
 Révision CP1

Question 1

Déterminez si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez votre réponse.

1. $\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{1 + \sin(x)}} dx = 2\sqrt{1 + \sin(x)} + c$
2. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}} dx = (x^2 - 2)\sqrt{1 + x^2} + c$
3. $\int x^5 \sqrt{1 + x^2} dx = x^5 \sqrt{1 + x^2}$
4. $\int f(x)g(x) dx = \left(\int f(x) dx \right) \left(\int g(x) dx \right)$
5. $\int xf(x) dx = x \int f(x) dx$
6. $\int \sqrt{f(x)} dx = \sqrt{\int f(x) dx}$
7. $\sqrt[5]{33} \approx \frac{161}{80}$.

Question 2

Vérifiez si les hypothèses du théorème de Rolle sont satisfaites et Déterminez la valeur c du théorème de Rolle.

1. $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$, pour $x \in [-1, 1]$.
2. $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$, pour $x \in [1/2, 2]$

Question 3

Soit $f(x) = \arctan(x)$, pour $x \in [-1, 1]$.

Déterminez la valeur c du théorème de Lagrange. Après avoir vérifié les hypothèses de ce théorème.

Question 4

Soit $f(x) = \left(\ln(x^2) \right) \left(\ln(2x) \right)$, et $g(x) = \left(\ln(2x) \right)^2 + \left(\ln x \right)^2$. pour $x \in]0, +\infty[$.

Appliquez le corollaire 2 du théorème de Lagrange aux fonctions g et f . Déterminez la valeur C .

Question 5

Soit $f(x) = \left(\ln(x^2) \right) \left(\ln(2x) \right) - \left(\ln(2x) \right)^2 - \left(\ln x \right)^2$. pour $x \in]0, +\infty[$.

Appliquez le corollaire 1 du théorème de Lagrange à la fonctions f . Déterminez la valeur C .

Question 6

Montrez que $\ln(x+1) \geq \frac{x}{x+1}$, $\forall x \in [0, +\infty[$.

Question 7

Calculez les intégrales suivantes, en précisant s'il y a lieu les changements de variable.

1. $\int \frac{\cos(\ln(t))}{t} dt.$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin(x)}.$

3. $\int x^3 \sqrt{x^2+1} dx.$

4. $\int \frac{(1-x)^2}{x^2} dx.$

5. $\int \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx.$

6. $\int \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 1} dx.$