GLQ3401 : Troisième partie
Cours 10 : Krigeage d’indicatrices

POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

UNIVERSITÉ
D’INGÉNIERIE

Plan du cours

Objectifs

- Décrire la différence entre une méthode linéaire de krigeage (KO et KS) et une méthode non linéaire (KI);
- Comprendre les hypothèses à la base du KI;
- Expliquer les avantages et inconvénients du KI;
- Pouvoir utiliser les résultats du KI pour en extraire des informations utiles (p. ex. probabilités de dépassement, écart-type conditionnel).

1. Introduction : contexte et problématique

Krigeage :

Nous avons vu précédemment que le krigeage de $Z(x)$ fournit :

- La meilleure **estimation linéaire** possible
  i. Au sens de la **variance d'estimation minimale**

- Exprime une variance d'estimation
  i. Fonction de la continuité spatiale **exprimée par le variogramme**
  ii. Une estimation qui **considère l'effet d'information**
    a. Configuration
    b. Quantité

Que faire lorsque l'on veut connaître plus qu'un estimé et une variance d'estimation

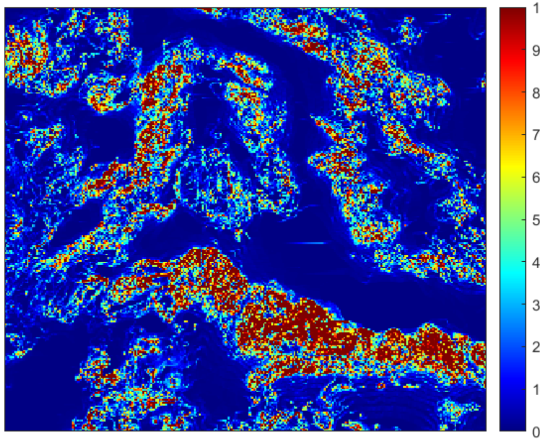
1. Introduction : contexte et problématique

Contexte : Environnement

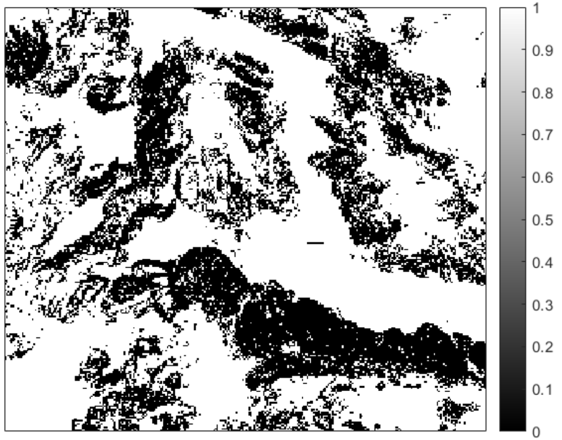
Comment déterminer en tout point quelle est la probabilité qu'un seuil ou une norme soit excédé?

Quelle quantité totale de contaminants y retrouve-t-on?

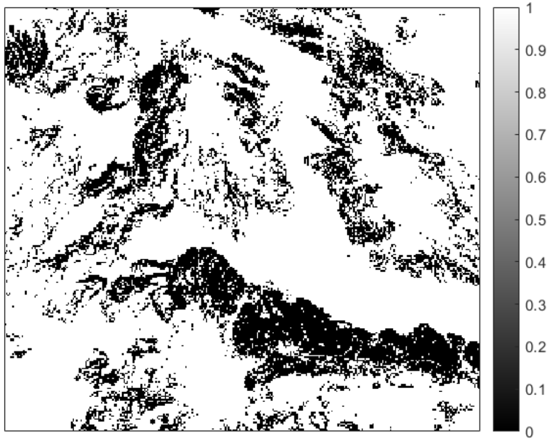
Concentration réelle (1000 ppm)



Seuil <175 ppm



Seuil <500 ppm



Noir : contaminée
Blanc : respect le seuil

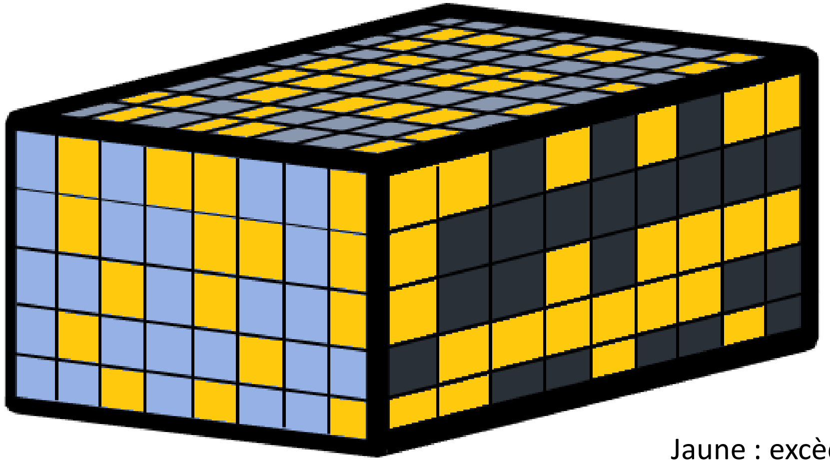
1. Introduction : contexte et problématique

Contexte : Mine

Quel est le tonnage de minerai (in situ)?

Quels sont le tonnage et la teneur du gisement en fonctions de diverses teneurs de coupure?

Quelle est la proportion de blocs excédant la teneur de coupure et la distribution de ces teneurs?

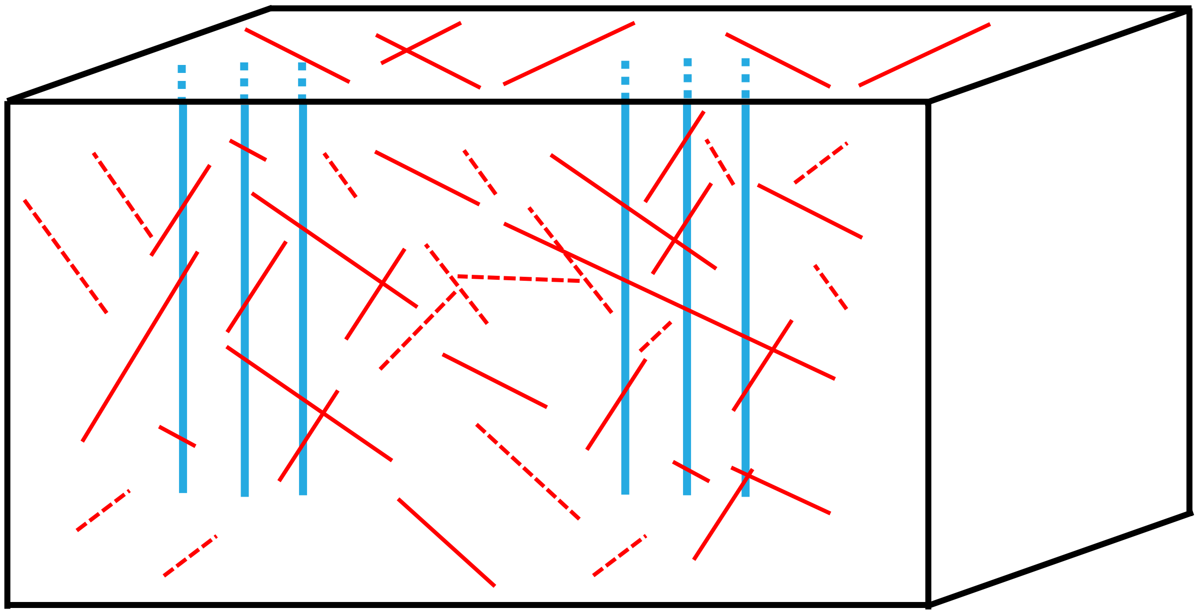


Jaune : excède la teneur de coupure
Bleu : inférieur la teneur de coupure

1. Introduction : contexte et problématique

Contexte : Massif rocheux

Quelle est la probabilité que la densité de fractures d'une certaine famille excède un seuil donné?



1. Introduction : contexte et problématique

Ce que l'on cherche :

La fonction de distribution (de répartition) conditionnelle en tout point

Objectif :

Avoir une marge d'erreur sur notre fonction de transfert

(p. ex. la probabilité que le point x_0 dépasse un seuil c de contamination)

1. Introduction : contexte et problématique

Problématique :

Comment déterminer la fonction de distribution (de répartition) conditionnelle en tout point?

Dans le cas d'une distribution normale des $Z(x)$:

- Moyenne du *krigeage ordinaire* est conditionnelle
- Variance du *krigeage ordinaire* est conditionnelle

Dans le cas d'une distribution non normale des $Z(x)$:

- Moyenne du *krigeage ordinaire* est conditionnelle
- Variance du *krigeage ordinaire* **n'est pas** conditionnelle

1. Introduction : contexte et problématique

Problématique :

Comment déterminer la fonction de distribution (de répartition) conditionnelle en tout point?

Transformation des données :

1. Par fonction simple (p. ex. $\log(Z)$);
2. Par forme analytique vers la loi normale (transformation dite graphique).

Conséquences :

1. Assure par construction la transformation vers la loi normale, mais n'assure pas que n points suivent une loi multinormale;
2. Problème de gestion de support.

1. Introduction : contexte et problématique

Solutions :

Estimer la fonction de distribution (de répartition) conditionnelle en tout point?

<u>Méthodes possibles :</u>

1. Le krigeage d'indicatrices (et ses variantes multivariables)

2. Les méthodes gaussiennes (multigaussien)
   - Vue indirectement par les simulations géostatistiques

3. Le krigeage disjonctif (lois bivariables isofactorielles)
   - Ne sera pas discuté

2. Krigeage d'indicatrices

Cas d'une variable binaire :

Soit une variable binaire $I(x)$ tel que $I(x) = 1$ si on observe la caractéristique A et $I(x) = 0$ si elle n'est pas observée

$$I(x) = \begin{cases} 1, & A \text{ observé} \\ 0, & A \text{ non observé} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Quelle interprétation donner au résultat du krigeage dans ce contexte?}}$

$$E[I(x)] = P(I(x) = 0) \times 0 + P(I(x) = 1) \times 1 = P(I(x) = 1)$$

Si l'on tient compte des observations disponibles :

$$E[I(x)|I(x_1), I(x_2), \dots, I(x_n)] = P\big(I(x) = 1|I(x_1), I(x_2), \dots, I(x_n)\big)^*$$

* On sait que le krigeage estime (assez bien) l'espérance conditionnelle d'une variable

2. Krigeage d'indicatrices

Cas d'une variable binaire :

On *suppose* que le krigeage ordinaire demeure un bon estimateur de l'espérance conditionnelle pour une indicatrice

$$\mathrm{I}^*(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i I(x_i)$$

Les poids sont obtenus par krigeage ordinaire de la variable indicatrice. Il s'agit ainsi d'une estimation de $P\big(I(x) = 1 | I(x_1), I(x_2), \dots, I(x_n)\big)$.

$$I^*(x) = P^*\big(I(x) = 1 | I(x_1), I(x_2), \dots, I(x_n)\big)$$

2. Krigeage d'indicatrices

Cas d'une distribution seuillée :

Soit $Z(x)$ une v.a. continue définie au point x et $F(x,c)$, la fonction de répartition de la v.a. au point x pour la valeur « c ».

Par définition :

$$F(x,c) = P(Z(x) < c) = E[I(x,c)]$$

$$I(x,c) = \begin{cases} 1, & \text{si } Z(x) \leq c \\ 0, & \text{si } Z(x) > c \end{cases}$$

Par krigeage ordinaire d'indicatrices, on aura :

$$\mathrm{I}^*(\mathrm{x},c) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i I(x_i,c)$$

2. Krigeage d'indicatrices

Cas d'une distribution seuillée :

$\mathrm{I}^*(\mathrm{x}, c)$ *devrait* être un bon *(?)* estimateur de :

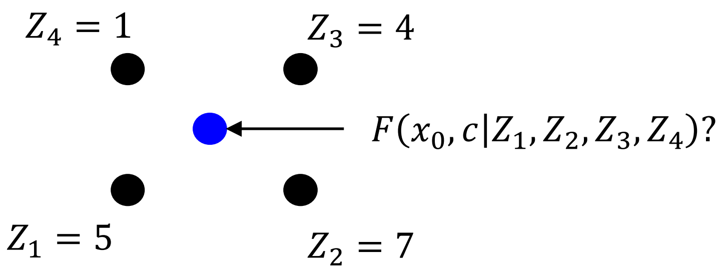
$$P\big(I(x,c) = 1 | I(x_1,c), I(x_2,c), \dots, I(x_n,c)\big) =$$
$$P\big(Z(x) < c | I(x_1,c), I(x_2,c), \dots, I(x_n,c)\big) =$$
$$F\big(x, c | I(x_1,c), I(x_2,c), \dots, I(x_n,c)\big)$$

Si l'on choisit une infinité de « c » différents, on aura une estimation de la fonction de répartition au point « x » conditionnelle aux indicatrices obtenues aux points échantillons.

2. Krigeage d’indicatrices

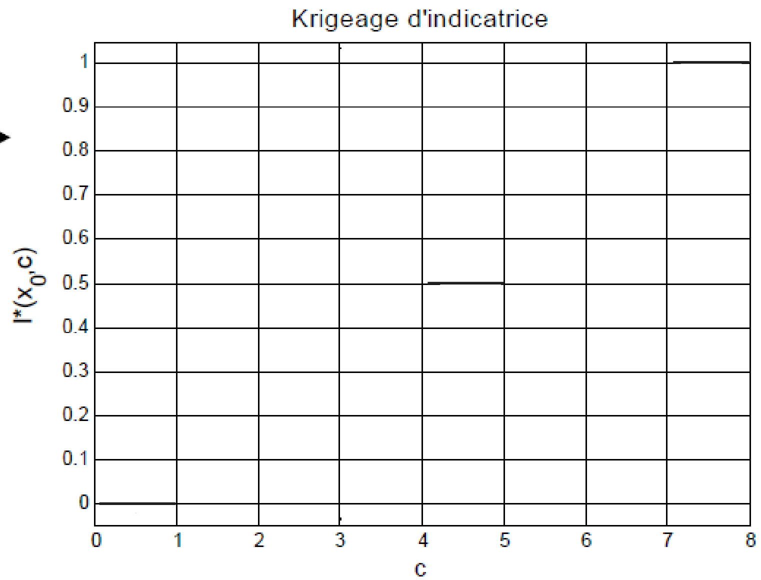
Exemple

Quatre observations à égale distance d’un estimé.



Que valent les poids de krigeage ordinaire ?

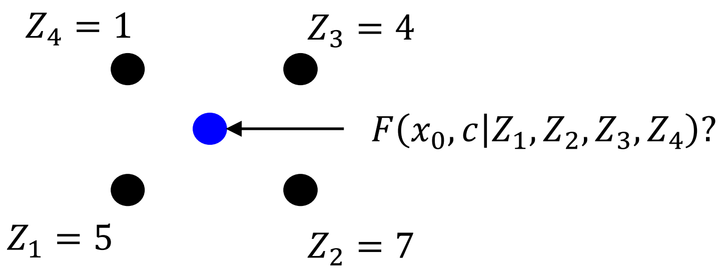
c	F*(x0,c,|(n))
0.5	
1.5	
2.5	
3.5	
4.5	
5.5	
6.5	
7.5	



2. Krigeage d’indicatrices

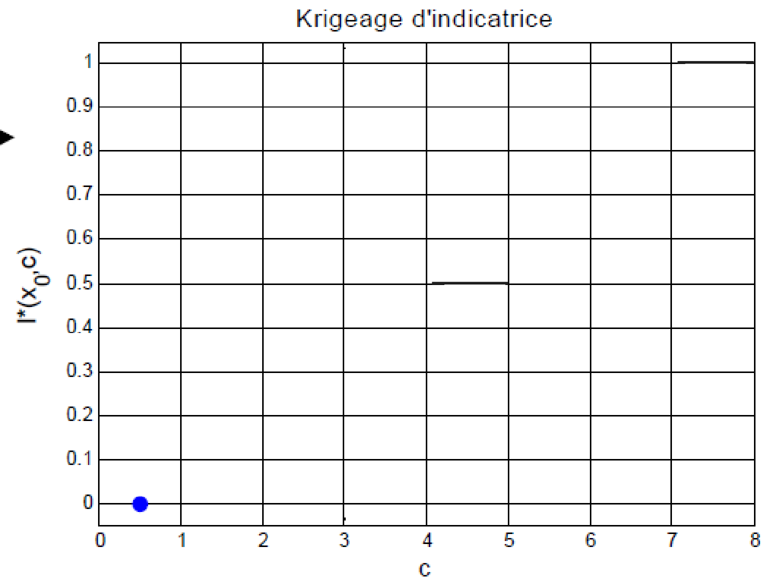
Exercice 1 :

Quatre observations à égale distance d’un estimé.



Ici, par symétrie, les poids valent tous ¼.

c	F*(x0,c,|(n))
0.5	0
1.5	
2.5	
3.5	
4.5	
5.5	
6.5	
7.5	



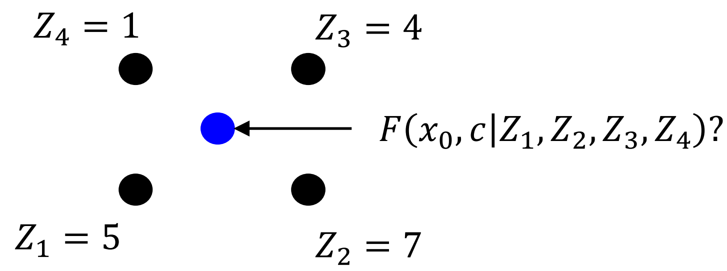
Exercice en équipe :

1) Compléter le krigeage d’indicatrice

2. Krigeage d'indicatrices

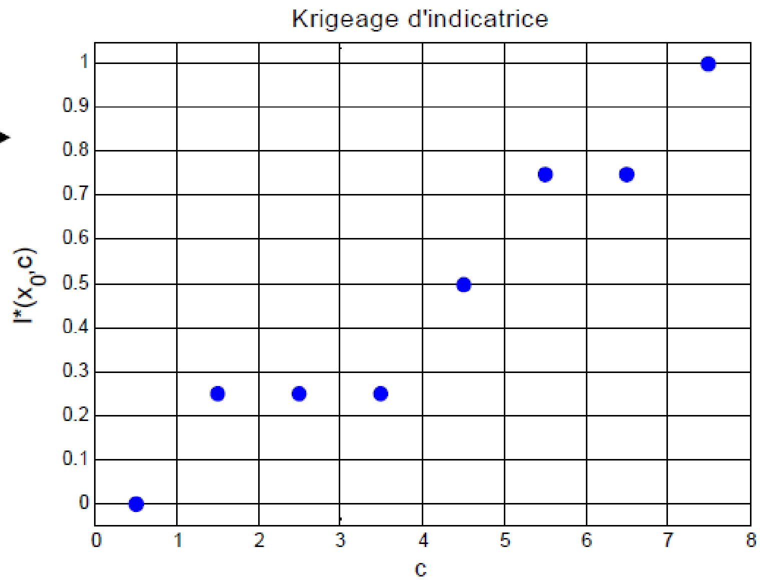
Exercice 1 : réponse

Quatre observations à égale distance d'un estimé.



Ici, par symétrie, les poids valent tous ¼.

c	F*(x0,c,|(n))
0.5	0
1.5	0.25
2.5	0.25
3.5	0.25
4.5	0.50
5.5	0.75
6.5	0.75
7.5	1.0



2. Krigeage d'indicatrices

Méthodologie :

Le problème consiste à estimer $I(x,c)$ en se servant de l'information disponible, les $Z(x_i)$ aux n points observations. On procède ainsi :

1. On code les valeurs observées $Z(x_i)$ par rapport à un seuil donné "c".
   - On obtient les $I(x_i, c)$

2. On effectue le krigeage, au point x_0, de $I(x_0, c)$ à partir des $I(x_i, c)$ qui sont connus.
   - La valeur krigée est interprétée comme une estimation de $P(Z(x_0) < \ c\ |Z_1, \dots, Z_n)$.
   - Il aura fallu calculer et modéliser le variogramme des indicatrices $I(x_i, c)$ pour effectuer le krigeage.

3. On peut recommencer le processus pour de nouveaux seuils c_2, c_3 et ainsi de suite.
   - Pour chaque seuil considéré, il faut coder les valeurs originales observées, calculer et modéliser le variogramme et effectuer un nouveau krigeage.

2. Krigeage d'indicatrices

Probabilité d'être inférieure à un seuil et variogrammes d'indicatrices

Soit $Z(x)$ une v.a. continue définie au point x et $F(x,c)$, la fonction de répartition de la v.a. au point x pour la valeur « c ».

Par définition :

$$I(x,c) = \begin{cases} 1, & \text{si } Z(x) \leq c \\ 0, & \text{si } Z(x) > c \end{cases}$$

$$E[I(x,c)] = F(x,c) = p$$

$$Var[I(x,c)] = F(x,c)\big(1 - F(x,c)\big) = p(1-p)$$

Exercice en équipe :

2) Les propriétés des variogrammes d’indicatrices

2. Krigeage d'indicatrices

Variogramme d'indicatrices et corrélogrammes :

Soit le seuil « c » correspondant à un quantile « p » de la distribution de $Z(x)$.

$I(x,c)$ a les propriétés suivantes:

$$E[I(x,c)] = p$$
$$Var(I(x,c)) = p(1-p)$$

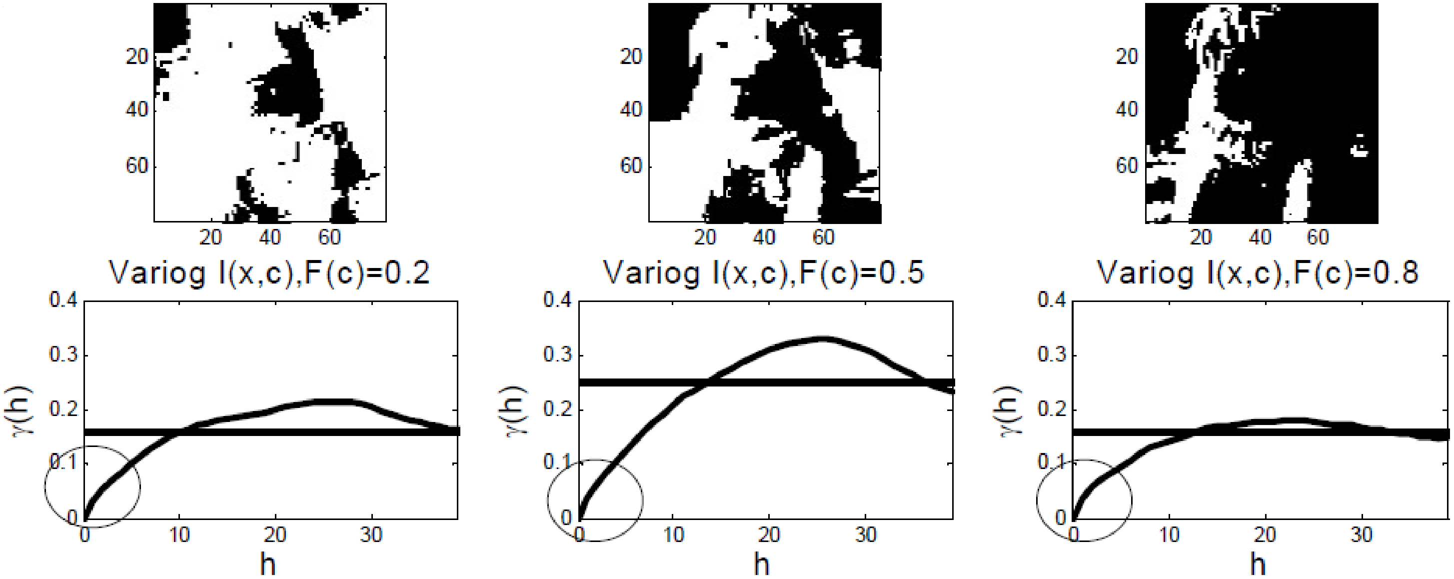
Ex. : si l'on choisit un seuil pour lequel 20% des observations sont inférieures, $D^2(I(x,c)|G) \approx 0.2*0.8 = 0.16$

Normalement, le palier est légèrement supérieur à $\boldsymbol{D^2(I(x,c)|G)}$ (dépendant de l'importance de la structure spatiale).

Les paliers sont **presque** déterminés par le seuil du codage de l'indicatrice

2. Krigeage d'indicatrices

Variogramme d'indicatrices et corrélogrammes :



Les variogrammes d'indicatrices ne peuvent montrer un comportement parabolique à l'origine → proscrire le modèle de variogramme gaussien !

2. Krigeage d'indicatrices

Variogramme d'indicatrices et corrélogrammes :

Si $Z(x)$ est bigaussien de moyenne $\mu = 0$ et $\sigma = 1$, on connaît la relation mathématique entre $\gamma_Z(h)$ et $\gamma_I(h, c)$

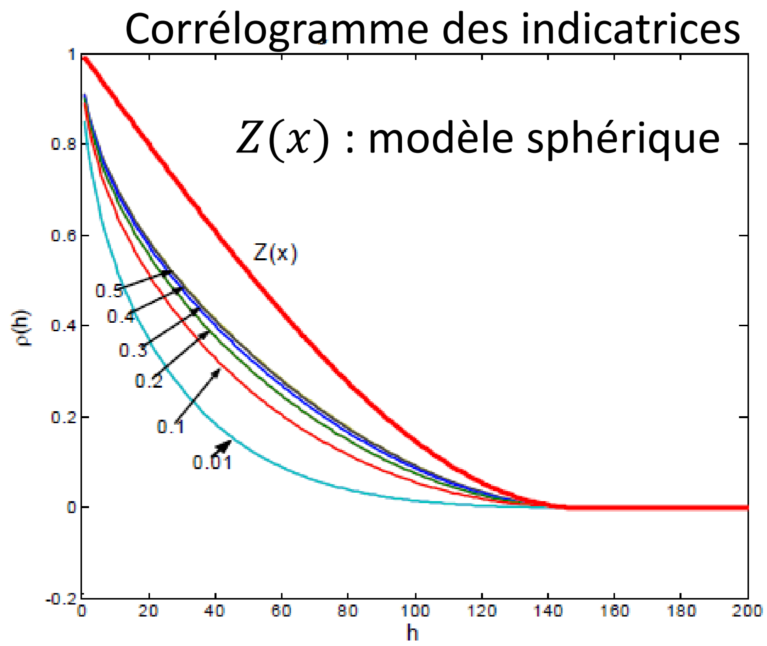
$$C_I(h, c) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\rho(h)} \exp\left(-\frac{c^2}{1+u}\right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du$$

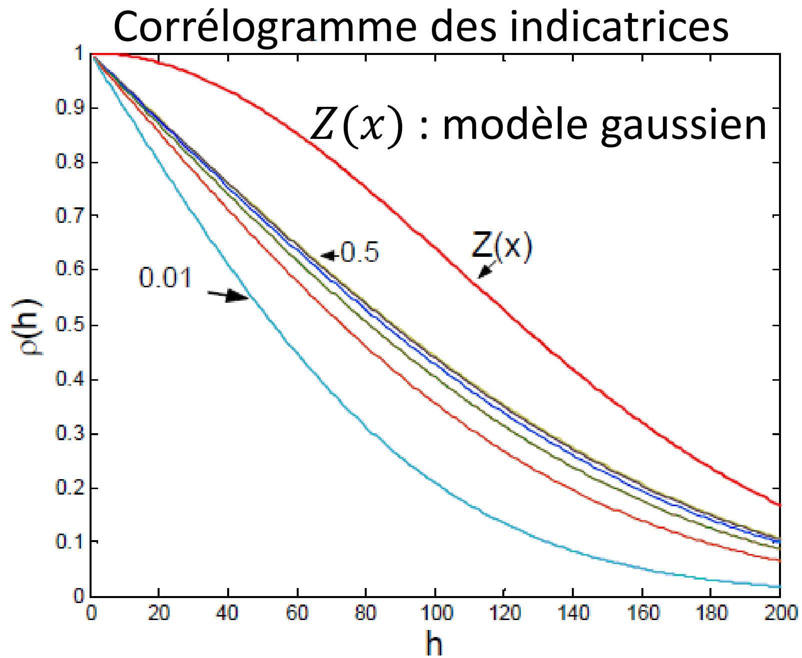
$\rho(h)$: le corrélogramme de $Z(x)$

Le plus important à retenir : il existe un lien entre le variogramme d'indicatrices et le variogramme ponctuel

2. Krigeage d'indicatrices

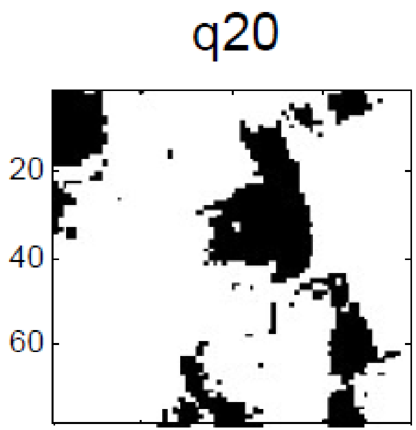
Variogramme d'indicatrices et corrélogrammes :

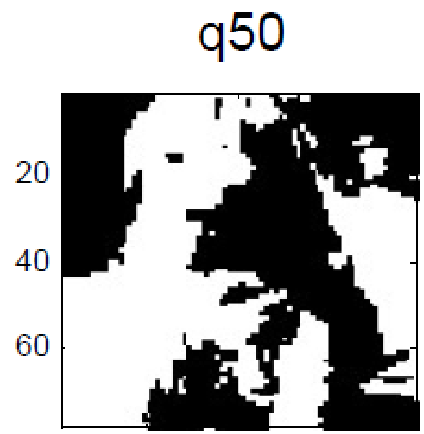


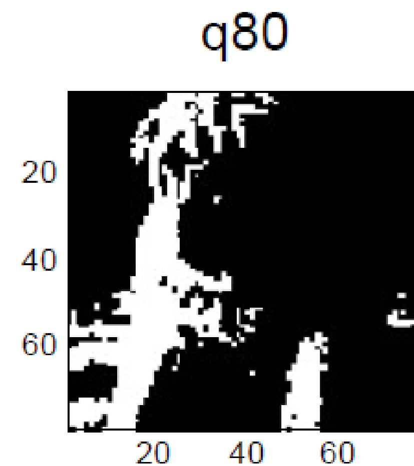


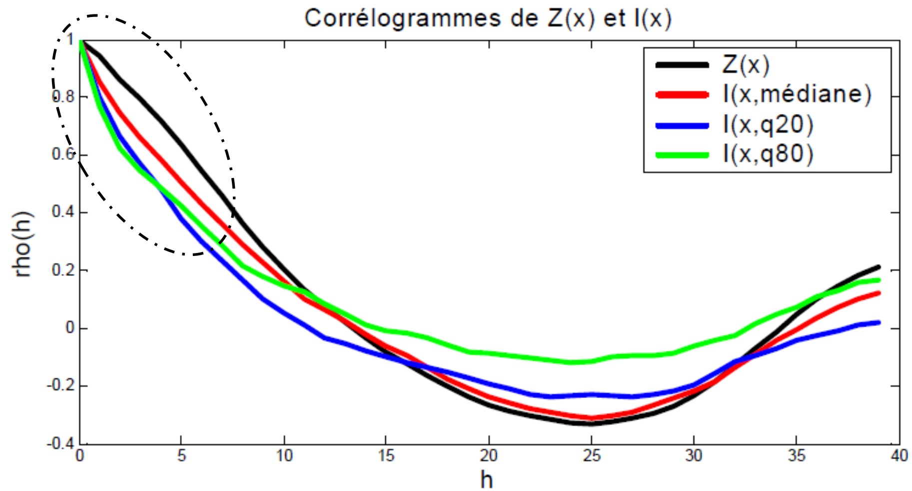
- Plus le seuil « c » est éloigné de la médiane moins il y a de structure
- Variogrammes des indicatrices est linéaire à l'origine même si $Z(x)$ est parabolique à l'origine => proscrire le modèle gaussien pour les indicatrices

Variogramme d’indicatrices et corrélogrammes :









Exercice en collectif :
3) Limitations et avantages du krigeage d’indicatrice

Au regard des premières équations, quelles problématiques (limitations) le krigeage d’indicatrices rencontrera-t-il ?

Sur une note positive, quels seront les avantages ?

3. Interprétation de la valeur estimée

Que gagne-t-on par rapport à un krigeage ordinaire?

1. Estimer une probabilité d'excéder un seuil (p. ex. en environnement);

2. Estimer un quantile (p. ex. valeur ayant 5% de chances d'être dépassée au point x0);

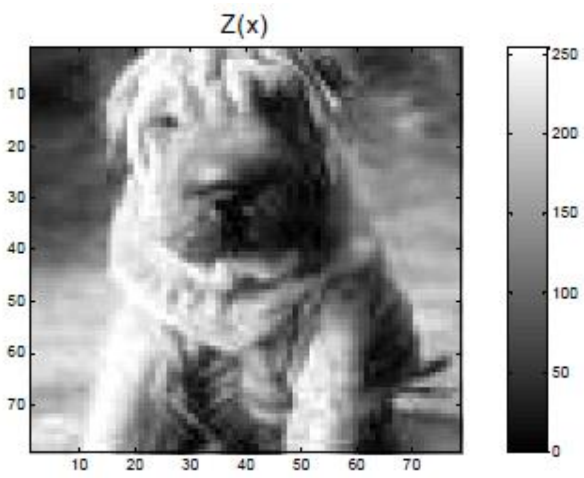
3. Calculer une variance conditionnelle, c.-à-d. qui dépend des valeurs locales;

4. Fournir un estimateur qui minimise l'espérance d'une fonction de coût;

5. Plus de flexibilité :
    - Utiliser des informations du type $Z(x_i) > t, Z(x_i) < t, t2 > Z(x_i) > t1$; des données semi-quantitatives fournies par le géologue (p. ex. dans ce type de roche, la teneur n'excède jamais « t »);
    - Les variogrammes peuvent varier d'une indicatrice à l'autre.

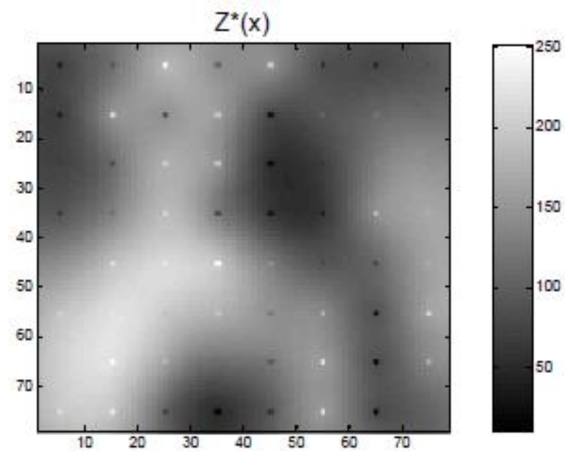
Que gagne-t-on par rapport à un krigeage ordinaire?

Le krigeage d’indicatrices permet de mieux estimer les quantiles, probabilités, etc. que le krigeage ordinaire



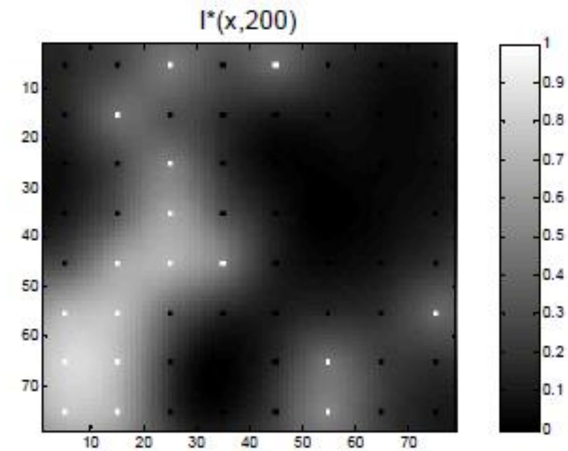
Réalité

$$\mathrm{Nb}(\mathrm{Z(x)} > 200) = 1453$$



Krigeage ordinaire

$$\mathrm{Nb}(\mathrm{Z(x)}^* > 200) = 561$$



Krigeage indicatrice

$$\sum_x I^*(x, 200) = 1655$$

3. Interprétation de la valeur estimée

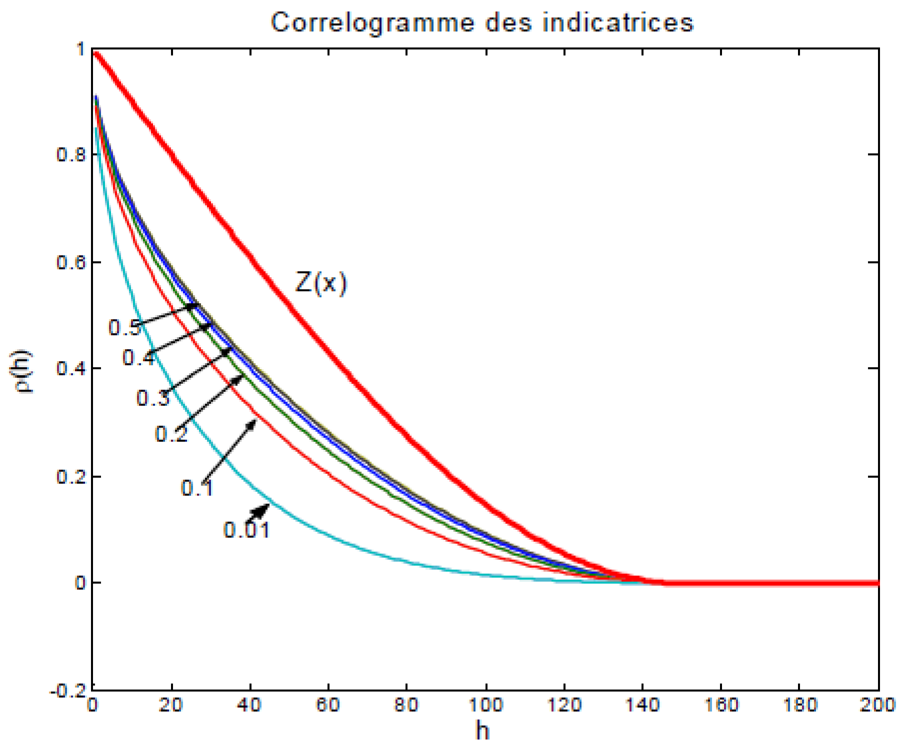
Que gagne-t-on par rapport à un krigeage ordinaire?

- Avec le KI on estime mieux la proportion de points, sur toute l'image, dépassant le seuil donné ;
- Cependant on ne sait pas exactement lesquels parmi ces points sont au-dessus de ce seuil ;
- Tout ce que l'on a, en chaque point, c'est une probabilité qu'il soit au-dessus du seuil $\left(\text{soit } 1 - I^*(x)\right)$.

3. Interprétation de la valeur estimée

Que gagne-t-on par rapport à un krigeage ordinaire?

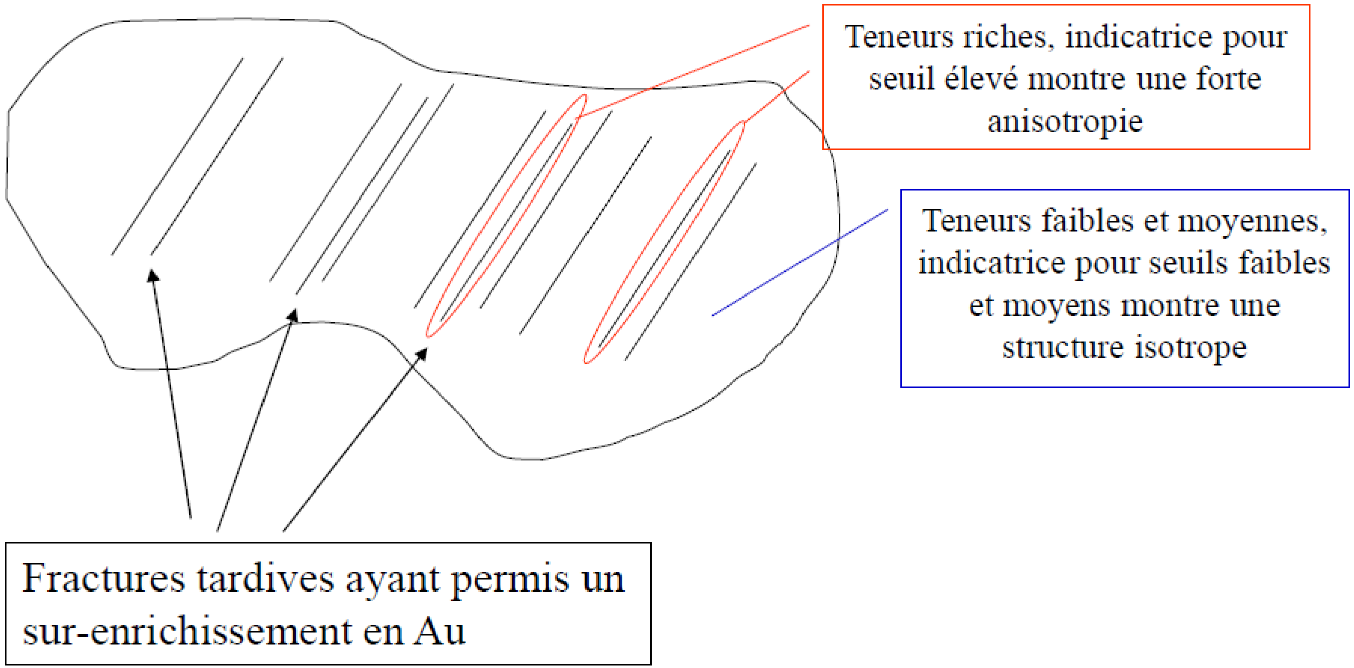
Les variogrammes peuvent varier d'une indicatrice à l'autre



3. Interprétation de la valeur estimée

Que gagne-t-on par rapport à un krigeage ordinaire?

Les variogrammes peuvent varier d'une indicatrice à l'autre



3. Interprétation de la valeur estimée

À quel prix?

1. Fonction de répartition représentée sous forme discrète : combien de seuils? (en pratique souvent de 5 à 10 seuils)

2. Chaque seuil → v. indicatrice différente → modélisation du variogramme → krigeage d'indicatrice → effort beaucoup plus important; peut mener à des possibilités d'incohérences dans la modélisation.

3. Chaque indicatrice doit être stationnaire → fonction de répartition stationnaire (hypothèse + forte que pour le krigeage).

4. On a réduit l'ensemble conditionnant à $\{ I(x_1, c), I(x_2, c) \dots I(x_n, c) \}$ au lieu de $\{ Z(x_1), Z(x_2) \dots Z(x_n) \}$ → certaine perte d'information?

3. Interprétation de la valeur estimée

Quels sont les problèmes qui se posent?

1. Problème de relation d'ordre : valeurs de $I^*(x_0, c_i)$ peuvent être >1 ou <0; $I^*(x_0, c_i) > I^*(x_0, c_j)$ quand $c_i < c_j$;

2. Les variogrammes d'indicatrices sont souvent plus faciles à modéliser (il n'y a pas de données extrêmes, que des 0 ou des 1) mais souvent la structure spatiale est faible → manque de précision dans les estimations de I^*;

3. Comment interpoler entre les valeurs de $I^*(x_0, c_i)$? Comment extrapoler au-delà de c_{min} et c_{max} ?

4. Que faire si l'estimation doit porter sur des blocs ?
   Ex. $P^*(Z_v(x) > c | Z(x_1), \ldots, Z(x_n))$

4. Corrections d'ordre

Problématiques :

Le krigeage d'indicatrice ne garantit pas que la fonction de répartition conditionnelle estimée soit strictement croissante.

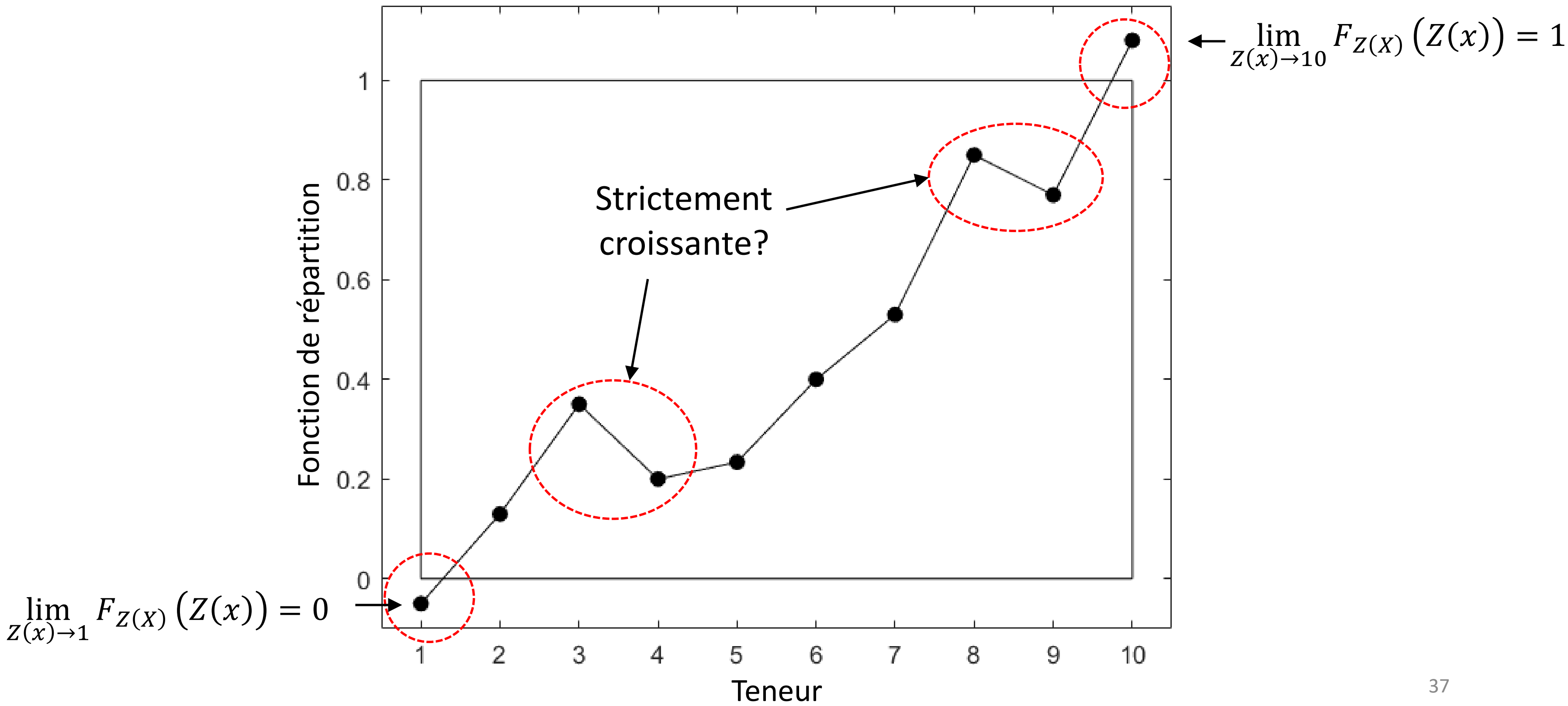
La source de ce problème est liée à :

1. des variogrammes mal modélisés;
2. des patrons de krigeage incohérents;
3. des poids de krigeage négatifs et supérieurs à 1;
4. un manque de données pour certains seuils.

4. Corrections d'ordre

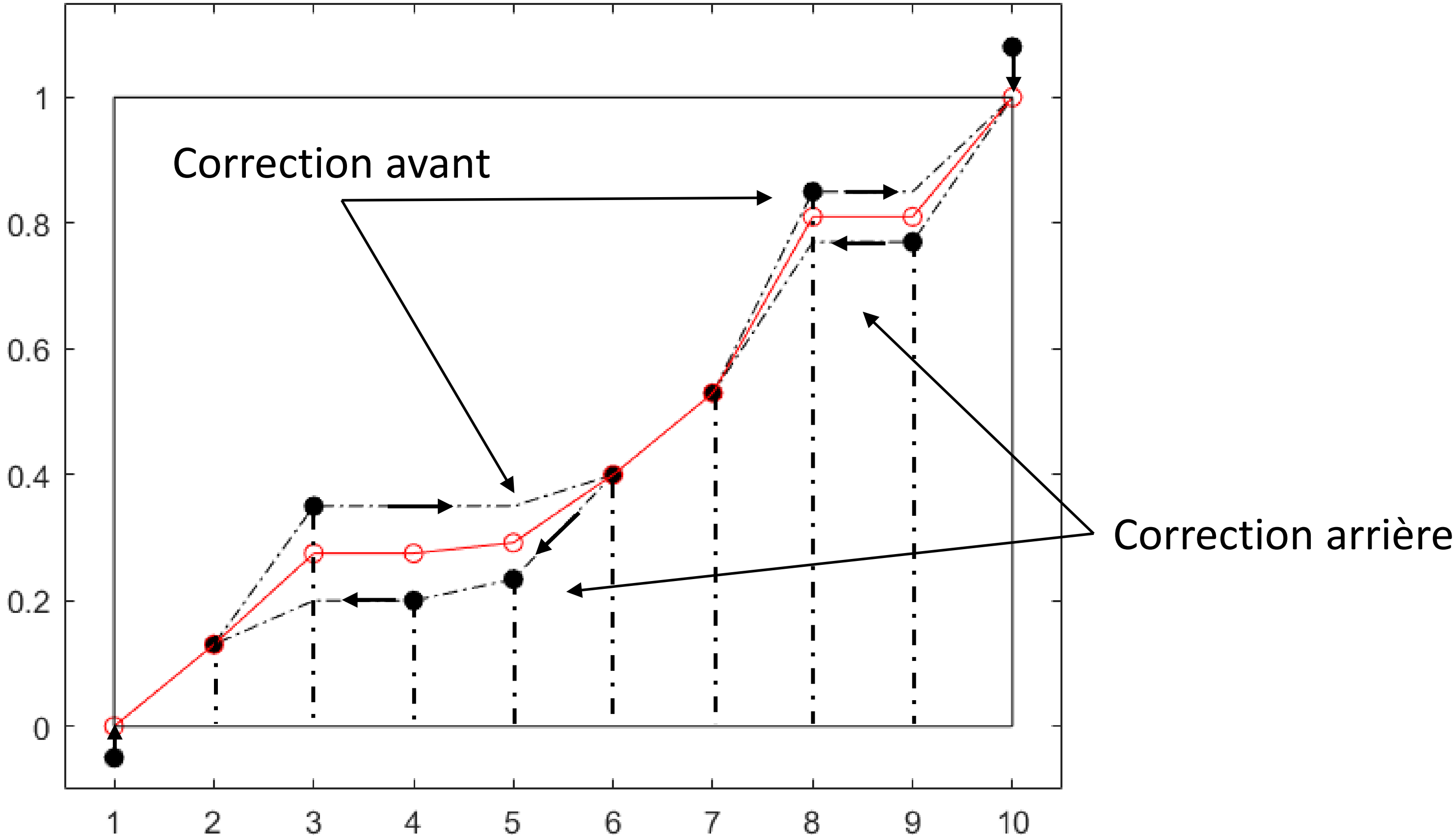
Problématiques : visuellement

Soit $Z(x) \in [1,10]$:



4. Corrections d'ordre

Problématiques : visuellement

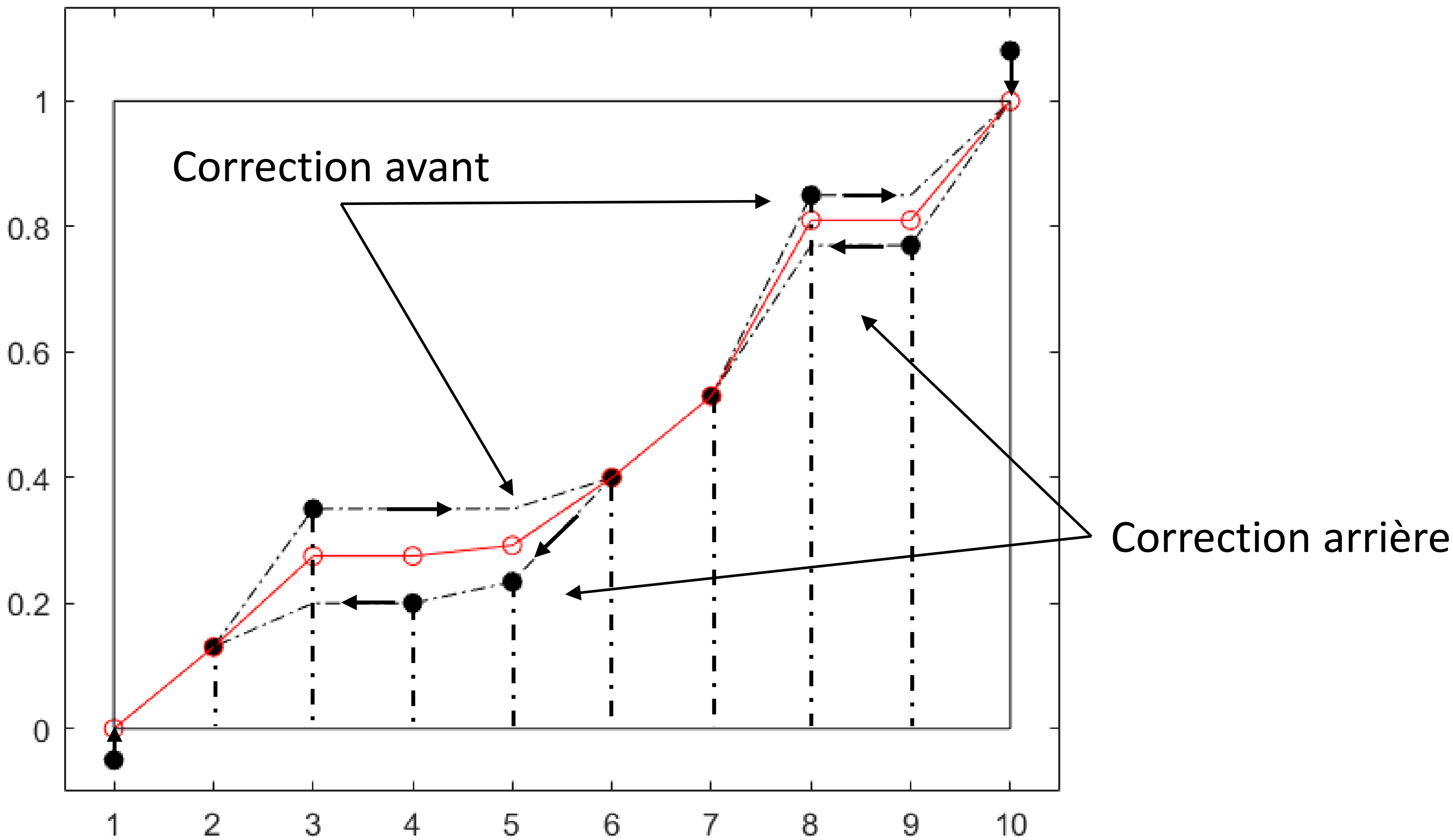


Exercice en équipe :

4) Réaliser une correction affine

4. Corrections d’ordre

Exercice 4 :



4. Corrections d'ordre

Exercice 4 : réponse

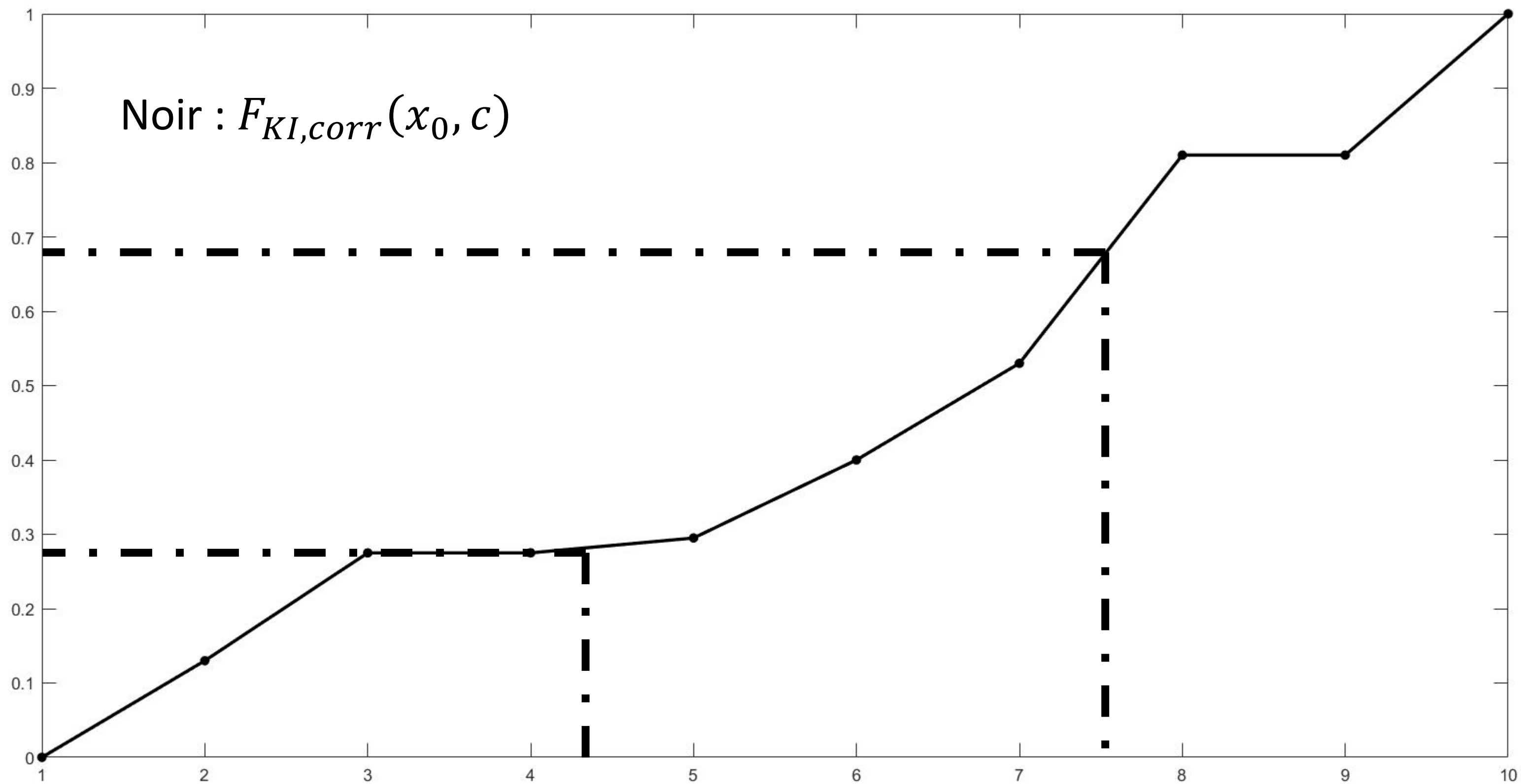
Seuil c	$F_{KI}(x_0, c)$	$F_{KI}, avant(x_0, c)$	$F_{KI}, arr(x_0, c)$	$F_{KI}, corr(x_0, c)$
1	-0.05	0	0	0
2	0.13	0.13	0.13	0.13
3	0.35	0.35	0.20	0.275
4	0.20	0.35	0.20	0.275
5	0.24	0.35	0.24	0.295
6	0.40	0.40	0.40	0.40
7	0.53	0.53	0.53	0.53
8	0.85	0.85	0.77	0.81
9	0.77	0.85	0.77	0.81
10	1.08	1	1	1

max

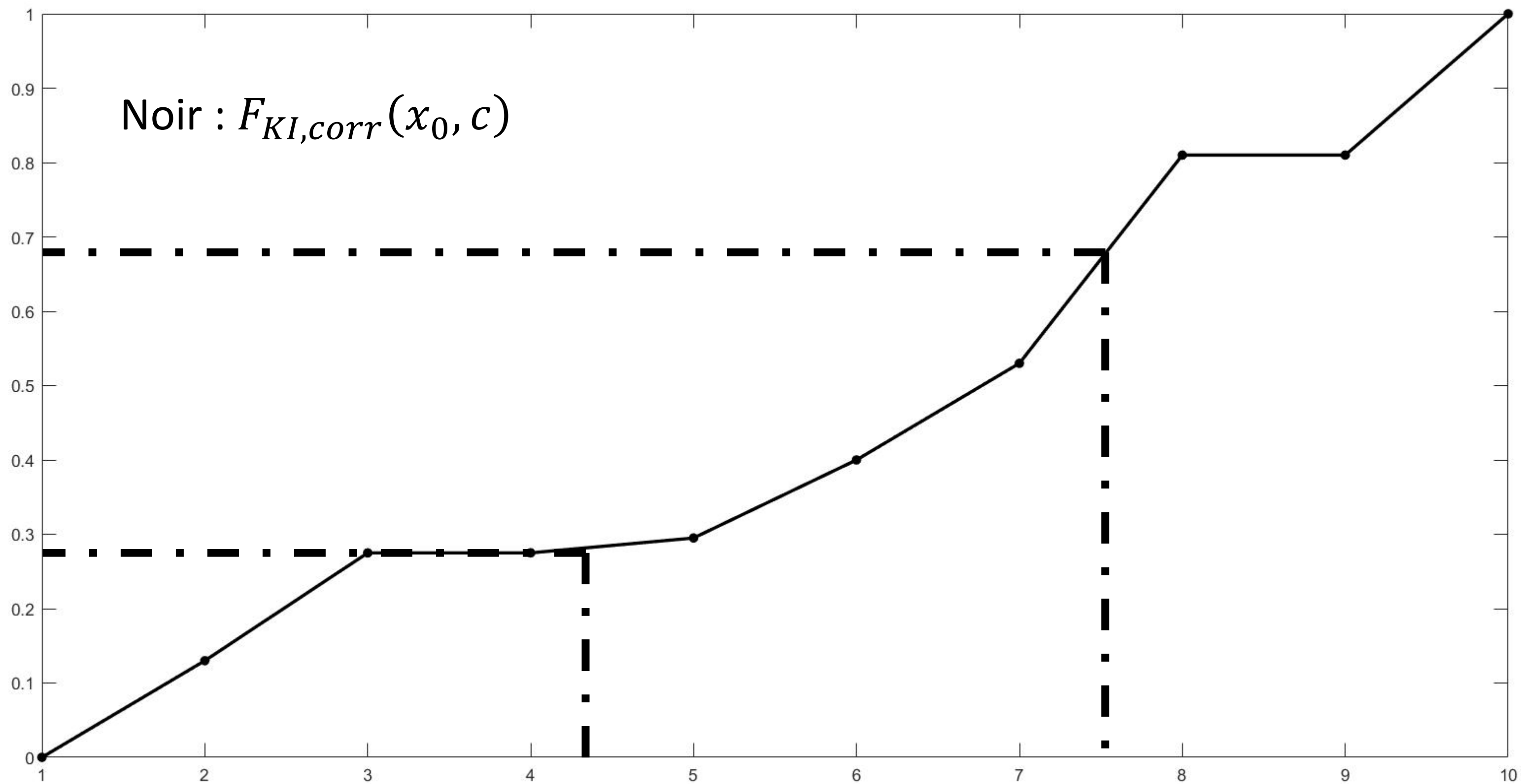
min

4. Corrections d’ordre

Exercice 4 : réponse (suite)

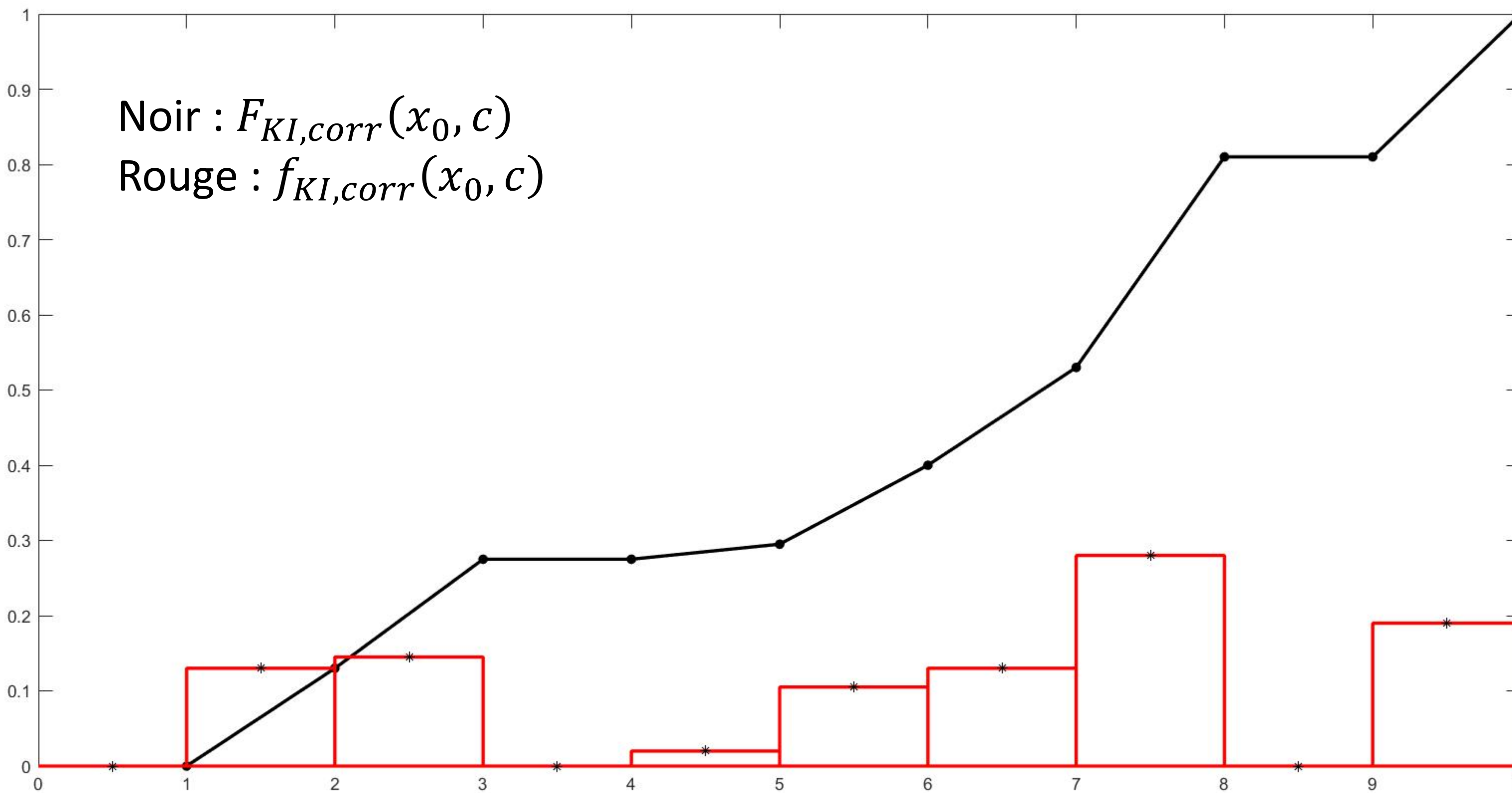


Exercice 4 : réponse (suite)



4. Corrections d'ordre

Exercice 4 : réponse (suite)



4. Corrections d'ordre

Méthode :

1. On corrige les valeurs inférieures à 0 et supérieures à 1 :
   - $I^{*\prime}(x_0, c_i) \;=\; \max(0, I^*(x_0, c_i))$
   - $I^{*\prime}(x_0, c_i) \;=\; \min(1, I^*(x_0, c_i))$

2. On calcul la correction avant (c.-à-d. on refuse toute décroissance à partir de la gauche)
   - $I^*_{avant}(x_0, c_{i+1}) \;=\; max(I^*_{avant}(x_0, c_i), I^*(x_0, c_{i+1}))$

3. On calcul la correction arrière (c.-à-d. on refuse toute croissance à partir de la droite)
   - $I^*_{arrière}(x_0, c_i) \;=\; min(I^*(x_0, c_i), I^*_{arrière}(x_0, c_{i+1}))$

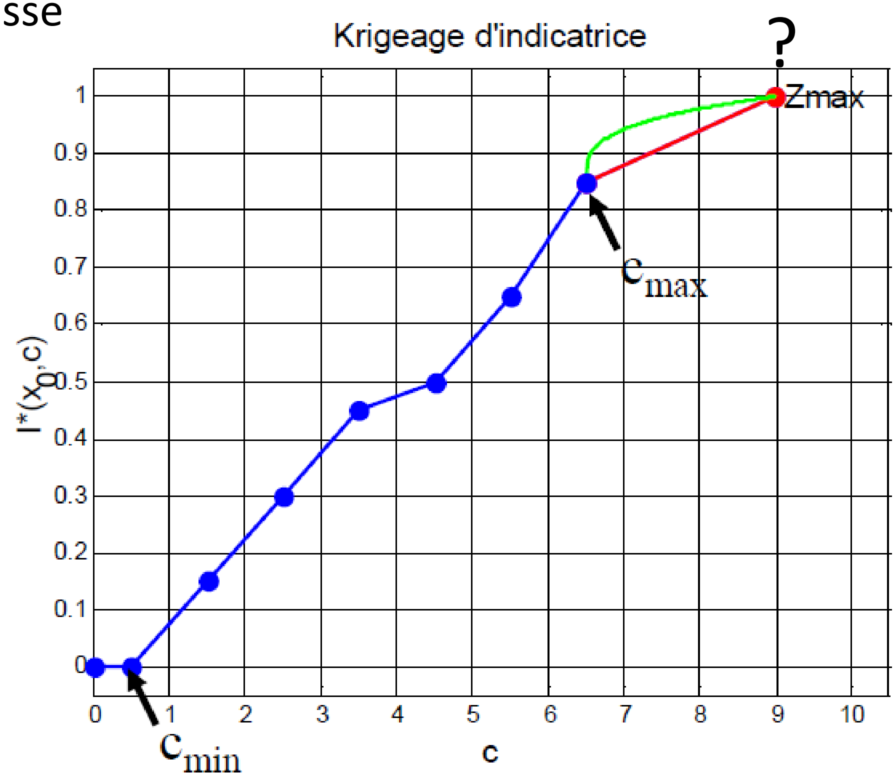
4. On effectue la correction en prenant la moyenne de la correction avant et arrière.
   - $I^{*\prime}(x_0, c_i) = 0.5\big(I^*_{avant}(x_0, c_i) + I^*_{arrière}(x_0, c_i)\big)$

4. Corrections d'ordre

Interpolation entre les valeurs de $I^*(x_i, c_j)$:

Linéaire, sauf possiblement la dernière classe

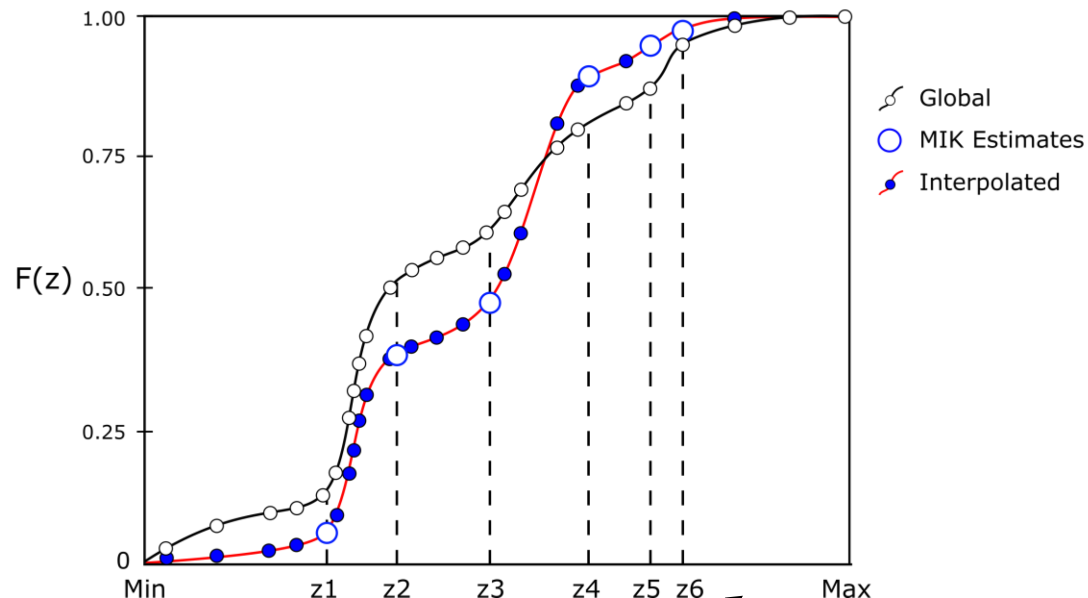
*Certains auteurs mentionnent la possibilité d'inférer la forme de la distribution dégroupée (sans tenir compte de la continuité spatiale) des données brutes pour qu'elle s'adapte à celle de la distribution des indicatrices entre les espaces et aux extrémités



4. Corrections d'ordre

Interpolation entre les valeurs de $I^*(x_i, c_j)$:

Inférer à la distribution obtenue par krigeage d'indicatrices la forme de la distribution dégroupée (sans tenir compte de la continuité spatiale) des données brutes pour qu'elle s'adapte entre les espaces et aux extrémités



Les c_j

Tiré de : Carvalho, D., & Deutsch, C. V. (2017). An Overview of Multiple Indicator Kriging. In J. L. Deutsch (Ed.), *Geostatistics Lessons*. Retrieved from http://geostatisticslessons.com/lessons/mikoverview

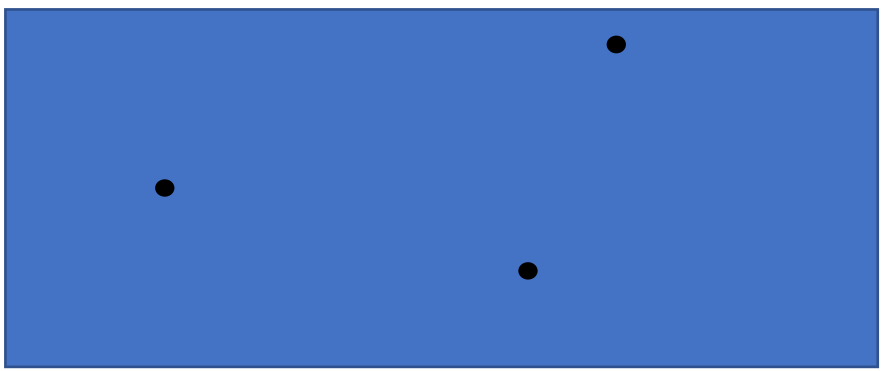
5. Changements de support

Que faire si l’estimation doit porter sur des blocs?

<u>Très important :</u>

$$P(Z_v(x) > c\ ) \neq \frac{1}{v}\int_{v(x)} P(Z(y) > c)\ dy$$

<u>Un exemple :</u>



- $Z(x) = 1\,000\,000$ ppm
- $Z(x) = 1$ ppm

$$\mathrm{P}(Z_v(\mathrm{x}) > 1.2) = 1$$

$$\frac{1}{v}\int_{v(x)} P(Z(y) > 1.2)\ dy \approx 0$$

5. Changements de support

Que faire si l'estimation doit porter sur des blocs?

La fonction qui lie la teneur à la probabilité est non-linéaire

Similaire à :

$$\log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z(x_i)\right) \neq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log\big(Z(x_i)\big)$$

$$P(Z_v(x) > c\ ) = P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z(x_i)\ > c\right) \neq \frac{1}{v}\int_{v(x)} P(Z(y) > c)\ dy$$

5. Changements de support

Que faire si l'estimation doit porter sur des blocs?

Solutions?

- Correction affine
- Correction indirecte lognormale

Aucune n'est entièrement convaincante

Tendance actuelle : recourir à des simulations! (Prochain cours)

5. Changements de support

Que faire si l'estimation doit porter sur des blocs?

<u>Correction affine :</u> Contracter la distribution d'un facteur fixe déterminé par le ratio des variances de dispersion de blocs sur les variances ponctuelles.

$$F_v(Z_v(x)) = F\left((Z(x) - m)\left(\frac{D^2(v|G)}{D^2(\cdot|G)}\right)^{0.5} + m\right)$$

m : la moyenne de la distribution locale estimée par KI
F : la fonction de répartition locale estimée par KI (i.e. $I^*(x,c)$ après corrections pour relations d'ordre)
F_v : la fonction de répartition « de blocs »

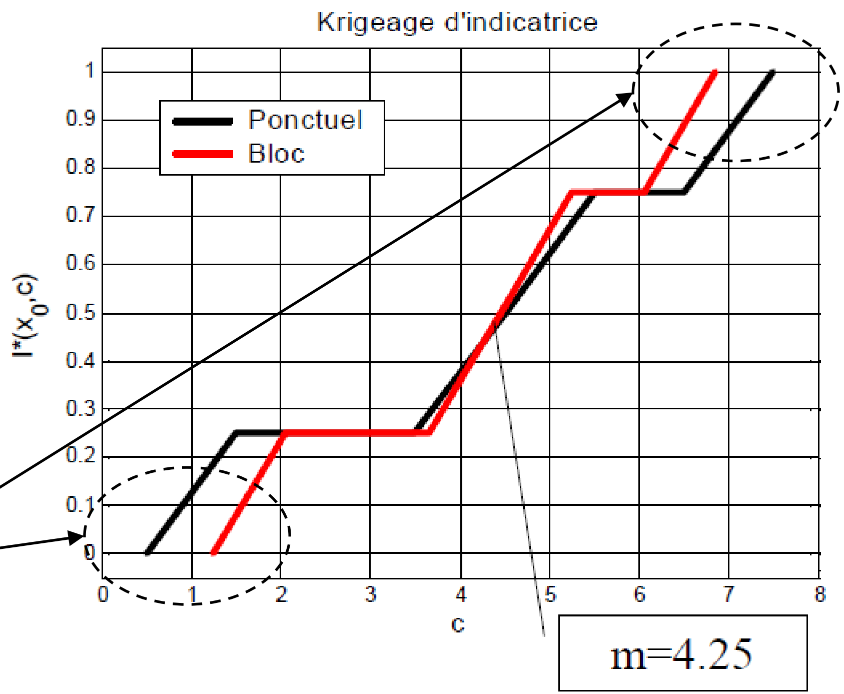
5. Changements de support

Que faire si l'estimation doit porter sur des blocs?

<u>Correction affine :</u> Contracter la distribution d'un facteur fixe déterminé par le ratio des variances de dispersion de blocs sur les variances ponctuelles.

$$F_v(Z_v(x)) = F\left((Z(x)-m)\left(\frac{D^2(v|G)}{D^2(\cdot|G)}\right)^{0.5} + m\right)$$

$$\left(\frac{D^2(v|G)}{D^2(\cdot\,|G)}\right)^{0.5} = 0.8$$



Illogique
Pourquoi ?

6. *Soft kriging*

Tenir compte des informations semi-quantitatives :

KI est plus flexible que KS et KO :

- Utiliser des informations du type $Z(x_i) > t, Z(x_i) < t, t2 > Z(x_i) > t1;$
- Utiliser des données semi-quantitatives fournies par le géologue (e.g., « dans ce type de roche, la teneur n'excède jamais « t »).

Exemple :

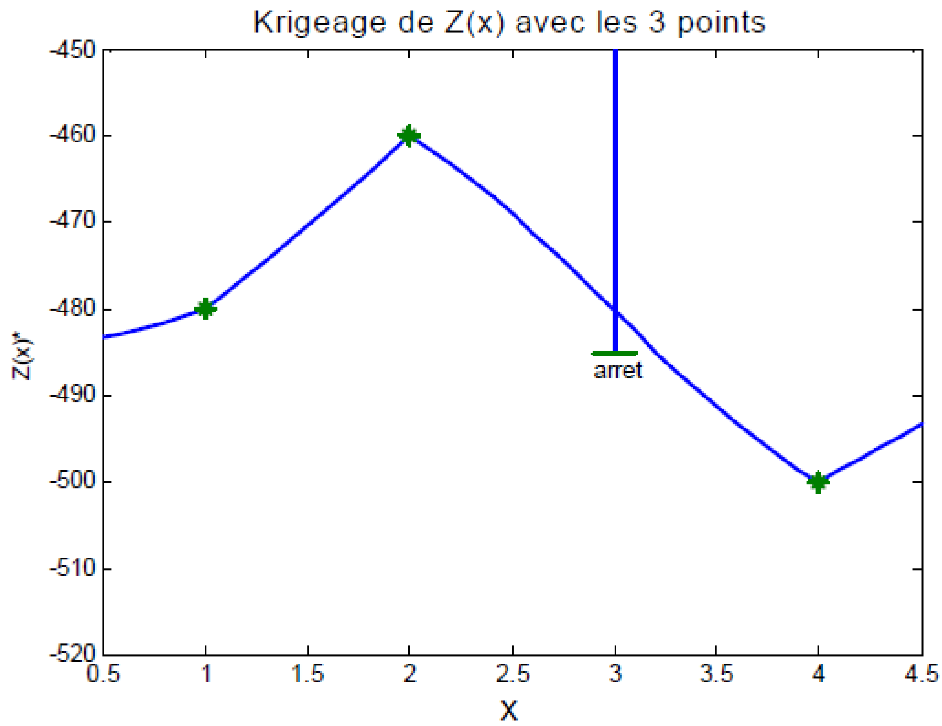
3 forages ont intercepté le sommet d'un réservoir pétrolier

$$Z(1) = -480, \qquad Z(2) = -460, \qquad Z(4) = -500$$

Un 4^e forage situé en x=3 a dû être arrêté au niveau –485 sans que le sommet n'ait pas été intercepté !

6. *Soft kriging*

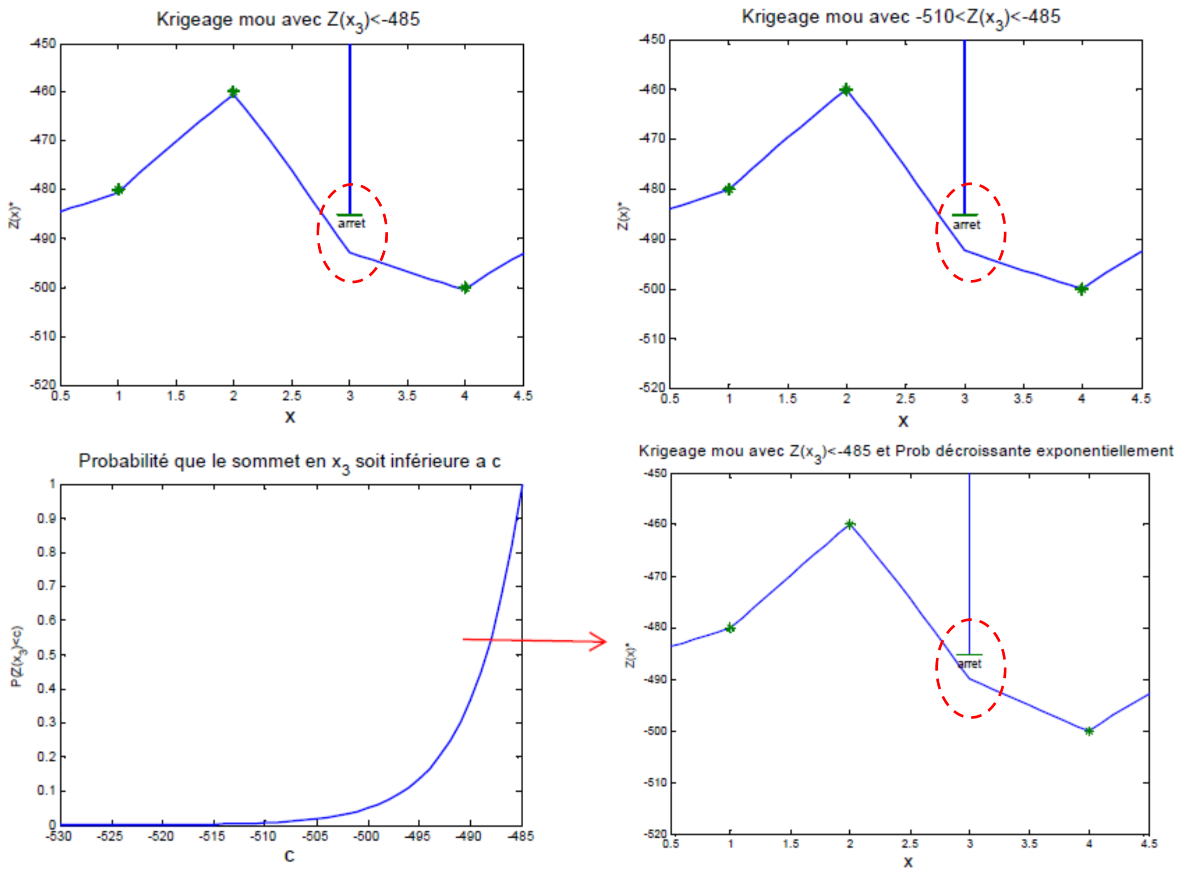
Tenir compte des informations semi-quantitatives : solution par KO de Z(x)



La solution n'est pas acceptable ! Elle contredit l'information en x=3.

6. *Soft kriging*

Tenir compte des informations semi-quantitatives : solution en utilisant KI



Krigeage simple d'indicatrice

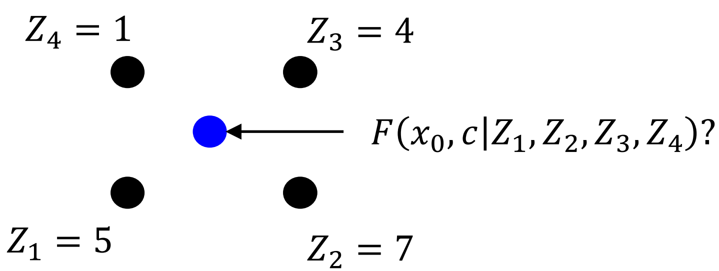
$$\mathrm{I}^*(\mathrm{x}_0, \mathrm{c}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i I(x_i, c) + \left(1 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) F_Z(c)$$

$$= F_Z(c) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \big(I(x_i, c) - F_Z(c)\big)$$

$$KS: \; m + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (Z_i - m)$$

$F_Z(c)$: fonction de répartition globale

- Permet une gradation plus souple de $I^*(x, c)$;
- Permets de mieux tenir compte du degré de corrélation locale.



S'il n'y a pas de corrélation entre les points, la fonction estimée sera simplement $F_Z(c)$

Exercice en équipe :

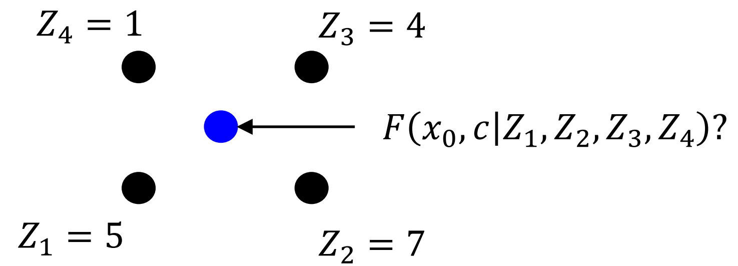
5) Effectuer un krigeage simple d'indicatrices

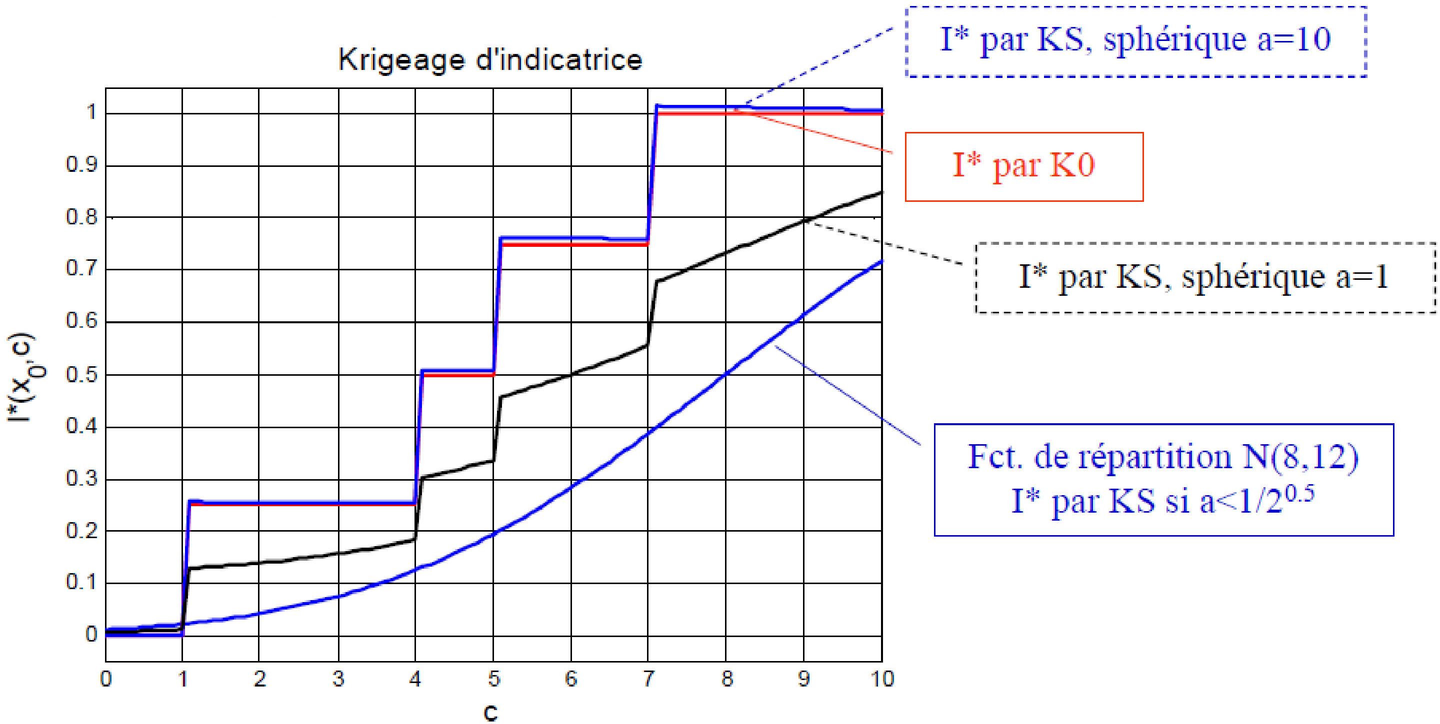
$$\mathrm{I}^*(\mathrm{x}_0, \mathrm{c}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i I(x_i, c) + \left(1 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) F_Z(c)$$

$F_Z(c)$: fonction de répartition globale

7. Variantes

Krigeage simple d'indicatrices





7. Variantes

Cokrigeage d'indicatrice

Cas 1 : utilisation de toutes les indicatrices

v. principale : $I(x, c_j)$

v. Secondaires : $I(x, c_k), k \neq j$

Très lourd, presque jamais utilisé

Cas 2 : *Probability kriging*

v. principale : $I(x, c_j)$

v. Secondaires : $Z(x)$, sinon encore mieux $U(x) = \frac{rang(Z(x))}{n+1}$

7. Variantes

Krigeage : analyse par composantes principales

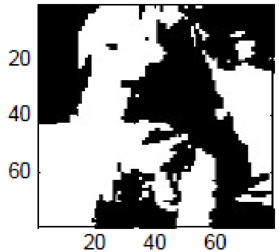
Idée : Transformer les indicatrices liées entre elles (corrélées) en nouvelles variables décorrélées les unes des autres.

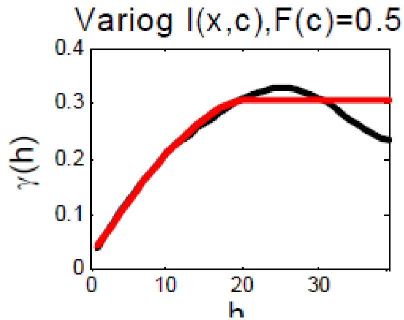
On réalise le krigeage sur les facteurs obtenus de l'analyse par composantes principales

Une alternative au cokrigeage des indicatrices

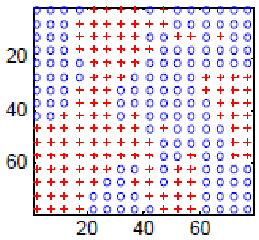
8. Exemple

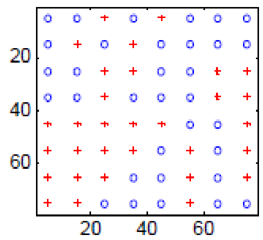
Déterminer le volume d'un sol contaminé au-delà d'une norme

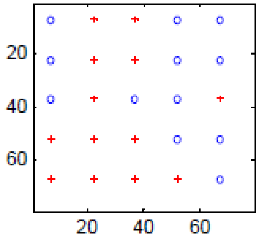


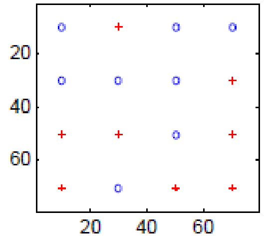


C=130; V=3120







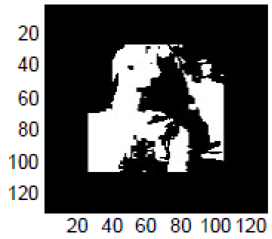


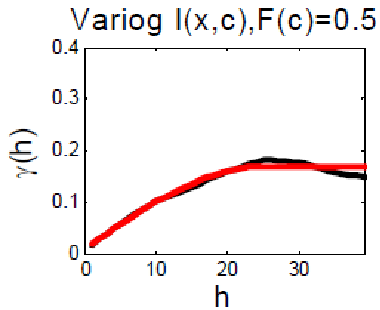
Pas	n	V*	σ	CI (95%)
5	256	3020	93	[2834,3205]
10	64	3023	210	[2603,3443]
15	25	3002	387	[2228,3775]
20	16	3089	527	[2036,4142]

8. Exemple

Déterminer le volume d'un sol contaminé au-delà d'une norme

Que se passe-t-il si l'échantillon déborde de la zone d'intérêt?





Le variogramme des indicatrices change

	Surface>c		Écart-type	
Pas	Sans	Avec	Sans	Avec
5	3020	3096	93	132
10	3023	3110	210	230
15	3002	$\boxed{4115}$	387	403
20	3089	3267	527	577

Les estimés sont semblables et l'ordre de grandeur des écarts-types est comparable, même si la zone couverte est 2.2 fois + grande en superficie

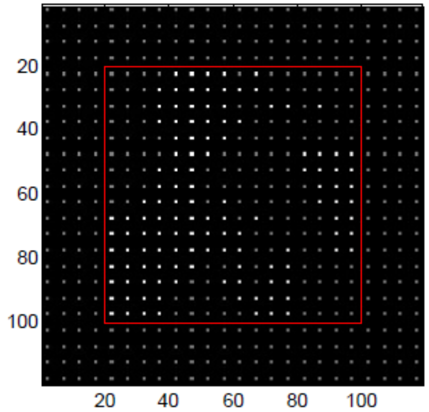
⇩

Bonne robustesse au choix initial de la zone d'étude

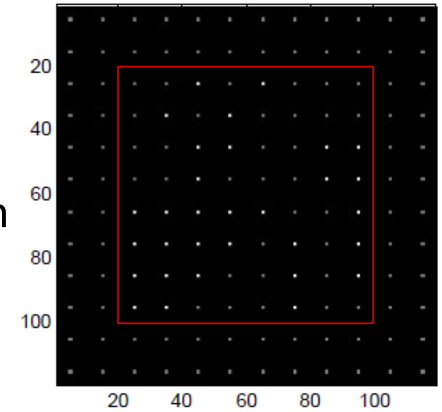
8. Exemple

Déterminer le volume d'un sol contaminé au-delà d'une norme

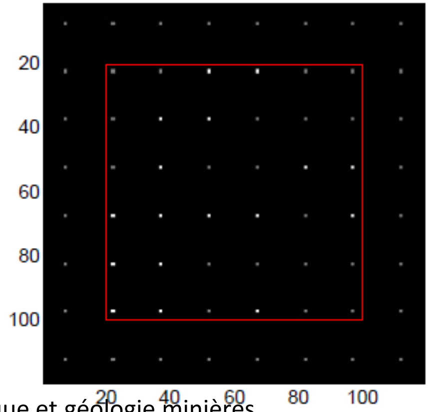
Pas=5m



Pas=10m



Pas=15m



Pas=20m