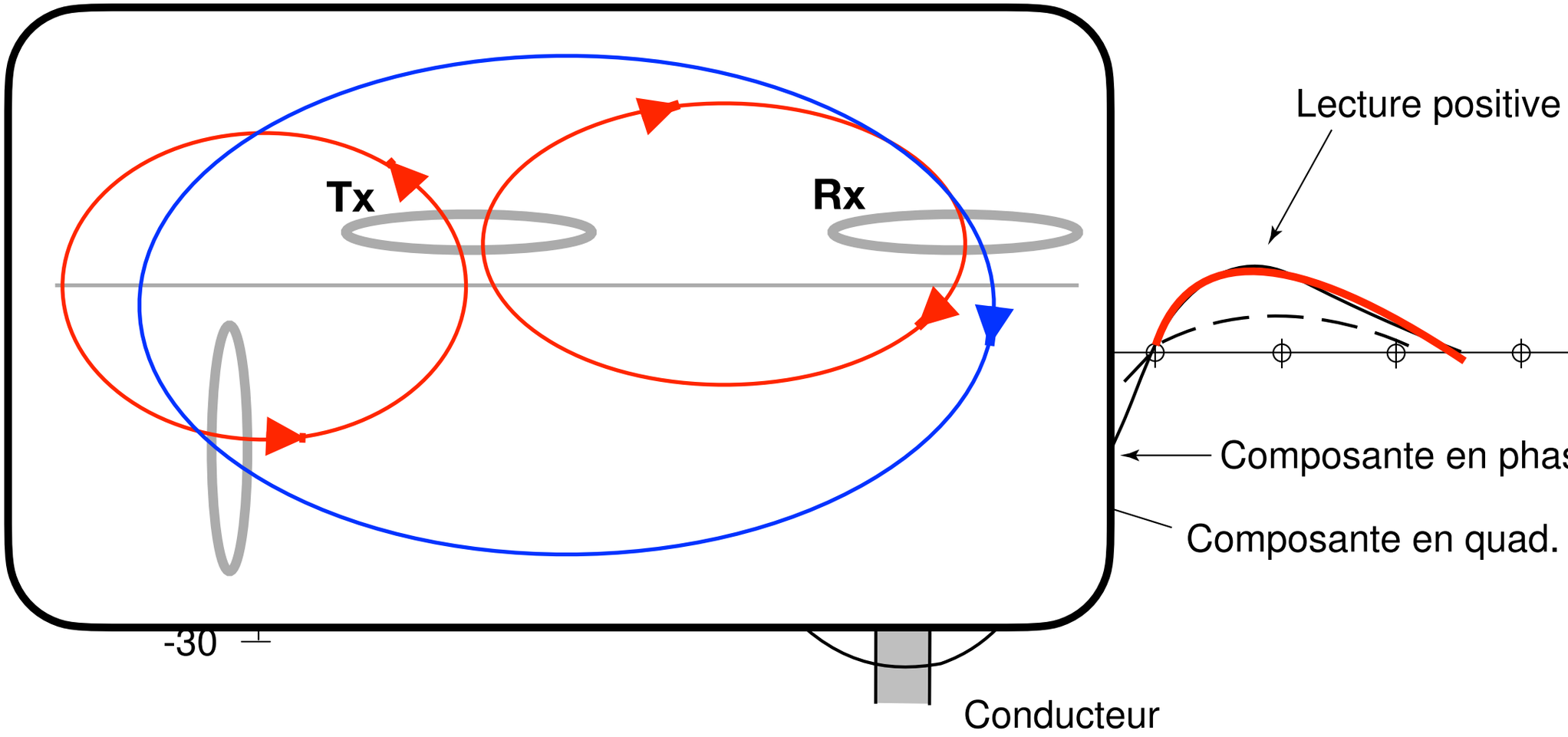
Forme de l’anomalie

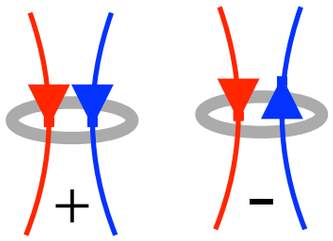
Tentons d’expliquer la forme de l’anomalie grâce au flux magnétique.



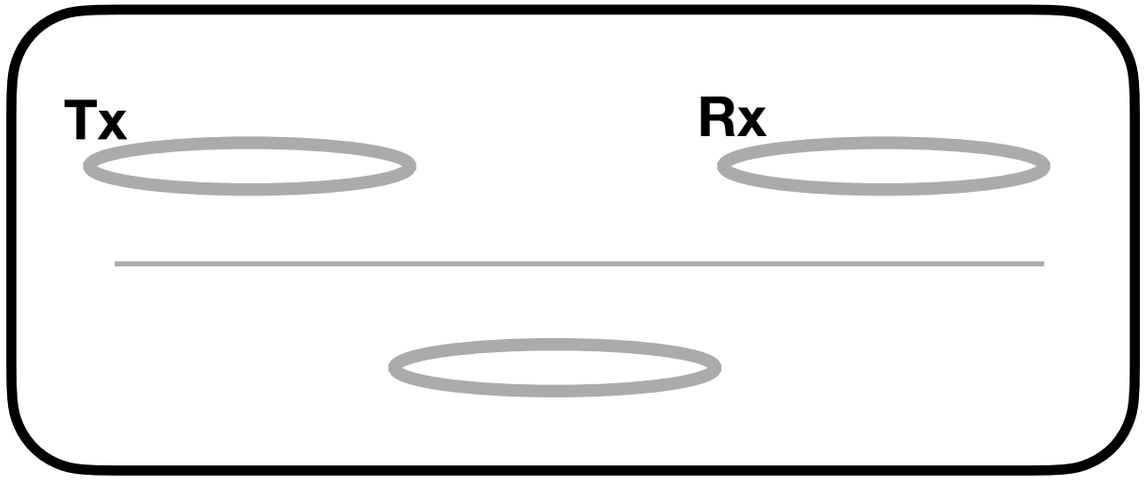
Forme de l'anomalie

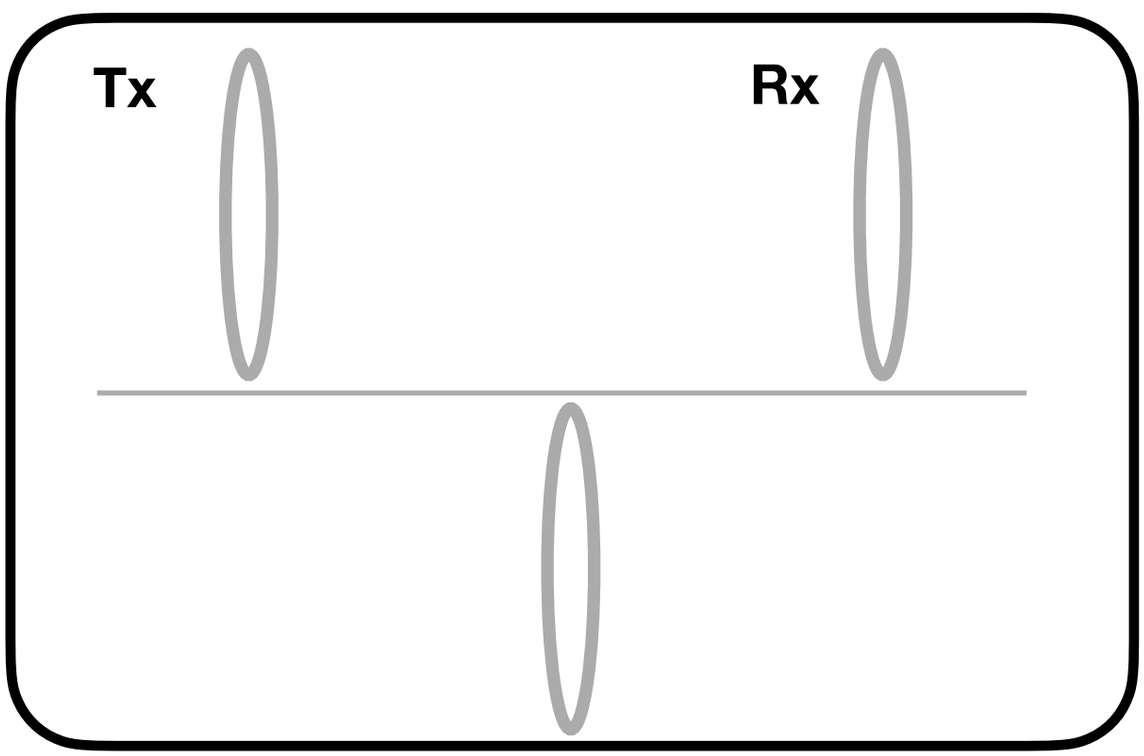
Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.

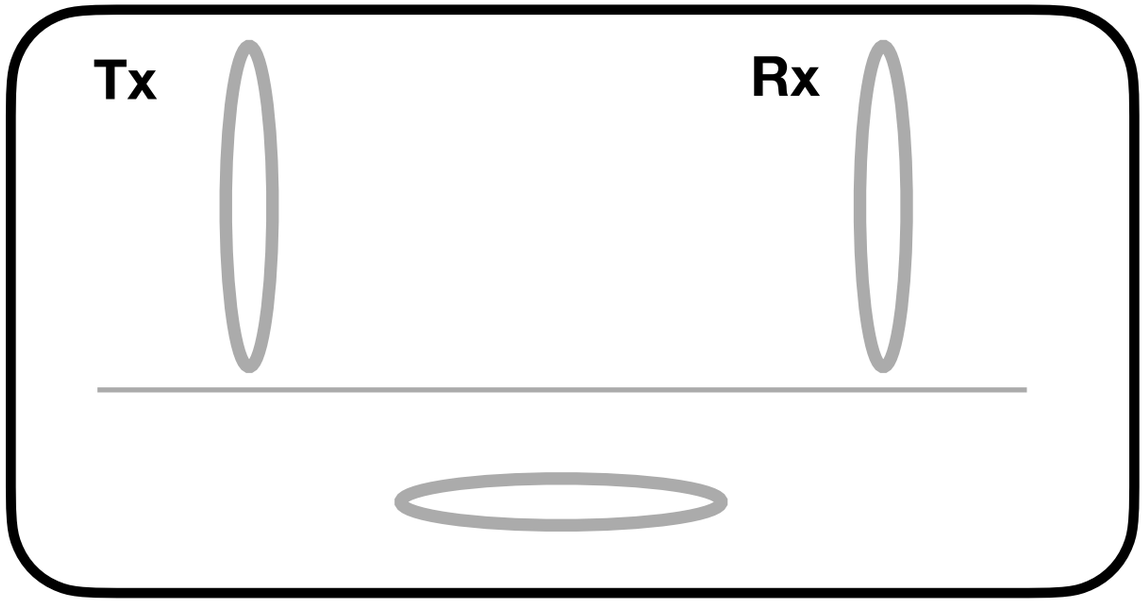




Quelle serait la forme des profils ?







Résumé

- Une boucle émet un champ magnétique (le champ primaire)
- Le champ primaire se propage dans le sol
- Le champ primaire induit un courant dans le sol
- Le courant produit un champ magnétique secondaire
- La boucle émettrice mesure les champs primaires et secondaires
- La mesure dépend du couplage entre les boucles et entre les anomalies présentes dans le sol.

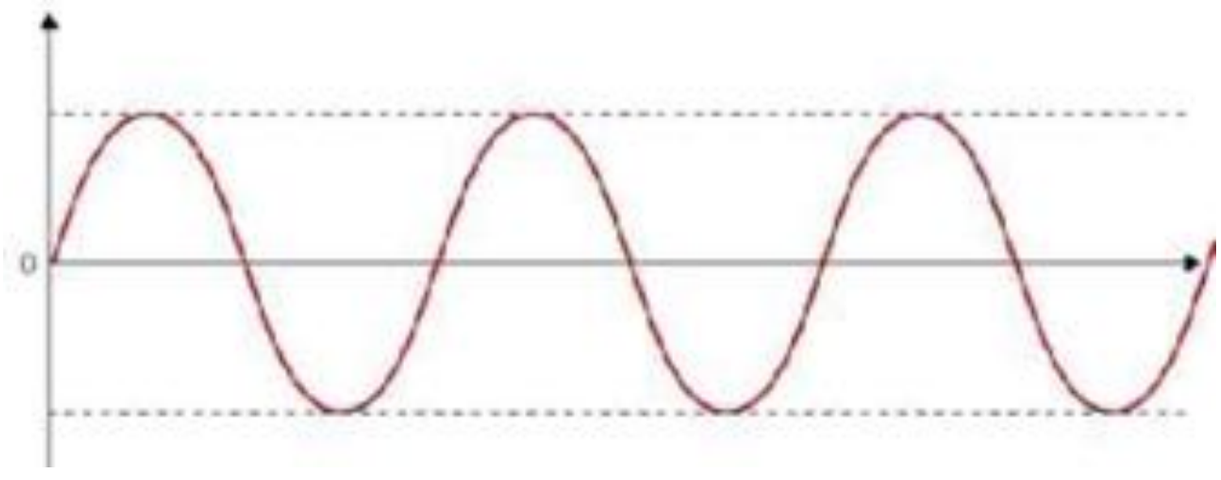
Méthodes électromagnétiques fréquentielles

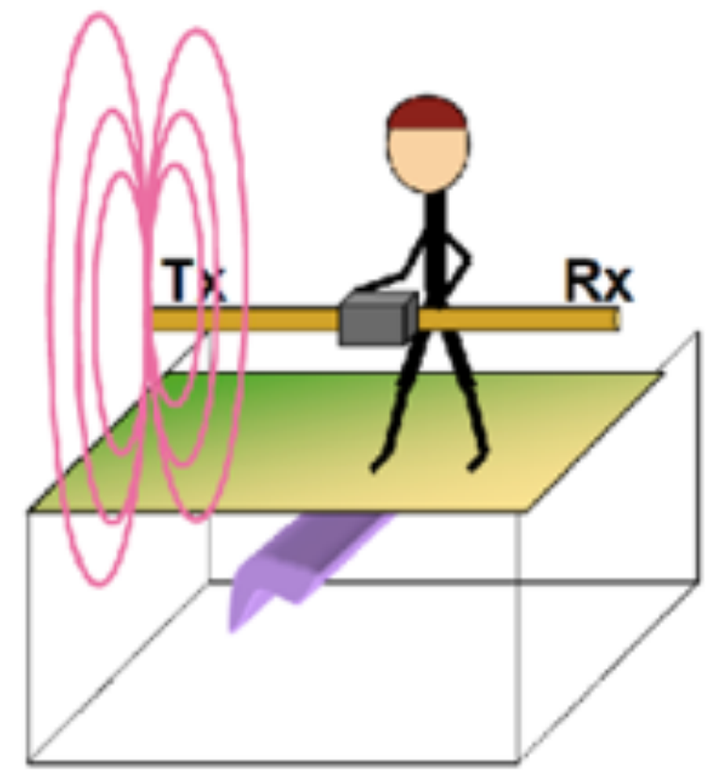
Méthodes en fréquence

Loi de Faraday: Une force électromotrice causée par la variation d'un champs magnétique dans une boucle. C'est le principe d'induction.

$$\oint_{dS} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{A}$$

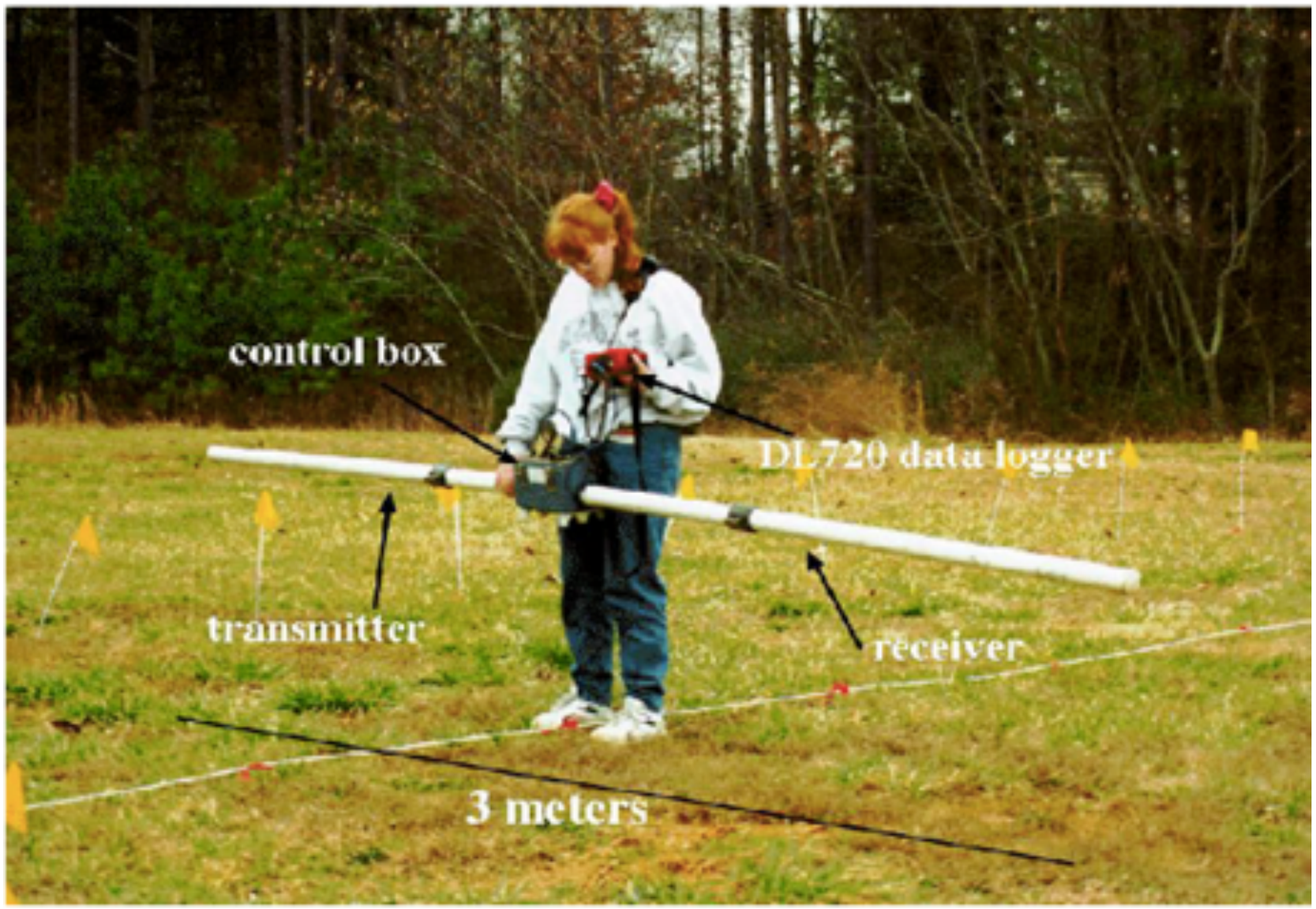
Les méthodes en fréquence utilisent un champ magnétique **sinusoïdale de fréquence entre 10 et 10^4 Hz**.





Appareils en FEM

Systèmes au sol et aéroporté.

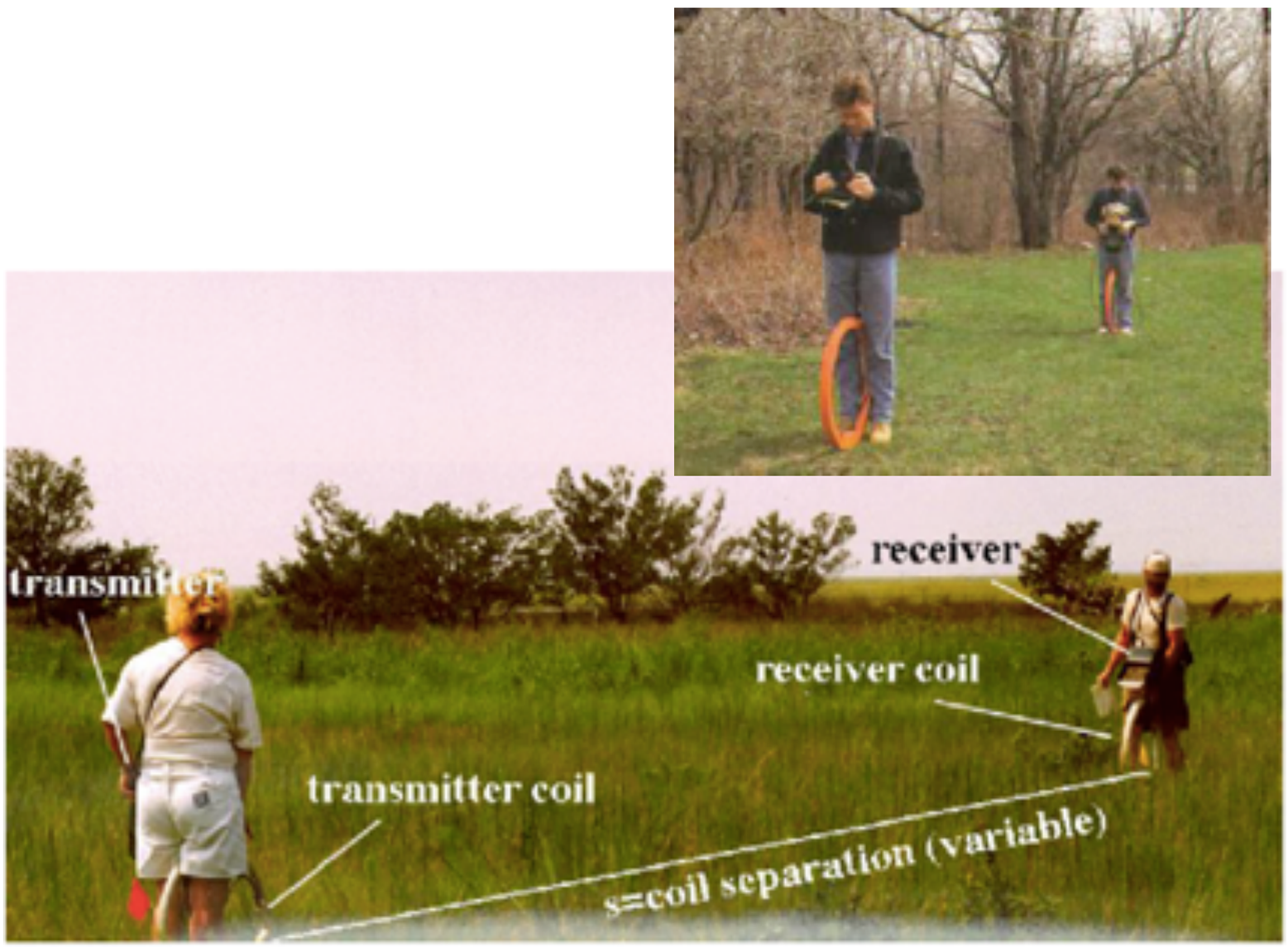


EM-31 de Geonics

- Espacement TX-RX: 3.66 m
- Fréquence: 9.8 kHz
- Profondeur approximative: 4m
- Mesures: Composantes en phase et en quadrature

Appareils en FEM

Systèmes au sol et aéroporté.

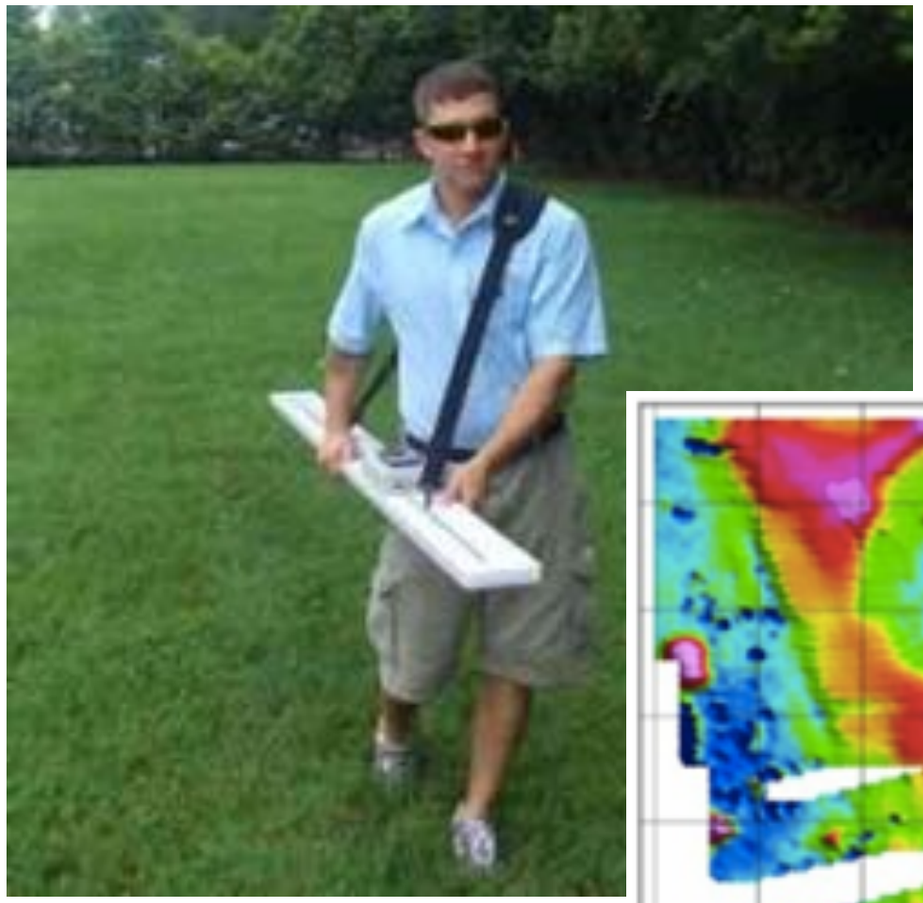


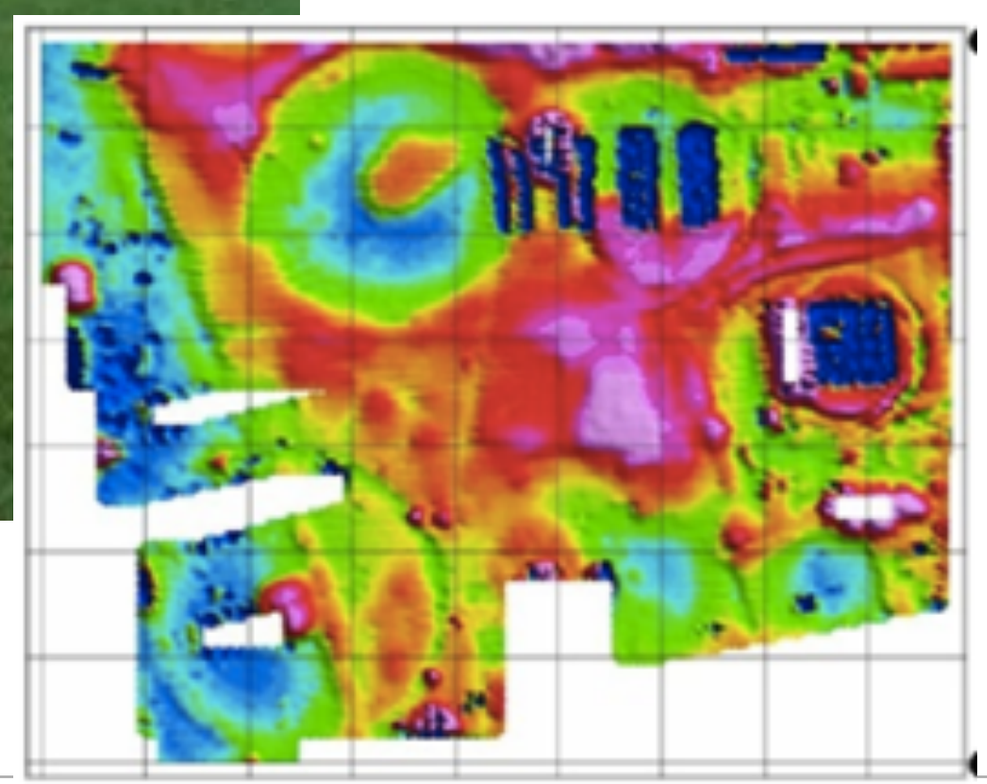
EM-34 de Geonics

- Espacement TX-RX: variable de 10m, 20m,40m
- Fréquence: 6.4 1.6 et 0.4 kHz
- Profondeur approximative: jusqu'à 60m
- Mesure: Conductivité

Appareils en FEM

Systèmes au sol et aéroporté.





GEM-2 de Geophex

- Fréquence: 25 Hz à 96 kHz kHz
- Profondeur approximative: 10 m (selon le fabricant)
- Mesure: Parties en phase et en quadrature

Appareils en FEM

Systèmes au sol et aéroporté.

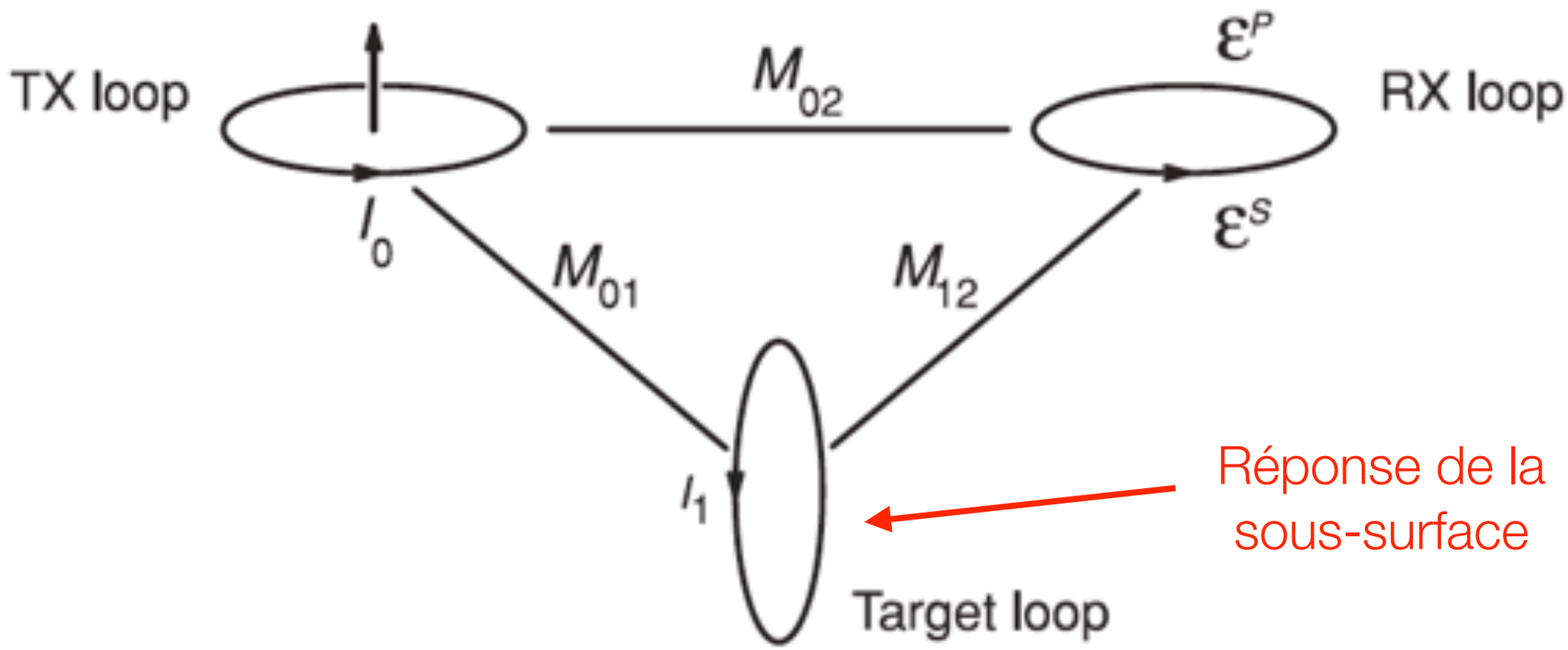
Resolve de CGG

- Séparation entre 7 et 9 m
- Fréquence: 6 fréquences entre 400 Hz et 140 kHz
- Mesure: Parties en phase et en quadrature

Détection d’anomalie conductrice

Le circuit équivalent

Analysons plus en détails le circuit équivalent vu précédemment.



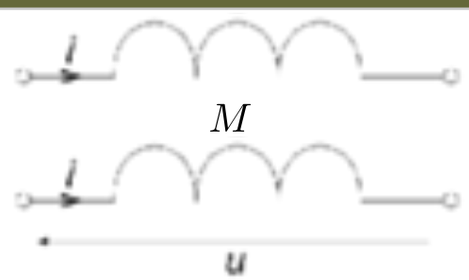
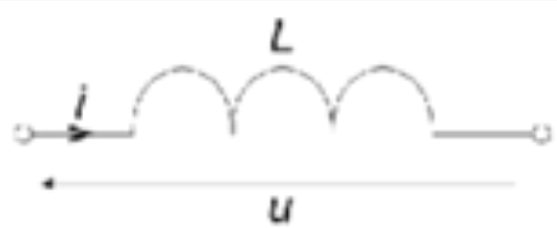
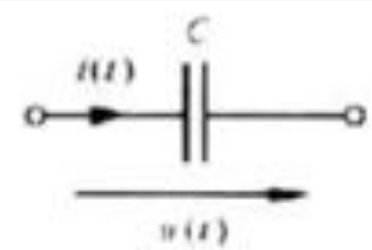
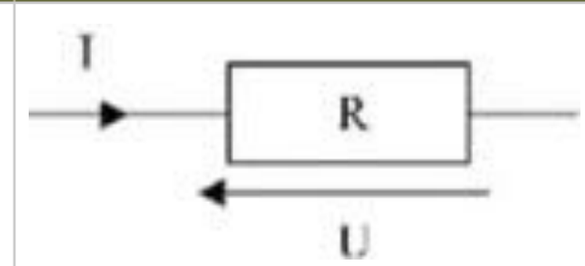
(Butler, 2005)

Rappel: analyse de circuit

La loi d'Ohm généralisée utilise une impédance complexe:

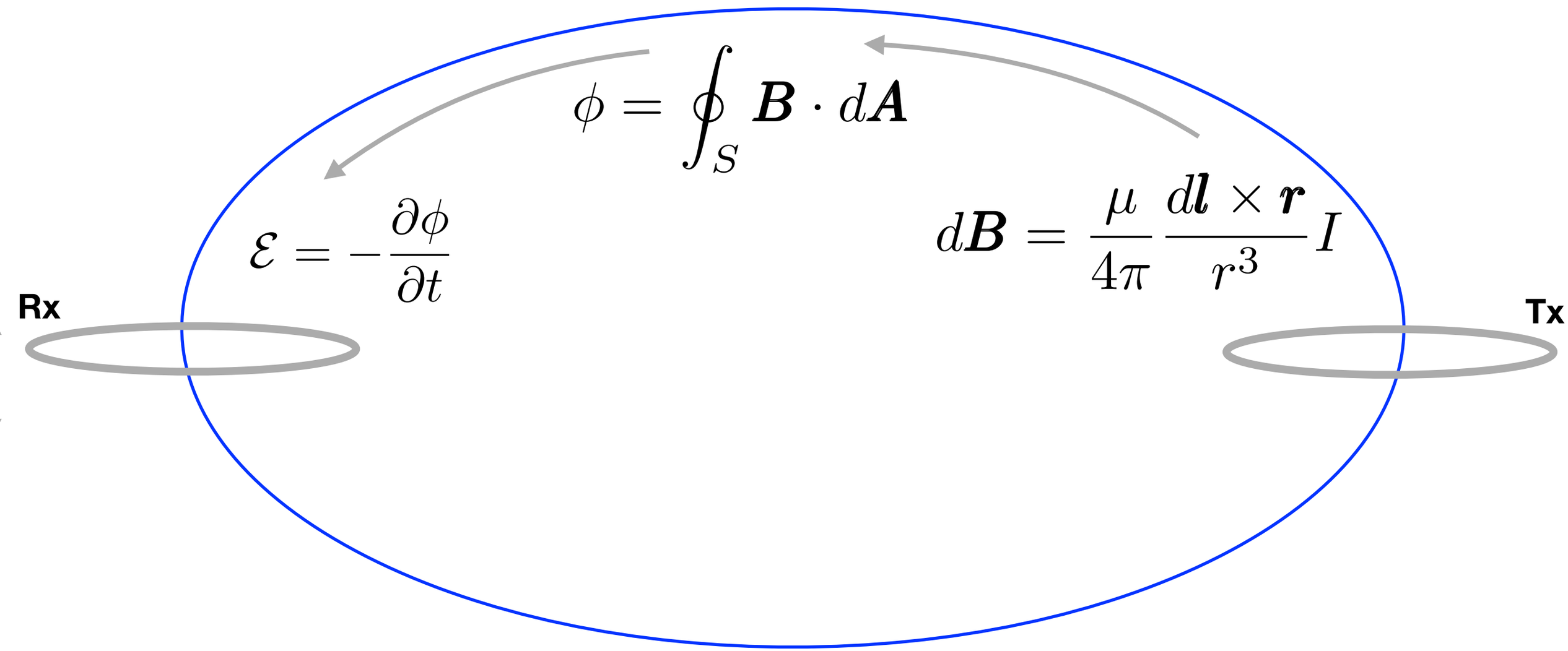
$$V = ZI$$

Principaux composants en analyse de circuits

Inductance mutuelle	Inductance	Condensateur	Résistance
			
$V_2 = -M_{12}\frac{\partial I_1}{\partial t}$	$V = L\frac{\partial I}{\partial t}$	$I = C\frac{\partial V}{\partial t}$	$V = RI$
$Z = i\omega M_{12}$	$Z = i\omega L$	$Z = \frac{1}{i\omega C}$	$Z = R$

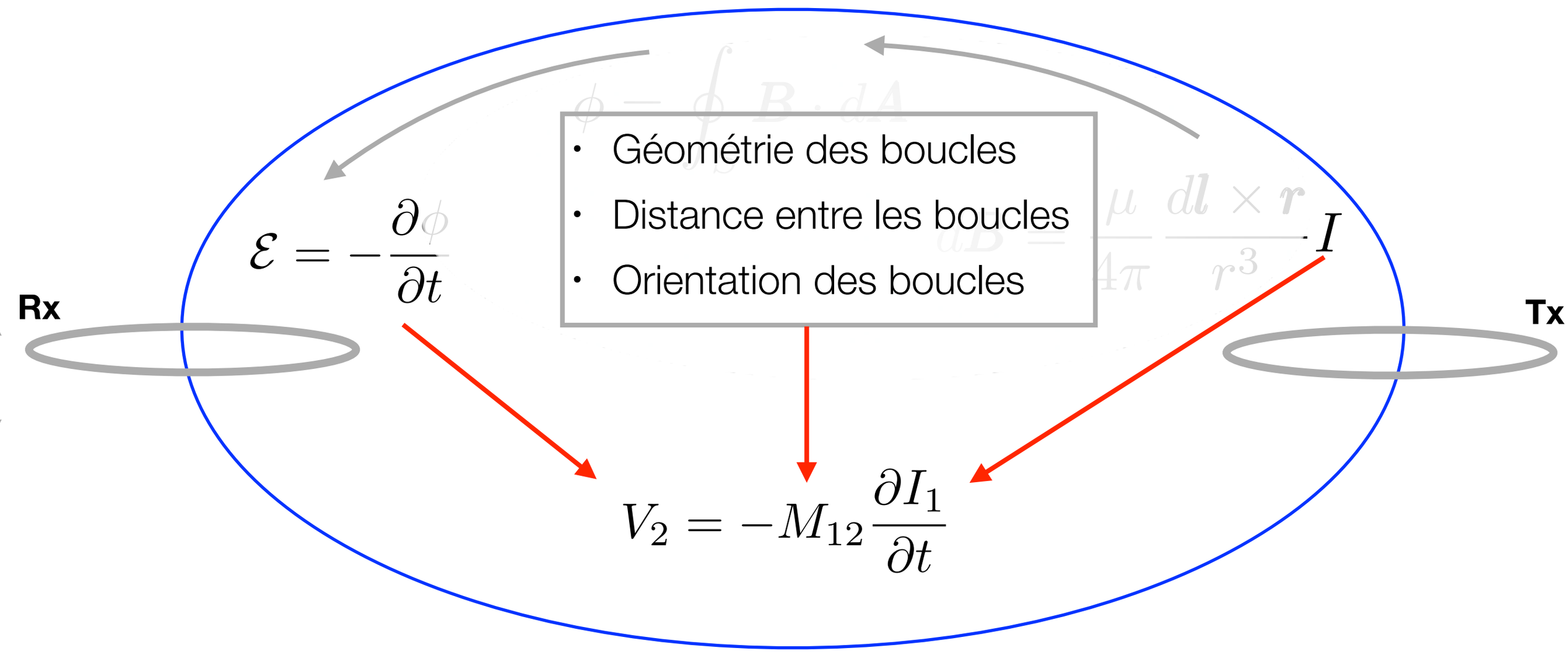
Inductance mutuelle

L'inductance mutuelle simplifie le couplage entre deux inductances.



Inductance mutuelle

L'inductance mutuelle simplifie le couplage entre deux inductances



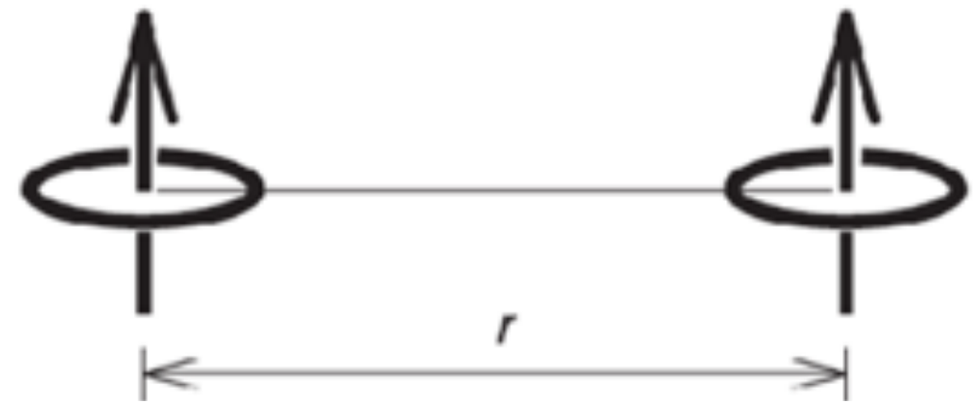
Inductance mutuelle de dispositifs commun

Quel est l'inductance mutuelle des configurations communes de boucle ?

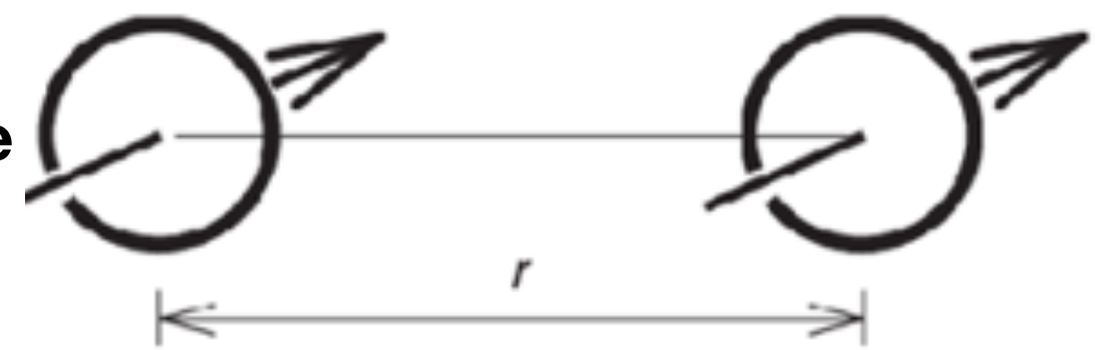
$$V_i = -M_{ij}\frac{\partial I_j}{\partial t} = -\frac{\partial \phi_{ij}}{\partial t}$$

$$M_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{I_j}$$

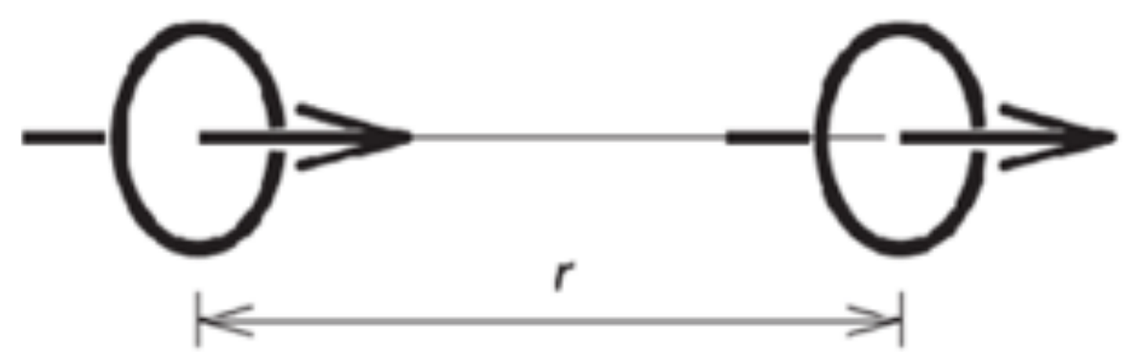
Horizontal coplanaire (HCP)



Vertical coplanaire (VCP)



Vertical coaxial (VCX)



Inductance mutuelle de dispositifs communs

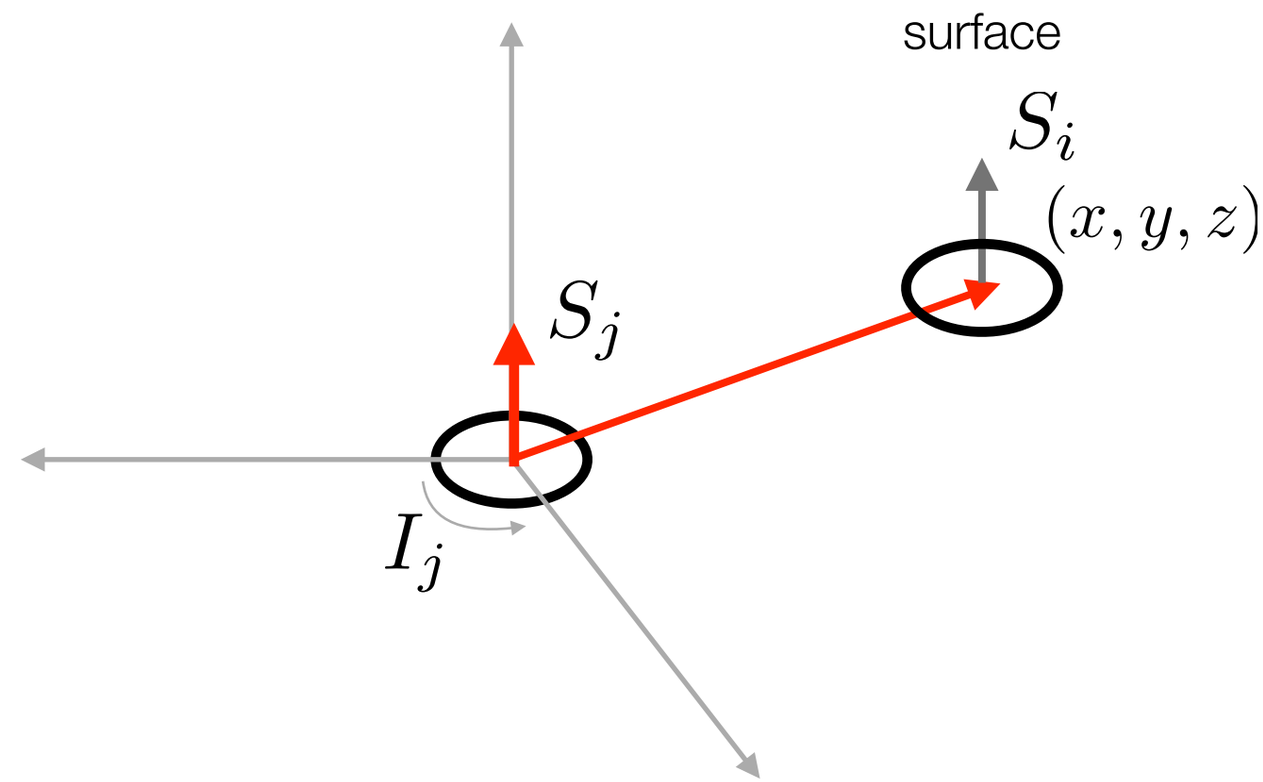
L'inductance mutuelle permet de déterminer la forme des anomalies pour un modèle à 3 boucles

$$M_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{I_j} = \frac{\phi_{ji}}{I_i} = M_{ji}$$

$$\phi_{ij} = \oint_{dS} \mu \boldsymbol{H}_j \cdot d\boldsymbol{S}_i$$

$$\approx \mu \boldsymbol{H}_j \cdot \boldsymbol{S}_i$$

Pour une petite boucle où B est constant



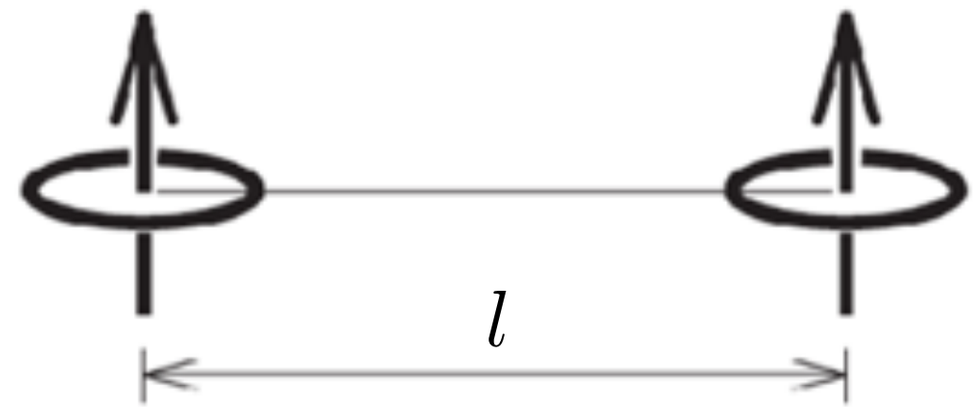
Le champ magnétique d'un dipôle:

$$H_z = -\frac{IS}{4\pi r^3}\left[\frac{3(x^2+y^2)}{r^2} - 2\right] \quad H_x = \frac{IS}{4\pi r^3}\frac{3zx}{r^2} \quad H_y = \frac{IS}{4\pi r^3}\frac{3zy}{r^2}$$

Inductance mutuelle de dispositifs commun

Quelle est l'inductance mutuelle des configurations communes de boucle ?

Horizontal coplanaire (HCP)



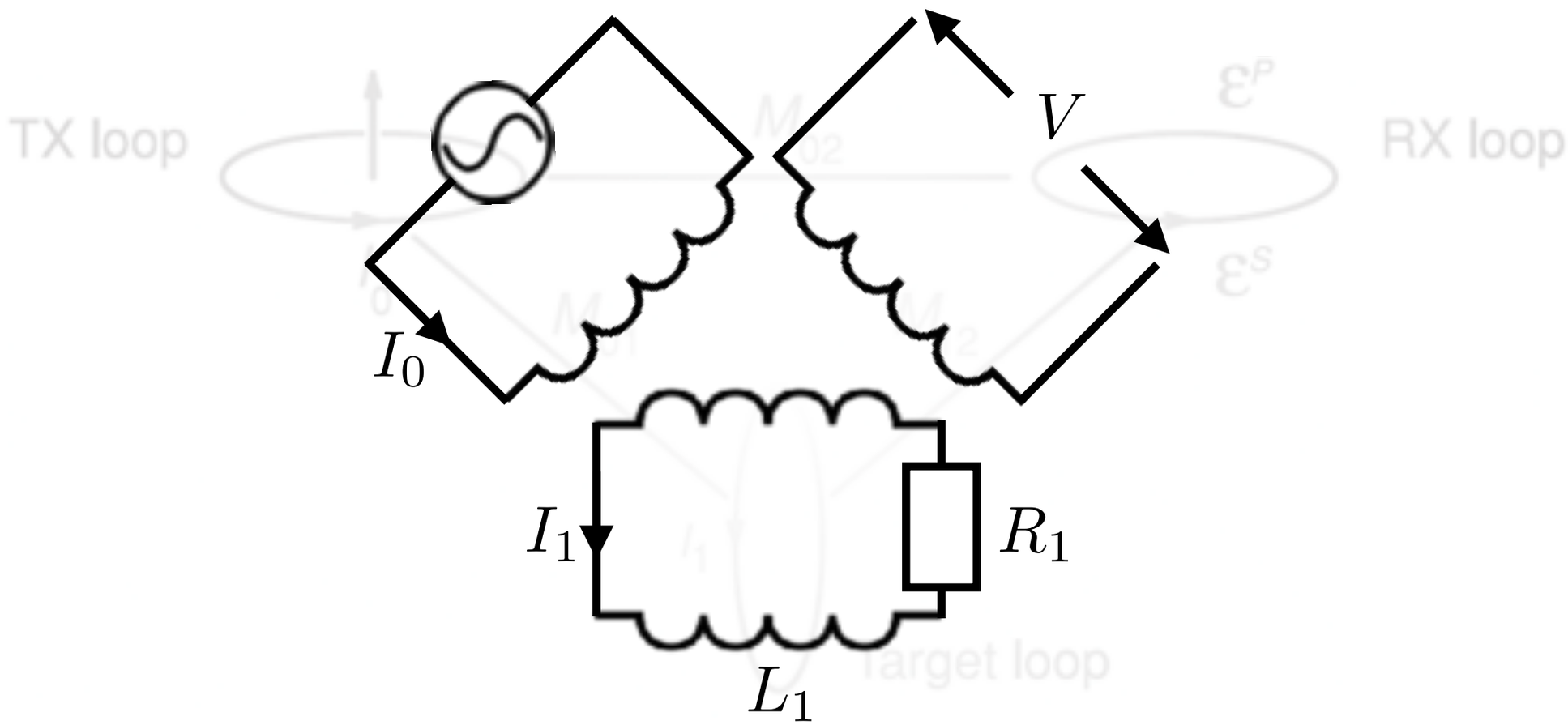
Le champ en z d'une source dipolaire:

$$H_z = -\frac{IS}{4\pi r^3}\left[\frac{3(x^2+y^2)}{r^2} - 2\right] \longrightarrow \begin{array}{l} x = l \\ y = 0 \end{array}$$

Au receveur, le champ du transmetteur est:

$$H_z = -\frac{I_T S_T}{4\pi l^3} \longrightarrow M_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{I_j} \longrightarrow \boxed{M_{HCP} = -\frac{\mu S_T S_R}{4\pi l^3}}$$

Quelle tension est mesurée au receveur ?



Pour connaître la réponse à la boucle réceptrice, on peut résoudre le circuit équivalent.

Quelle tension est mesurée au receveur ?

Soit un courant au transmetteur:

$$I = I_0 e^{-i\omega t}$$

La tension au récepteur:

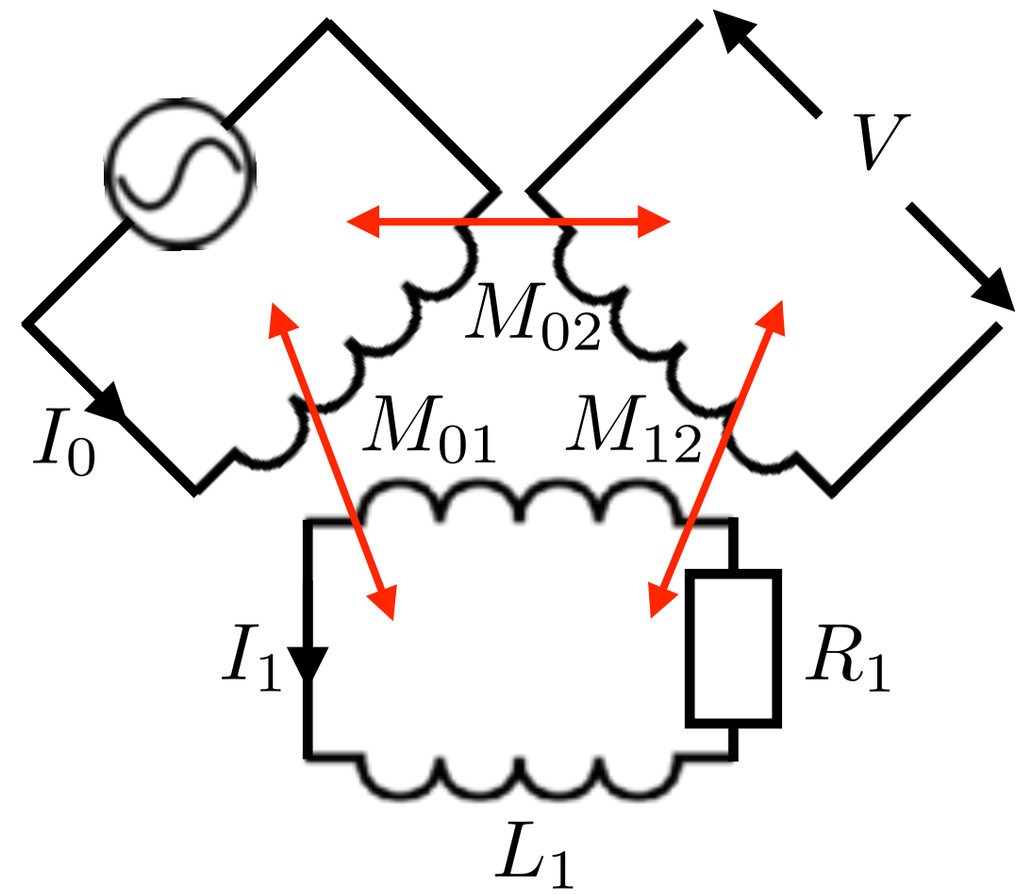
$$V = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_s$$

La f.e.m. du champ primaire:

$$\mathcal{E}_p = i\omega M_{02} I_0$$

La f.e.m. champ secondaire:

$$\mathcal{E}_s = i\omega M_{12} I_1$$

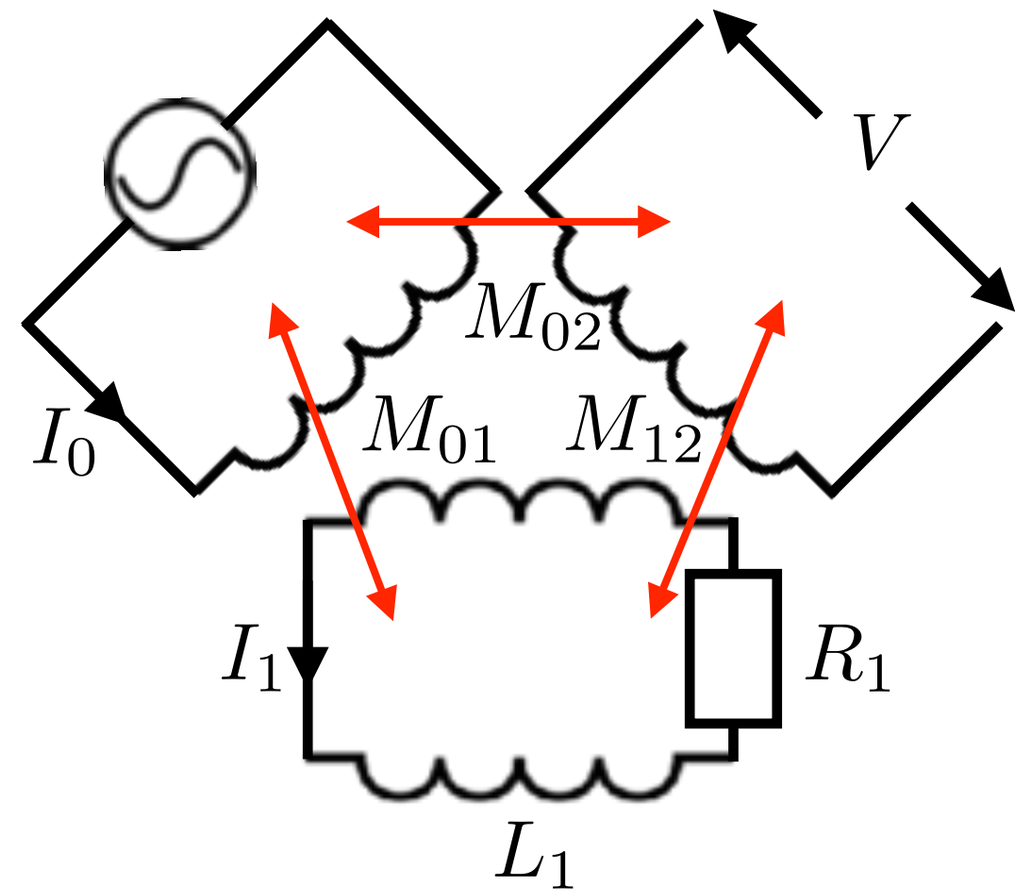


Quel est le courant dans le sol ?

Quelle tension est mesurée au receveur ?

La loi de boucles de Kirchoff:

$$\sum V = 0$$



Si on applique au circuit représentant le sol:

$$\sum V_1 = 0$$
$$= i\omega M_{01} I_0 + R I_1 + i\omega L I_1$$

$$I_1 = -\frac{i\alpha}{1+i\alpha}\frac{M_{01}I_0}{L}$$

Nombre d'induction

$$\boxed{\alpha = \omega \frac{L}{R}}$$

Quelle tension est mesurée au receveur ?

Soit un courant au transmetteur:

$$I = I_0 e^{-i\omega t}$$

La tension au récepteur:

$$V = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_s$$

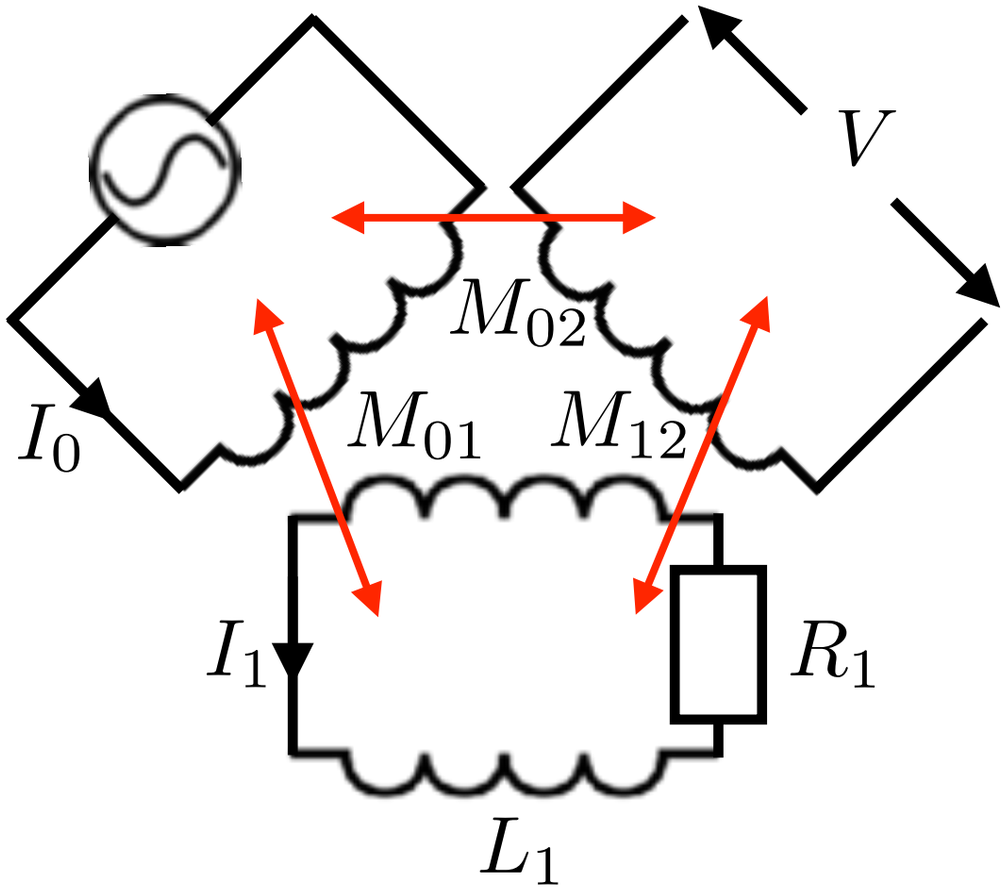
Le champ primaire:

$$\mathcal{E}_p = i\omega M_{02} I_0$$

Le champ secondaire:

$$\mathcal{E}_s = i\omega M_{12} I_1$$

$$\mathcal{E}_s = -i\omega I_0 \frac{M_{01} M_{12}}{L} \frac{i\alpha}{1 + i\alpha}$$



Rapport du champ primaire au champ secondaire

One mesure souvent le champ secondaire par rapport au champ primaire:

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} &= -\frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{i\alpha}{1+i\alpha} \\ &= \frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}e^{-i(\pi/2+\Delta)} \longrightarrow \Delta = \tan^{-1}(\alpha) \\ &= GF(\alpha)e^{-i(\pi/2+\Delta)}\end{aligned}$$

Dépend du couplage entre le sol, Tx et Rx

Facteur d'amplitude qui dépend de la fréquence et des propriétés du sol

Déphasage entre les signaux primaires et secondaires. Dépend de la fréquence et des propriétés du sol.

Rapport du champ primaire au champ secondaire

One mesure souvent le champ secondaire par rapport au champ primaire:

$$\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = -\frac{M_{01}}{M}$$

$$= -\frac{M_{01}}{M} \qquad \tan^{-1}(\alpha)$$

$$= -GF$$

Dépend du couplage entre le sol, Tx et Rx

fréquence et des propriétés du sol

Dépend de la fréquence et des propriétés du sol.

les signaux
condaires.

La f.e.m. est proportionnel au champ magnétique selon la loi de Faraday.

$$\mathcal{E} = -i\omega BS$$

Traditionnellement, on parle des rapports de champ magnétique, et donc:

$$\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = \frac{H_s}{H_p}$$

Rapport du champ primaire au champ secondaire

One mesure souvent le champ secondaire par rapport au champ primaire:

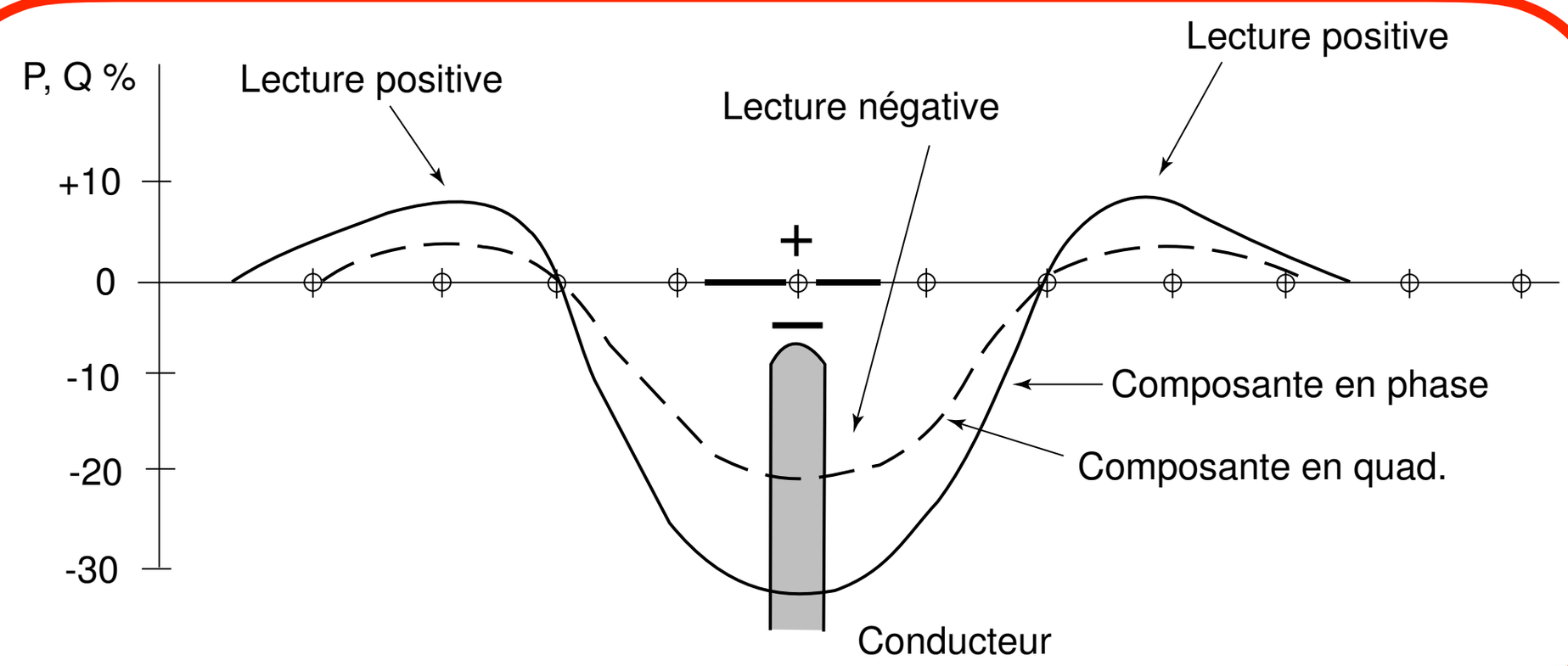
$$\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = -\frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{i\alpha}{1+i\alpha}$$

$$= -\frac{M_{0}}{}$$

$$= -G$$

Dépend du couplage entre le sol, Tx et Rx

Effet du facteur géométrique G



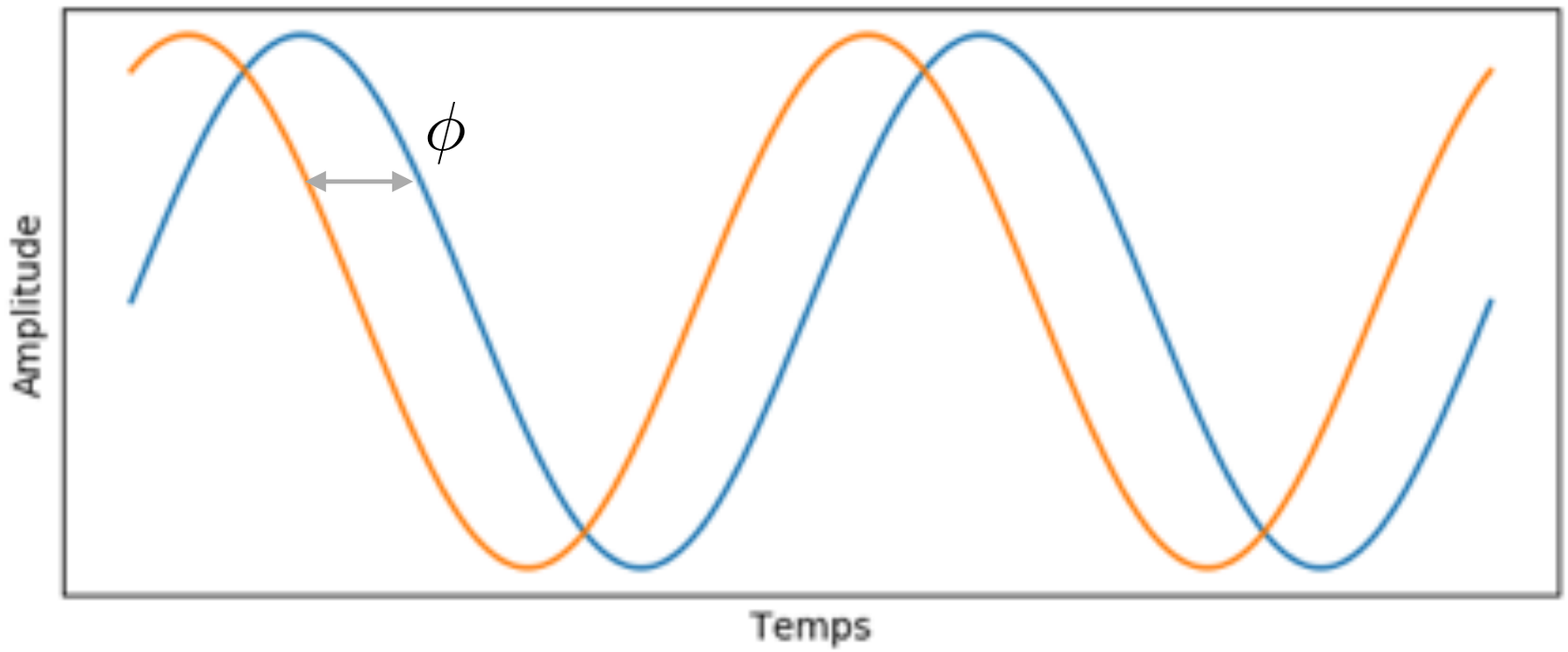
Déphasage

Les champs primaires et secondaires sont déphasés l'un par rapport à l'autre.

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_s = -GF(\alpha)\mathcal{E}_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\alpha)$$



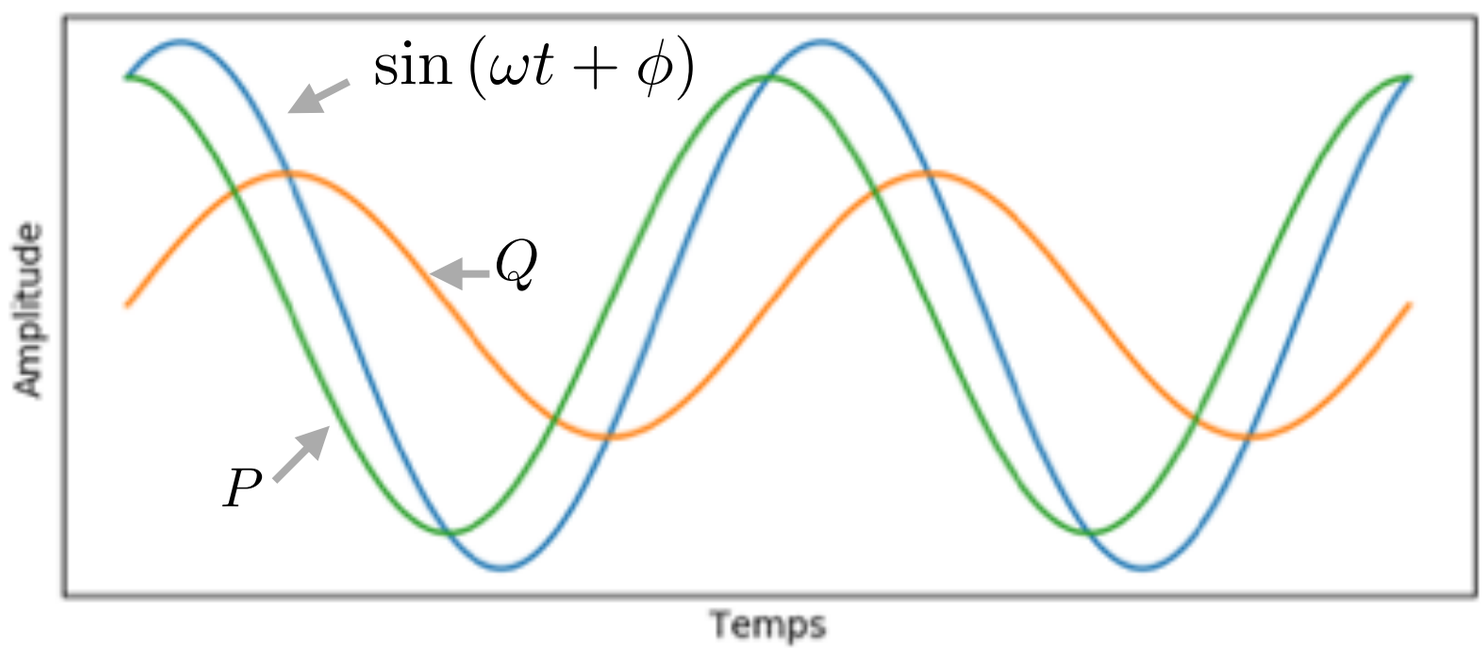
Mesures: parties en phase et en quadrature

Selon l'identité trigonométrique:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

Le déphasage peut être exprimé selon une partie en phase P et une partie en quadrature Q.

$$A\sin(\omega t+\phi) = \overbrace{A\sin(\omega t)\cos(\phi)}^{P} + \overbrace{A\sin(\omega t+\pi 2)\sin(\phi)}^{Q}$$



Mesures: parties en phase et en quadrature

En notation réelle:

$$A\sin(\omega t+\phi) = \overbrace{A\sin(\omega t)\cos(\phi)}^{P} + \overbrace{A\sin(\omega t+\pi 2)\sin(\phi)}^{Q}$$

En notation phaseur:

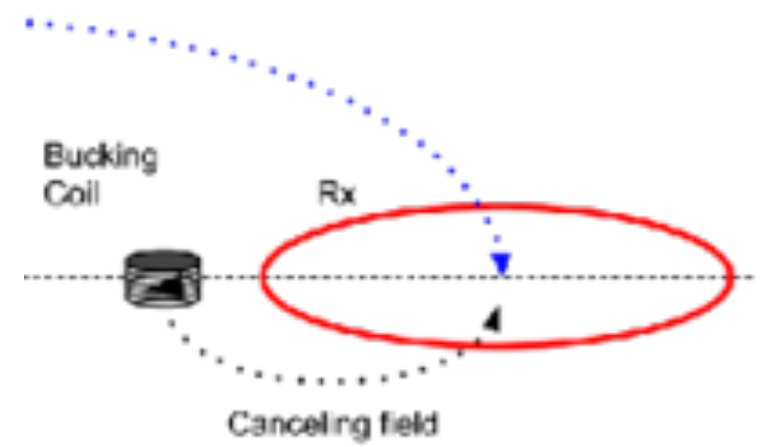
$$Ae^{i\phi} = \underbrace{A\cos(\phi)}_{P} + \underbrace{iA\sin(\phi)}_{Q}$$

La mesure de P (partie en phase ou partie réelle) et Q (partie imaginaire ou en quadrature) est équivalente à mesurer l'amplitude et la phase du signal:

$$A = \sqrt{P^2+Q^2} \qquad \phi = \tan^{-1}(Q/P)$$

Mesure du champ secondaire

Pour mesurer le champ secondaire, il faut annuler le champ primaire au receveur, ce qui se fait par une boucle de compensation.



Une boucle de compensation émet un champ de même amplitude, mais de signe contraire

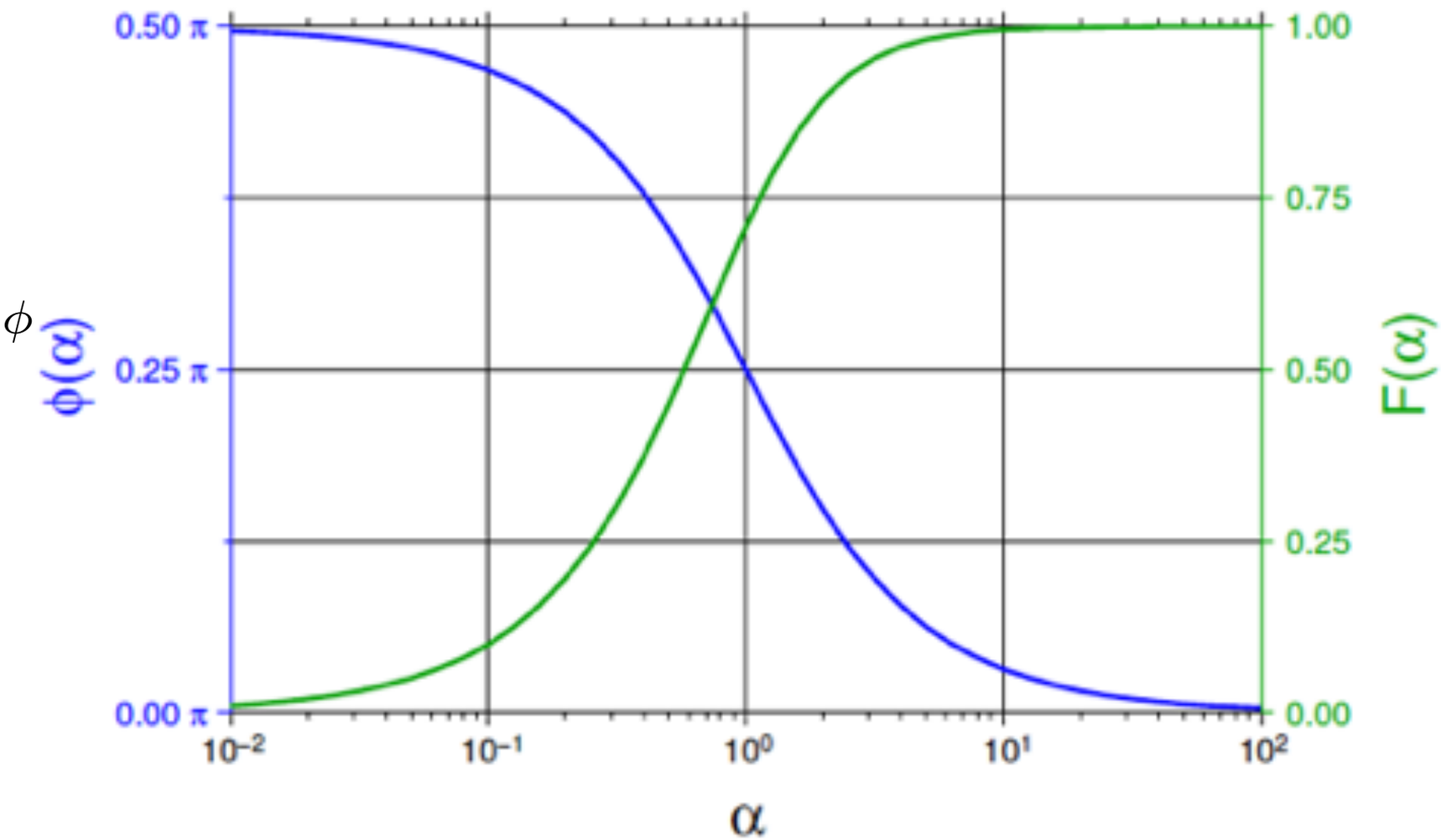
Induction: Circuit équivalent

L'amplitude et la phase varient de façon marquée en fonction du paramètre d'induction.

Paramètre d'induction

$$\alpha = \omega \frac{L}{R} \propto \sigma$$

$$\frac{H_s}{H_p} = -G \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} e^{i\phi}$$
$$= -GF(\alpha)e^{i\phi}$$



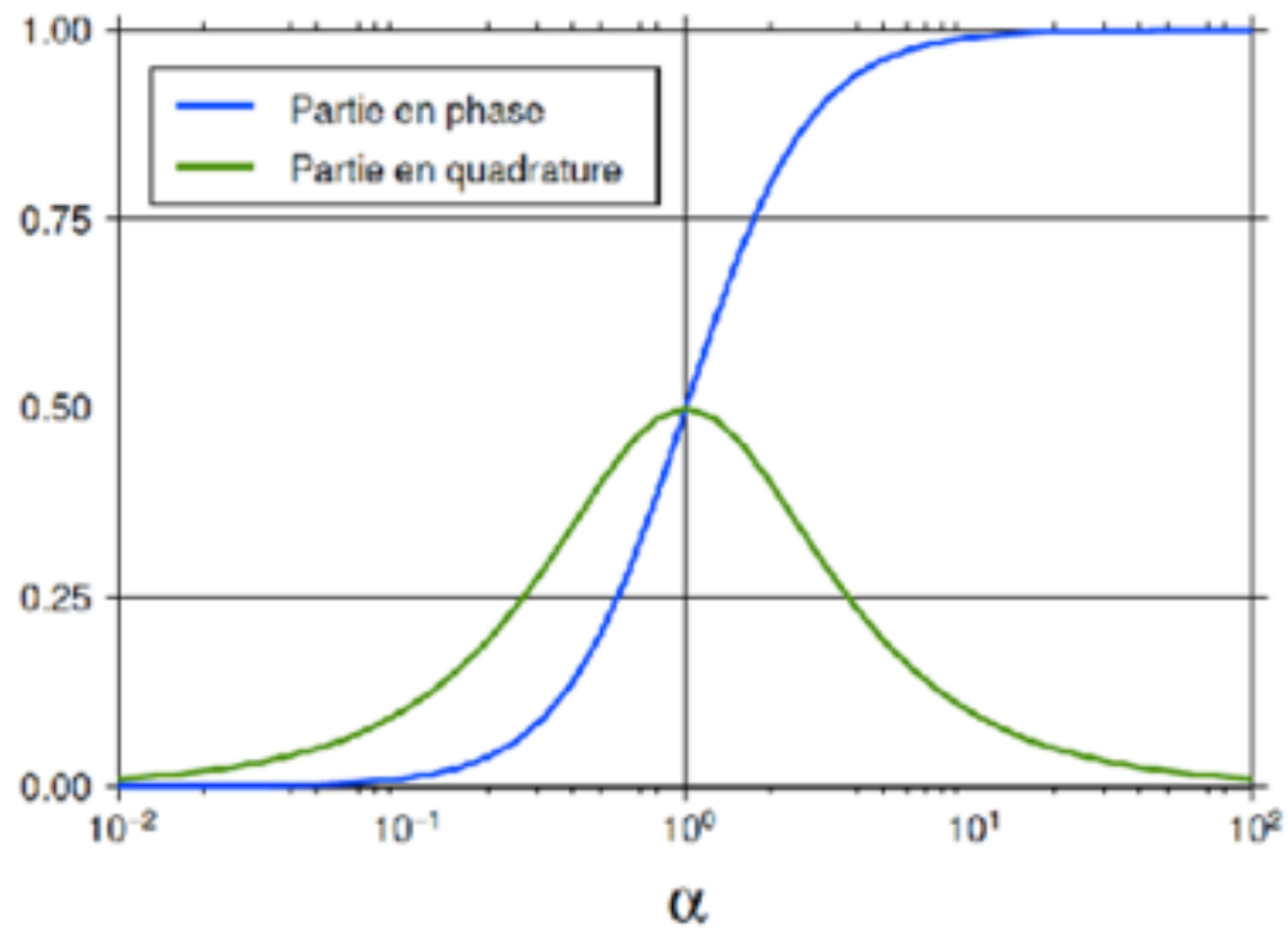
Induction: Circuit équivalent

Les parties en phase et en quadrature varient aussi avec le paramètre d'induction.

Paramètre d'induction

$$\alpha = \omega \frac{L}{R} \propto \sigma$$

$$\frac{H_s}{H_p} = -G \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} e^{i\phi}$$
$$= -GF(\alpha)e^{i\phi}$$



Application du circuit équivalent

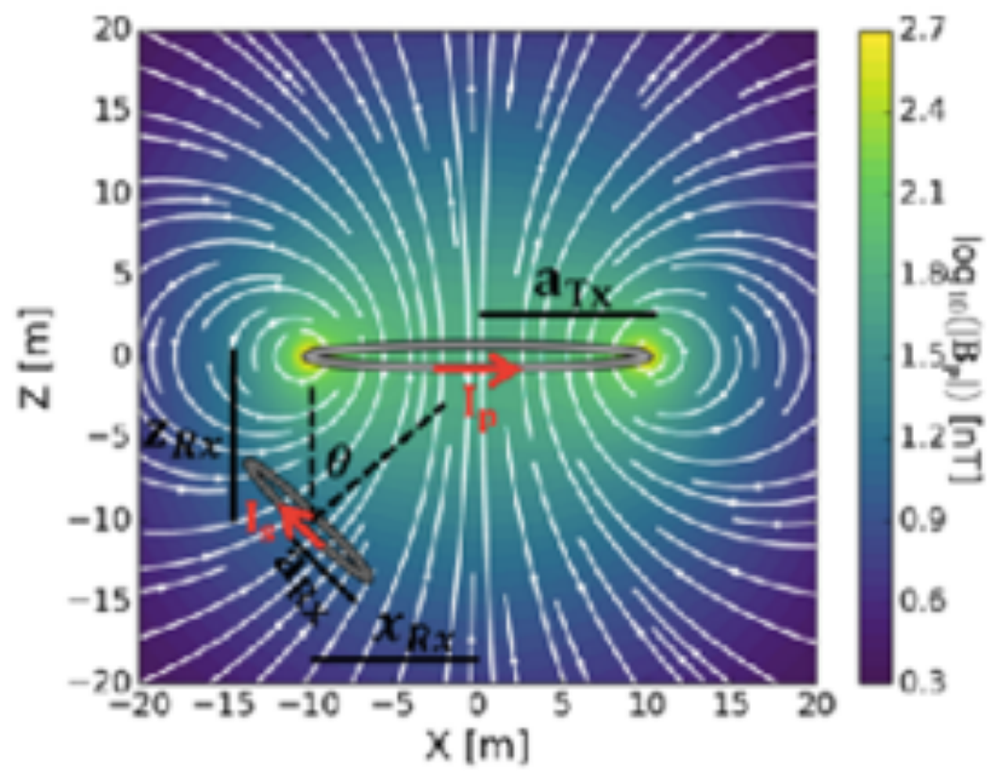
Allez à https://mybinder.org/v2/gh/geoscixyz/em_apps/master et sélectionnez InductionRLcircuit_Harmonic.ipynb

In [1]:
```
# IMPORT PACKAGES
from em_examples.Base import widgetify
import em_examples.InductionLoop as IND
from ipywidgets import interact, FloatSlider, FloatText
```

Parameter Descriptions

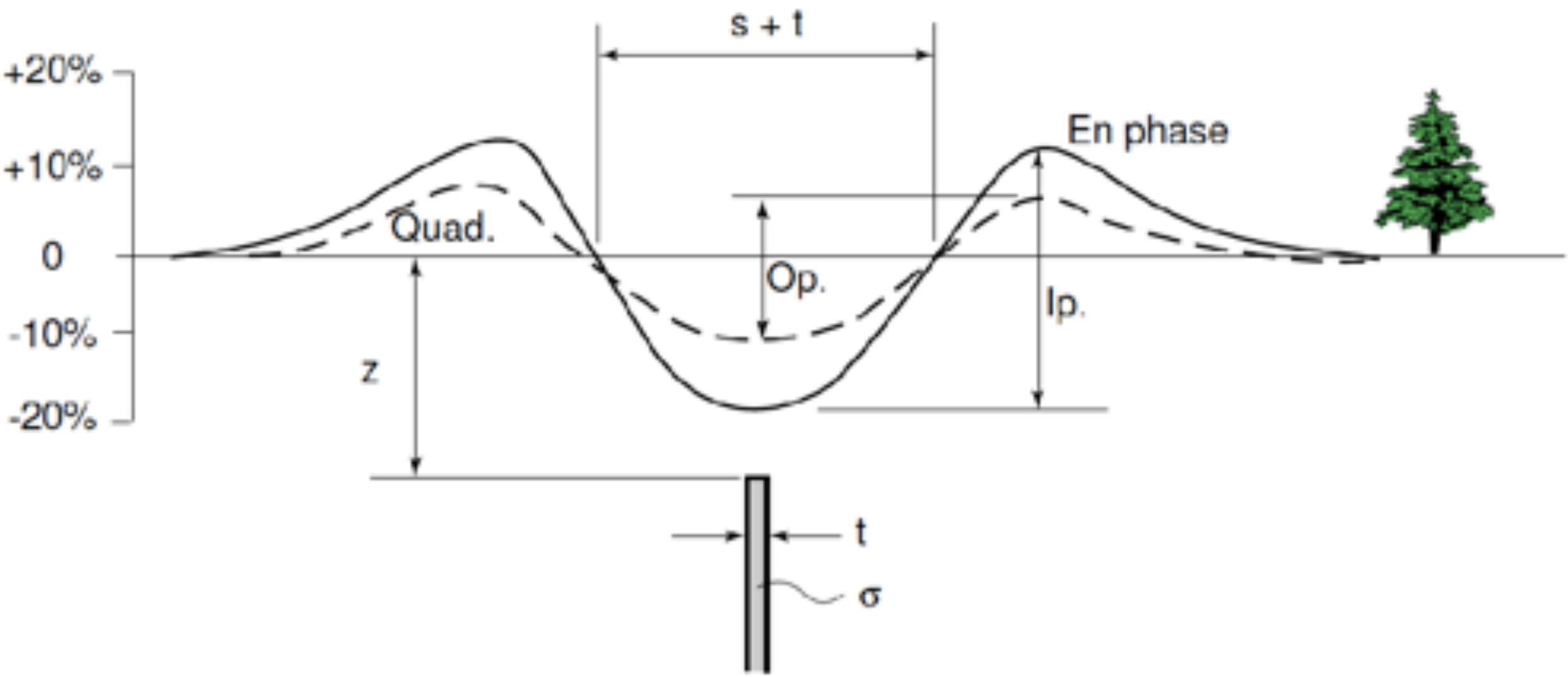
Below are the adjustable parameters for widgets within this notebook:

- I_p: Transmitter current amplitude [A]
- a_{Tx}: Transmitter loop radius [m]
- a_{Rx}: Receiver loop radius [m]
- x_{Rx}: Receiver x position [m]
- z_{Rx}: Receiver z position [m]
- θ: Receiver normal vector relative to vertical [degree]
- R: Resistance of receiver loop [Ω]
- L: Inductance of receiver loop [H]
- f: Specific frequency [Hz]
- t: Specific time [s]



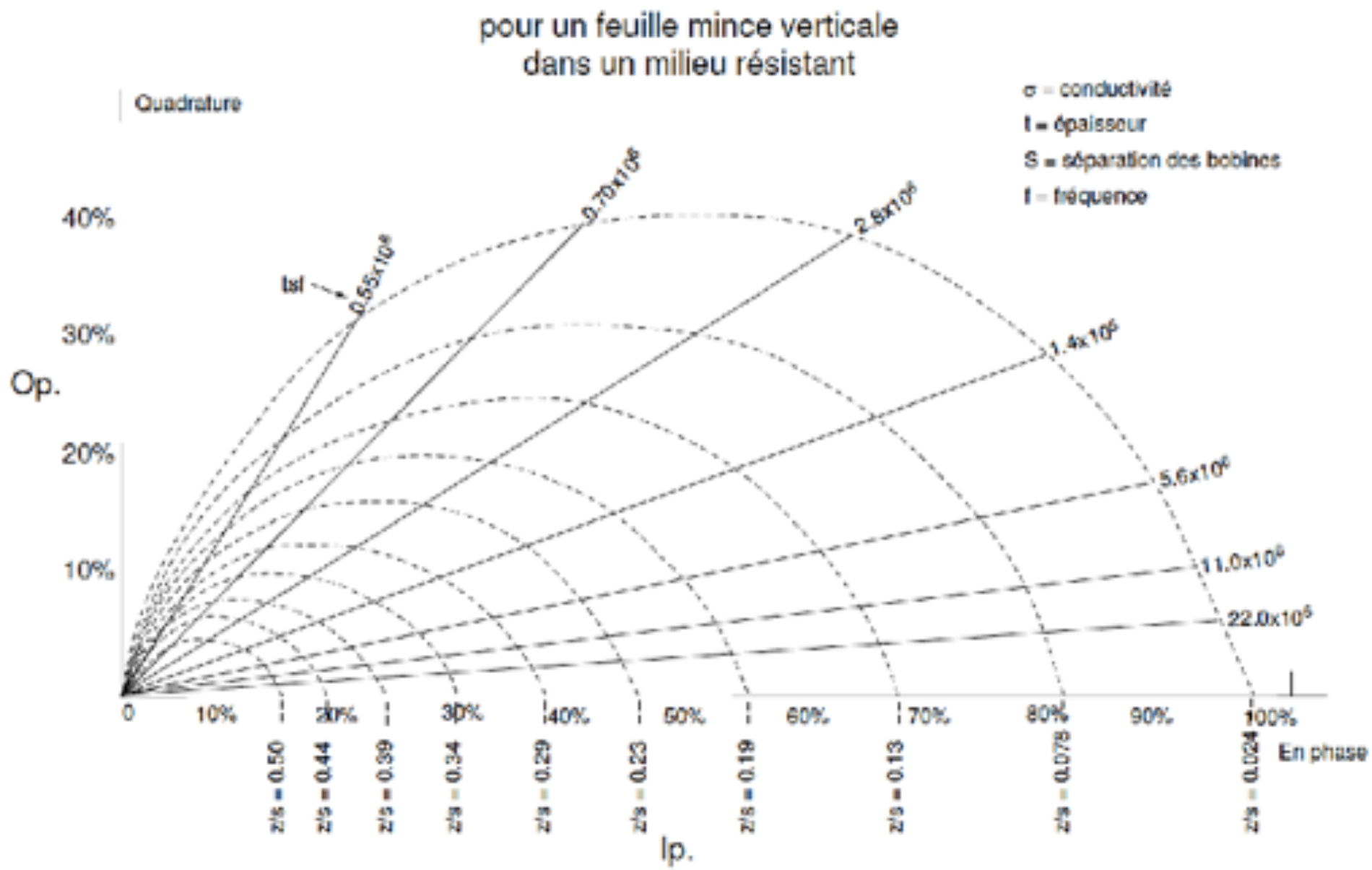
Caractérisation d’une anomalie conductrice

Lorsqu’on recherche un corps conducteur, par exemple en exploration minière, le modèle en boucle s’applique directement. Il existe des abaques pour déterminer la profondeur, le pendage et le produit conductivité-épaisseur.



Caractérisation d'une anomalie conductrice

Abaque pour une couche mince verticale

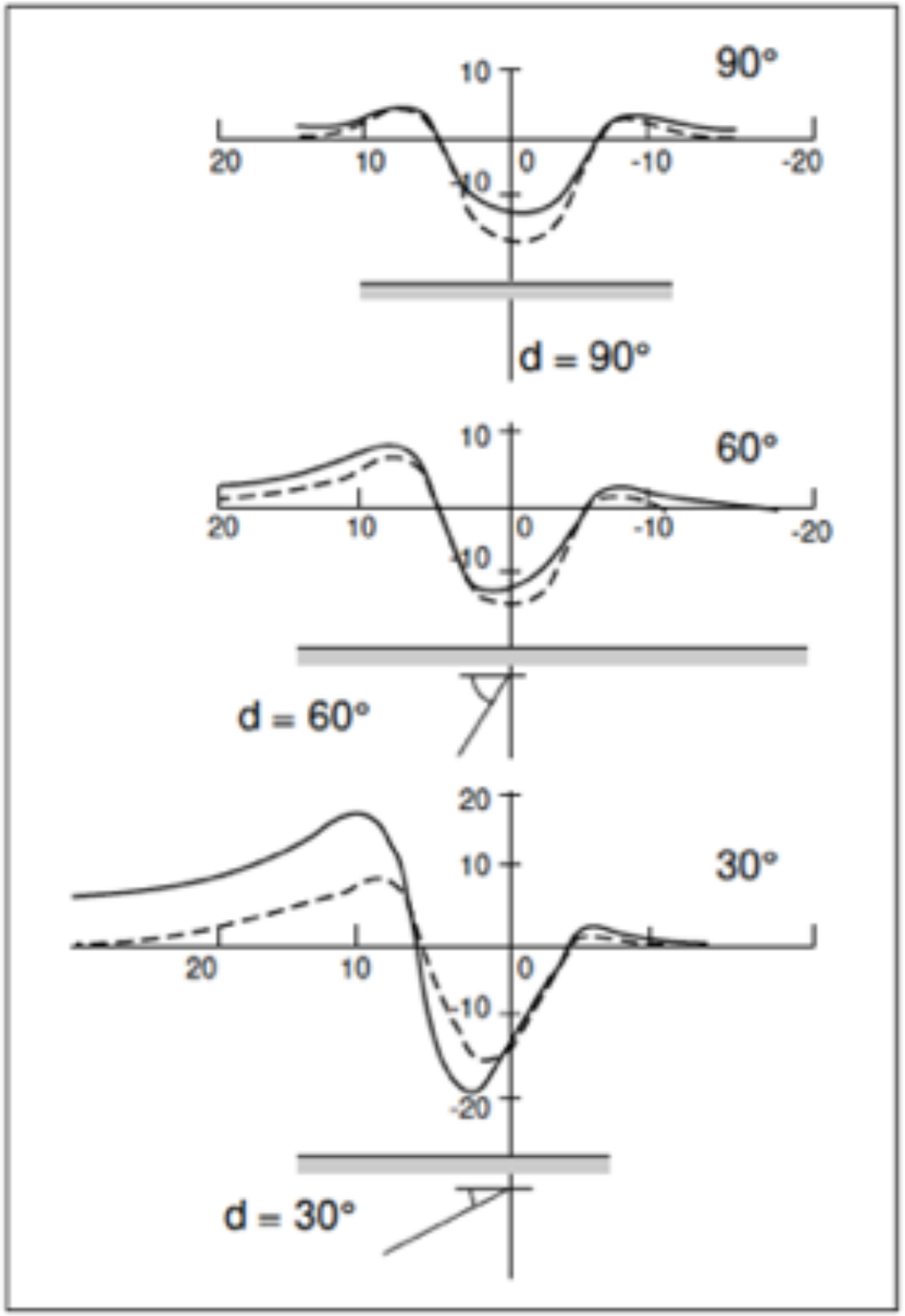


Caractérisation d'une anomalie conductrice

Le pendage de la couche conductrice affecte aussi la forme de l'anomalie.

Les composantes en phase et en quadrature sont déplacées vers la direction de pendage.

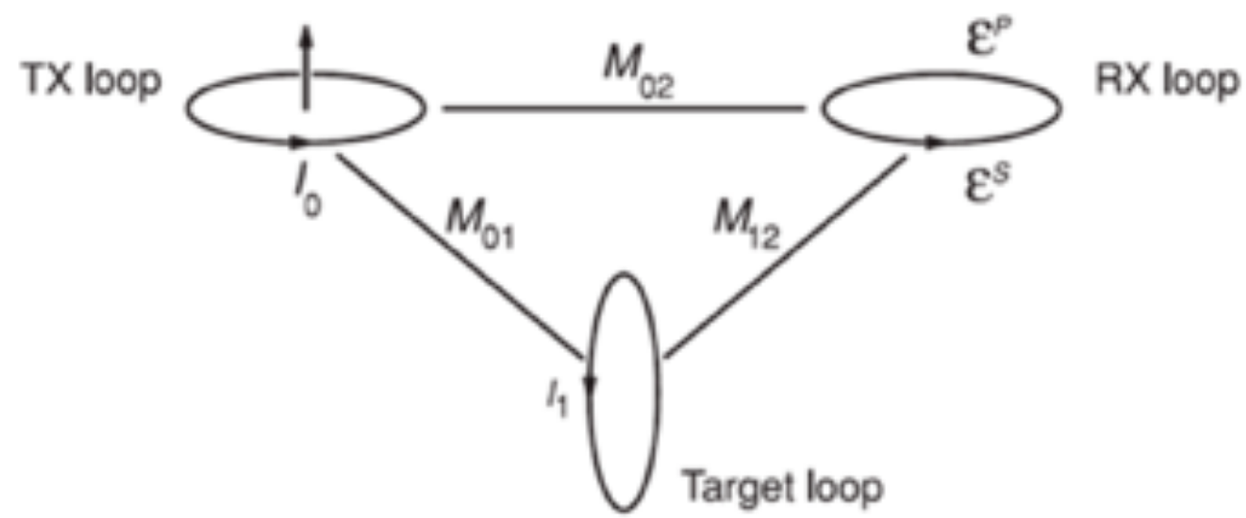
Il existe des abaques aussi permettant de déterminer le pendage et les profondeurs de telles anomalies



Circuit équivalent: Résumé

- On peut modéliser le sol comme un circuit équivalent

- Le champ secondaire au récepteur dépend de 3 termes
    - Facteur géométrique
    - Un facteur d'amplitude dépendant des propriétés du sol
    - Un facteur de phase dépendant des propriétés du sol



- La déphase et l'amplitude sont mesurés comme les parties en phase et en quadrature

- Ce modèle permet la détection de conducteurs enfouis

Mesure de la conductivité

Paramètres du circuit à déterminer

On a vu que pour un circuit simplifié, les mesures au récepteur sont:

$$\frac{H_s}{H_p} = -\frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}e^{-i(\pi/2+\phi)}$$

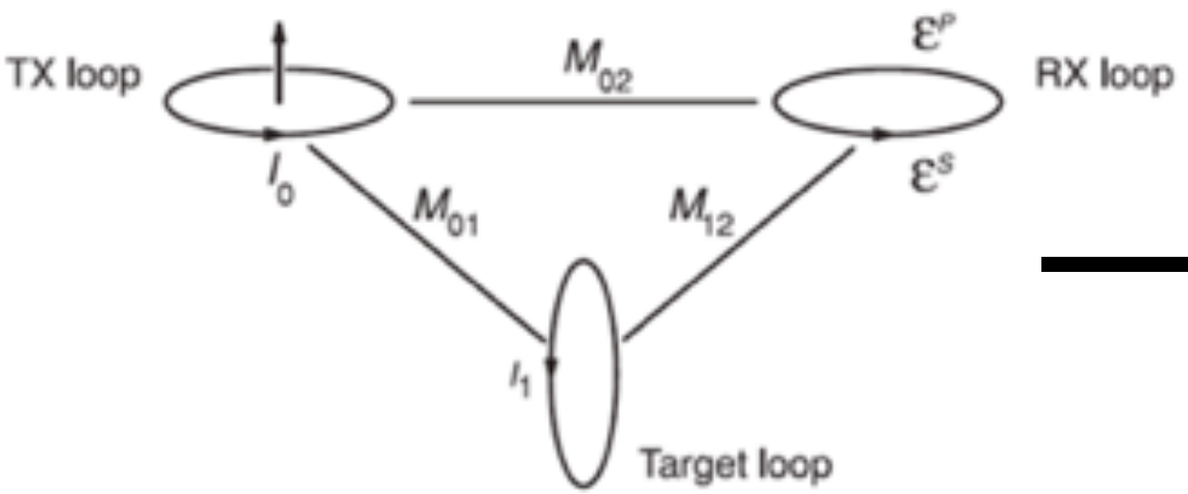
avec le **nombre d'induction** et la phase:

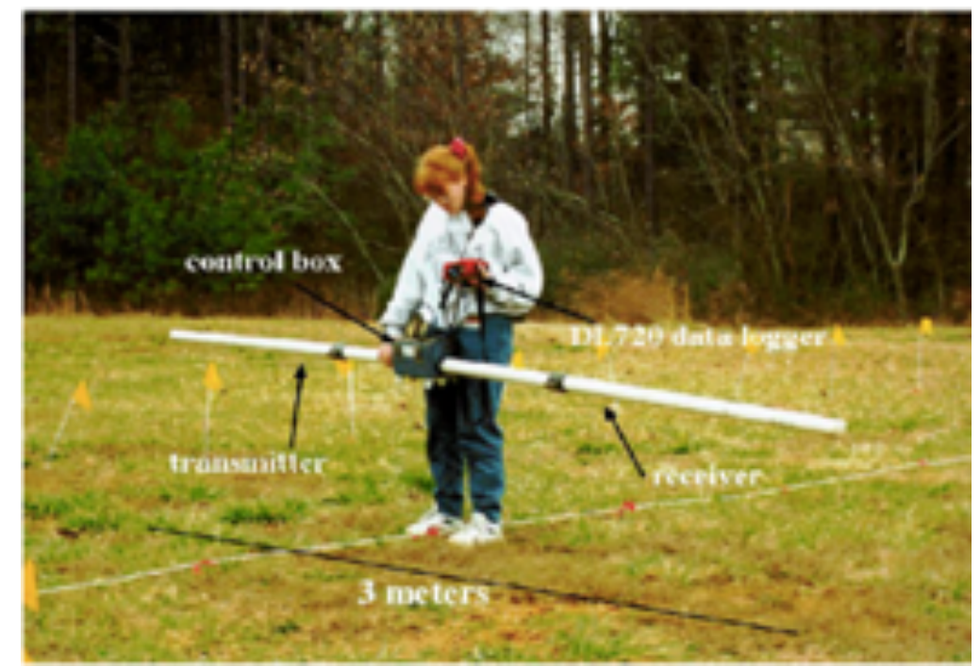
$$\alpha = \omega\frac{L}{R} \qquad \phi = \tan^{-1}(\alpha)$$

Pour trouver les propriétés du circuit électrique analogue, il faut supposer une géométrie de la sous-surface particulière.

Réponse d'un sol homogène

Le sol n'est pas une boucle! Comment passer vers un modèle plus réaliste ?





- Comment relier le nombre d'induction et la résistivité d'un milieu homogène ?
- Quelles sont la profondeur d'investigation et la résistivité apparente ?

Réponse d'un sol homogène

Pour un demi-plan homogène, il est possible de trouver que:

$$\alpha = \frac{r}{\delta} = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}}$$

Le rapport du champ primaire est devenu assez complexe. Par exemple, pour HCP:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = \frac{1}{i\alpha^2}\left[9 - (9 + 9\sqrt{2i}\alpha + 8i\alpha^2 + (2i)^{3/2}\alpha^3)e^{-\sqrt{2i}\alpha}\right]$$

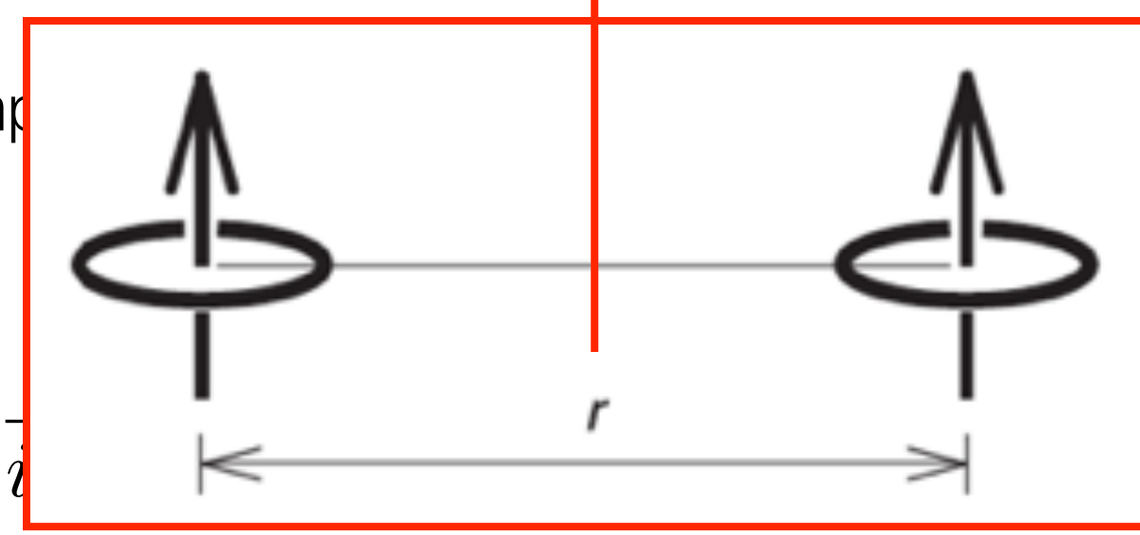
Ces formules sont utilisées dans leur cas limite, qui sont beaucoup plus utiles.

Réponse d'un sol homogène

Pour un demi-plan homogène, il est possible de trouver que:

$$\alpha = \frac{r}{\delta} = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}}$$

Le rapport du champ



Par exemple, pour HCP:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = \frac{}{i}$$

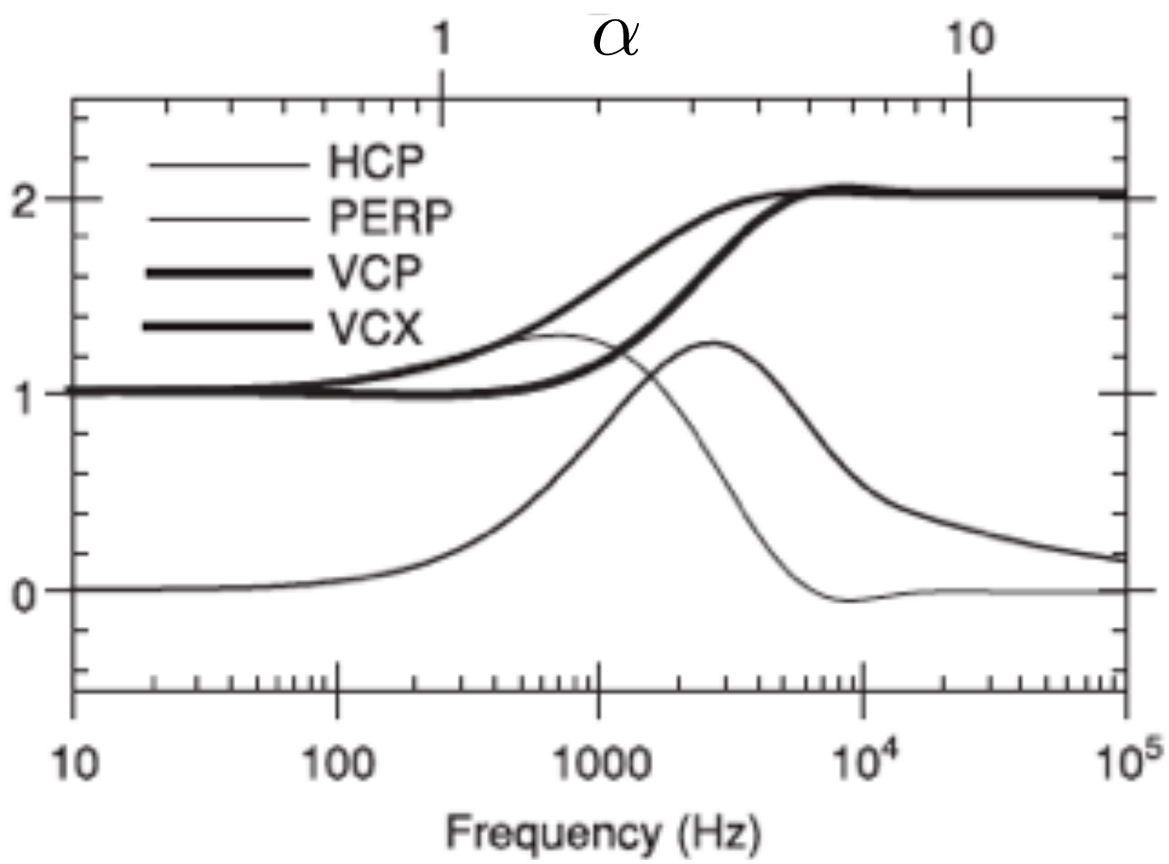
$$i)^{3/2}\alpha^3)e^{-\sqrt{2i}\alpha}\Big]$$

Ces formules sont utilisées dans leur cas limite, qui sont beaucoup plus utiles.

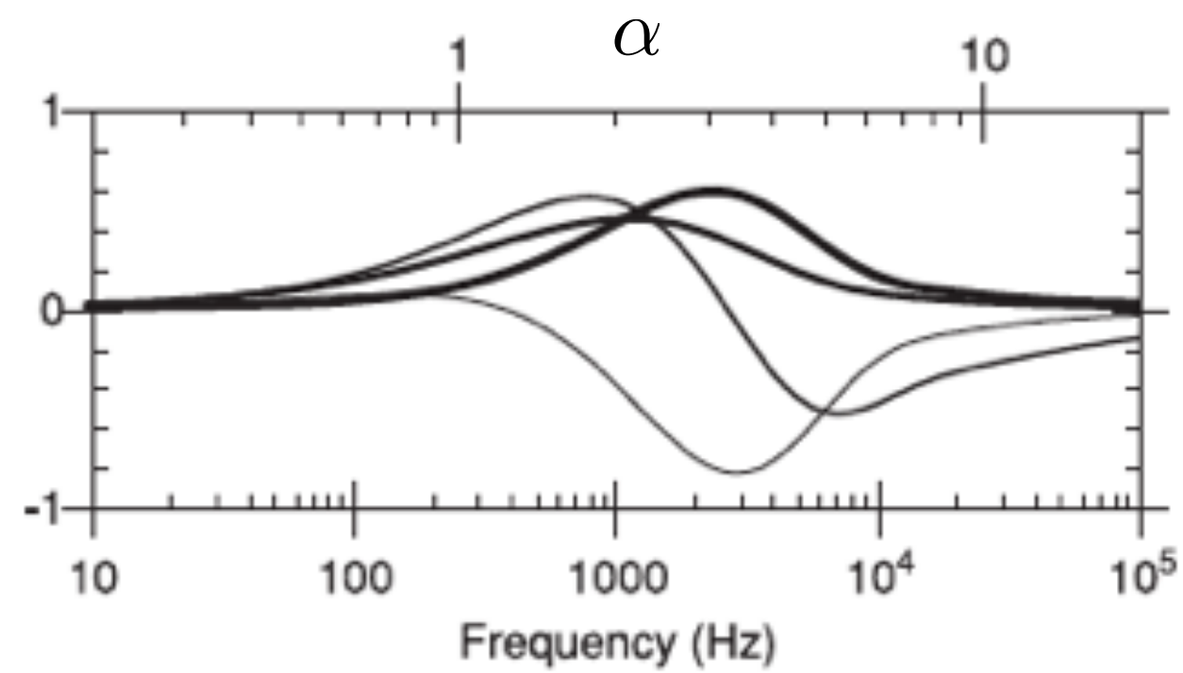
Réponse d'un sol homogène

Attention! Les graphiques sont ici pour les rapports des champs totaux et primaires!

Champ en phase



Champ en quadrature



Limite résistive

Dans le cas d'un **mauvais conducteur**:

$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \to 0$$

Les réponses deviennent:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = \left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{VCP} = i\frac{\alpha^2}{2} = i\frac{\sigma\mu_0\omega r}{4}$$

À remarquer que

- Les parties en phase sont nulles
- Les **parties en quadratures sont proportionnelles à la conductivité**.

Limite inductive

Dans le cas d'un **excellent conducteur**:

$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \to \infty$$

Les réponses deviennent:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = -1 - i\frac{18}{\sigma\mu_0\omega r^2} \qquad \left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{VCP} = 1 + 6i\frac{1}{\sigma\mu_0\omega r^2}$$

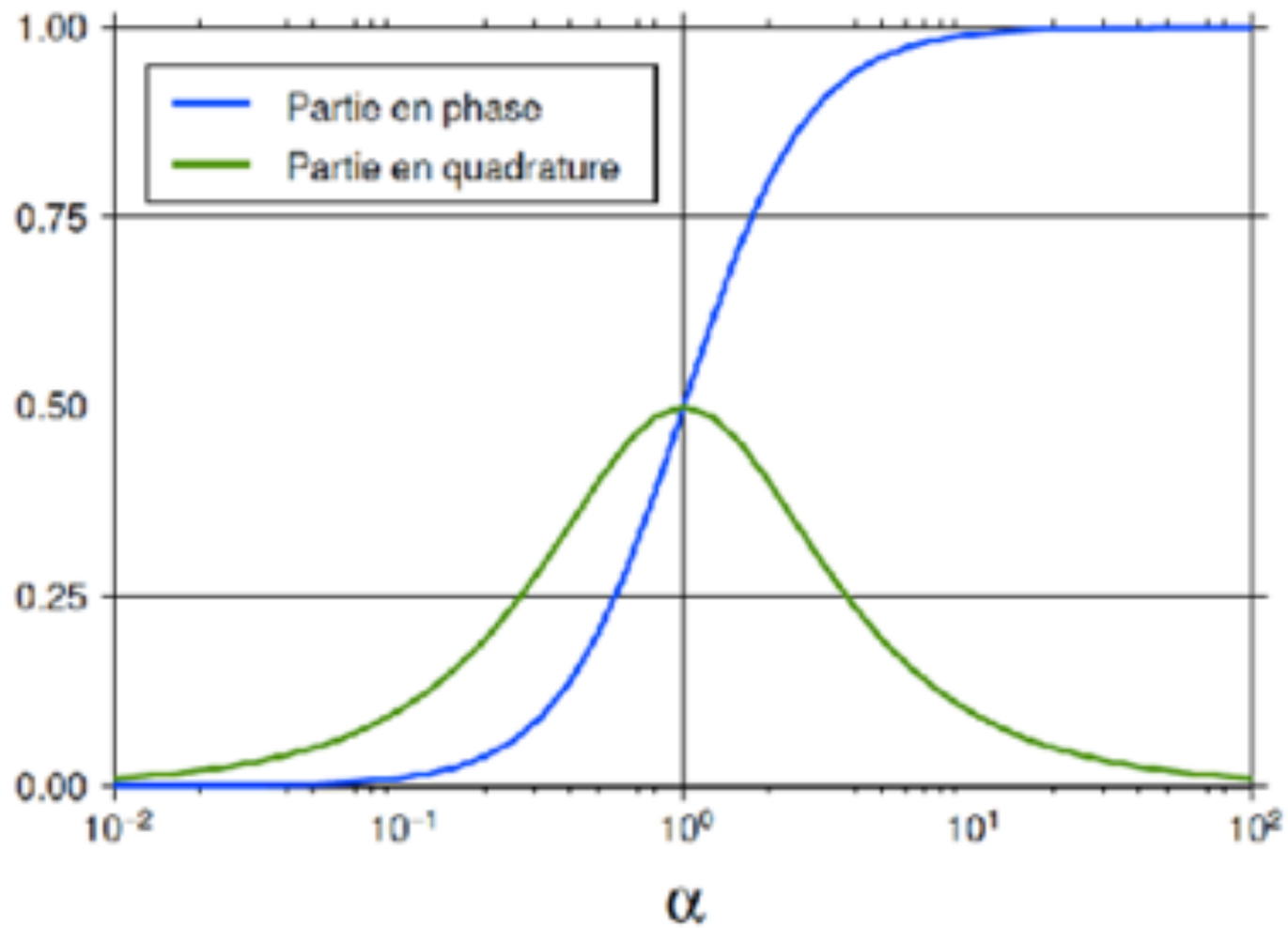
À remarquer que

- Les parties en phase sont dominantes
- Les **parties en quadratures sont proportionnelles à la résistivité**.
- À la limite, la partie en quadratures devient nulle, il y a **saturation**.

Comparaison avec le circuit

L'analyse d'un sol homogène confirme les résultats du circuit équivalent:

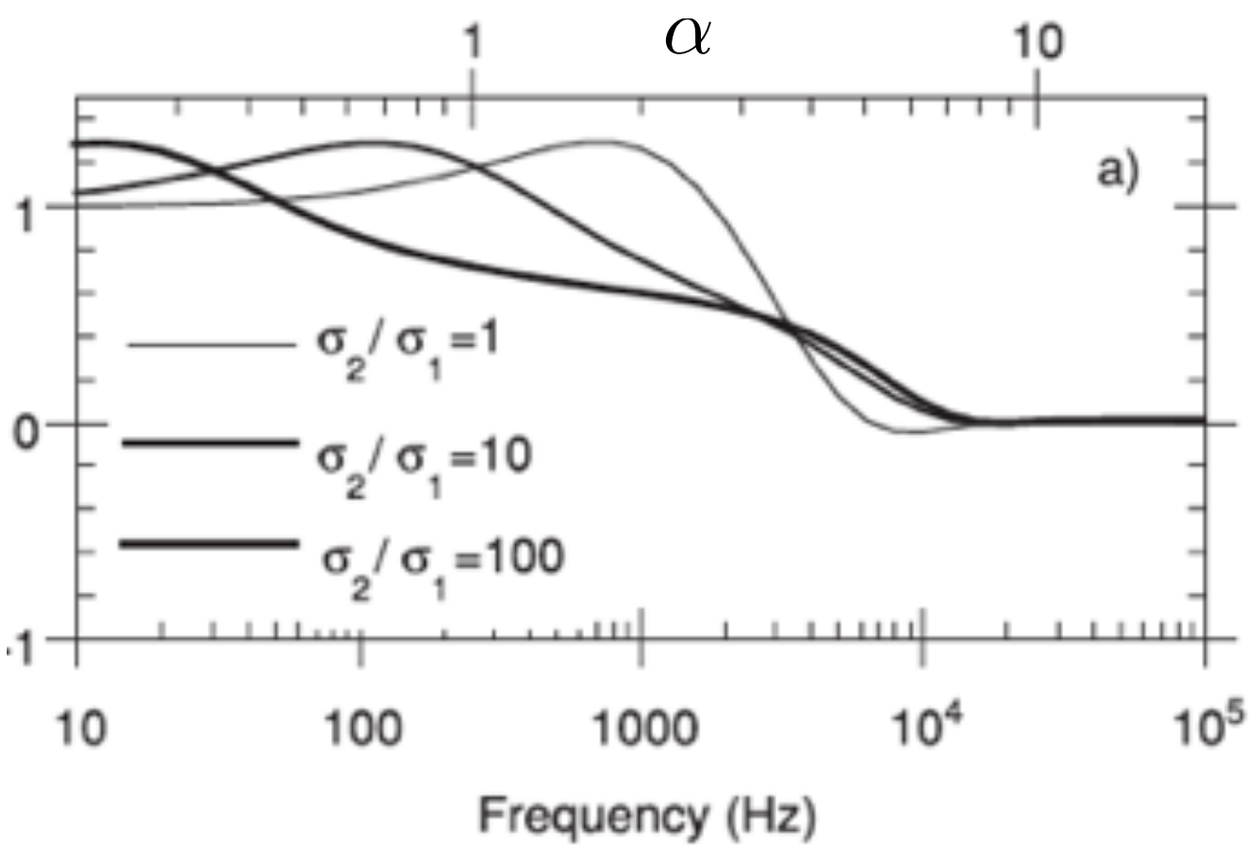
- Aux limites, la partie en phase devient constante
- Pour un nombre d'induction faible, la partie en quadrature est proportionnelle à la conductivité
- Pour un nombre d'induction élevé, la partie en quadrature est proportionnelle à la résistivité.
- Pour un conducteur parfait, la partie en quadrature est nulle



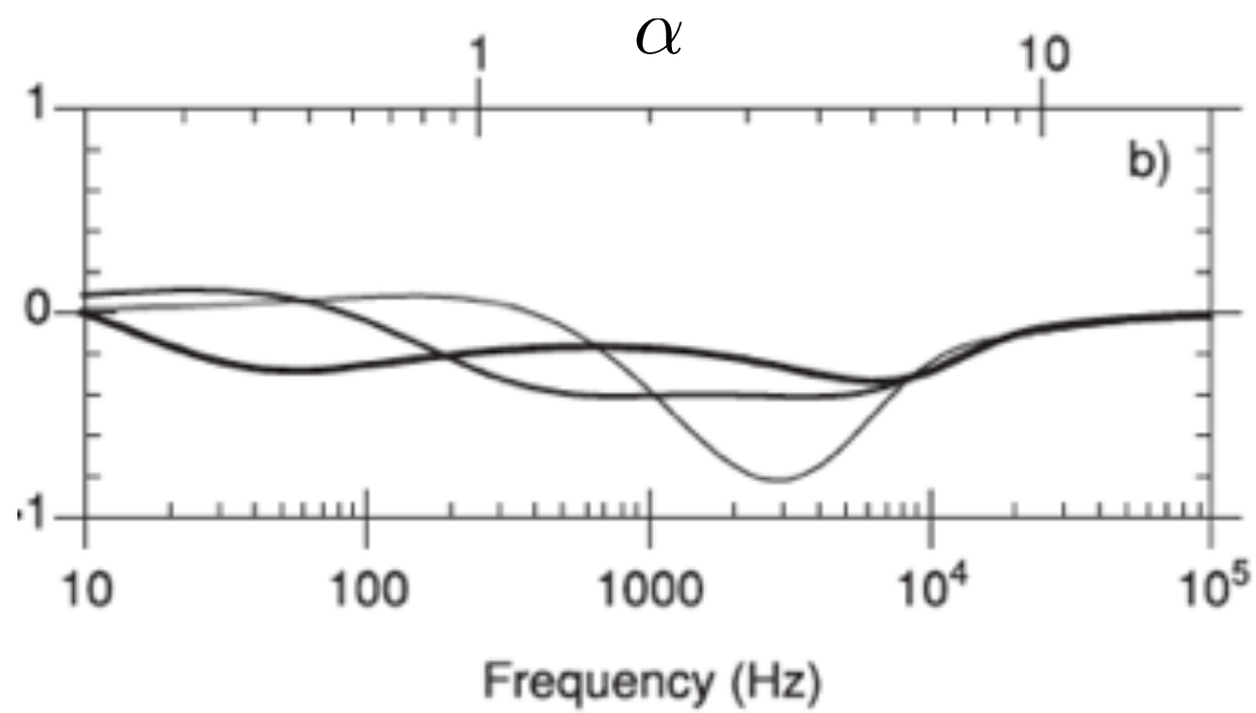
Réponse d'un sol tabulaire

Réponse pour un sol tabulaire pour le dispositif HCP, avec deux couches d'**épaisseur constante**.

Champ en phase



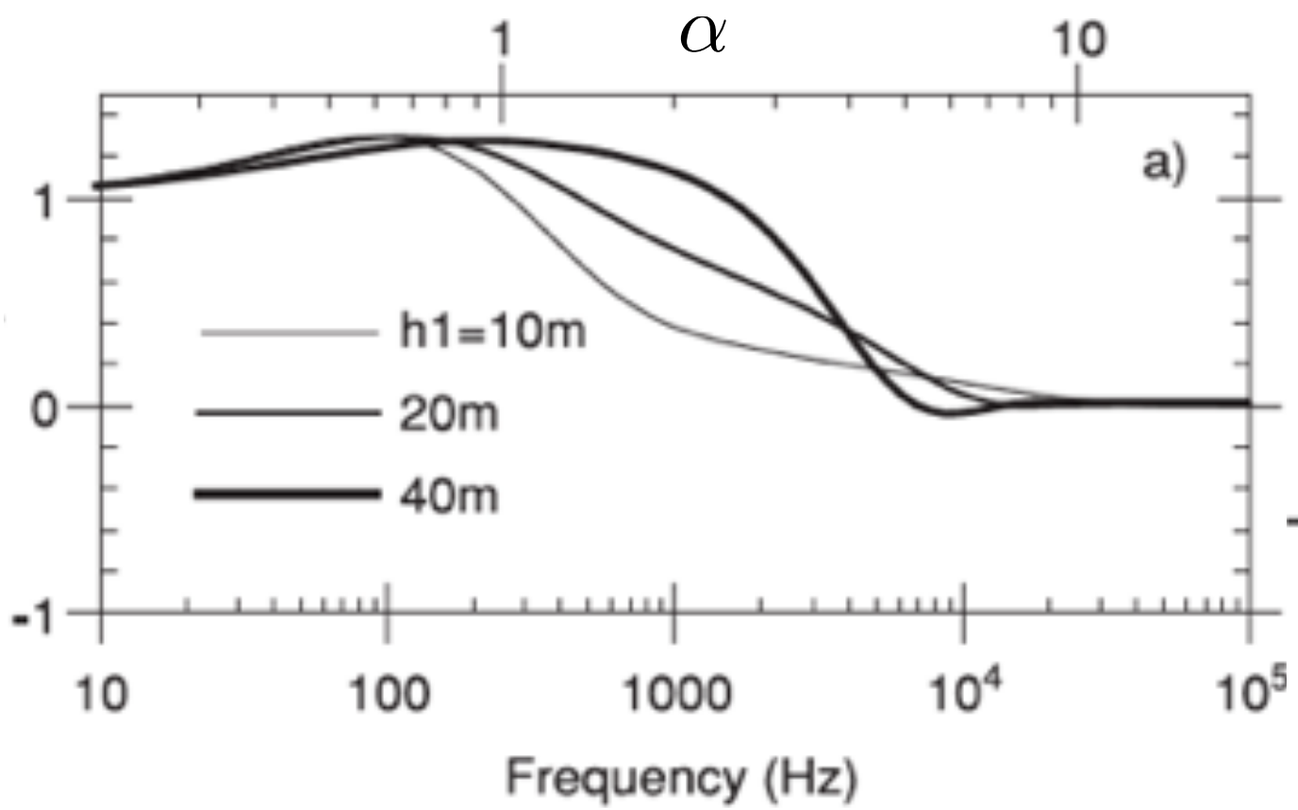
Champ en quadrature



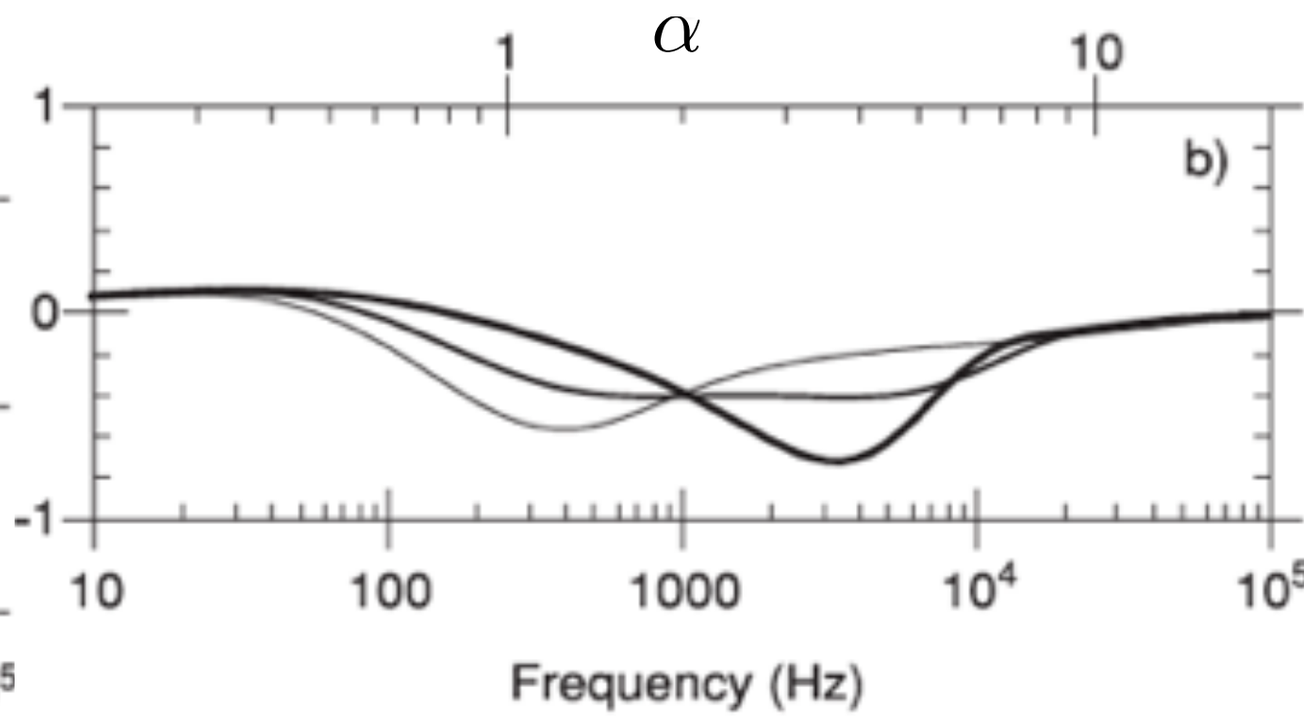
Réponse d'un sol tabulaire

Réponse pour un sol tabulaire pour le dispositif HCP, avec deux couches de **conductivité constante**.

Champ en phase



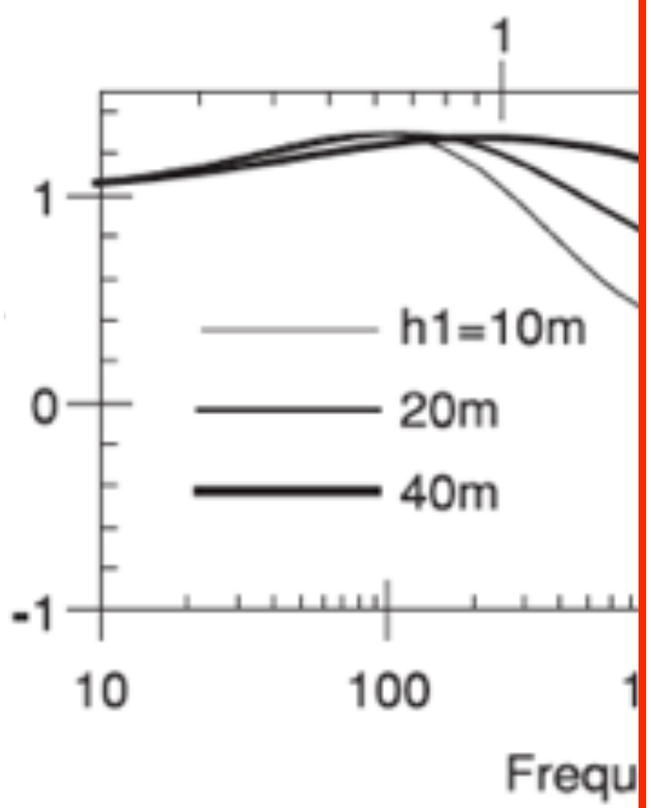
Champ en quadrature

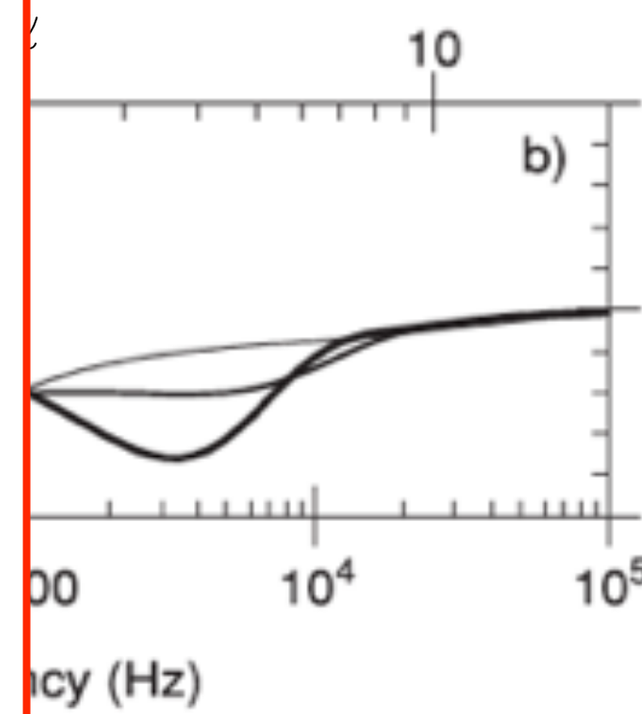


Réponse d'un sol tabulaire

Réponse pour un sol tabulaire pour le dispositif HCP, avec deux couches de **conductivité constante**.

Champ en phase **ture**





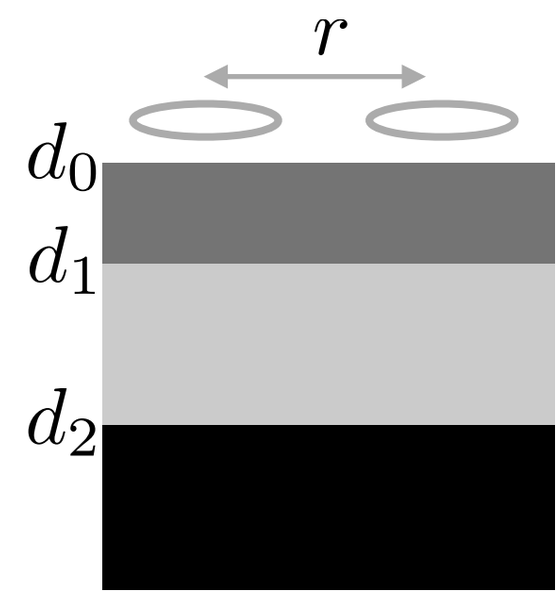
À remarquer:

- La conductivité et l'épaisseur des couches affectent grandement l'aspect des courbes
- Les asymptotes restent les mêmes que pour le sol homogène
- Il est difficile de déterminer l'épaisseur des couches en variant le nombre d'induction, de faire un « sondage ».

Réponse d'un sol tabulaire: Limite résistive

Dans la limite résistive, des formules simples peuvent être dérivées, qui ont la forme:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right) = \frac{i\mu_0\omega r^2}{4}\sum_{m=1}^{N}\sigma_m Q_m$$



$$p_m = d_m/r$$

Par exemple:

$$Q_m^{HCP} = \frac{1}{\sqrt{1+4p_{m-1}^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+4p_m^2}}$$

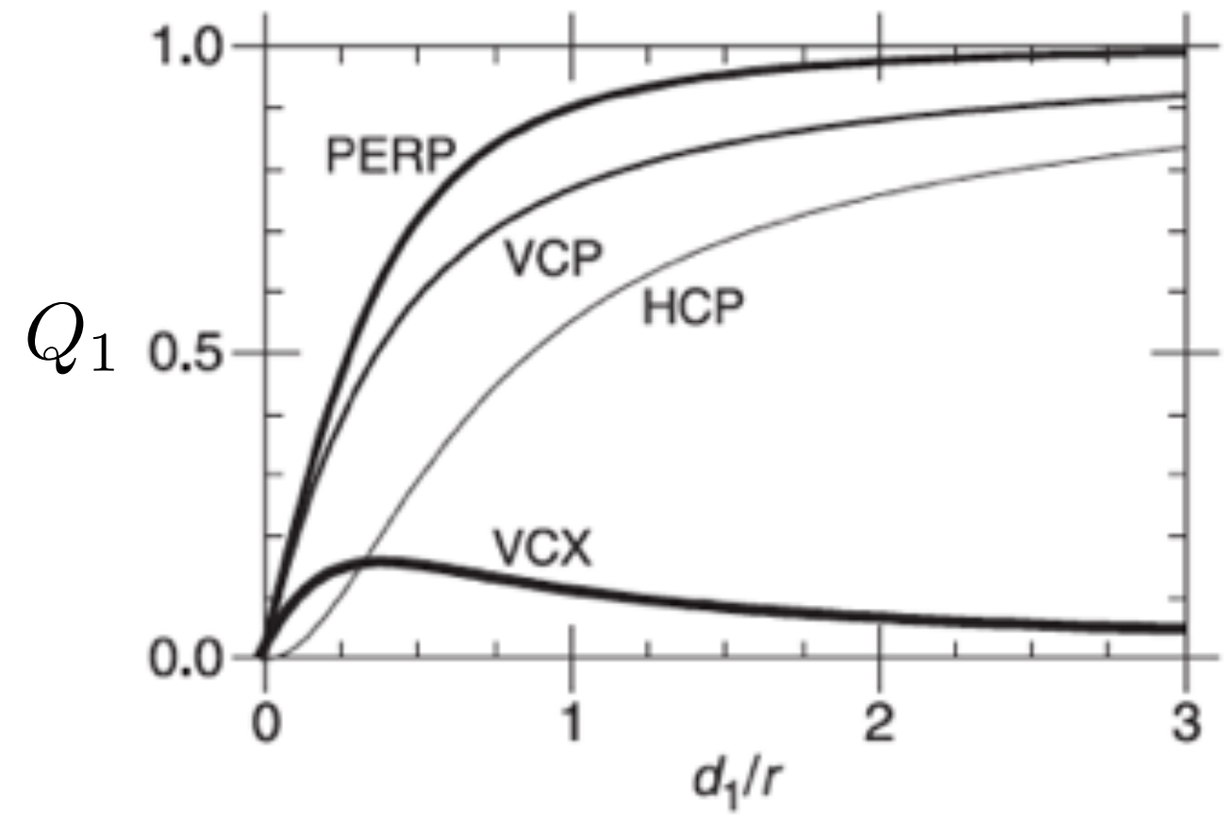
$$Q_m^{VCP} = \sqrt{1+4p_{m-1}^2} - 2p_{m-1} - \sqrt{1+4p_m^2} + 2p_m$$

Réponse d'un sol tabulaire: Limite résistive

On peut évaluer la profondeur d'investigation en utilisant la formule pour une couche:

$$Q_1^{HCP} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+4p_1^2}}$$

$$Q_1^{VCP} = 1 + 2p_1 - \sqrt{1+4p_1^2}$$



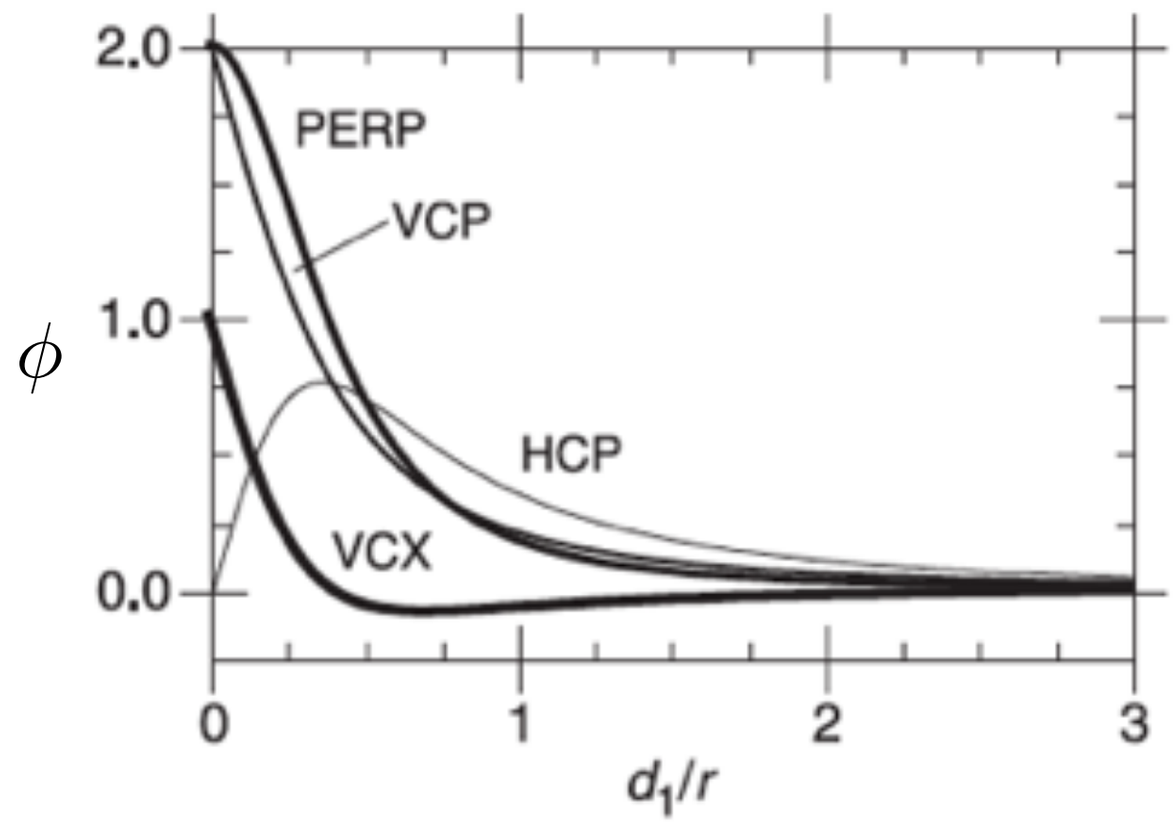
Réponse d'un sol tabulaire: Limite résistive

La sensibilité du dispositif est donnée par la dérivée des facteurs géométriques de la première couche.

$$\phi = \frac{dQ_1}{dp}$$

$$\phi^{HCP} = \frac{4p}{(1+4p^2)^{3/2}}$$

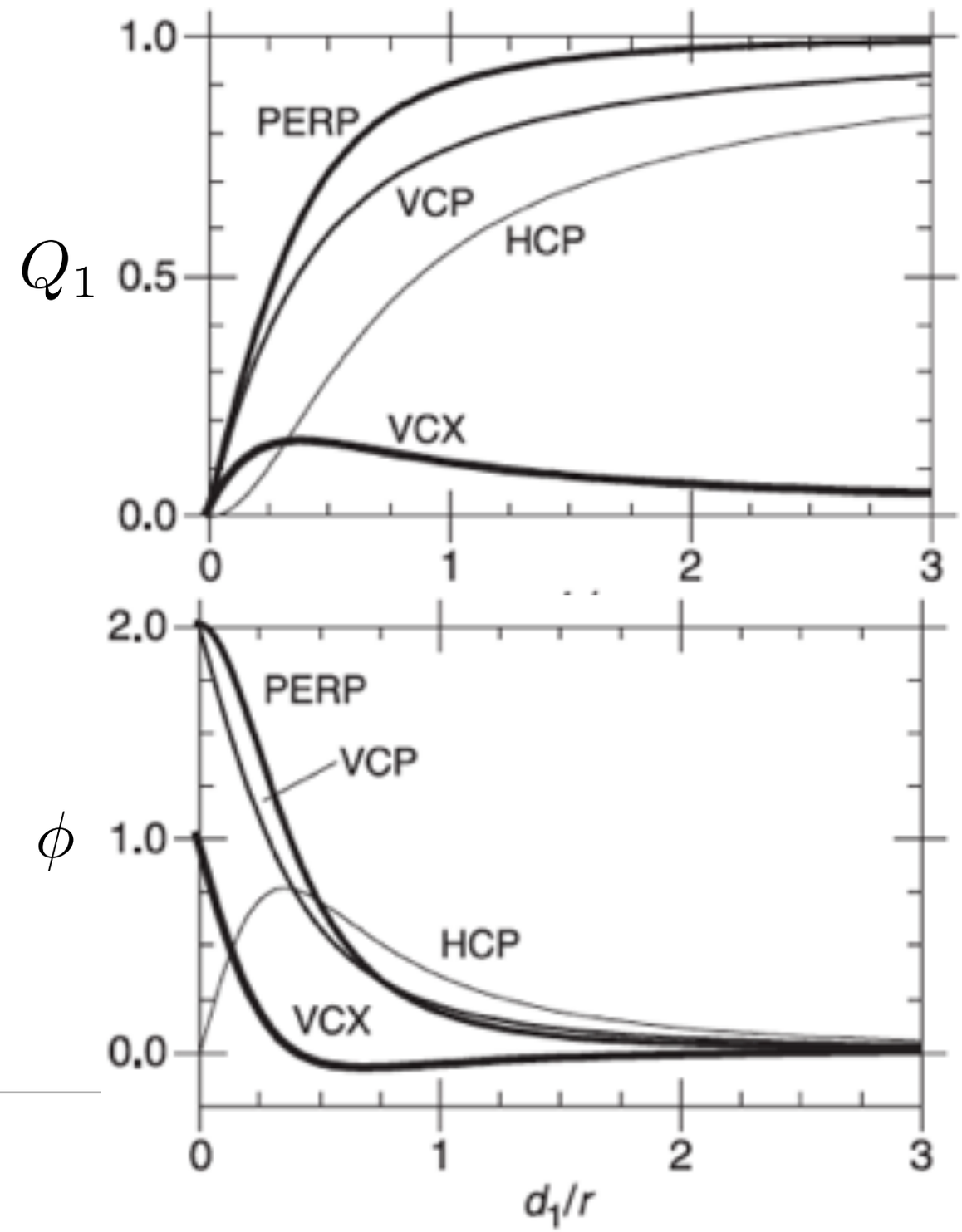
$$\phi^{VCP} = 2 - \frac{4p}{\sqrt{1+4p^2}}$$



Réponse d'un sol tabulaire: Limite résistive

À remarquer:

- Pour le même espacement de boucle, la configuration HCP a une meilleure profondeur de pénétration
- La configuration VCP est plus sensible aux variations en surface
- Faire un profil avec VCP et HCP permet de déterminer si le sol est homogène ou non.



Conductivité apparente (limite résistive)

La réponse d'un sol permet de définir une **conductivité apparente** dans la limite résistive:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right) = \frac{i\mu_0\omega r^2}{4}\sum_{m=1}^{N}\sigma_m Q_m$$

En prenant la partie en quadrature:

$$Q\left(\frac{H_s}{H_p}\right) = \frac{\mu_0\omega r^2}{4}\sigma_a$$

$$\boxed{\sigma_a = \frac{4}{\mu_0\omega r^2}Q\left(\frac{H_s}{H_p}\right)}$$

Conductivimètres

Attention! Les appareils donnant des conductivités supposent la limite de faible nombre d'induction.

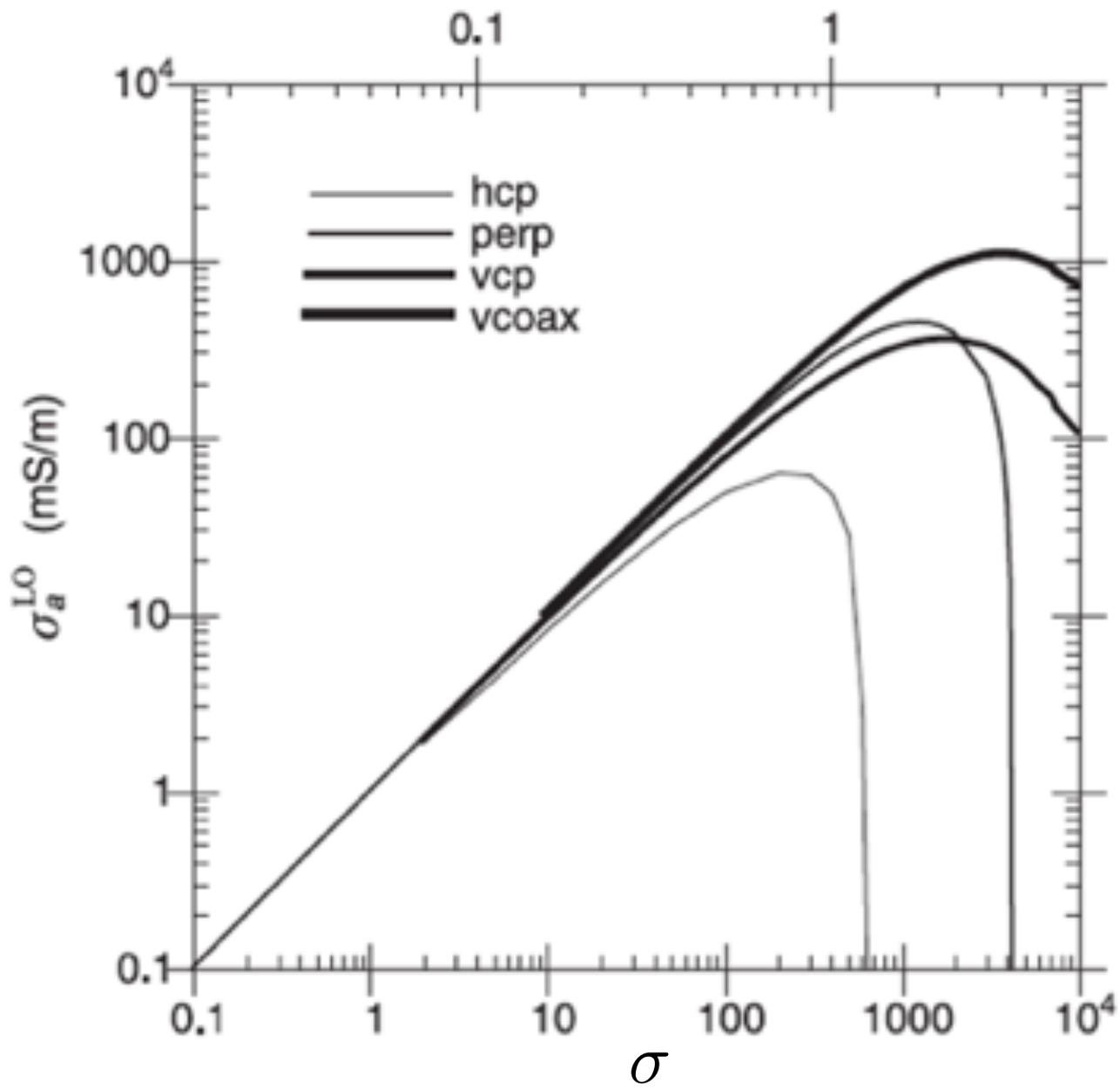
$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} << 1$$

Conductivité apparente (limite résistive)

La conductivité apparente est donnée par:

$$\sigma_a = \frac{4}{\mu_0 \omega r^2} Q\left(\frac{H_s}{H_p}\right)$$

Cette formule n'est valide que dans la limite résistive!

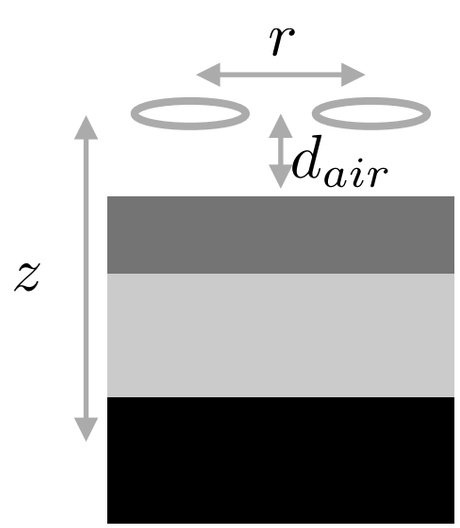


Conductivité apparente (limite résistive)

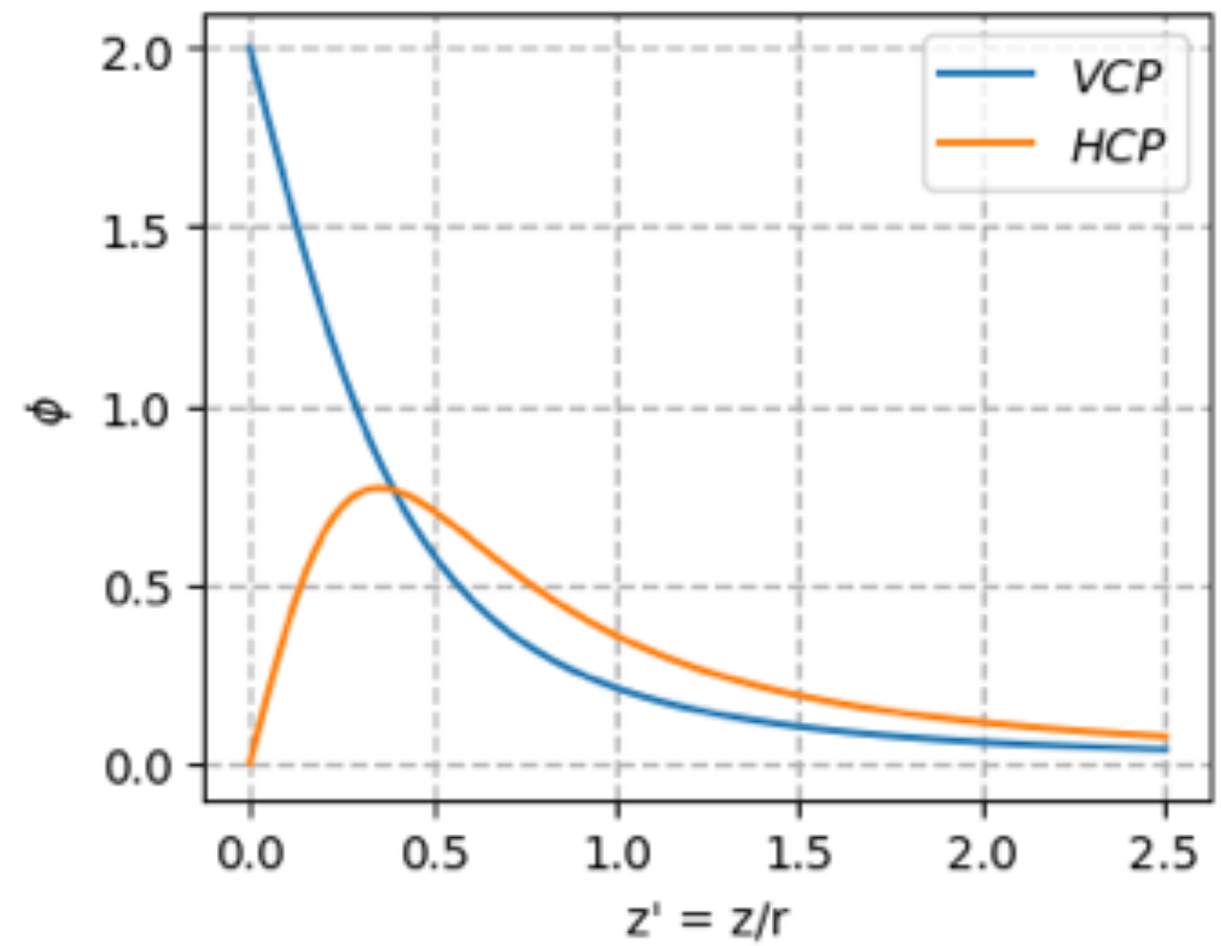
On peut utiliser la sensibilité pour calculer la résistivité apparente:

$$\rho_a = \int_0^\infty \phi(z')\sigma(z')dz'$$

Attention! L'intégration commence à la hauteur du dispositif!



$z' = z/r$



Conductivité apparente (limite résistive)

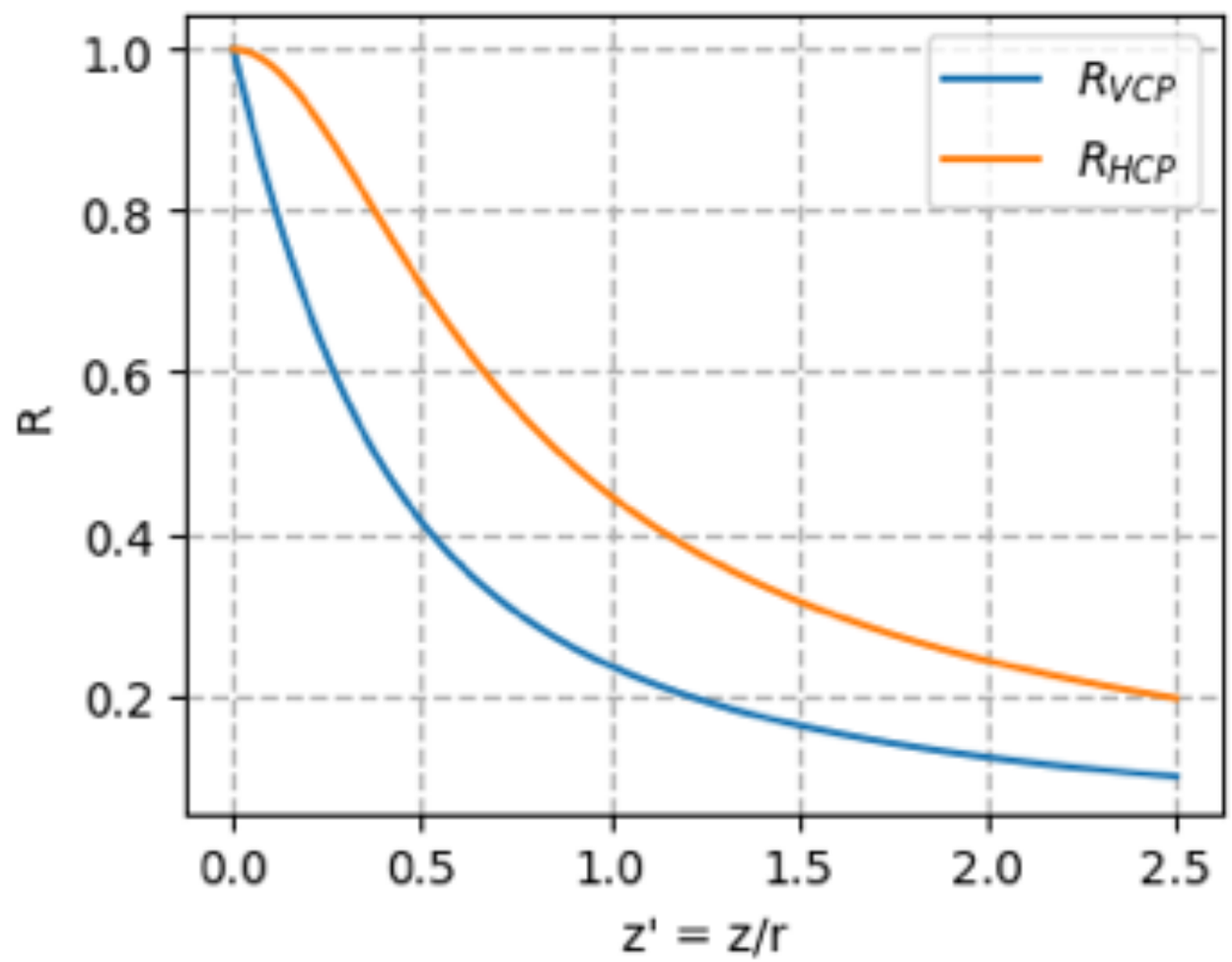
Pour faciliter les calculs, on utilise habituellement la courbe cumulative:

$$R(z') = \int_{z'}^{\infty} \phi(z')dz'$$

Ce qui donne:

$$R_{HCP} = \frac{1}{\sqrt{4z'^2 + 1}}$$

$$R_{VCP} = \sqrt{4z'^2 + 1} - 2z'$$



Conductivité apparente (limite résistive)

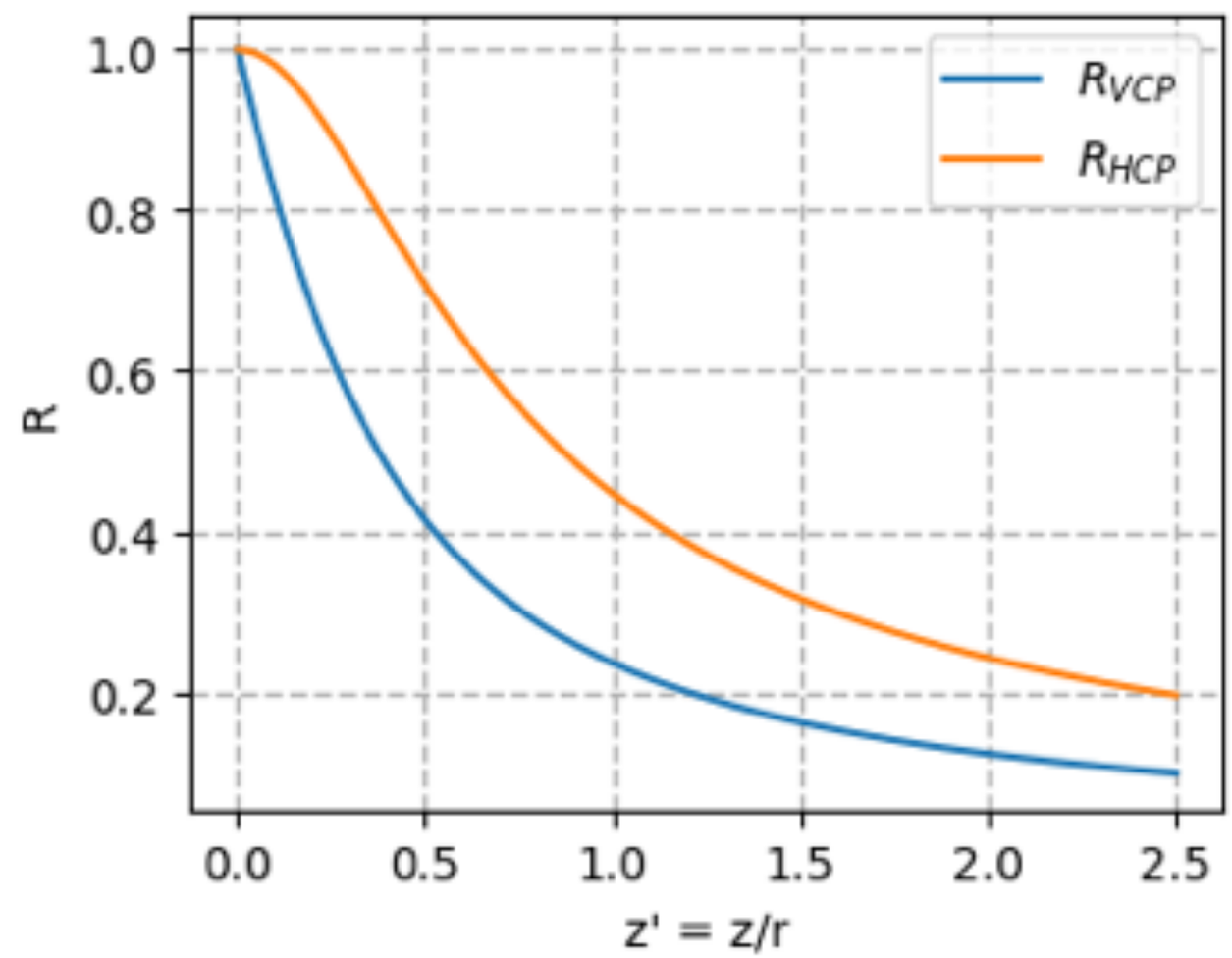
Exemple avec 3 couches et dispositif HCP:

- hauteur du dispositif: 1 m
- distance entre le boucles: 4 m
- couche 1: d=1.5 m, sigma = 1 mS/m
- couche 2: sigma = 10 mS/m

$$\begin{aligned}\sigma_a =&(1 - R(1/4))\sigma_{air} \\ &+ (R(1/4) - R(2.5/4))\sigma_1 \\ &+ (R(2.5/4))\sigma_2\end{aligned}$$

$$\sigma_a = 0.11 \cdot 0 + 0.27 \cdot 1 + 0.62 \cdot 10$$

$$\sigma_a = 6.47 \ \ mS/m$$



Conductivité apparente (limite résistive)

Il est possible d'effectuer un sondage avec les conductivitmètres:

- Il faut varier l'espacement entre le receveur et l'émetteur
- Pour un milieu à deux couches, il faut 3 espacements pour trouver les conductivités et l'épaisseur de la couche 1
- En pratique, les sondages sont peu utilisés, car il est difficile d'avoir de grands écartements avec les appareils disponibles.

Pour un milieu à deux couches, avec des conductivités σ_1 et σ_2 et une épaisseur d:

$$\sigma_a|_{r1} = [1 - R(d/r1)]\sigma_1 + R(d/r1)\sigma_2$$

$$\sigma_a|_{r2} = [1 - R(d/r2)]\sigma_1 + R(d/r2)\sigma_2$$

$$\sigma_a|_{r3} = [1 - R(d/r3)]\sigma_1 + R(d/r3)\sigma_2$$

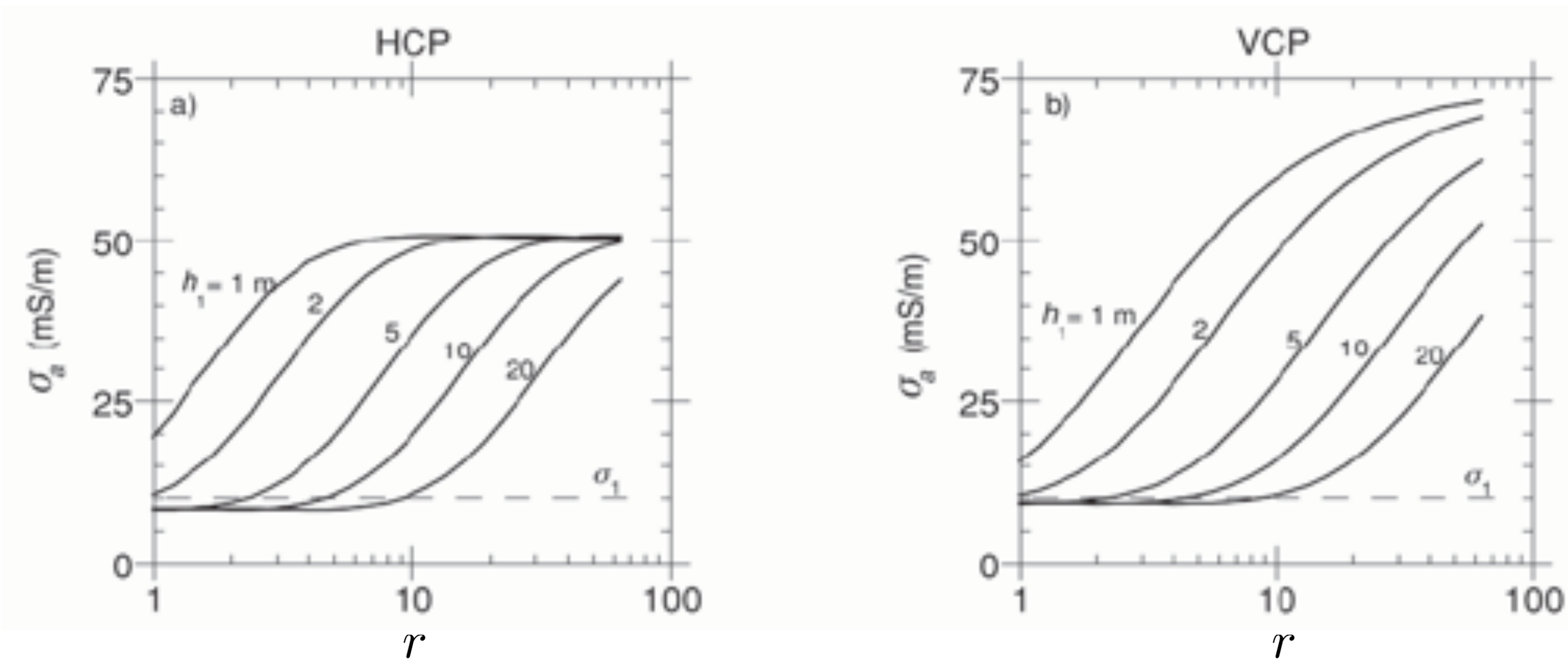
On a 3 équations, 3 inconnus!

Pseudo-sondage EM-34

Milieu à deux couches: σ_1 = 10 mS/m $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = 100 mS/m

h_1 = variable



Pseudo-sondage EM-34

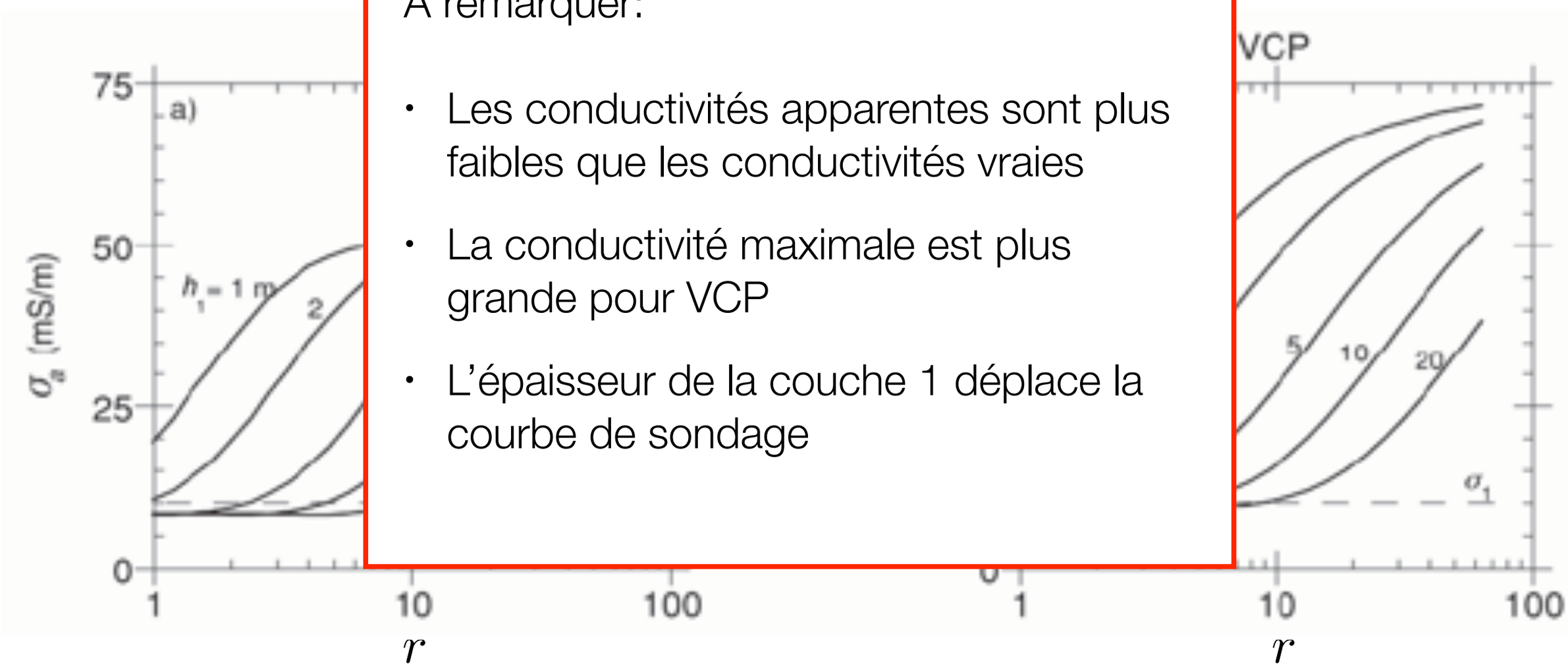
Milieu à deux couches: σ_1 = 10 mS/m $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = 100 mS/m

h_1 = variable

À remarquer:

- Les conductivités apparentes sont plus faibles que les conductivités vraies
- La conductivité maximale est plus grande pour VCP
- L'épaisseur de la couche 1 déplace la courbe de sondage

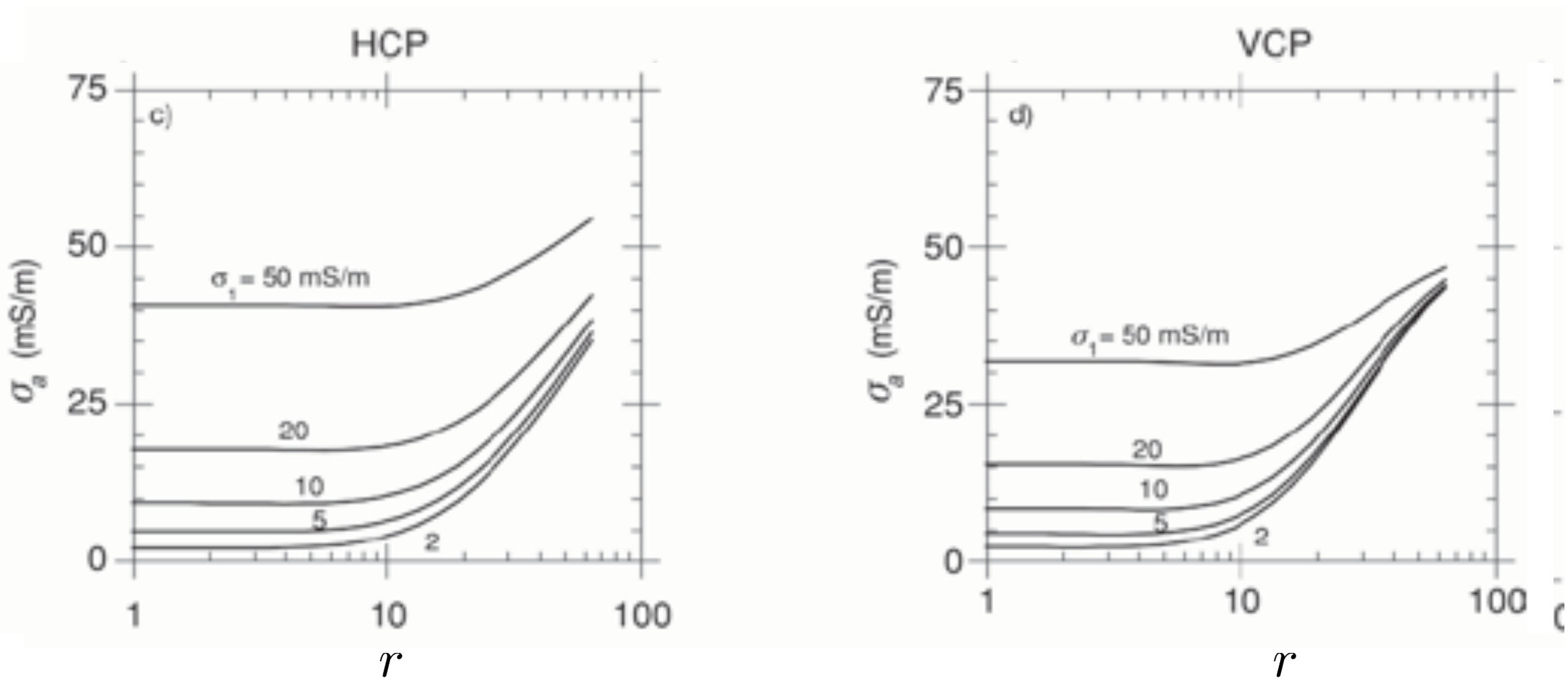


Pseudo-sondage EM-34

Milieu à deux couches: σ_1 = variable $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = 100 mS/m

h_1 = 20 m



Pseudo-sondage EM-34

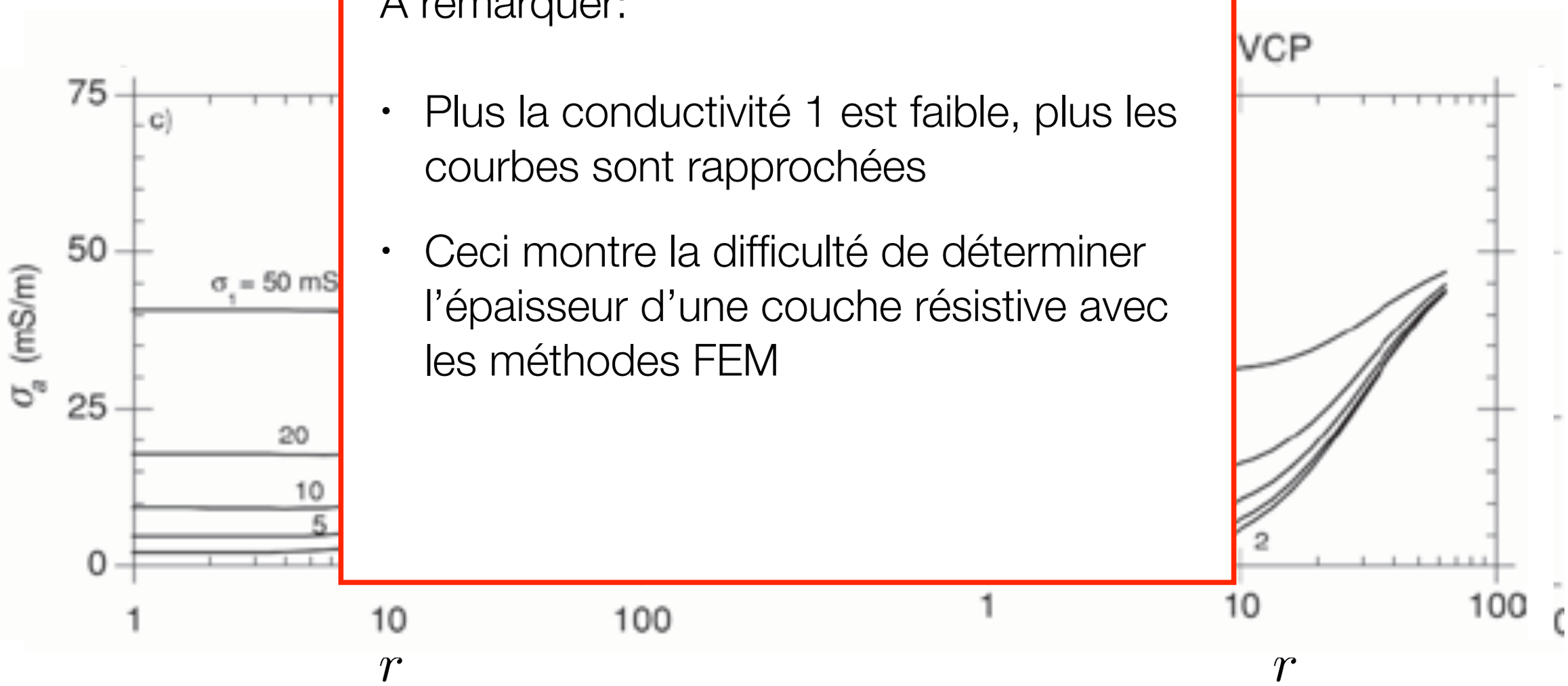
Milieu à deux couches: σ_1 = variable $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = 100 mS/m

h_1 = 20 m

À remarquer:

- Plus la conductivité 1 est faible, plus les courbes sont rapprochées
- Ceci montre la difficulté de déterminer l'épaisseur d'une couche résistive avec les méthodes FEM

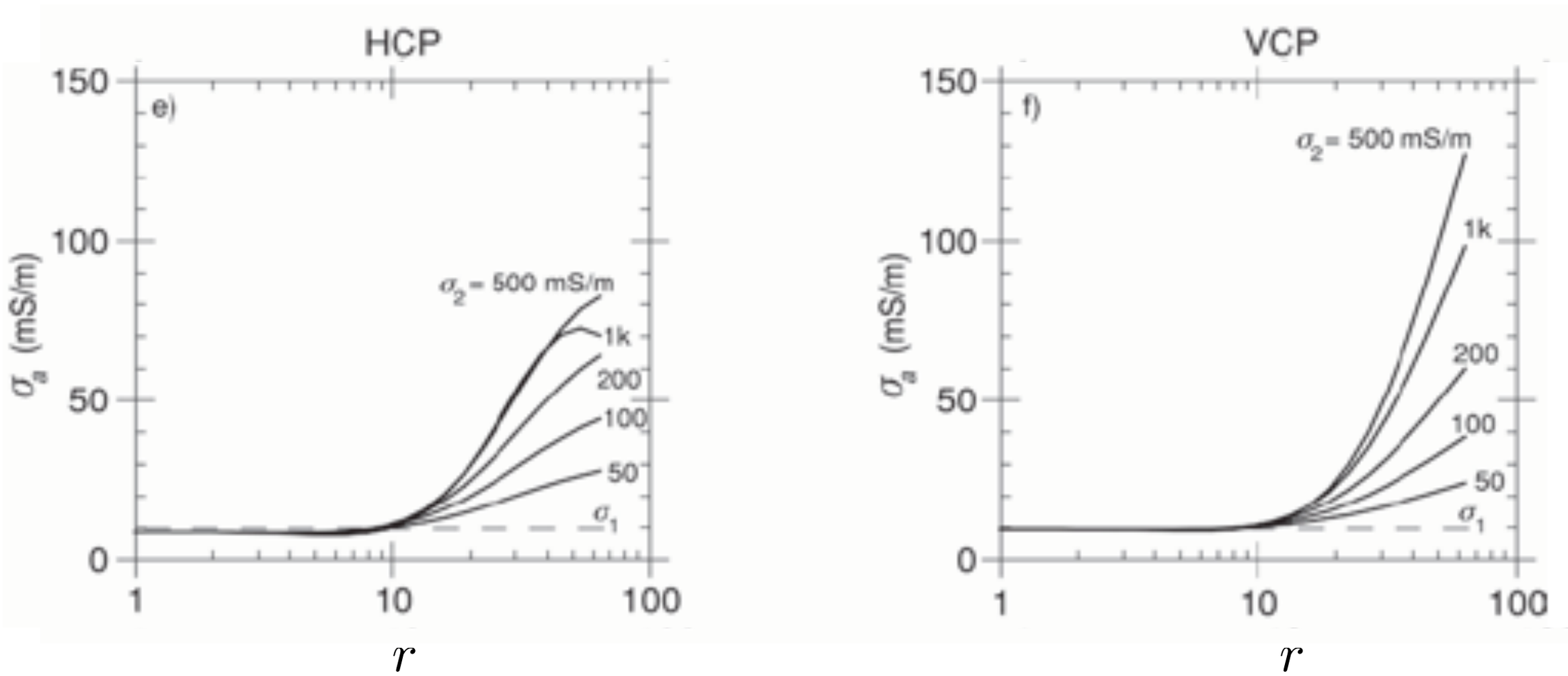


Pseudo-sondage EM-34

Milieu à deux couches: σ_1 = 10 mS/m $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = variable

h_1 = 20 m



Pseudo-sondage EM-34

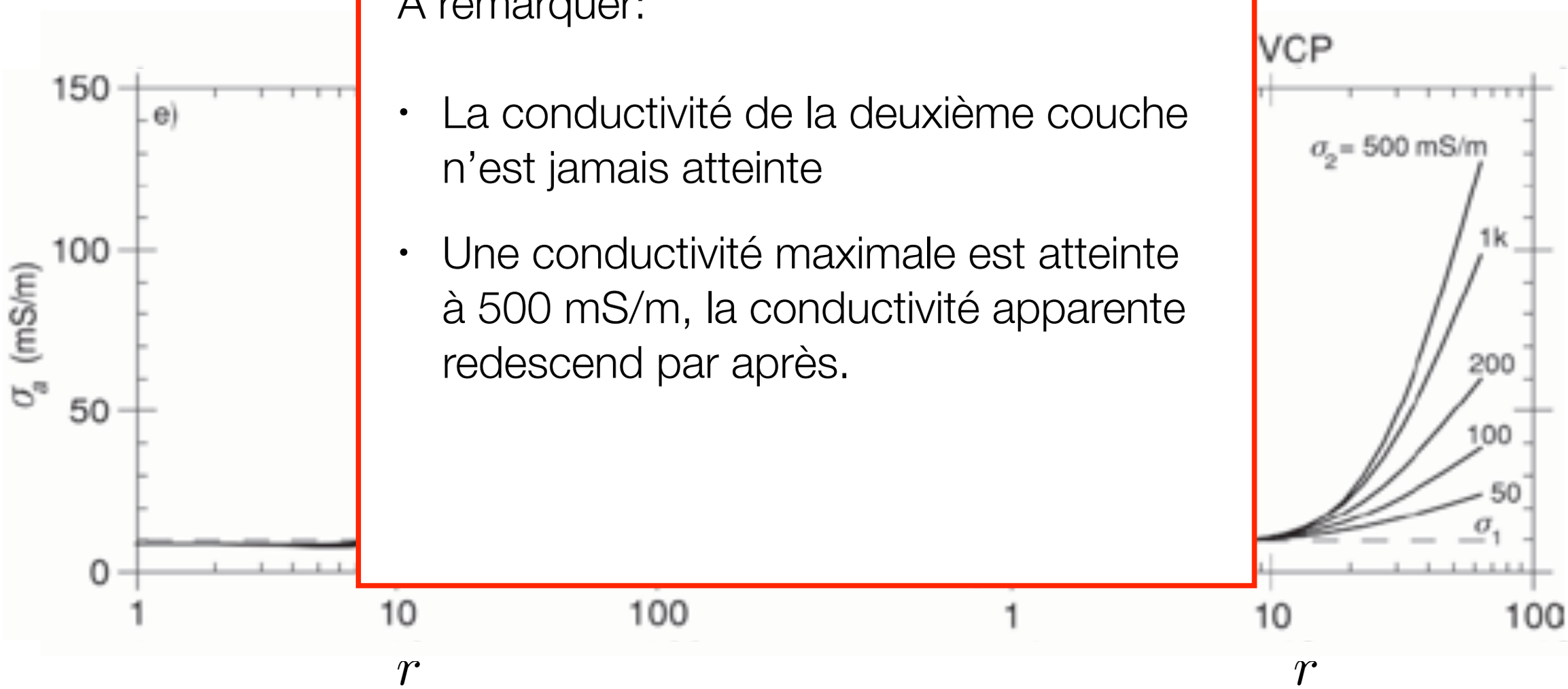
Milieu à deux couches: σ_1 = 10 mS/m $r^2 f$ = 640 kHz-m2

σ_2 = variable

h_1 = 20 m

À remarquer:

- La conductivité de la deuxième couche n'est jamais atteinte
- Une conductivité maximale est atteinte à 500 mS/m, la conductivité apparente redescend par après.



Conductivitmètre (limite résistive)

Profondeur d'investigation: Dans la limite résistive, elle ne dépend que de l'espacement et de l'orientation des boucles

Profondeur d'investigation EM-34

Séparation	Profondeur (m)	
	HCP	VCP
10	15	7,5
20	30	15
40	60	30

Profondeur d'investigation EM-31

- HCP: ~6m
- VCP: ~3m

Résumé

La grande majorité des appareils en surface fonctionne dans le régime résistif (faible nombre d'induction):

- Dans ce cas, la conductivité est donnée par la composante en quadrature,
- La profondeur d'investigation est reliée à l'espacement des dipôles, et non à la fréquence,
- quelques appareils permettent de varier l'espacement entre les dipôles et donc de faire un sondage (ce qui est rare),
- Dans le cas typique, une carte de résistivité apparente est produite, sans la relier à une profondeur
- La composante en phase dans ce cas indique la présence de corps conducteurs (métaux enfouis).

Résumé

Pour arriver à inverser les données FEM et avoir un modèle en profondeur, il faut:

- Plusieurs fréquences (Hz au kHz),
- Idéalement, plusieurs orientations de dipôles,
- S’assurer que certaines fréquences dépassent la limite résistive.

Ceci est surtout possible avec les systèmes aéroportés, mais reste ardu.

Étude de cas

Problématique

Après la réunification de Berlin, un boom de construction se produit.

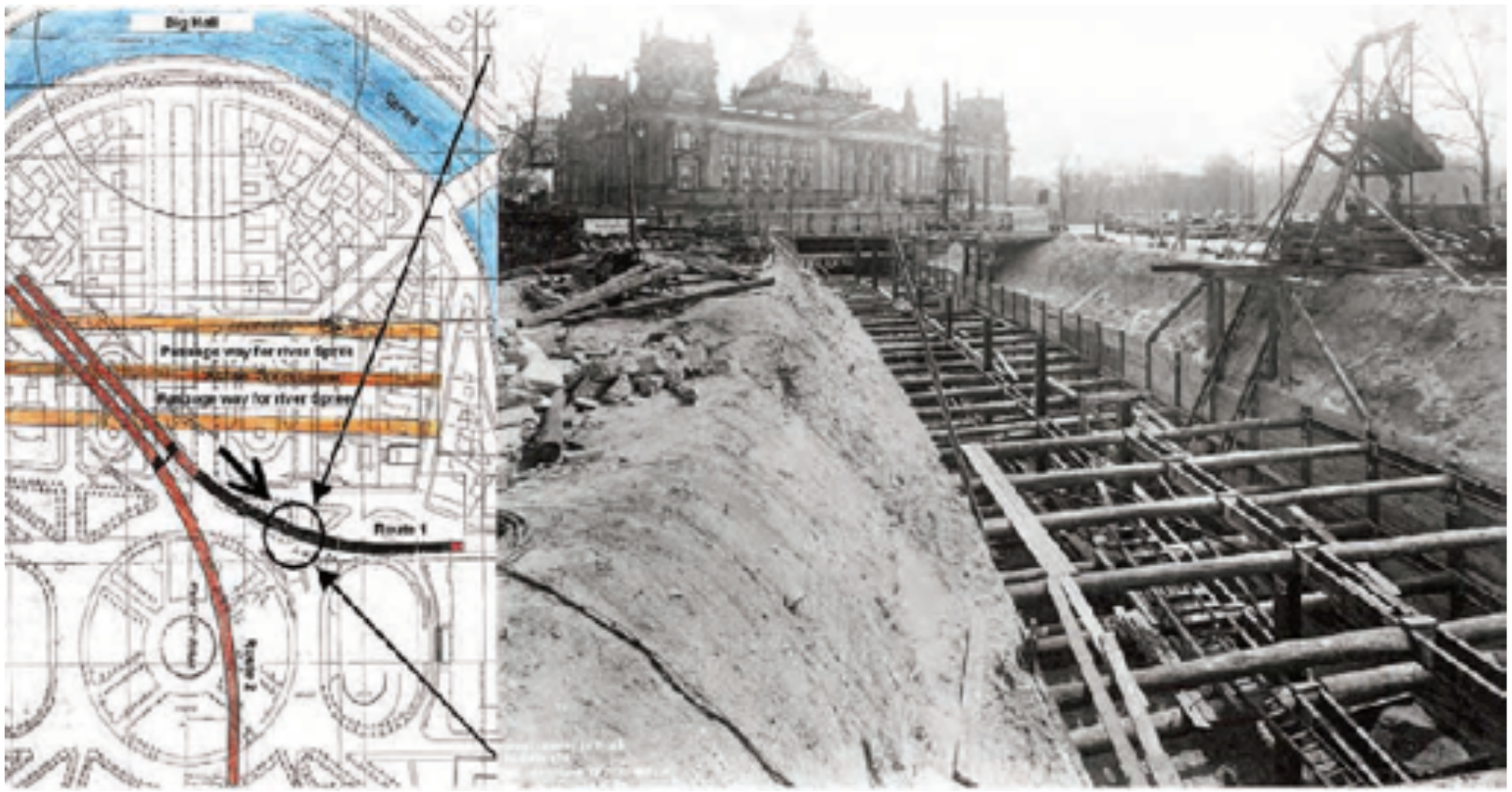
Deux problèmes majeurs surviennent:

- Les connaissances des fondations et des restes des édifices construits avant la guerre sont très partielles
- Les obus non explosés sont un danger majeur lors des travaux.

(Butler, 2005) p623-633

Problématique

La construction d'un tunnel souterrain de diversion de la rivière Spree avait commencé l'époque. La guerre avait arrêté les travaux en cours d'exécution.



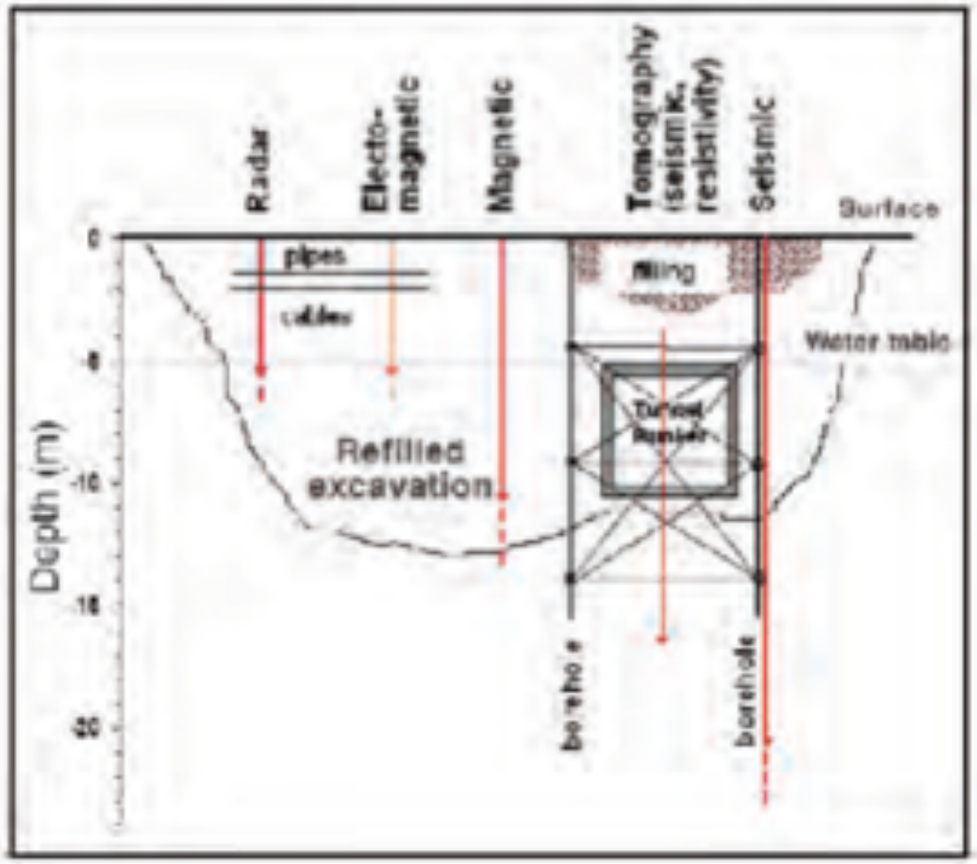
(Butler, 2005) p623-633

Propriétés géophysiques et choix des méthodes

Étant donné la complexité des sites urbains, une vaste gamme de propriétés géophysiques ont été sélectionnées:

La résistivité électrique est un indicateur important en présence de vide, ou de matériaux conducteurs, et donc devrait permettre de détecter les fondations enfouies.

Method	Geometry	Grid	Influence
Magnetic	Area	2 • 2 m	Iron, steel, stonework
Electromagnetic	Area	2 • 2 m	Metal, clay, marl, water
Radar	Area	1 • 2 m	Metal, clay, marl, water, layer interfaces
Seismic	Profile	1 m	Buildings, inhomogeneities layer interfaces
Seismic tomography	Vertical section	1 • 1 m	Buildings
Resistivity tomography	Vertical section	1 • 1 m	Metal, water

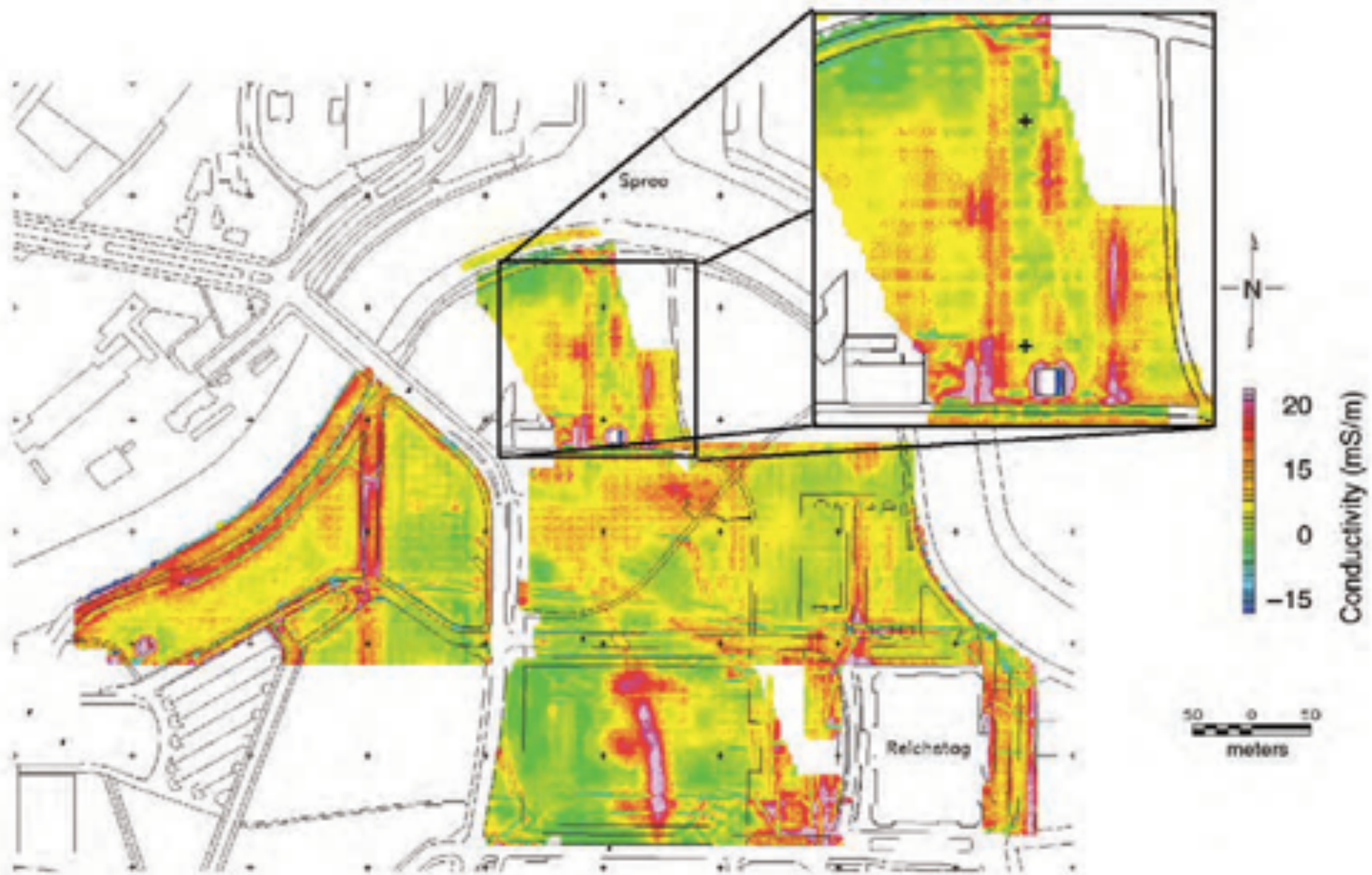


Acquisition des données

Les données EM sont acquises avec l'EM-31 ce qui a permis de couvrir une surface gigantesque (220 000 m2) en très peu de temps. Les mesures du champs magnétique total ont permis aussi une très vaste couverture spatiale.

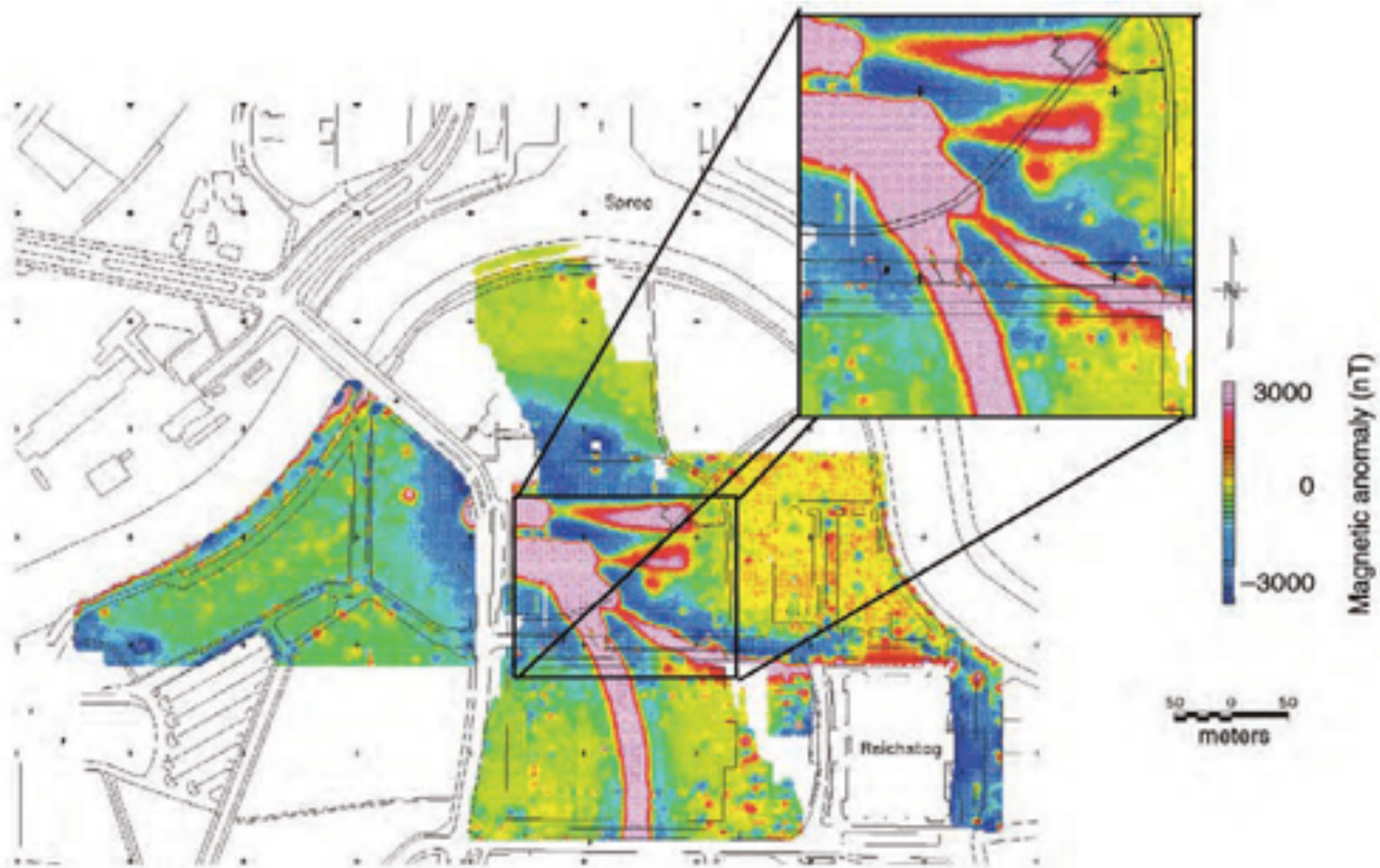
(Butler, 2005) p623-633

Résultats: EM-31



(Butler, 2005) p623-633

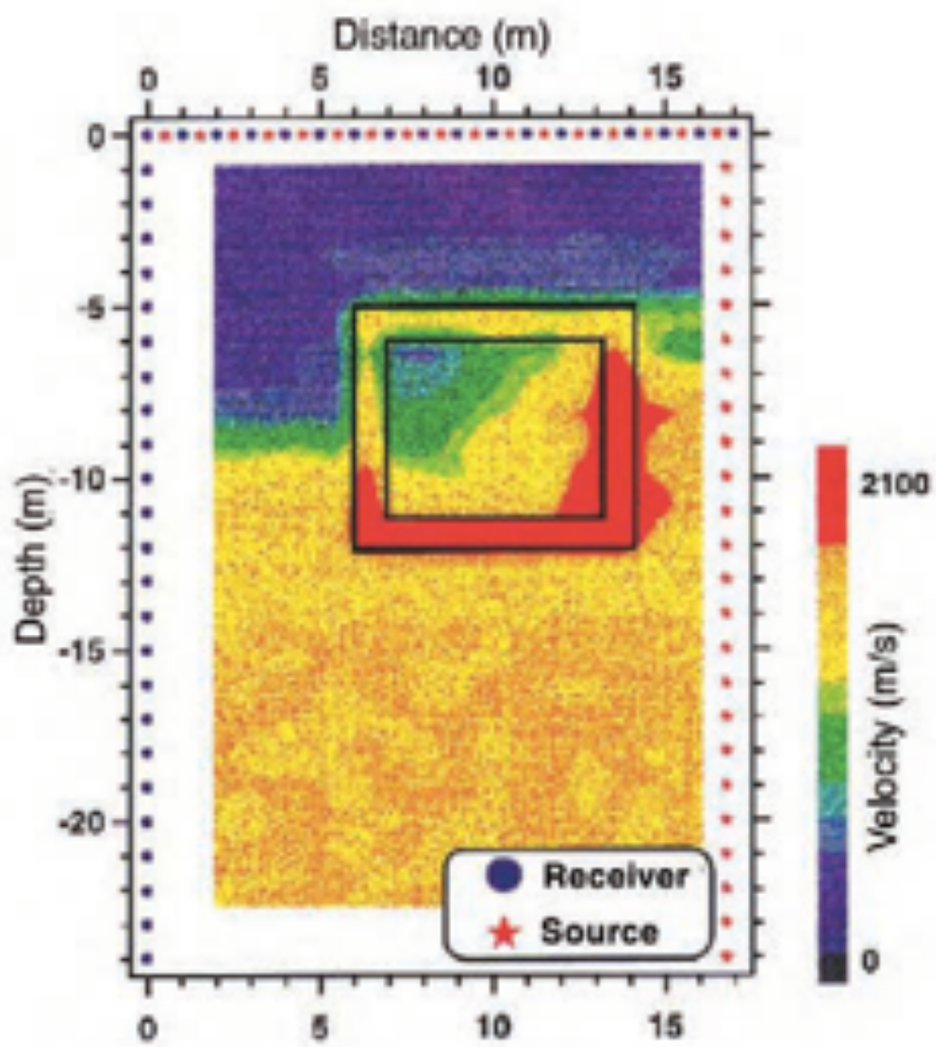
Résultats: EM-31

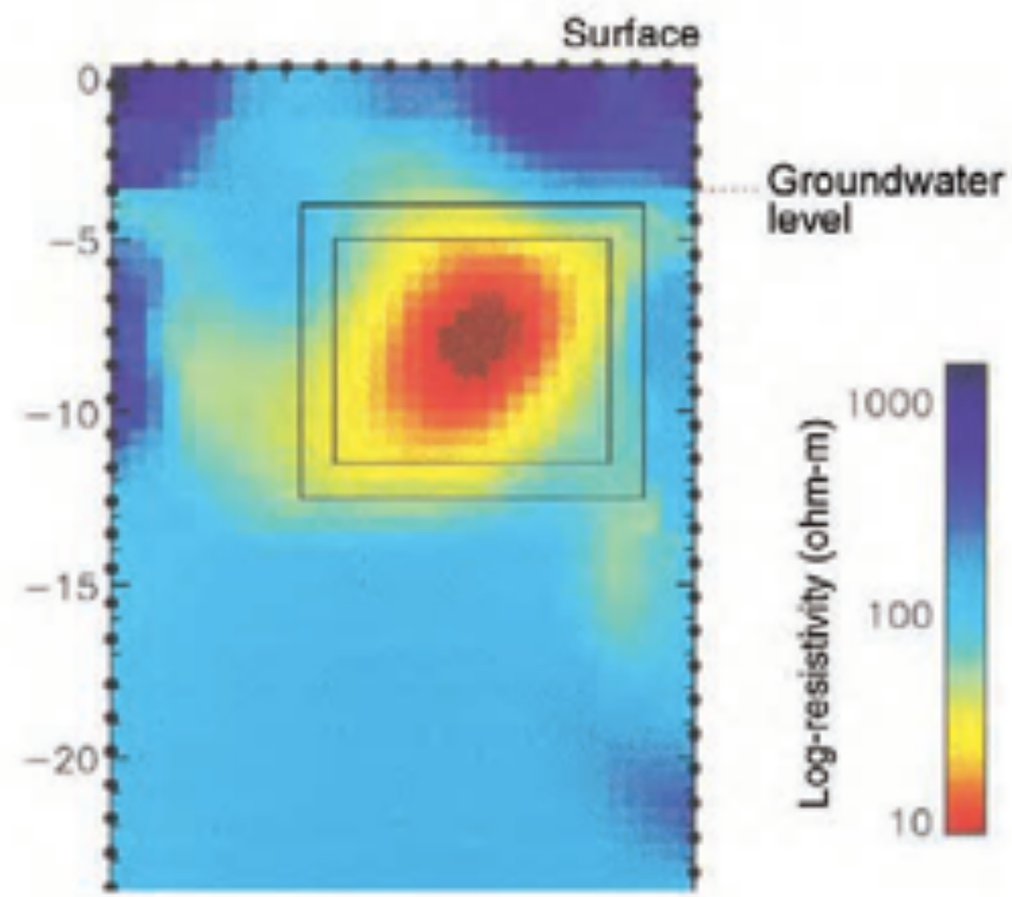


(Butler, 2005) p623-633

Interprétation

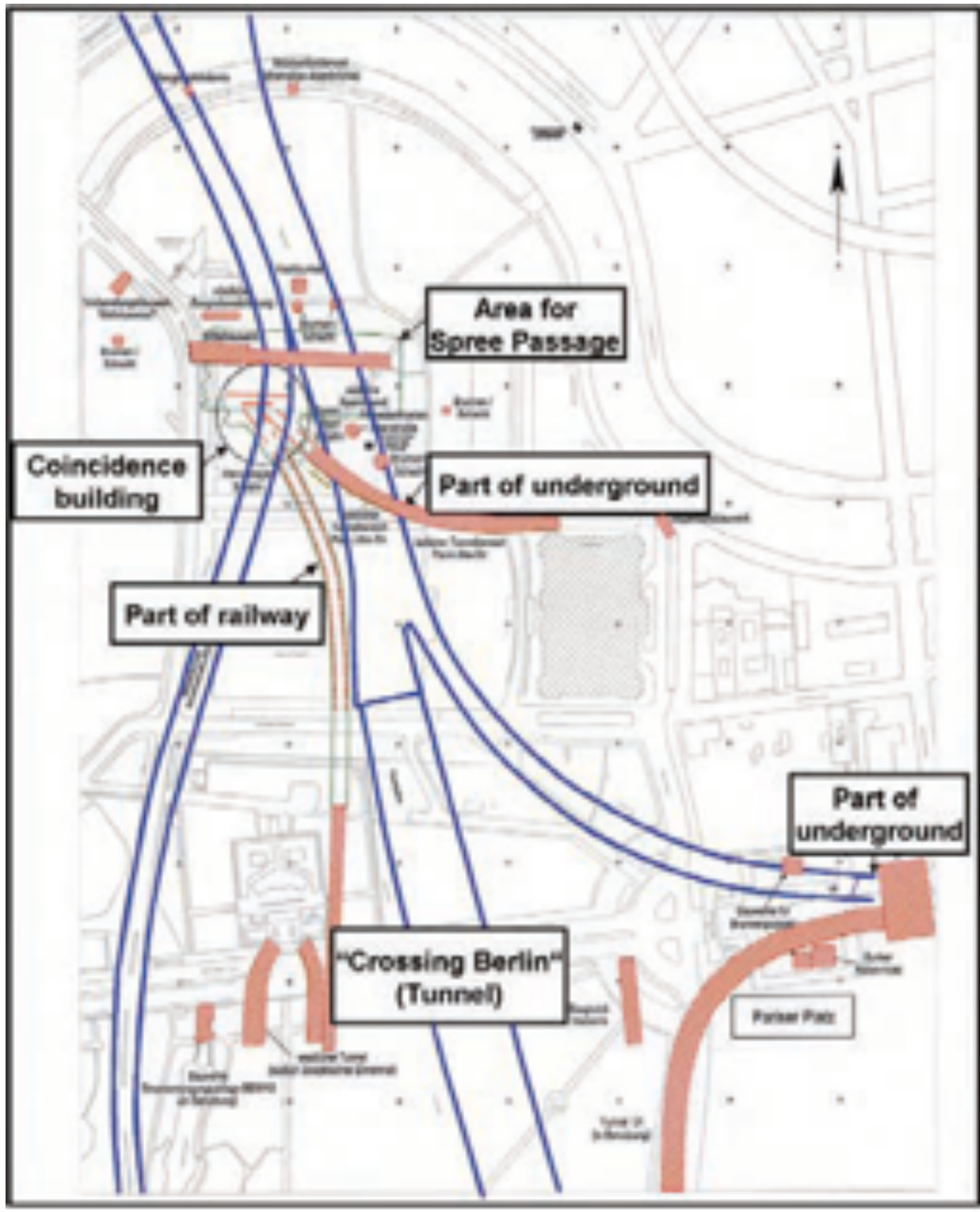
Les données EM et MAG ne permettent pas de déterminer la profondeur des structures. Des tomographies sismique et électrique entre forages ont confirmé la présence du tunnel.





(Butler, 2005) p623-633

Synthèse



Les forages et excavations ont confirmé la présence du souterrain, ainsi que plusieurs positions d'ordonnances non-explosées.

(Butler, 2005) p623-633