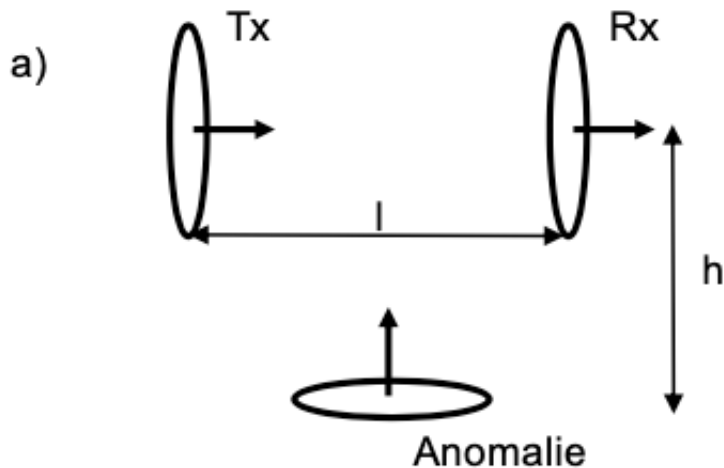


```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Exercice 1 et 2

A)



Dans ce cas, nous avons un dipôle d'émission orienté en x pour le champ primaire, et un dipôle orienté en z pour le champ secondaire. Ainsi, pour M_{01} , nous aurons:

$$M_{01} = \frac{\phi_{01}}{I_0} \quad (1)$$

$$= \frac{\mu_0 \mathbf{H} \cdot -S_a \mathbf{e}_z}{I_0} \quad (2)$$

$$= -\frac{\mu_0 H_z S_a}{I_0} \quad (3)$$

Pour un dipôle orienté en x, la composante en z est donné la composante x d'un dipôle en z:

$$H_z = \frac{IS}{4\pi r'^3} \frac{3z'x'}{r'^2} \quad (4)$$

À noter ici que x' et z' on comme référence le centre de la boucle transmettrice. dans notre cas, $z' = h$ et $x' = x - l/2$. Ce qui donne une inductance mutuelle de:

$$M_{01} = -3\mu_0 \frac{S_t S_a}{4\pi(h^2 + (x - l/2)^2)^{5/2}} h(x - l/2) \quad (5)$$

Entre la boucle réceptrice et émettrice, nous devons prendre la composante en x du dipôle orienté en x:

$$M_{02} = -\mu_0 \frac{S_t S_r}{4\pi r^3} \left(\frac{3z^2}{r^2} - 2 \right) \quad (6)$$

$$= -\mu_0 \frac{S_t S_r}{2\pi l^3} \quad (7)$$

Enfin, l'inductance mutuelle entre l'anomalie et la boucle réceptrice est:

$$M_{12} = \frac{\phi_{12}}{I_1} \quad (8)$$

$$= \frac{\mu_0 \mathbf{H} \cdot S_r \mathbf{e}_x}{I_1} \quad (9)$$

$$= \frac{\mu_0 H_x S_r}{I_1} \quad (10)$$

$$= \frac{I_1 S_a}{4\pi r^3} \frac{3z'x'}{r'^2} \frac{\mu_0 S_r}{I_1} \quad (11)$$

$$= \frac{3\mu_0 S_r S_a}{4\pi r'^5} z'x' \quad (12)$$

Adoptant le système de coordonnées avec un x centré sur l'anomalie, $z = h$ et $x- > x + l/2$

$$M_{12} = \frac{3\mu_0 S_r S_a}{4\pi(h^2 + (x + l/2)^2)^{5/2}} h(x + l/2) \quad (13)$$

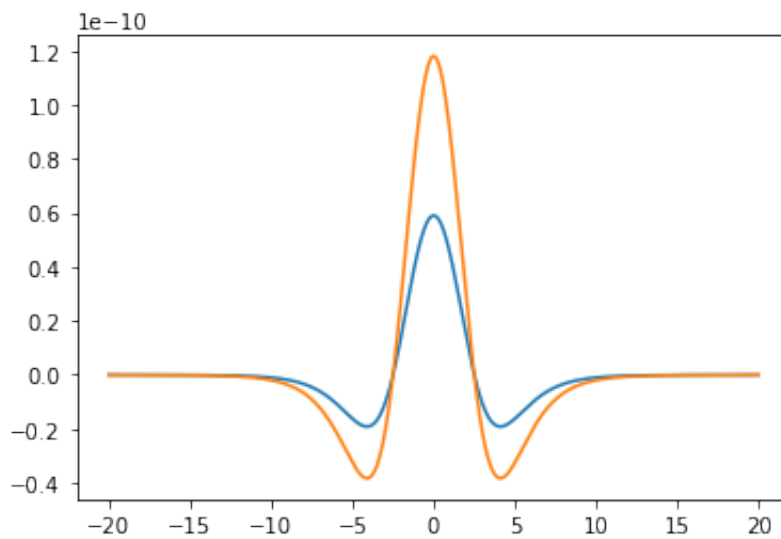
Il est donc possible de calculer les rapports du champ secondaire et primaire.

$$\frac{H_s}{H_p} = \frac{M_{01} M_{12}}{M_{02} L} \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \exp i(\pi/2 + \tan^{-1} \alpha) \quad (14)$$

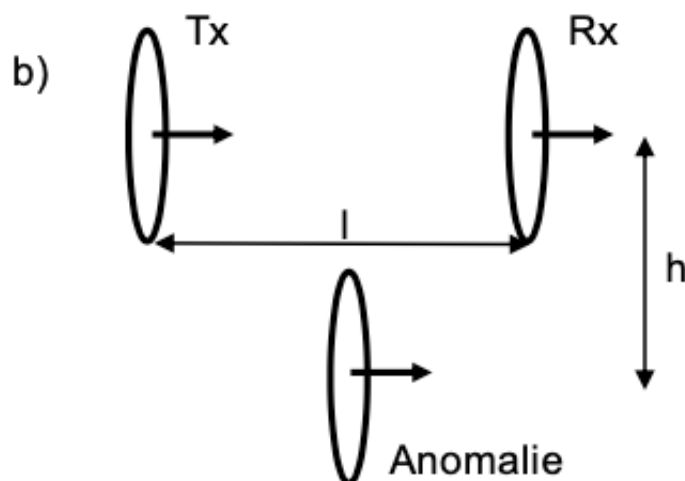
```
In [34]: x = np.arange(-20, 20, 0.01)
l = 5
h = 5
u0 = 4 * np.pi * 10**-7
a = 0.5

M01 = -3*u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x-l/2)**2)**(5/2)) * h * (x - l/2)
M02 = -u0 / (2*np.pi*l**3)
M12 = 3*u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x+l/2)**2)**(5/2)) * h * (x + l/2)
v = M01 * M12 / M02 * a / np.sqrt(1+a**2) * np.exp(-1j * ( np.pi/2 + np.arct
```

```
In [35]: plt.plot(x, np.real(v))
plt.plot(x, np.imag(v))
plt.show()
```



B)



Nous avons la même inductance mutuelle qu'en a) entre la réceptrice et émettrice:

$$M_{02} = -\mu_0 \frac{S_t S_r}{4\pi l^3} \quad (15)$$

Entre l'anomalie et la boucle réceptrice et émettrice, nous avons la composante en x pour un dipôle en x, donc:

$$H_x = -\frac{IS}{4\pi r'^3} \left(\frac{3z'^2}{r'^2} - 2 \right) \quad (16)$$

Pour Tx:

$$H_x = -\frac{IS}{4\pi(h^2 + (x - l/2)^2)^{3/2}} \left(\frac{3h^2}{(h^2 + (x - l/2)^2)} - 2 \right) \quad (17)$$

Pour Rx:

$$H_x = -\frac{IS}{4\pi(h^2 + (x + l/2)^2)^{3/2}} \left(\frac{3h^2}{(h^2 + (x + l/2)^2)} - 2 \right) \quad (18)$$

Les inductances sont donc:

$$M_{01} = \frac{\phi_{01}}{I_0} \quad (19)$$

$$= \frac{\mu_0 \mathbf{H} \cdot S_a \mathbf{e}_x}{I_0} \quad (20)$$

$$= \frac{\mu_0 H_x S_a}{I_0} \quad (21)$$

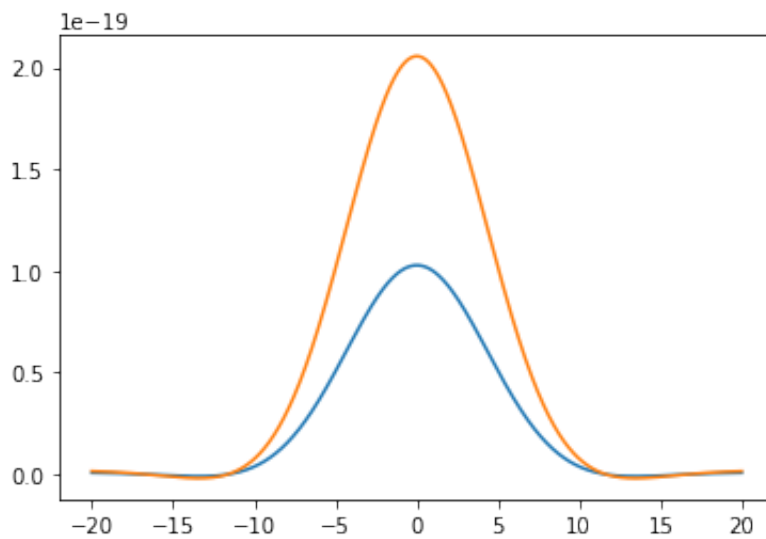
$$= -\frac{\mu_0 S_a S_T}{4\pi(h^2 + (x - l/2)^2)^{3/2}} \left(\frac{3h^2}{(h^2 + (x - l/2)^2)} - 2 \right) \quad (22)$$

$$M_{12} = -\frac{\mu_0 S_a S_R}{4\pi(h^2 + (x + l/2)^2)^{3/2}} \left(\frac{3h^2}{(h^2 + (x + l/2)^2)} - 2 \right) \quad (23)$$

```
In [30]: x = np.arange(-20, 20, 0.01)
l = 5
h = 20
u0 = 4 * np.pi * 10**-7
a = 0.5

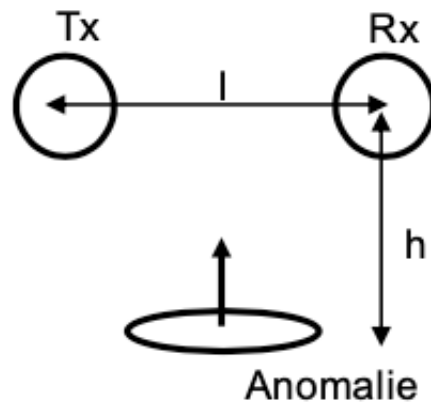
M01 = -u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x-l/2)**2)**(5/2)) * (3*h**2 / (h**2 + (x-l/2)
M02 = -u0 / (2*np.pi*l**3)
M12 = - u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x+l/2)**2)**(5/2)) * (3*h**2 / (h**2 + (x+l/
v = M01 * M12 / M02 * a / np.sqrt(1+a**2) * np.exp(-1j * ( np.pi/2 + np.arct
```

```
In [31]: plt.plot(x, np.real(v))
plt.plot(x, np.imag(v))
plt.show()
```



C)

c)

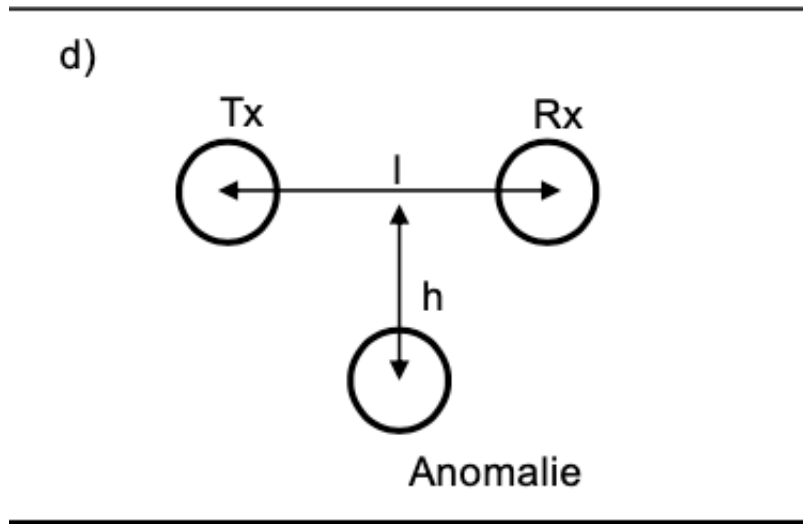


Dans ce cas, le transmetteur est un dipôle en y, tandis que l'anomalie est une boucle dont la normal est en z. Quand $y=0$, la composante en z du dipôle est toujours nulle:

$$H_z = \frac{IS}{4\pi r^3} \frac{3zx}{r^2} = 0 \quad (24)$$

Ainsi, l'anomalie est toujours nulle dans ce cas.

D)



Dans ce cas, tous les dipôles et les normales des boucles sont en y . Dans tous les cas, nous aurons ainsi un champ magnétique de la forme:

$$H_y = -\frac{IS}{4\pi r^3} \left(\frac{3(z^2 + x^2)}{r^2} - 2 \right) \quad (25)$$

sachant que $y = 0$ et donc que $r^2 = x^2 + z^2$:

$$M_{ij} = -\frac{\mu_0 S_i S_j}{4\pi r^3} (3 - 2) \quad (26)$$

$$= -\frac{\mu_0 S_i S_j}{4\pi r^3} \quad (27)$$

Entre la transmetteur et la boucle, $z' = h$ et $x' = x - l/2$:

$$M_{01} = -\frac{\mu_0 S_i S_j}{4\pi (h^2 + (x - l/2)^2)^{3/2}} \quad (28)$$

Entre l'anomalie et le receveur:

$$M_{12} = -\frac{\mu_0 S_i S_j}{4\pi (h^2 + (x + l/2)^2)^{3/2}} \quad (29)$$

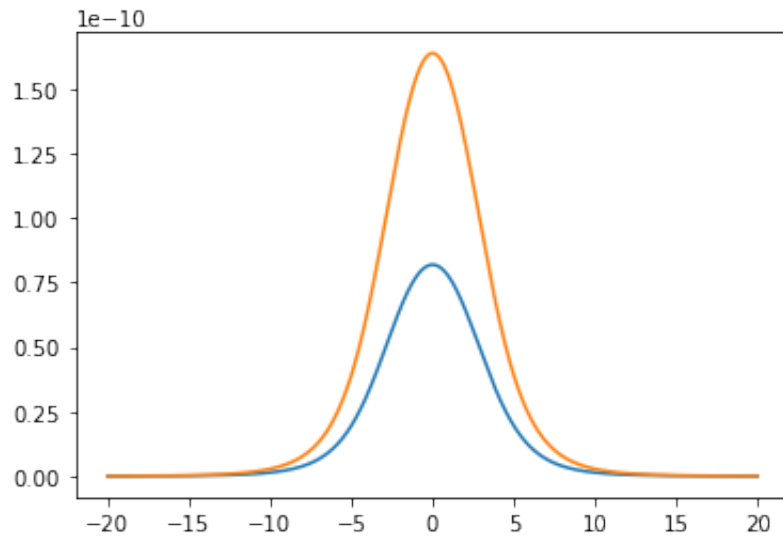
Entre le transmetteur et le receveur:

$$M_{02} = -\frac{\mu_0 S_i S_j}{4\pi l^3} \quad (30)$$

```
In [32]: x = np.arange(-20, 20, 0.01)
l = 5
h = 5
u0 = 4 * np.pi * 10**-7
a = 0.5

M01 = -u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x-l/2)**2)**(3/2))
M02 = -u0 / (4*np.pi*l**3)
M12 = - u0 / (4*np.pi*(h**2 + (x+l/2)**2)**(3/2))
v = M01 * M12 / M02 * a / np.sqrt(1+a**2) * np.exp(-1j * ( np.pi/2 + np.arct
```

```
In [33]: plt.plot(x, np.real(v))
plt.plot(x, np.imag(v))
plt.show()
```



```
In [42]: np.sqrt(2/4/np.pi/10**-7*100/2/np.pi/3.6/1000)
```

```
Out[42]: 83.88202017414507
```

```
In [45]: (1/0.1**2-1)/4
```

```
Out[45]: 24.749999999999996
```

```
In [ ]:
```

```
In [ ]:
```