

GLQ3401 : Troisième partie Cours 13 : Introduction à la modélisation inverse (problème inverse)



**POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

Plan du cours

1. Mise en contexte
2. Modélisation inverse
3. Définition du calage
 - I. Qu'est-ce que le calage?
 - II. Réponse du modèle géologique
 - III. Bien définir la fonction objectif
 - IV. Domaines d'application
4. Méthode de perturbation
 - I. Propagation
 - II. Point par point
 - III. Plusieurs points simultanément
 - IV. Fusion de simulations (combinaison)
5. Que retenir du calage

Objectifs

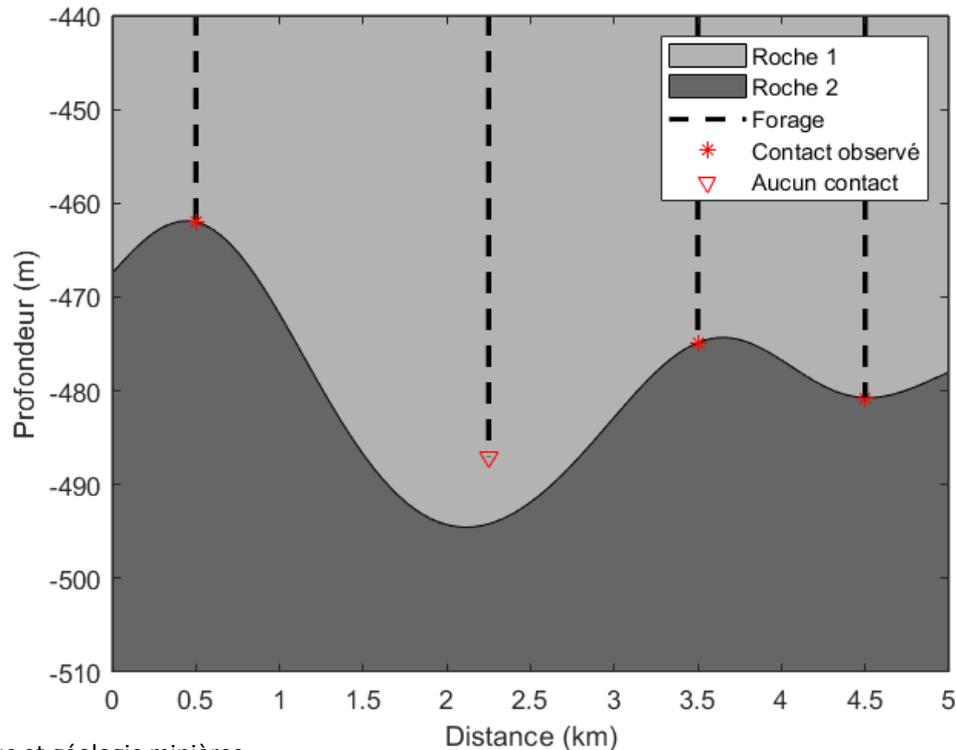
- Introduire la notion de problème inverse
- Décrire l'objectif des méthodes de calage (intégration de données secondaires non linéairement liée à la variable principale);
- Décrire les avantages et inconvénients des méthodes de calage (mécanisme de perturbation);
- Construire une fonction objectif;
- Identifier les étapes importantes d'un calage;

1. Mise en contexte

Situation :

Supposons que l'on cherche à estimer le contact géologique entre deux unités distinctes

- Contact observé dans 3 forages
- Un forage n'a pas observé le contact



1. Mise en contexte

Situation :

Supposons que l'on cherche à estimer le contact géologique entre deux unités distinctes

- Contact observé dans 3 forages
- Un forage n'a pas observé le contact

Solutions possibles :

Géostatistique non-linéaire

- Krigeage d'indicatrices
- Simulation géostatistiques conditionnelles
 1. Échantillonnage
 2. Recherche stochastiques

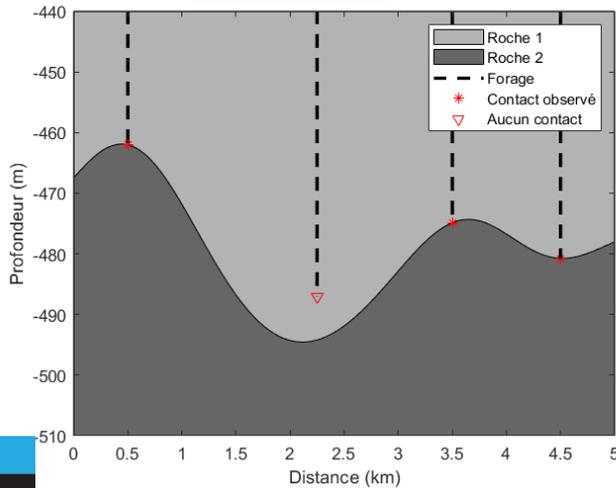
1. Mise en contexte

Situation :

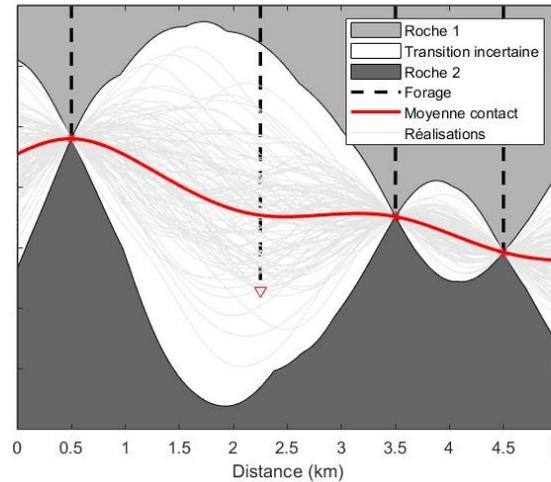
Supposons que l'on cherche à estimer le contact géologique entre deux unités distinctes

- Contact observé dans 3 forages
- Un forage n'a pas observé le contact

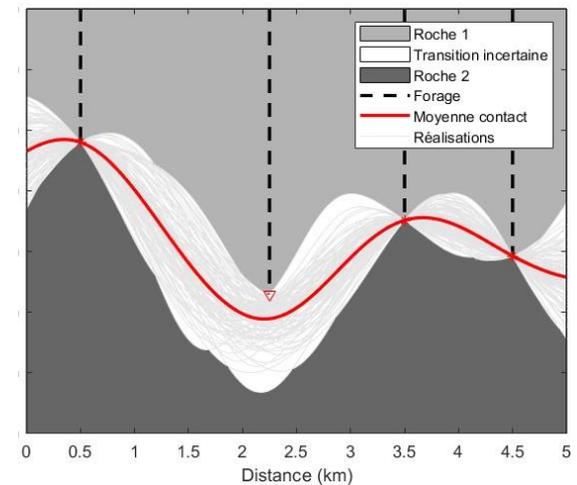
Référence



Réalisations non calées



Réalisations calées

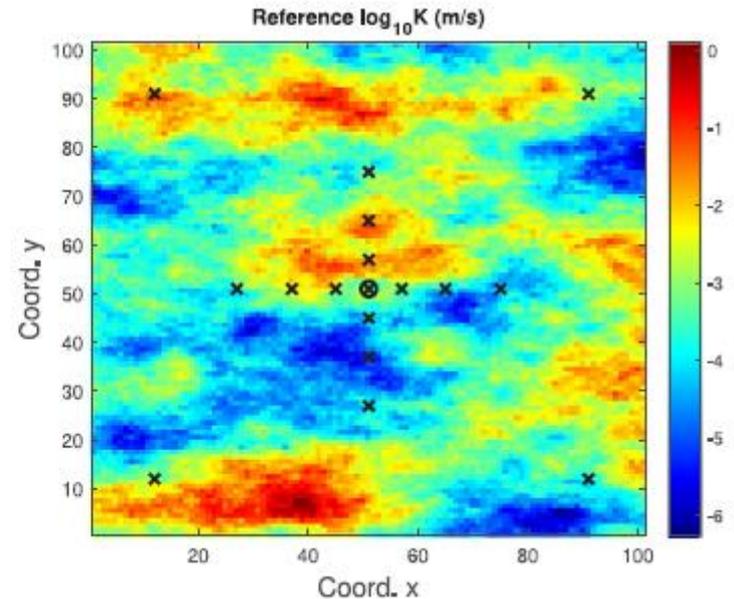
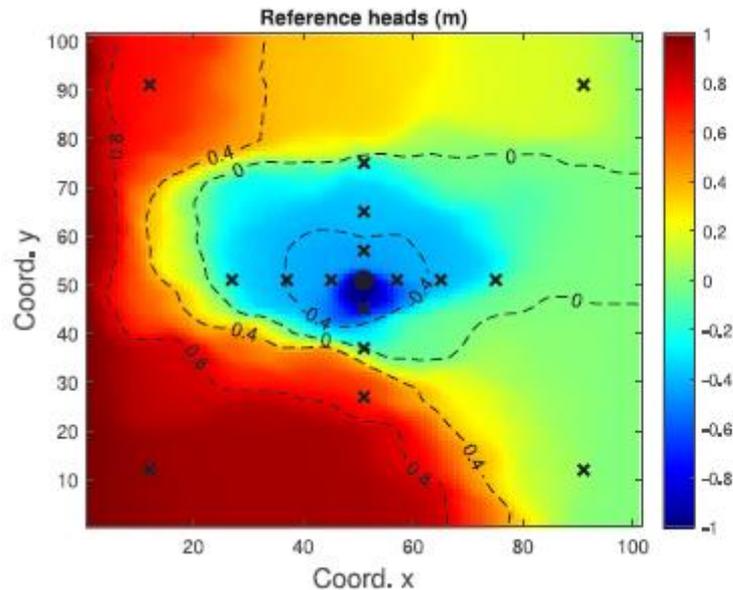


1. Mise en contexte

Situation :

Supposons que l'on cherche à estimer la conductivité hydraulique d'un aquifère confinée:

- Aucune observation de la conductivité hydraulique
- 16 données de rabattement en régime permanent acquies par un essai de pompage (Conditions frontières : W-1m, E-0m, N-NoFlow, S-NoFlow, Pompage : 120L/min)



1. Mise en contexte

Deux questions :

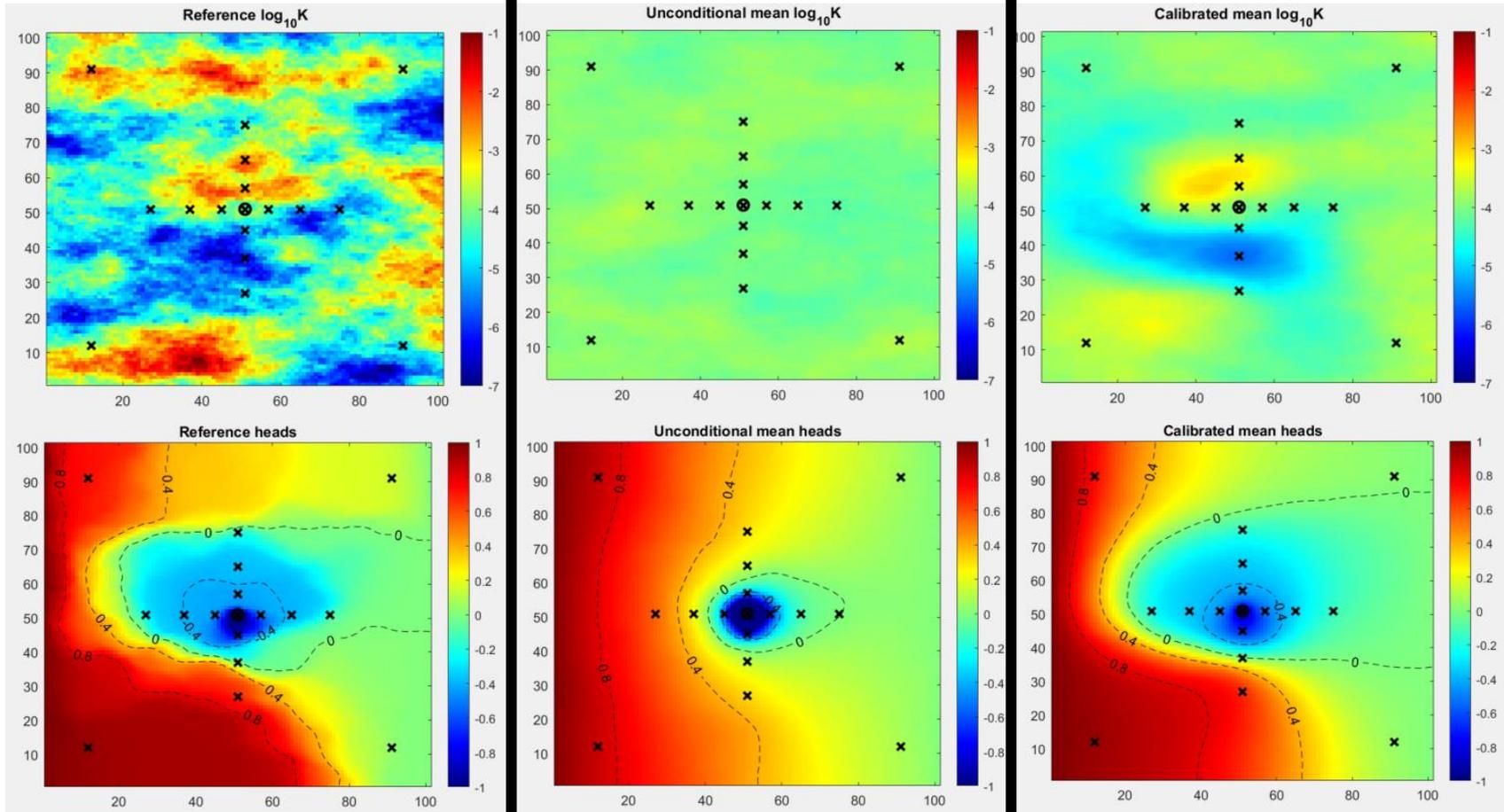
1- Comment déterminer les conductivités hydrauliques hétérogènes à partir des données de rabattements ? **Par modélisation inverse**

- Échantillonnage: Devient rapidement complexe et très lent.
- Recherche stochastiques: Simple avec la bonne méthodologie!

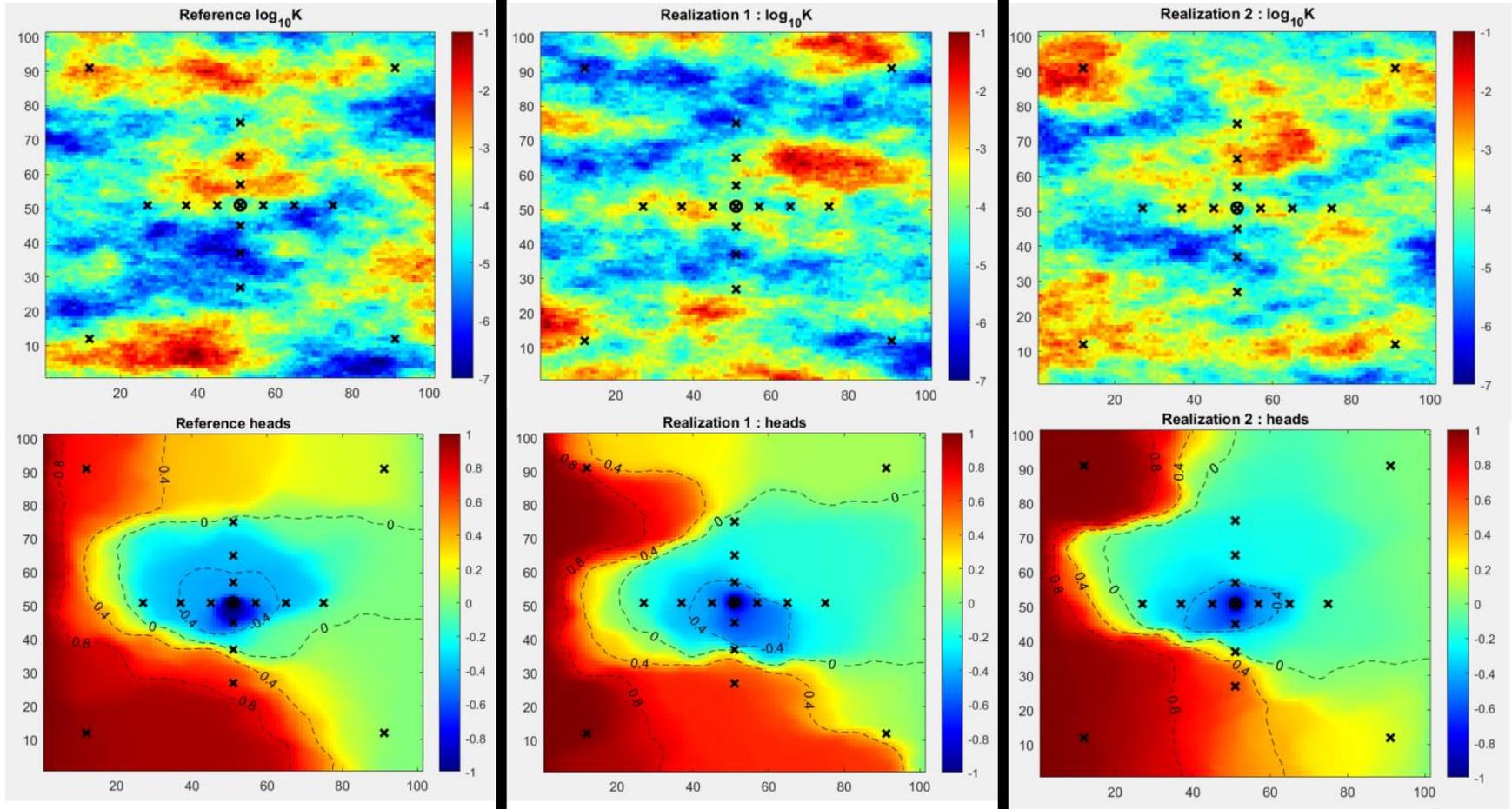
2- Est-ce que les données secondaires apportent de l'information supplémentaire lors de l'estimation, simulations, des conductivités hydrauliques?

Un peu comme le cokrigeage. Oui, si l'information est intéressante.

1. Mise en contexte

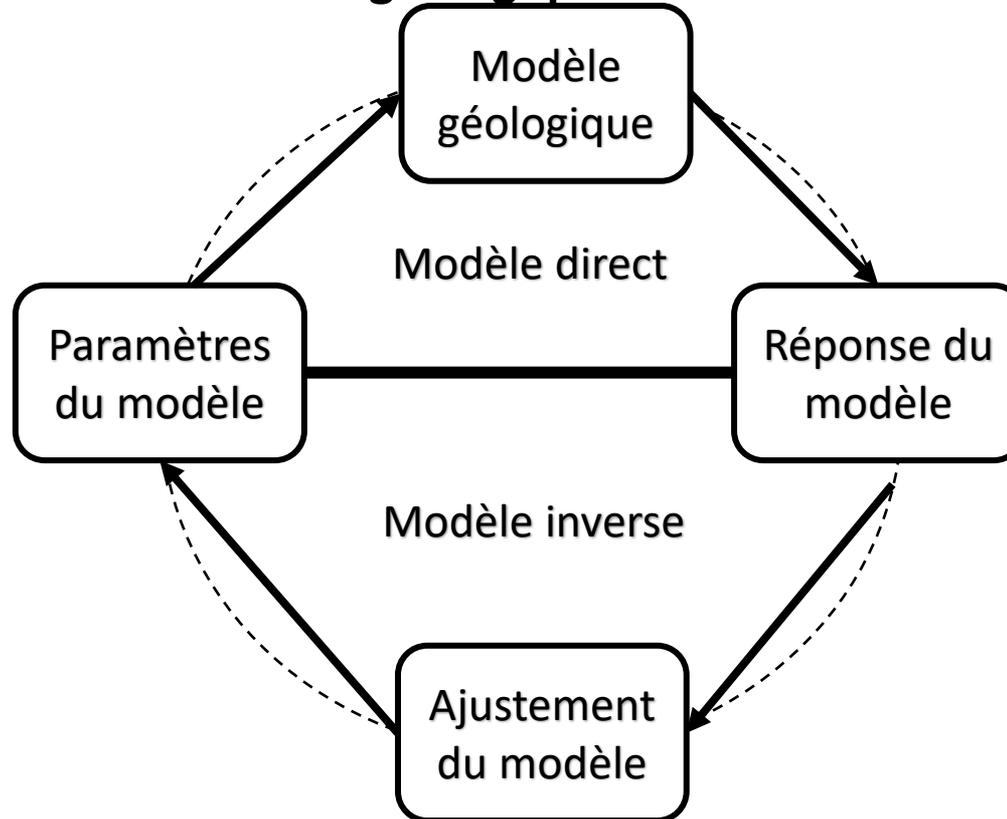


1. Mise en contexte



2. Modélisation inverse

Comment définir un modèle géologique ?

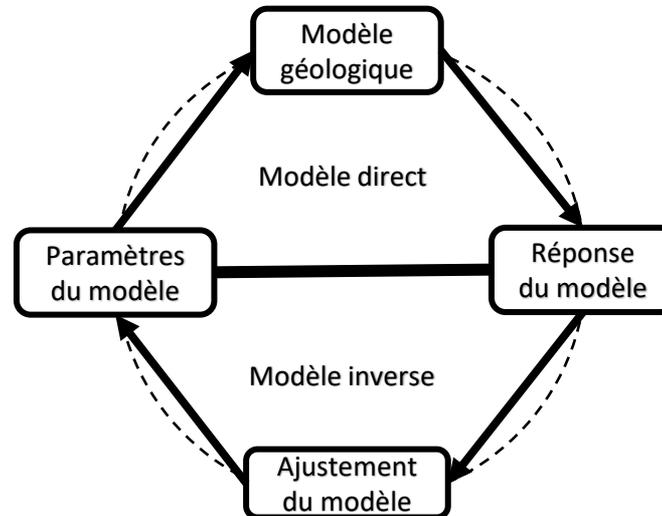


Aucune **prédiction fiable** ne peut être acquise sans une **bonne caractérisation** des **paramètres du modèle**.

2. Modélisation inverse

Définition :

En termes généraux, la modélisation inverse (également appelée correspondance d'historique, ou problème inverse) définit un modèle analytique ou numérique (i.e., un modèle géologique) avec un certain ensemble de paramètres d'entrée (p.ex., des conductivités hydrauliques) et compare ce modèle avec un résultat souhaité (p.ex., des rabattements).



2. Modélisation inverse

Trois critères à respecter pour bien quantifier les incertitudes et les risques géologiques :

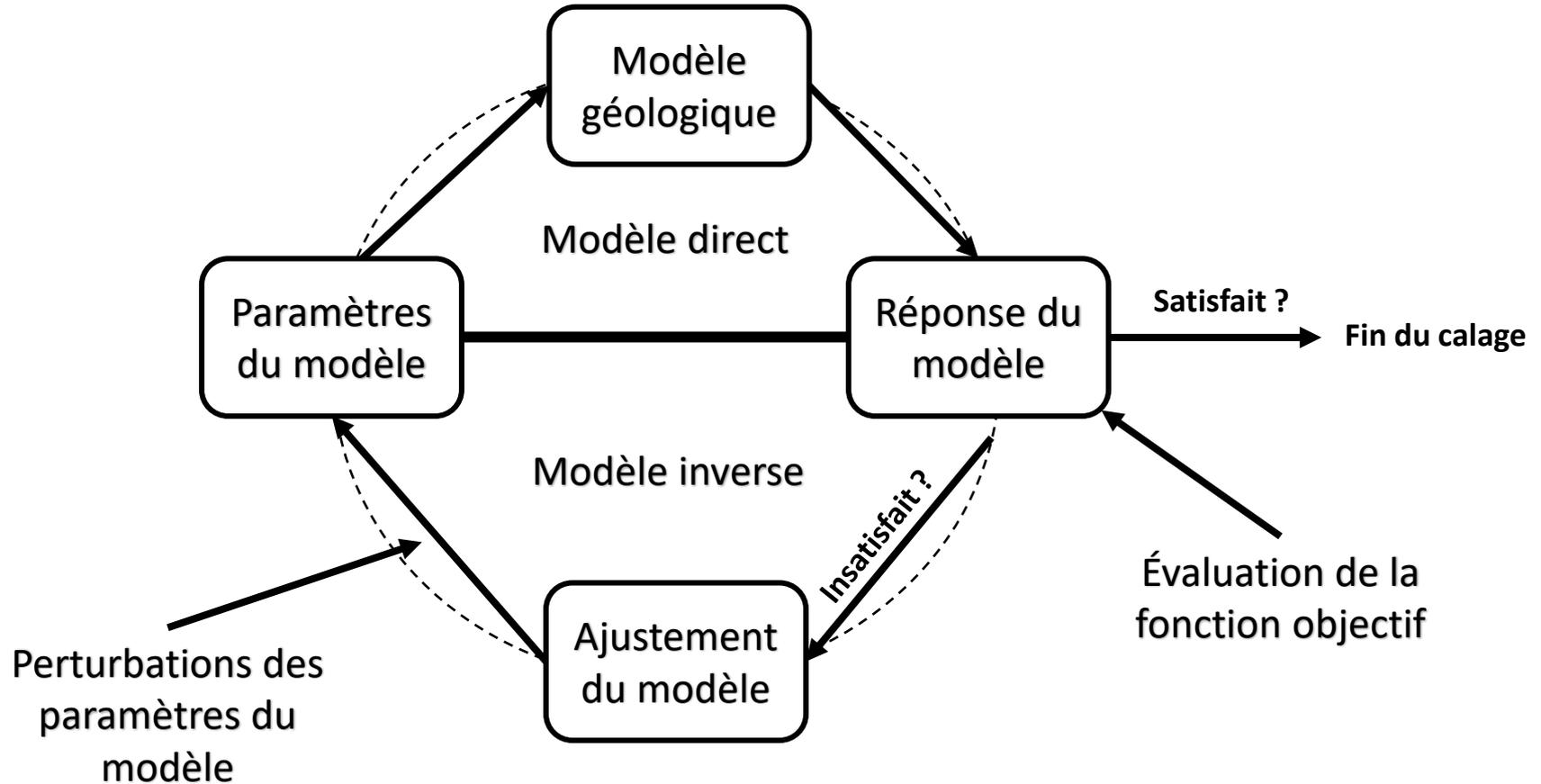
1. Bien intégrer les **données ponctuelles** et les **données indirectes** au modèle géologique;
2. De reproduire la **distribution spatiale** du modèle *a priori*;
3. De représenter correctement **l'ensemble solution** de la distribution *a posteriori*.

Le calage respecte ces critères si :

- Les propriétés du modèle sont multigaussiennes ;
- La méthode d'optimisation préserve la distribution spatiale.

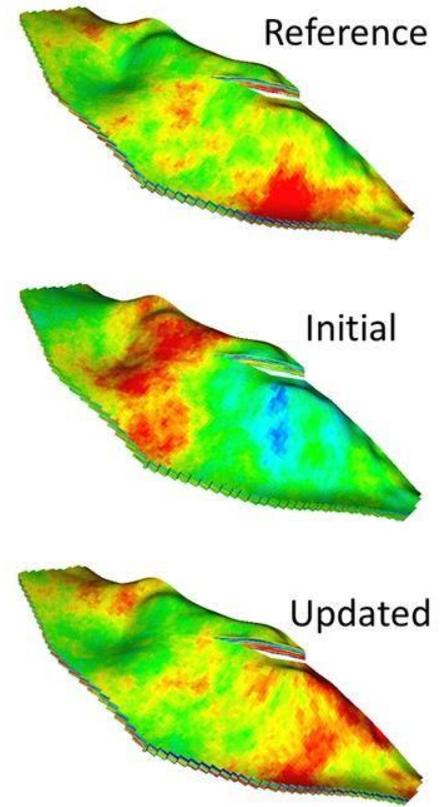
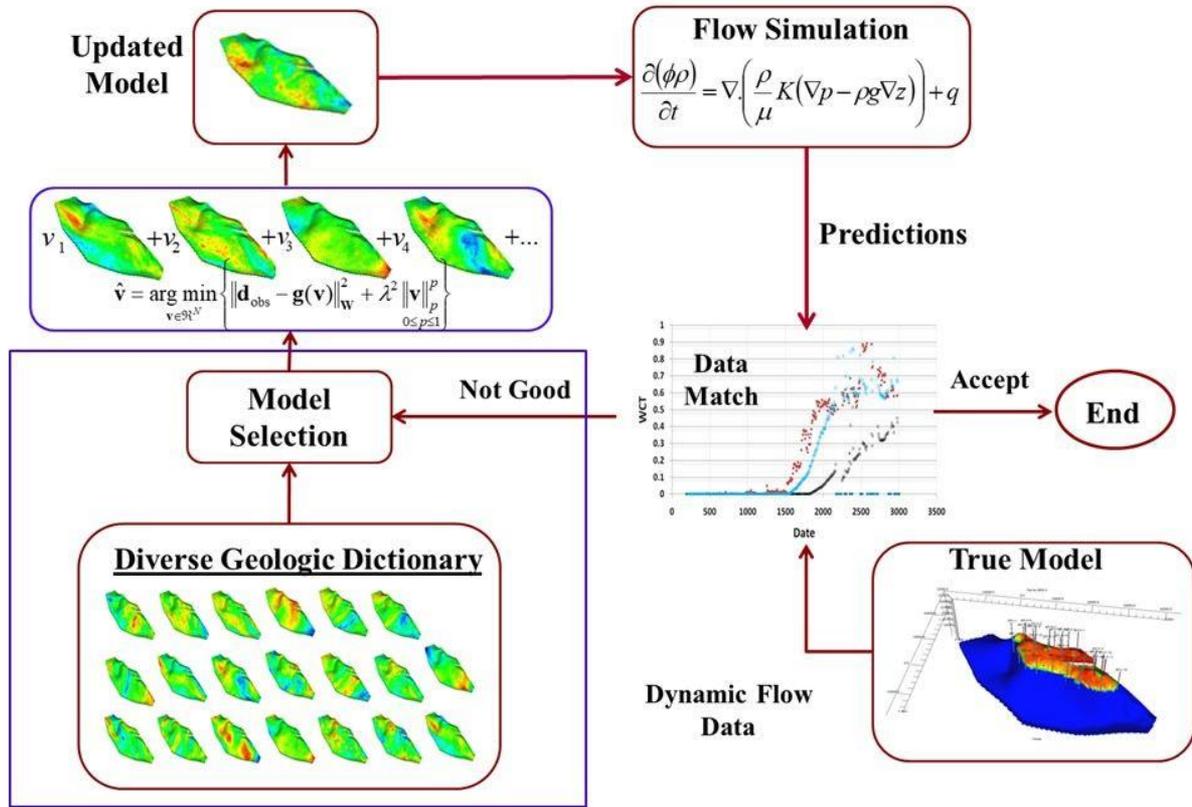
2. Modélisation inverse

Approche par optimisation (i.e., par calage) ?



2. Modélisation inverse

Définition :



3. Définition du calage

Qu'est-ce que le calage :

Consiste à introduire des informations non linéaires obtenues sur le terrain à un modèle géologique par la **perturbation** de celui-ci.

L'impact des perturbations est quantifié par une **fonction objectif** (FO) constituée des paramètres d'intérêts.

On veut **minimiser** la FO.

Plus il y a de termes dans la fonction objectif et plus le calage devient complexe et possiblement long en termes d'exécution!

$$FO = \sum_{i=1}^N \lambda_i \text{Erreur}_i(Y_{sim}, Y_{ref})$$

3. Définition du calage

Bien définir la fonction objectif :

Une mauvaise définition de la fonction objectif peut mener à des incohérences majeures au niveau de la géologie ou des statistiques (spatiales) du champ simulé.

On utilise souvent en hydrogéologie les FO suivantes (*MAE* , *RMSE*) :

$$FO = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |h_{i,obs} - h_{i,sim}| , \quad FO = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_{i,obs} - h_{i,sim})^2}$$

Par exemple : les h_i sont des charges hydrauliques observées et simulées mesurées en mètre. N est le nombre d'observations.

3. Définition du calage

Bien définir la fonction objectif :

Lorsque l'on combine plusieurs objectifs, il faut faire attention aux poids λ_i et aux unités des valeurs observées :

$$FO = \lambda_1 \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |h_{i,obs} - h_{i,sim}| \right) + \lambda_2 \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |t_{i,obs} - t_{i,sim}| \right)$$

Par exemple :

les h_i sont des charges hydrauliques observées et simulées mesurées en mètre.

les t_i sont des temps de transport observés et simulés mesurés en heure.

Que faire lorsque les deux objectifs ont des unités et des ordres de grandeur différents?

- Soit on ajuste les poids pour tenir compte de ces effets;
- Soit on normalise les termes d'erreur afin d'éliminer les unités.

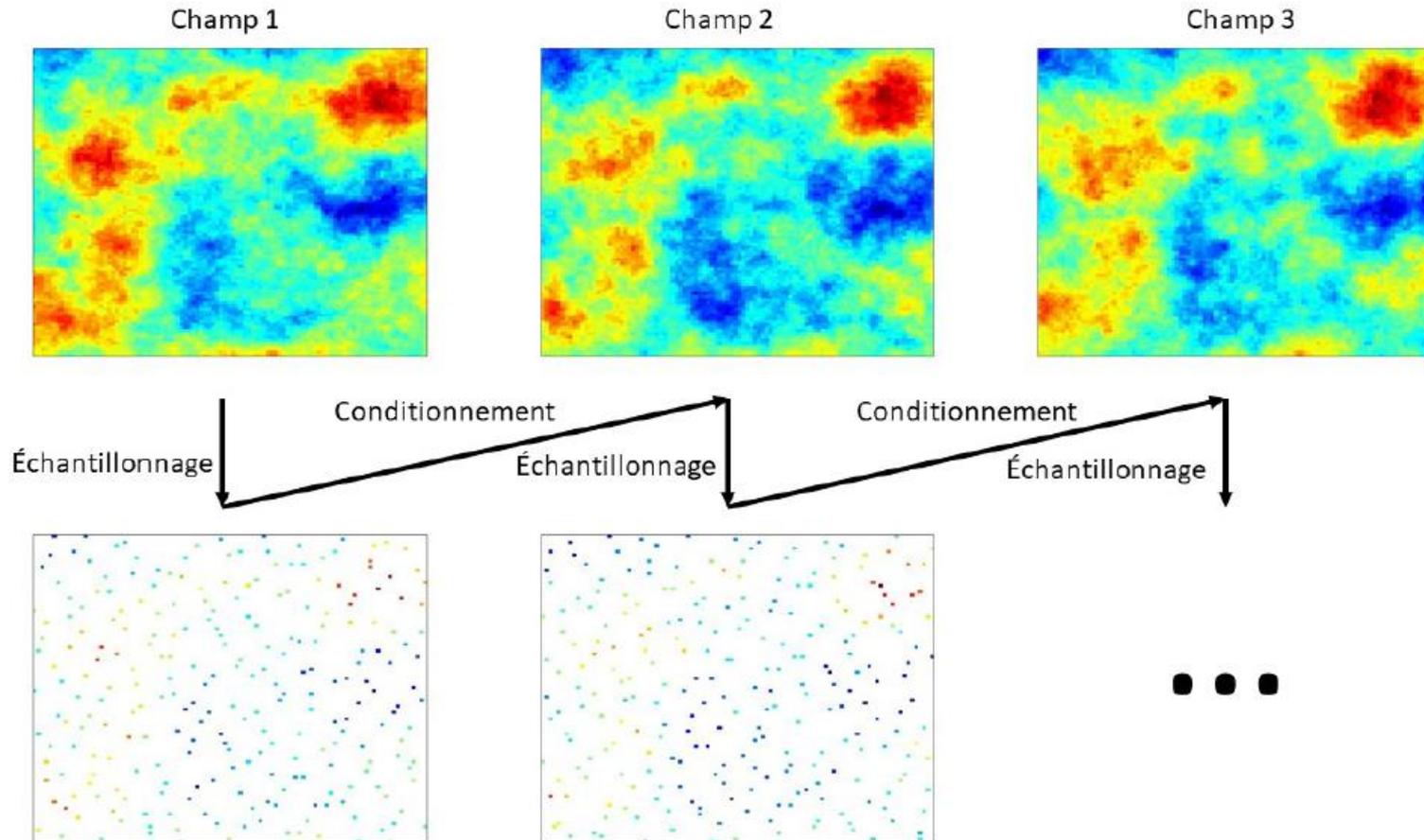
4. Méthode de perturbation

On peut regrouper les algorithmes de calage basé sur le variogramme en quatre grandes catégories.

- Propagation
- Point par point (séquentielle)
- Plusieurs points à la fois
- Fusion (combinaison)
- Constructif

4. Méthode de perturbation

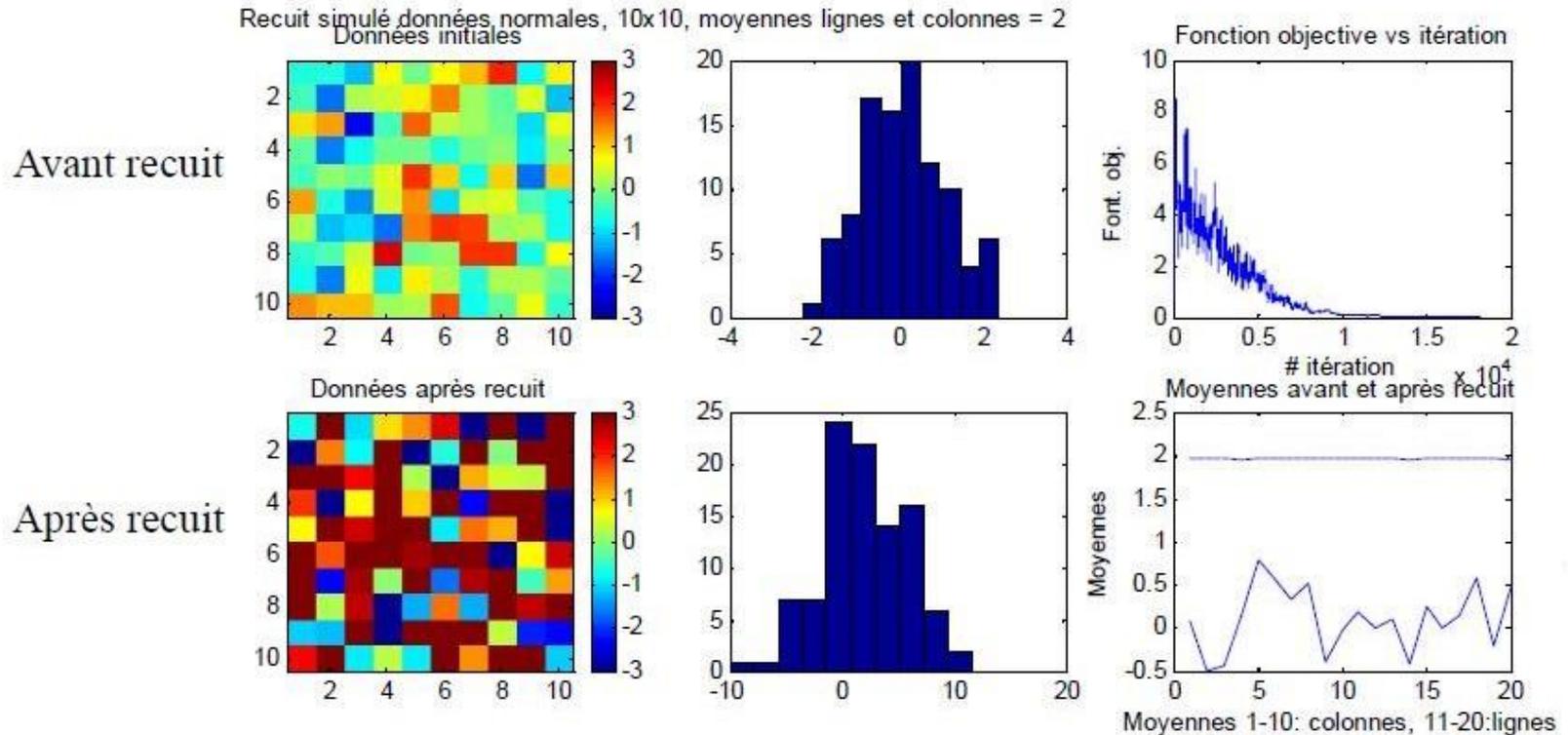
Propagation : rééchantillonnage spatial itératif



4. Méthode de perturbation

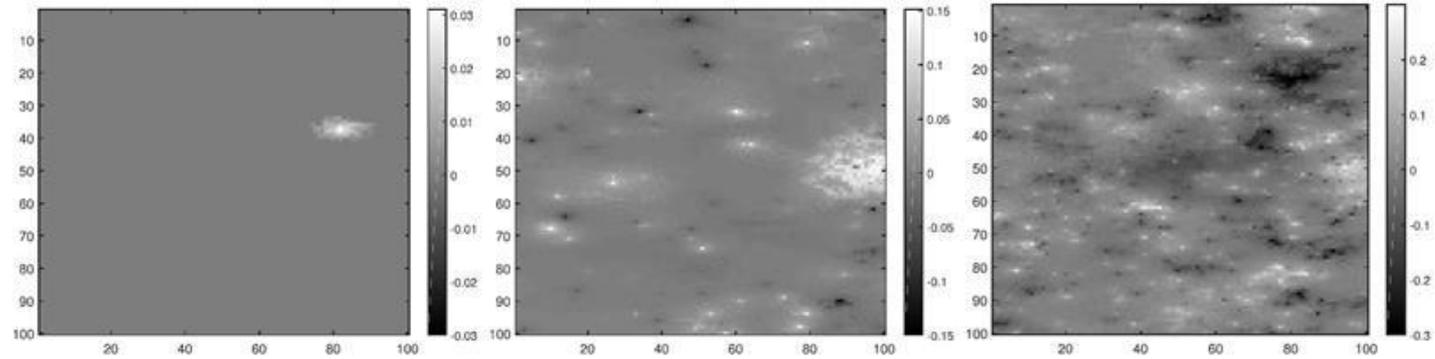
Point par point : Recuit simulé

Placer des valeurs dans une matrice de façon à assurer une moyenne de deux ($m = 2$) en lignes et en colonnes. Tirage d'une $N(0, 25)$.



4. Méthode de perturbation

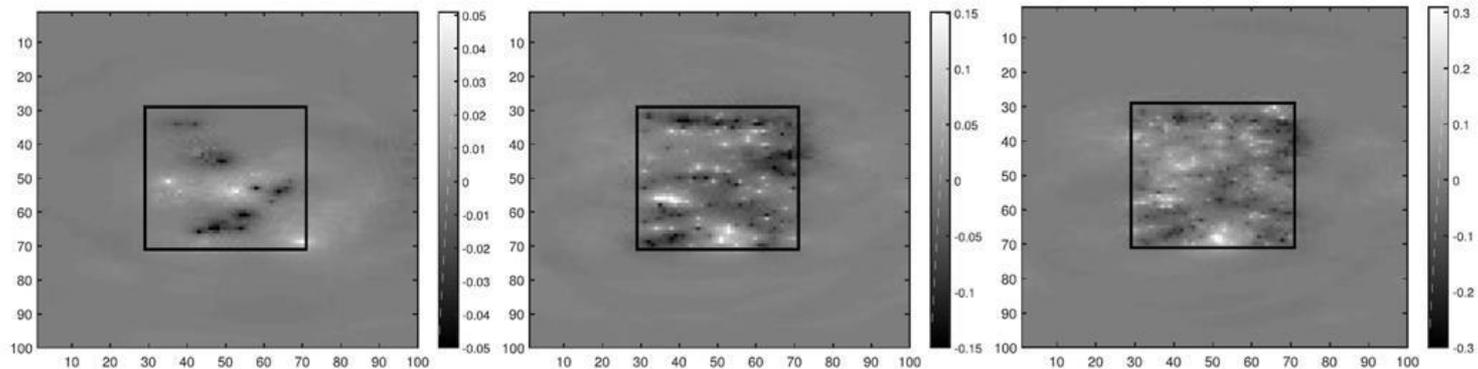
Plusieurs points simultanément : FFTMA-SA



(a) $N=1$

(b) $N=100$

(c) $N=1\ 000$



(a) $N=20$

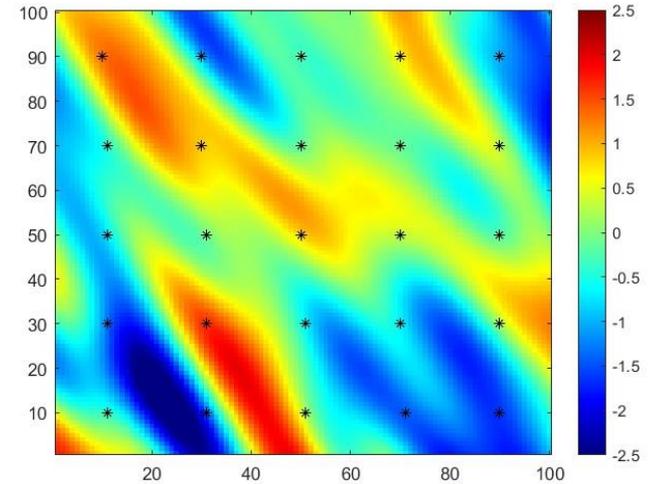
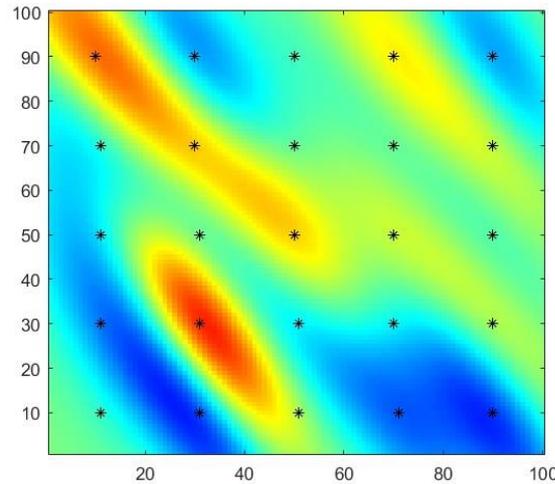
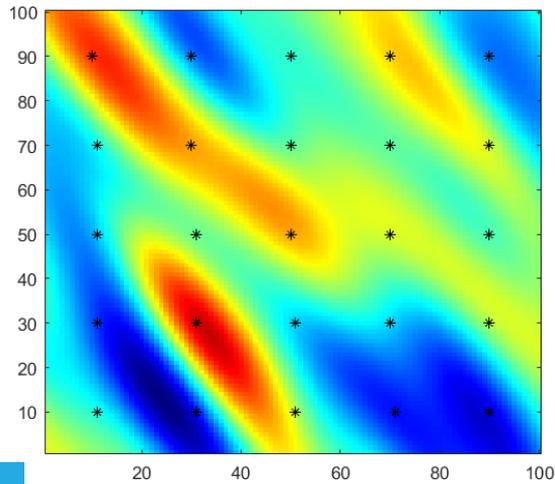
(b) $N=200$

(c) $N=500$

4. Méthode de perturbation

Fusion (combinaison) : Déformation graduelle

$$Y_i = Y_{i-1} \cos(t) + Y_n \sin(t)$$



4. Méthode de perturbation

Constructif: Bandes tournantes spectrales séquentielles

Principe : Réduire le processus de simulation en n-D, à plusieurs simulations rapides en 1-D (similaire à la méthode des bandes tournantes, mais cette fois-ci dans le domaine spectral)

Champ calé à l'itération i

Champ calé à l'itération i-1

Vecteurs fréquences (contiens l'Information sur la continuité spatiale)

Phases suivant une loi uniforme [0,1]. À optimiser.

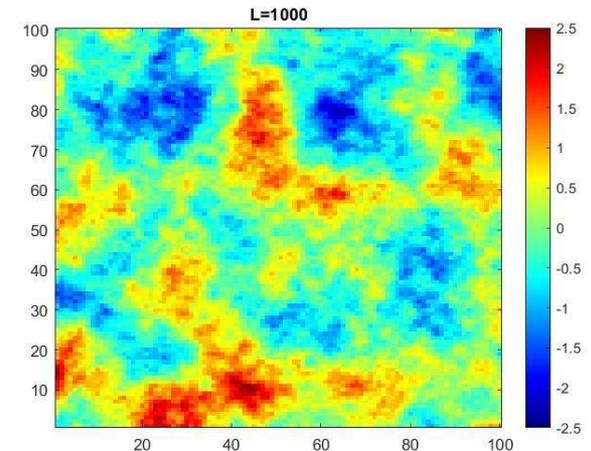
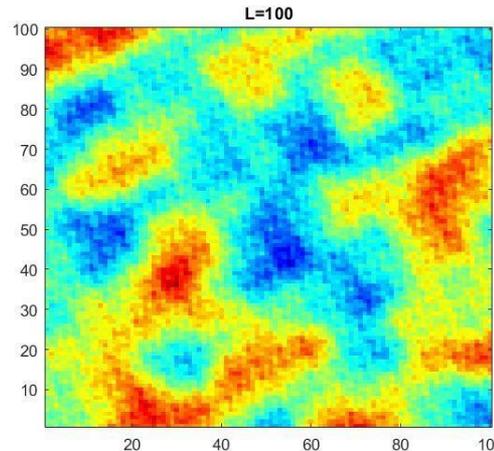
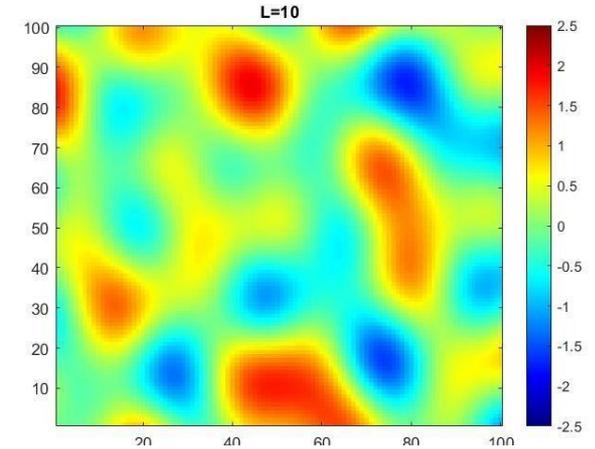
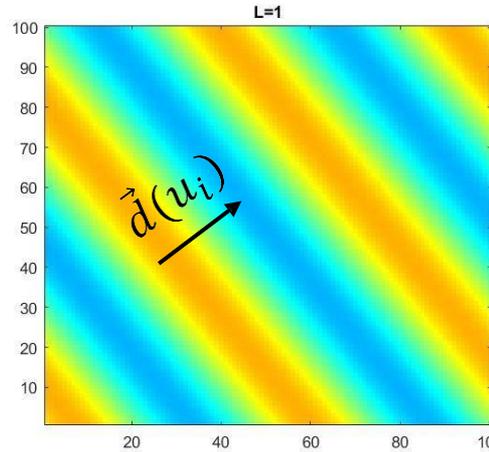
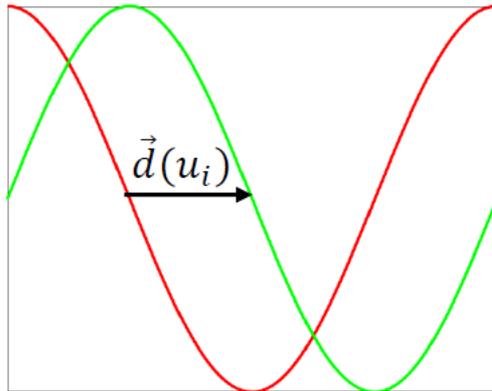
$$Z_i(x) = \sqrt{\frac{1}{i}} Z_{i-1}(x) + \sqrt{\frac{i-1}{i}} \left(\sqrt{2} \cos(\underbrace{\langle v_i, x \rangle}_{\text{Projection des vecteurs fréquences aux vecteurs coordonnés. Passage de 1-D vers n-D}}) + 2\pi u_i \right)$$

Projection des vecteurs fréquences aux vecteurs coordonnés. Passage de 1-D vers n-D

4. Méthode de perturbation

Fusion (combinaison) : Bandes tournantes spectrales

Idée :
Optimisation des phases!
(c.-à-d. perturber les phases
d'un vecteur(u_i))



5. Que retenir du calage

1— Type de **perturbation**

- Par propagation (points pilotes, rééchantillonnage spatial itératif);
- Point par point (recuit simulé);
- Plusieurs points à la fois (recuit simulé, recuit de phase, FFTMA-SA);
- Par combinaison de plusieurs simulations (déformation graduelle et S-STBM).

2— Bien définir la **fonction objectif**

- Éviter les problèmes d'incohérence entre le calage et l'objectif visé

3— Il faut un **lien physique** entre les paramètres simulés et les données secondaires

- Simulateur d'écoulement; relation pétrophysique; équations d'états.

4— **Bien choisir l'algorithme** de calage en fonction des objectifs

- Calage local versus globale;
- Grille irrégulière versus régulière;
- Propriétés de convergences;
- Taille des simulations et espace mémoire.