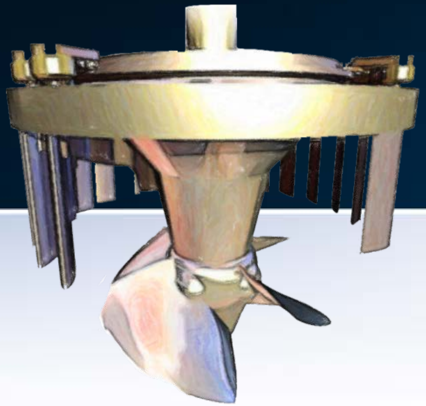
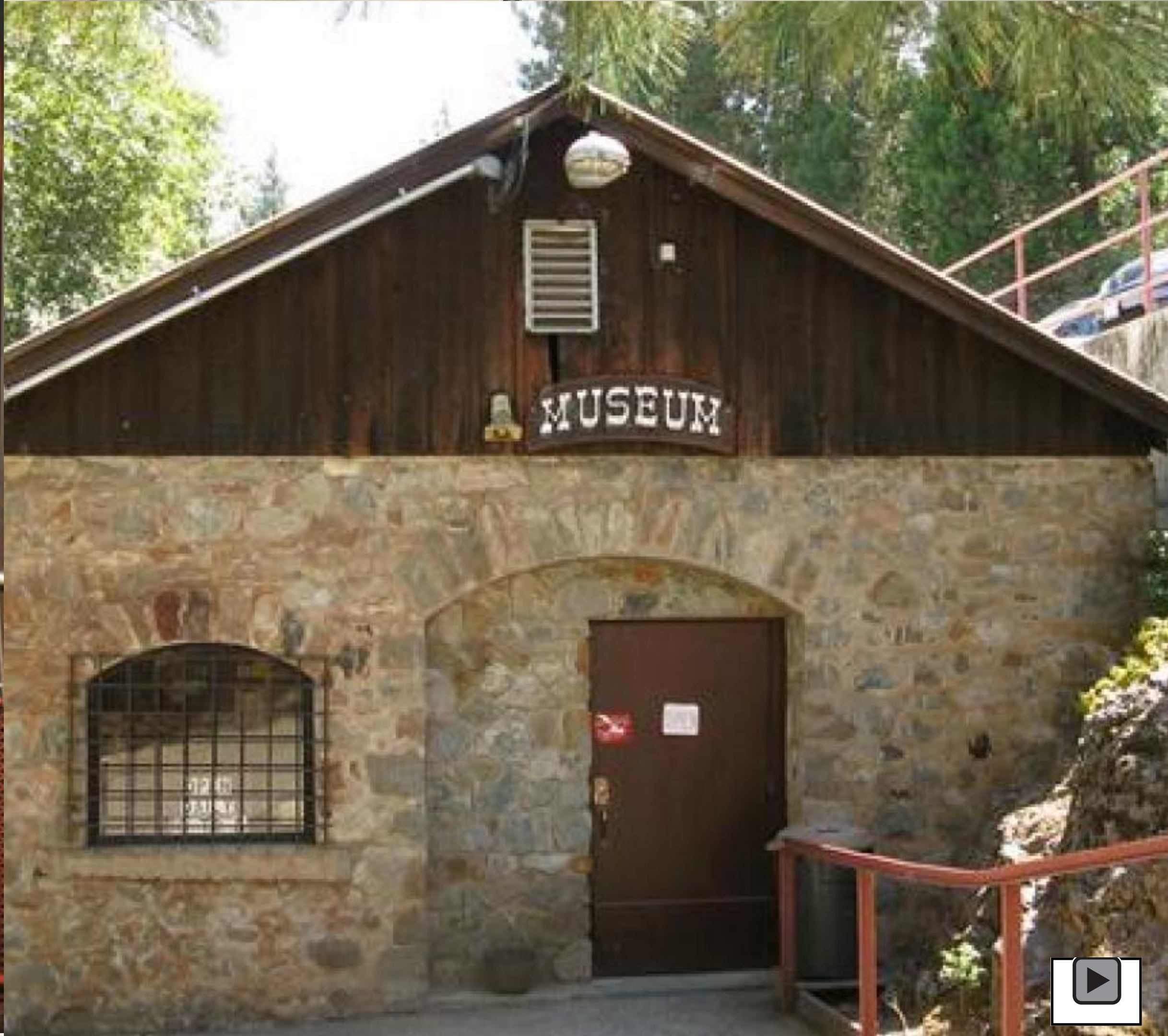
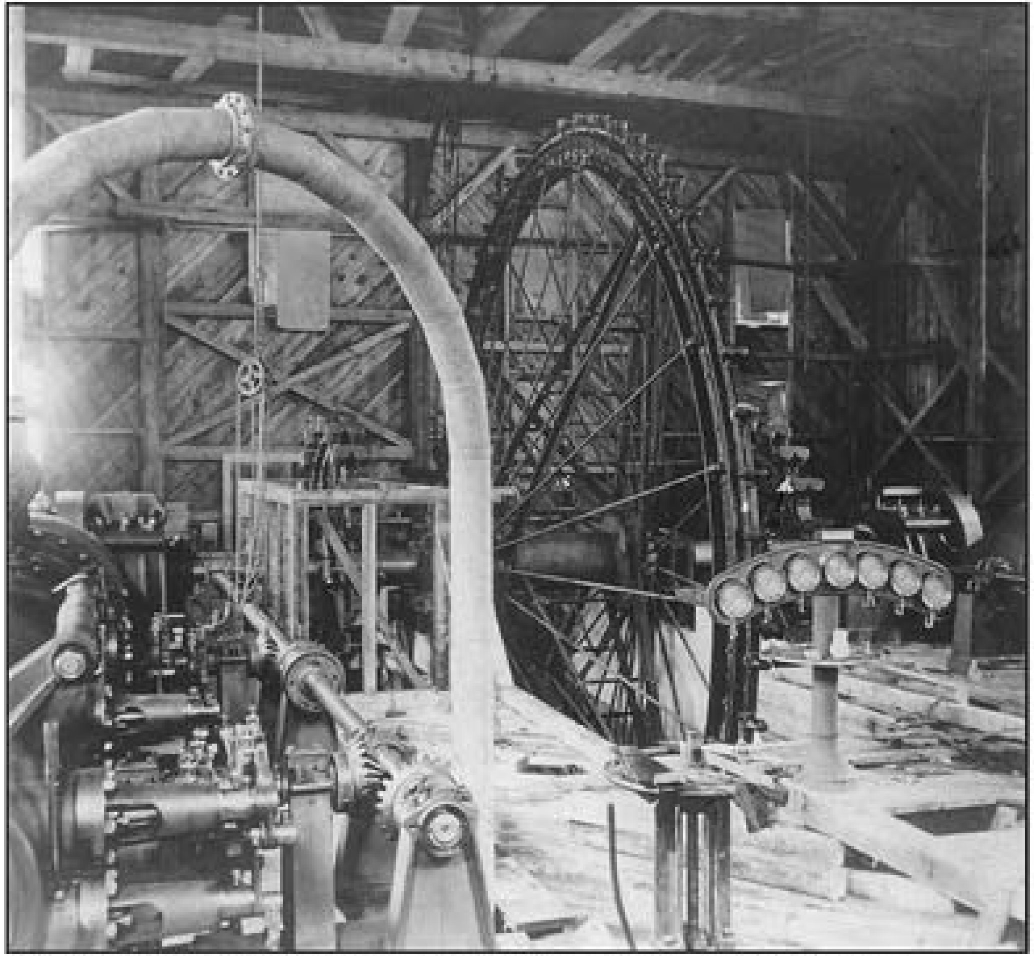
Turbomachines



NRJ EN ROTATION

Turbine Pelton

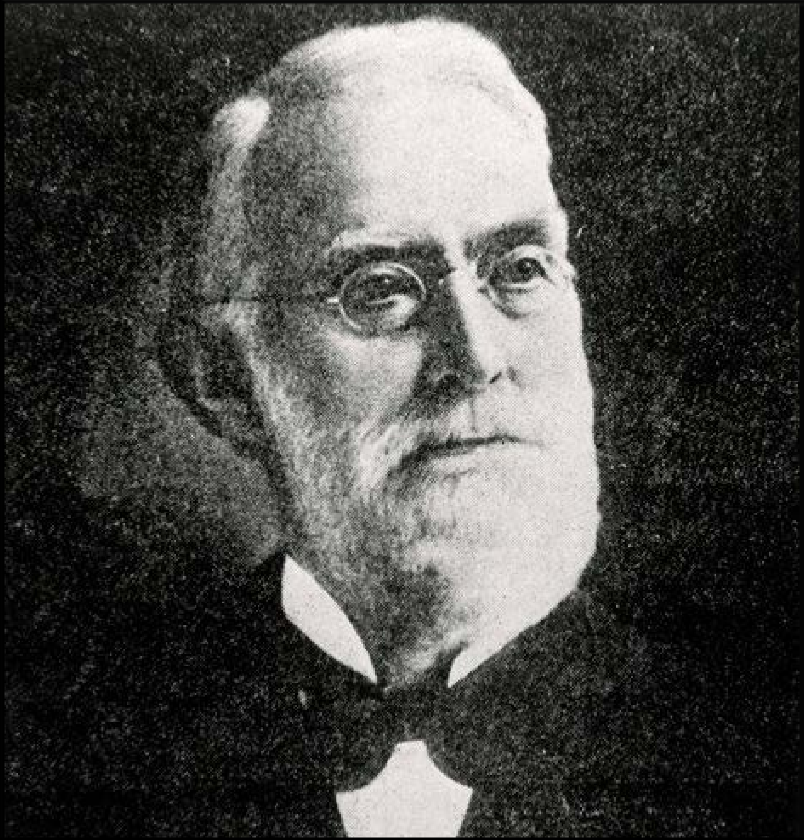

MUSEUM



33-foot Pelton with two eleven-foot Peltons, Morning Mine, Mullan, Idaho, 1900.

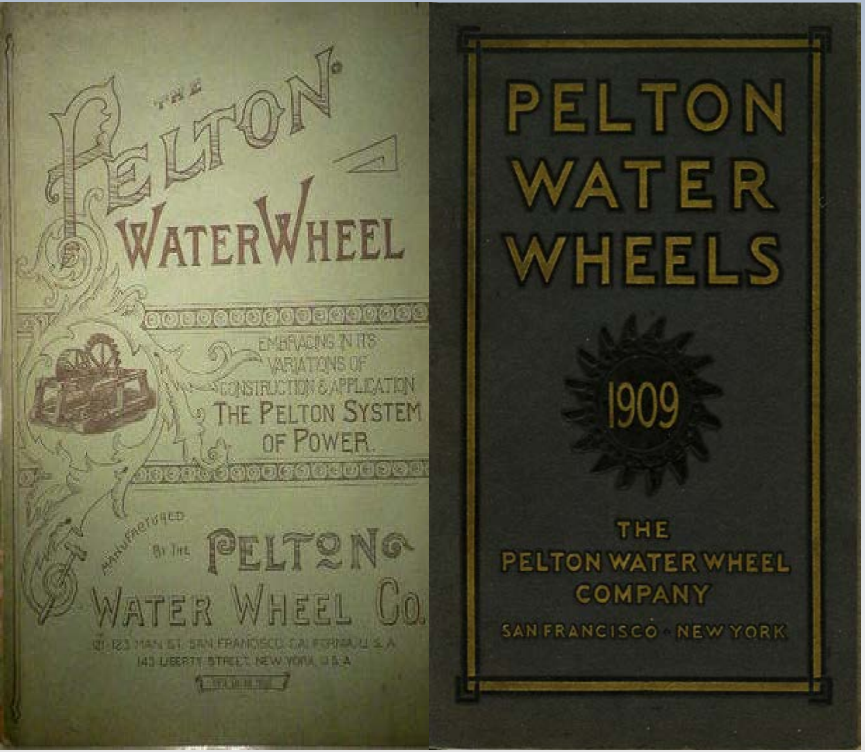
30 foot water wheel with Risdon cups, North Star Power House, Grass Valley, CA, 1895.

M. Lester Pelton



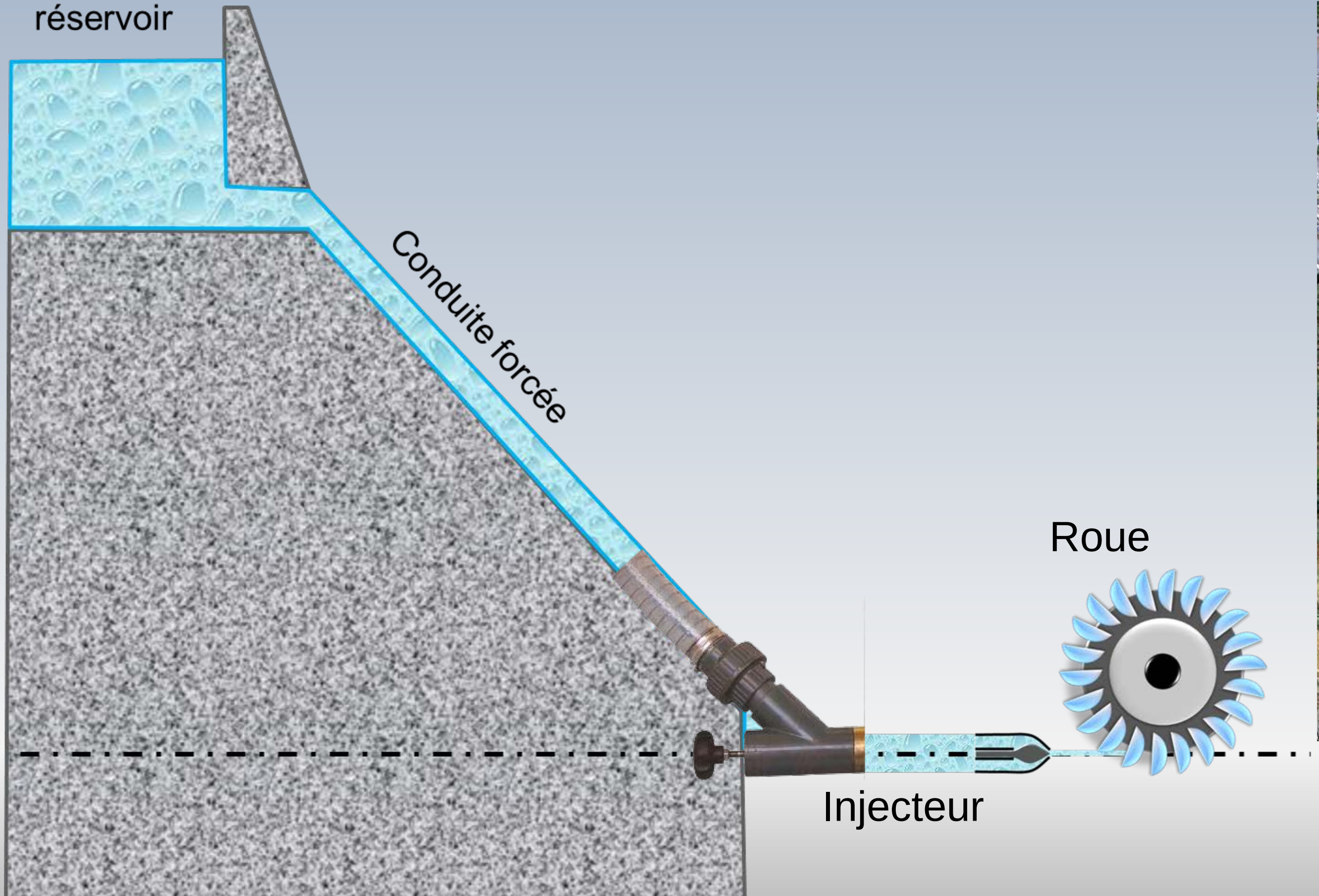
Brévet No. 233,692, en 1889

Livre

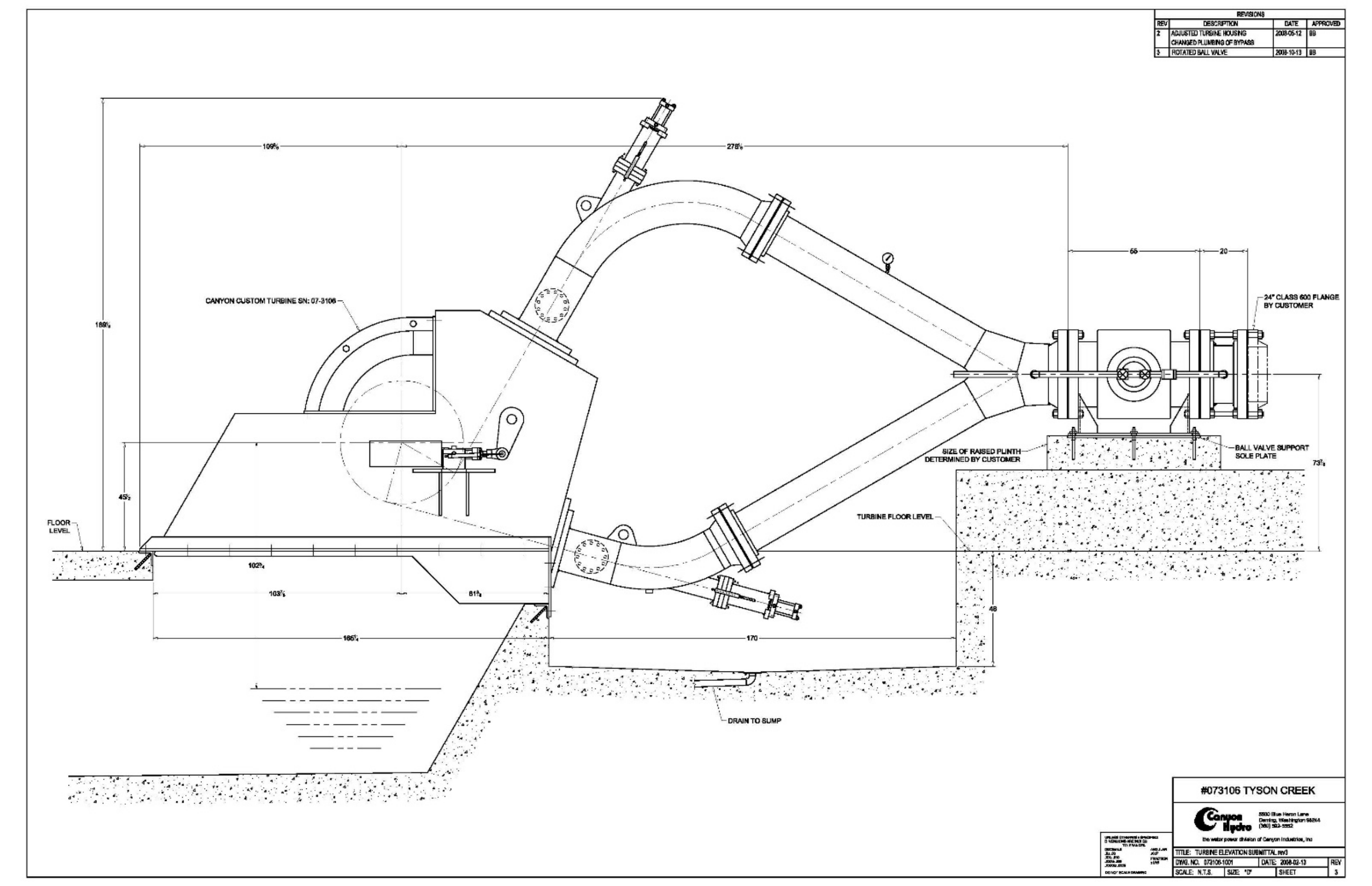


"Pelton water turbine or wheel is a rotor driven by the impulse of a jet of water upon curved buckets fixed to its periphery; each bucket is divided in half by a splitter edge that divides the water into two streams. The buckets have a two-curved section which completely reverses the direction of the water jet striking them."

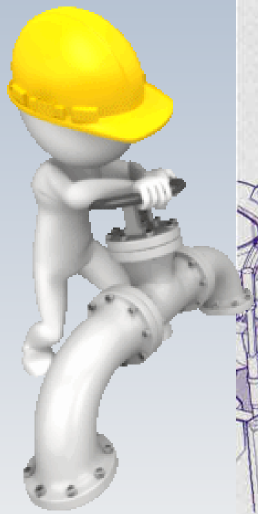
Aménagement

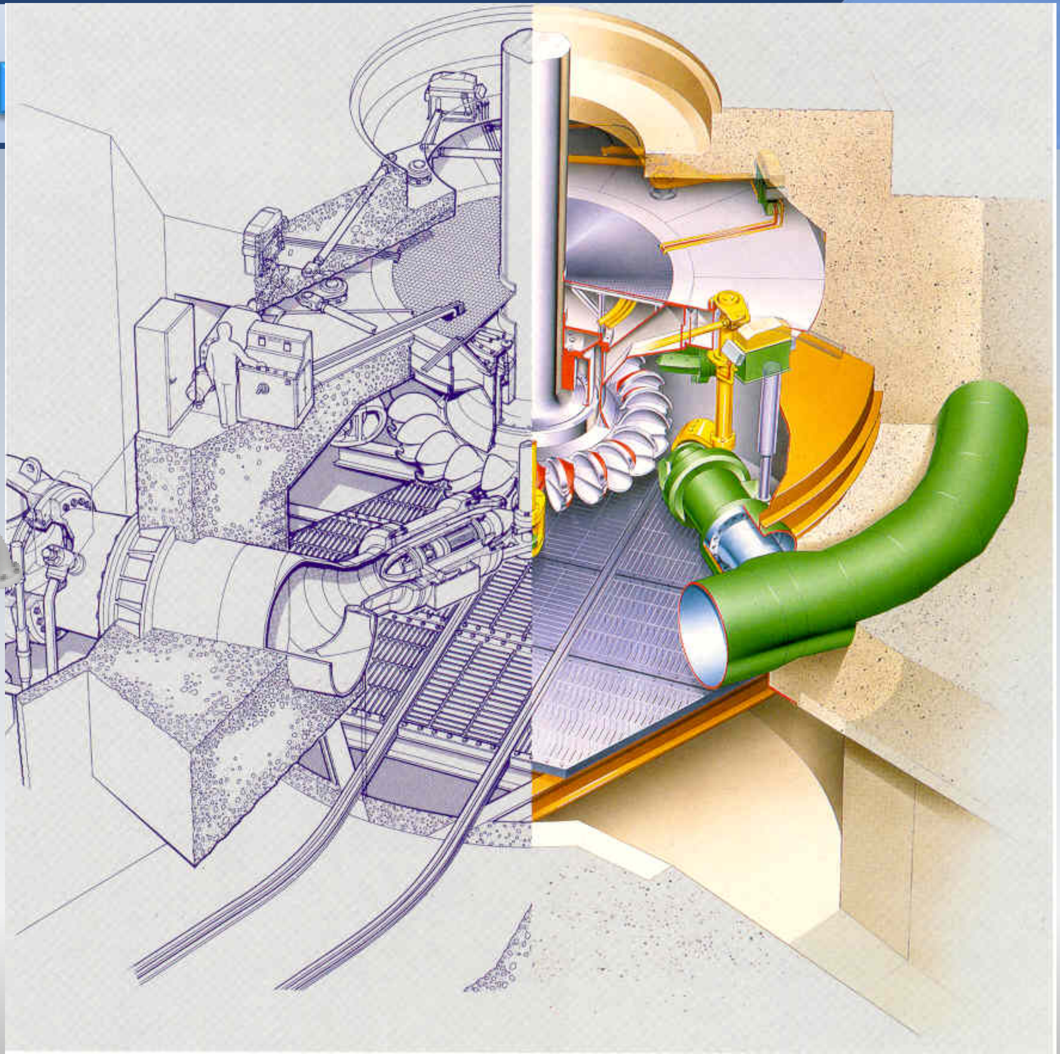


Plan d’ingénierie



Plan d'i

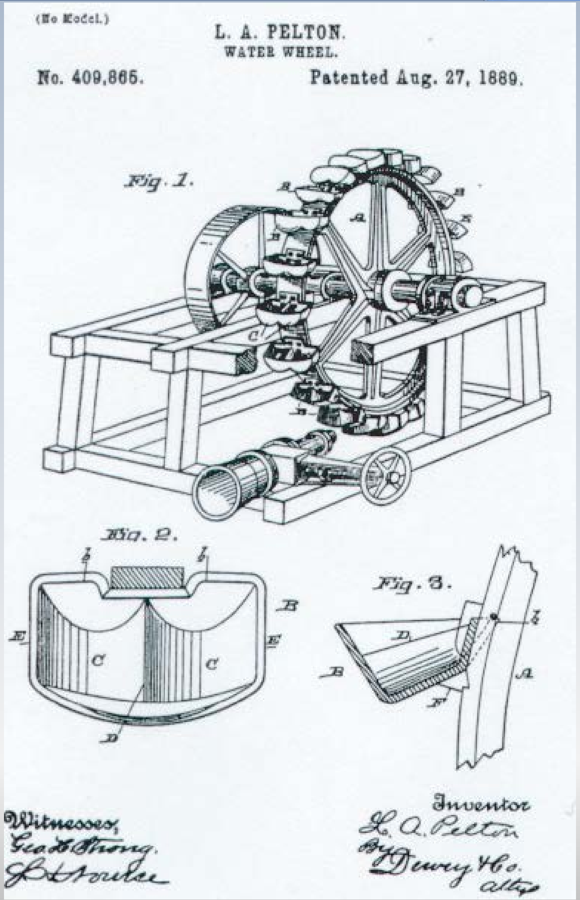




Brévet No. 233,692 en 1889

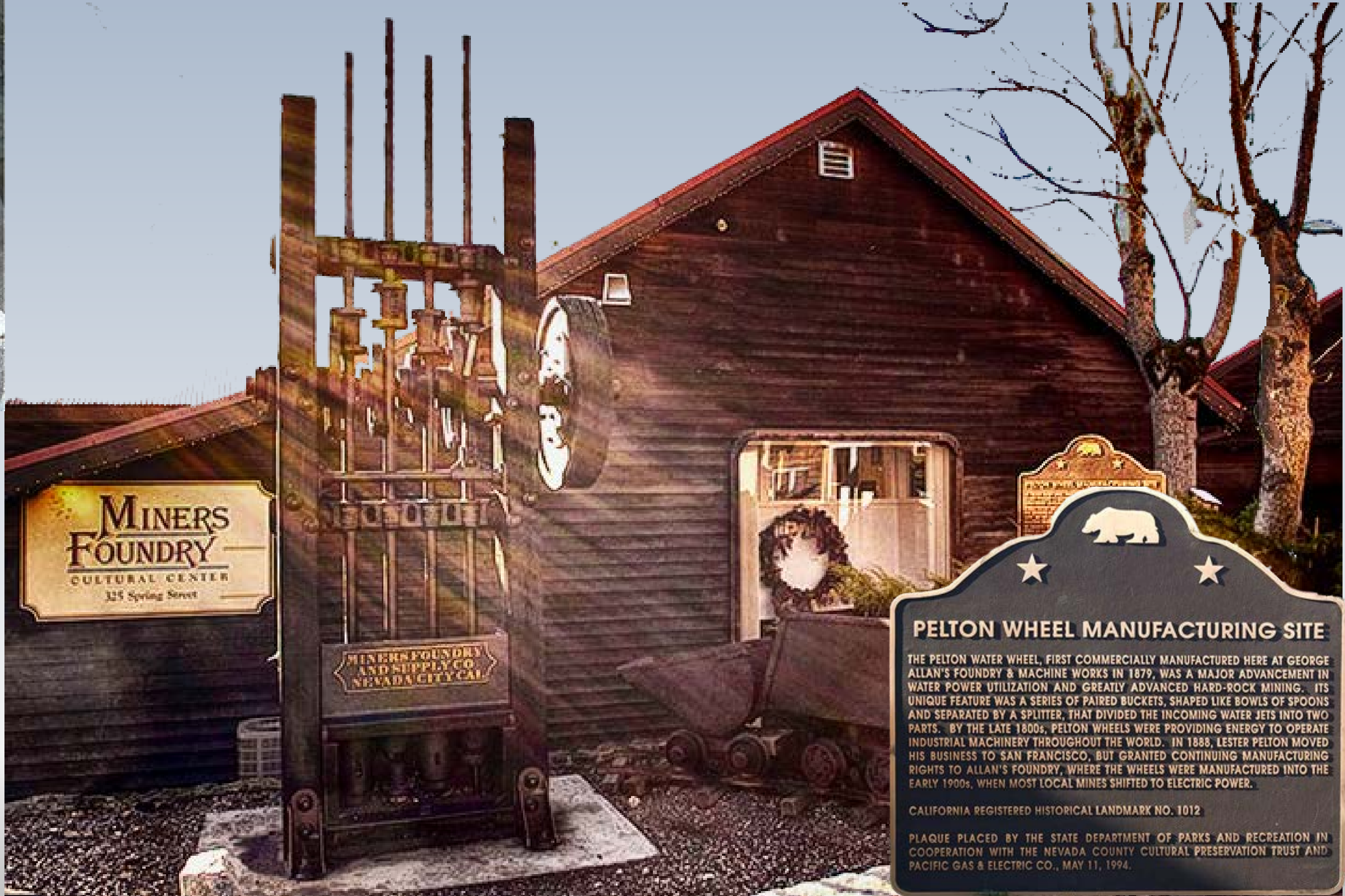
“My invention relates to certain improvements in water wheels of that class which are **driven by the momentum of a stream** of water delivered into buckets on the periphery of a wheel through a suitable discharge nozzle and under a high pressure . . . **The stream of water is divided into two parts** by a central ride which directs the current of water into the curved bottoms of the two halves of the bucket, from which it passes out over the flaring or divergent sides of the bucket, so as **to escape smoothly and utilize the full reactionary force of the escaping stream, in addition to the direct force of the impinging jet.”**

Brévet No. 233,692 en 1889



Miners’ Foundry

En 1890, le prix d'une roue de 6 pieds, capable d’opérer avec des chutes de 50 à 500 pieds et de développer de 24 à 755 chevaux, entièrement installée, était de 400 $ à 550 $

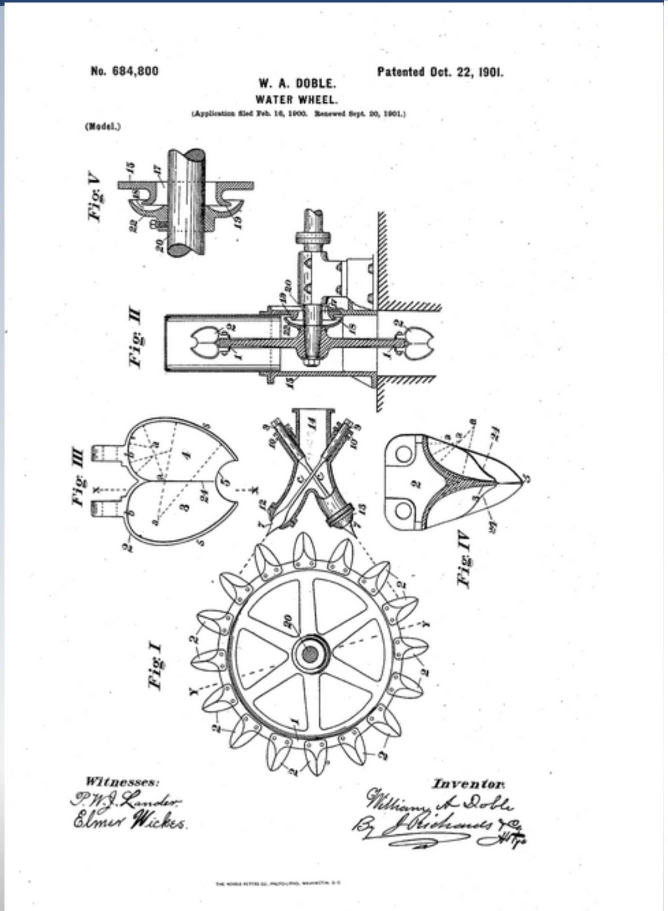


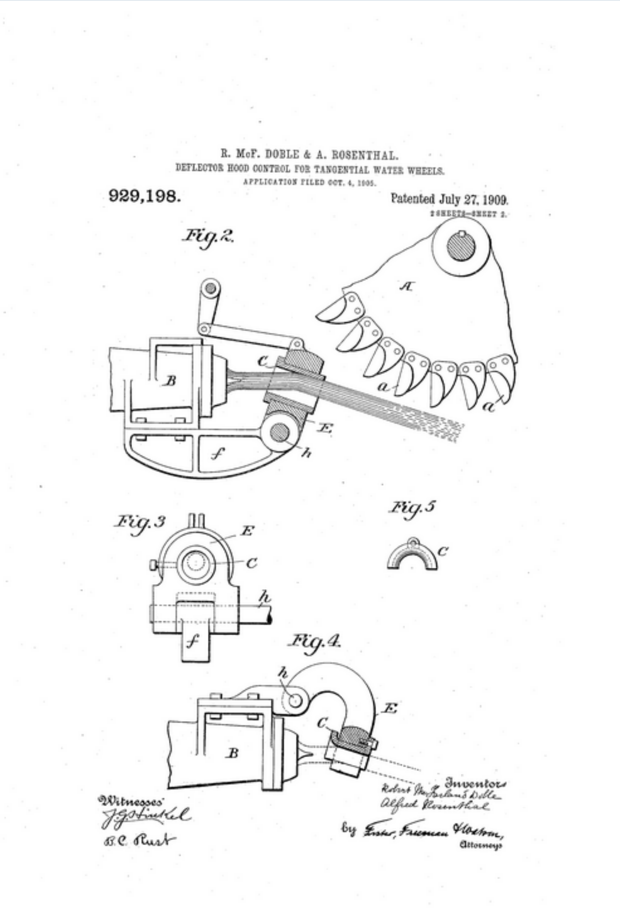
Aussi un pionnier

On reconnait à M. Abner Doble, un entrepreneur de San Francisco, des contributions originales pour l'amélioration de la turbine *tangentielle,* incluant l'efficacité des injecteurs ainsi que la forme ellipsoïdale des augets.

Les compagnies fondées par M. Pelton et M. Doble se sont fusionnées en 1912 avec M. William Double, fils de M. A. Double, étant l'ingénieur en chef de la compagnie.

Brévets de A.Doble





Un premier livre de W.A.Doble

WATER WHEELS OF IMPULSE TYPE.

By

W. A. DOBLE, Mem. Am. Soc. C. E.
Chief Engineer, Pelton Water Wheel Co.,
San Francisco, Calif., U. S. A.

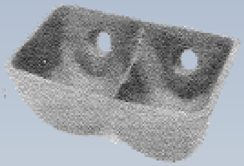
INTRODUCTORY.

The modern development of this type of hydraulic prime-mover dates back to the "hurdy-gurdy" water wheel constructed by the early gold miners of California. The history of the wheel will be found in Volume 29, 1899, Transactions of The American Institute of Mining Engineers, Page 852,—"The Tangential Water Wheel".

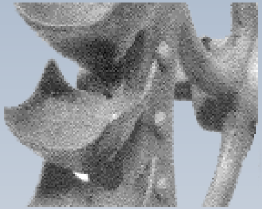
The wheel has been designated by several different names, viz; "Impulse", "Impulse-reaction", "Free-jet", "Spoon-wheel", "Tangential" and "Pelton", but in view of the fact that Pelton developed the characteristic dividing wedge of the buckets, and was the first to develop the wheel from the commercial standpoint, the engineering world has adopted the name "Pelton Wheel" as being synonymous of the type, as it is a distinct type of hydraulic prime-mover, differing radically in principle from the pressure types and the various forms of partial turbines developed in Europe and in the eastern part of the United States.

Évolution des augets

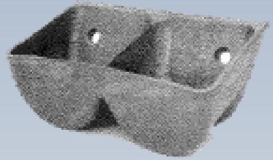
Knight
1875



Pelton “classique”
1880

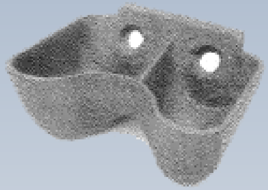


Donnelly
1882



Pelton Mod. No 1
1890

Pelton Mod. No 2
1890



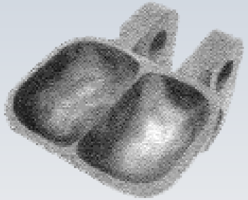
Pelton Mod. No 3
1891

Ridson
1895

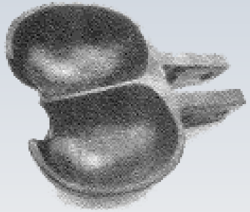
Tuthill
1895

Hug
1897

Hendy



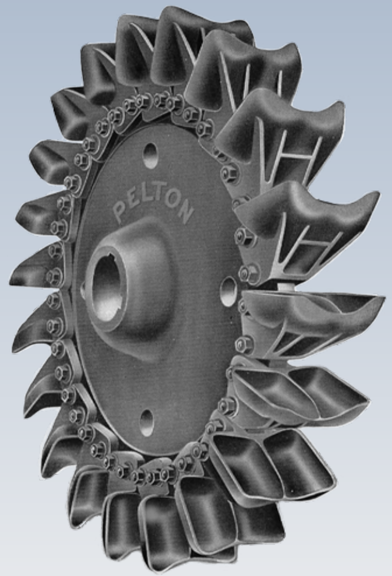
Pelton-Doble No 1
1898



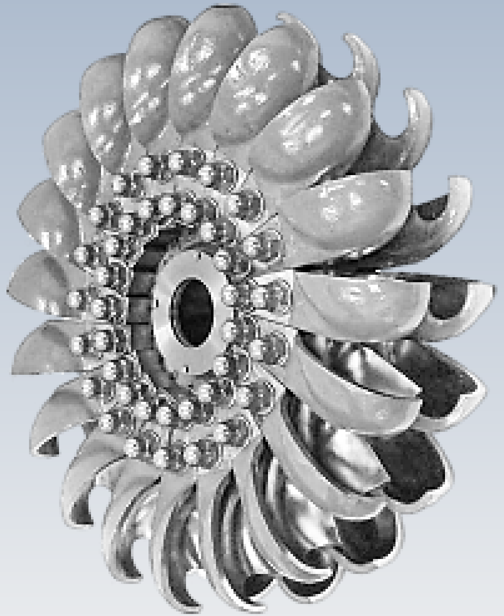
Pelton-Doble No 2
1903

R.A. Kraft, R.. H. Samay. “The tangentilal impulse water wheel in the california gold mining”, The bulletin of the Peak District Mines Historical Society . Vol15 Nos 4/5,2004.

Évolution



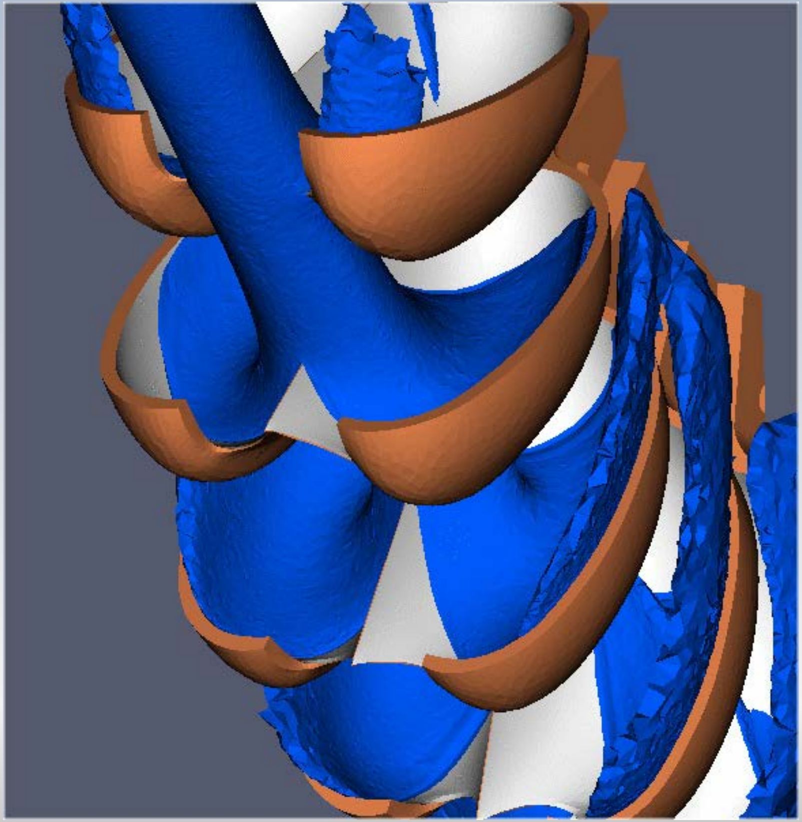
1909



2009

Évolution

Réel et virtuel



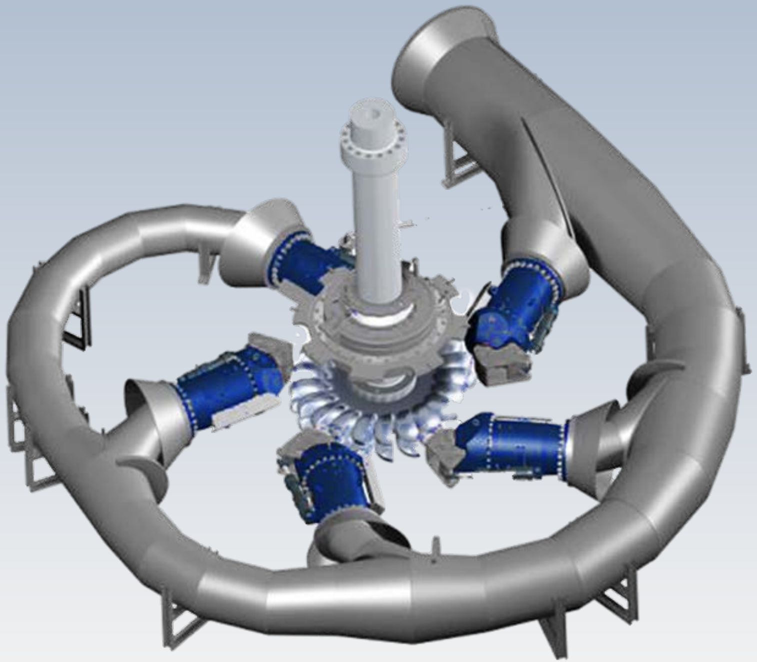
La plus grande au monde

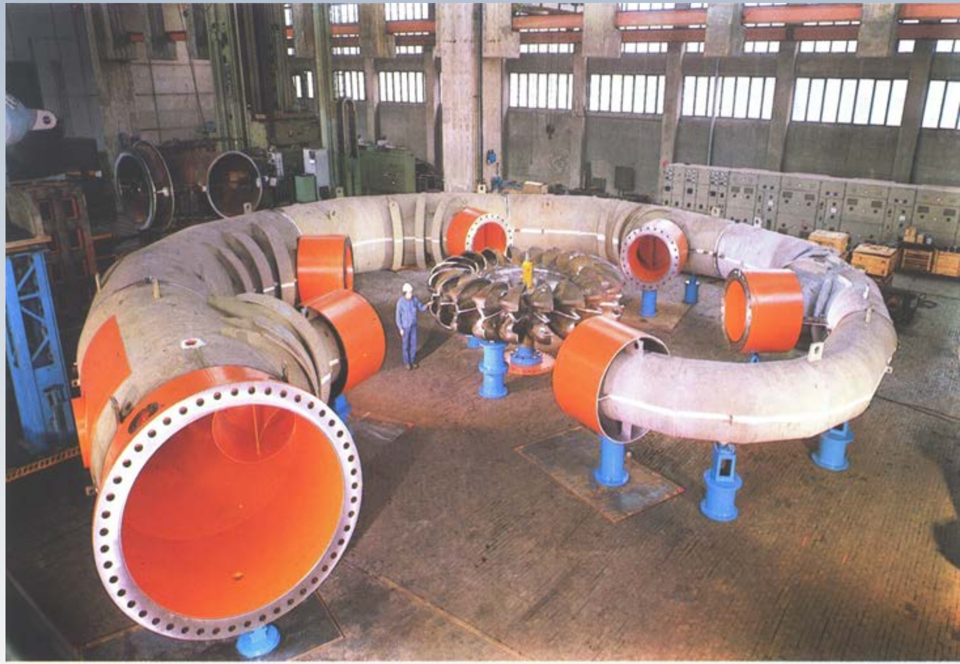
Net head, maximum	1'869 m
Net head, minimum	1'633 m
Rated output (per unit)	423 MW
Rated discharge	25 m^3/s
Rotational speed	428,6 rpm
No. of units	3
No. of jets (per unit)	5
No. of buckets (per runner)	26
Outer diameter of runner	4'630 mm
Turbine contractors	Sulzer Hydro, Hydro Vevey

Table 1: Main data of the Bieudron turbines

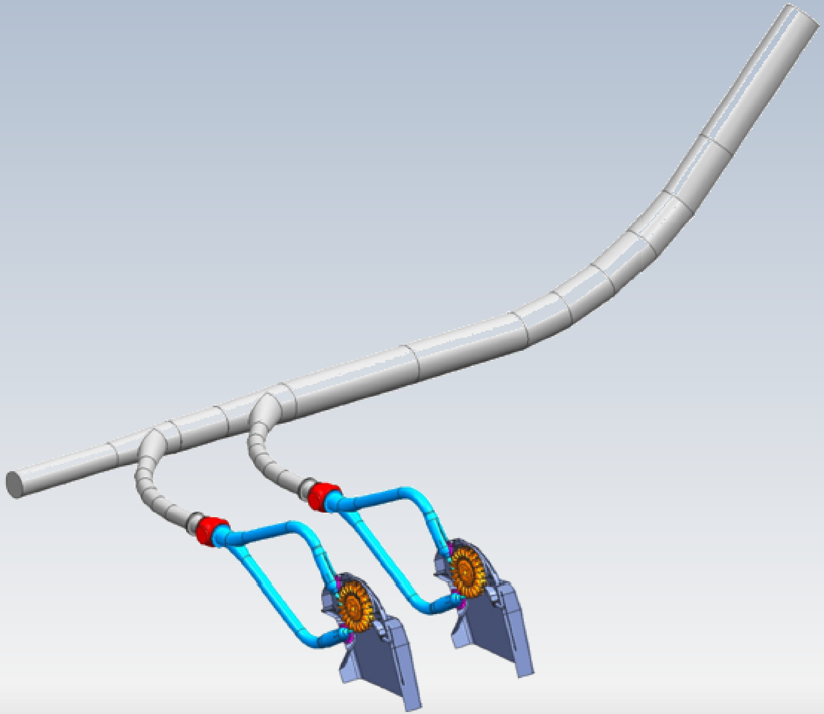
La centrale hydroélectrique de Bieudron détient trois records mondiaux (état en 2010) : La plus haute chute d'eau (1880 mètres), la plus grande puissance par turbine Pelton, (400 MW), la plus grande puissance par pôle des alternateurs, (35,7 MVA)

Distributeur 5-6 injecteurs





Distributeur 2 injecteurs



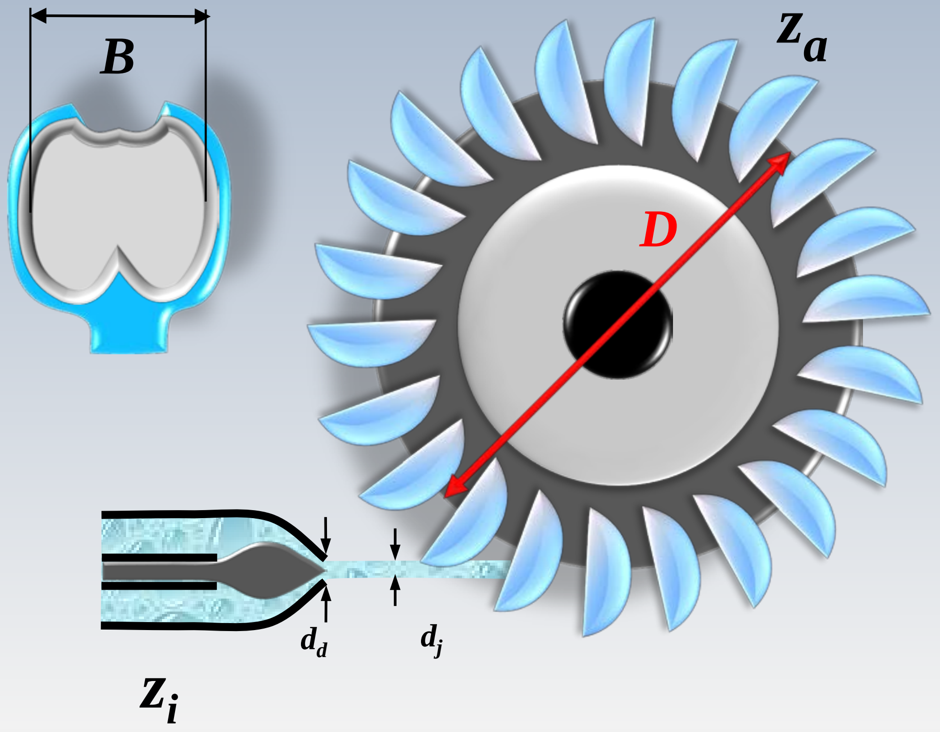
Le barrage de Kölnbrein

Cet ouvrage est un barrage-voûte situé en Autriche. Il est composé d’u système de pompage-turbinage à trois étages qui comprend neuf barrages, quatre centrales hydroélectriques et une série de conduites et de conduites forcées.

L'étage principal est exploité par quatre turbines Pelton d'une puissance installée de 730 MW.

Source: Wikipédia

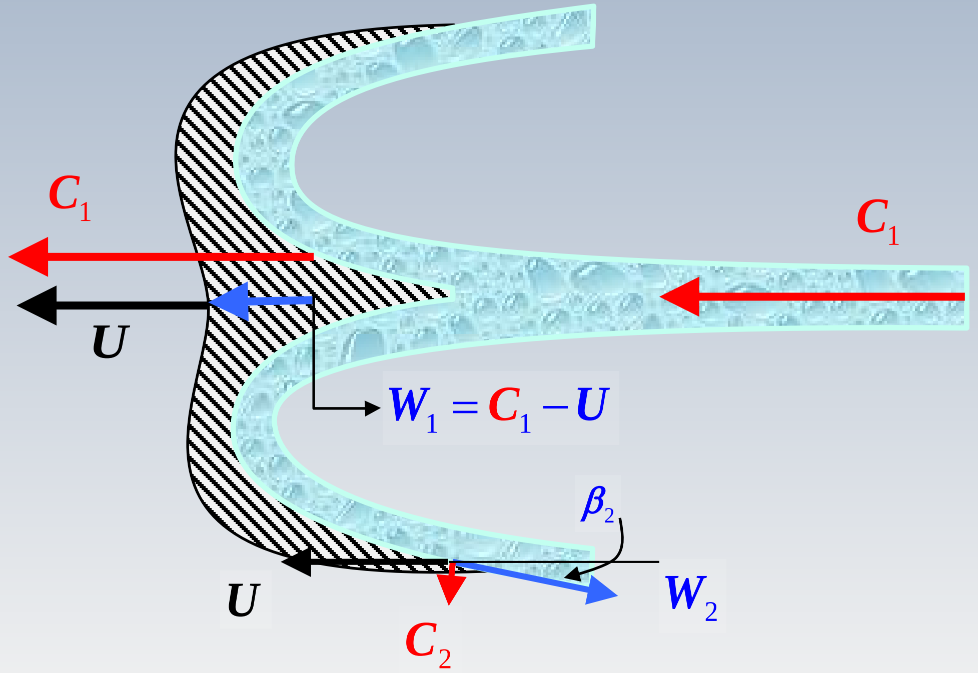
Paramètres



- d_d : diamètre de la buse
- d_j : diamètre du jet
- D : diamètre de référence
- z_a : nombre d'augets
- z_i : nombre d'injecteurs

Puissance idéale

$$(W+U)_1^2 = C_1^2$$

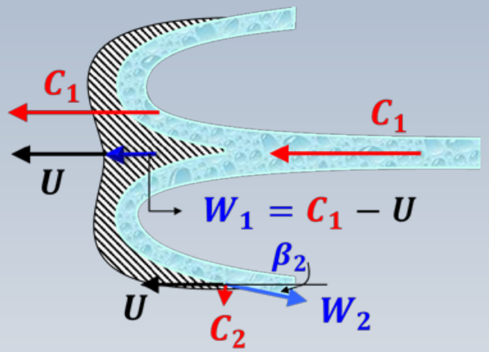


$$W_2^2 + U^2 - 2W_2U\cos\beta_2 = C_2^2$$

Puissance idéale

$$H_{idéal} = \frac{C_{1u}U_1 - C_{2u}U_2}{g}$$

$$U_1 = U_2 = U$$



$$H_{idéal} = \frac{C_1^2 - C_2^2}{2g} + \cancel{\frac{U_1^2 - U_2^2}{2g}} + \cancel{\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}}$$

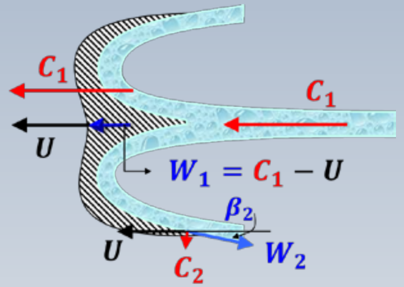
$$W_1 = W_2 = W = V_{jet} - U$$

cas idéal

Puissance idéale

$$(W+U)_1^2 = C_1^2$$

$$H_{idéal} = \frac{C_1^2 - C_2^2}{2g}$$

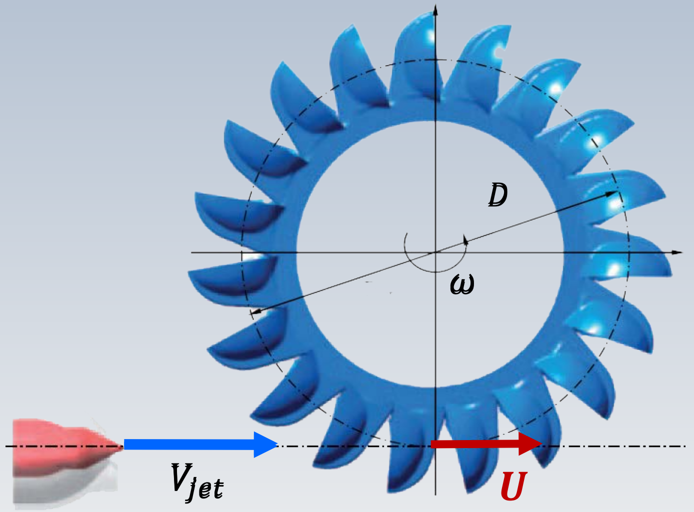


$$W_2^2 + U^2 - 2W_2U\cos\beta_2 = C_2^2$$

$$W_1 = W_2 = W$$

$$H_{idéal} = \frac{UW(1+\cos\beta_2)}{g}$$

Puissance idéale



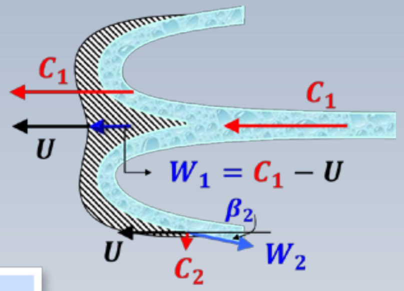
$$H_{idéal} = \frac{UW(1+\cos\beta_2)}{g}$$

$$U = \left(\frac{D}{2}\right)\omega \; = R\omega \qquad W = V_{jet} - U$$

$$\boxed{H_{idéal} = \frac{R\omega(V_{jet} - R\omega)(1+\cos\beta_2)}{g}}$$

Vitesse optimale

$$H_{idéal} = \frac{R\omega(V_{jet} - R\omega)(1 + \cos\beta_2)}{g}$$



$$\frac{dH_{idéal}}{d\omega} = V_{jet} - 2R\omega = 0$$

$$U = R\omega = \frac{V_{jet}}{2}$$

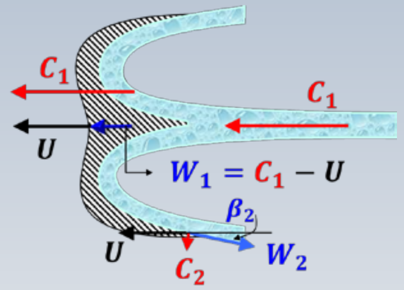
Vitesse optimale

Avant de l'invention de la turbine Pelton, **Antoine Parent** (1666-1716) avait conclut que le rendement maximal d'une roue était obtenu lorsque la vitesse de la pale est égale <u>au tiers</u> de la vitesse du courant

Puissance: cas idéal $\beta_2 \neq 0$

La puissance **idéale** correspond à l'énergie potentielle spécifique fois le débit massique, soit

$$\dot{W}_{idéale} = \dot{m} g H_{idéale} = \rho Q R\omega (V_{jet} - R\omega)(1 + \cos\beta_2)$$



ou encore avec

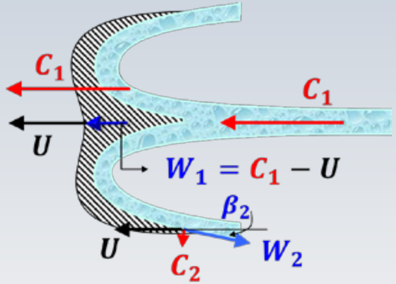
$$W_1 = W_2 = (V_{jet} - R\omega) \qquad U = R\omega$$

$$\dot{W}_{idéale} = \dot{m} g H_{idéale} = \rho Q U W_1 (1 + \cos\beta_2)$$

Coefficients ξ φ

Lors du passage par l'aube, la vitesse relative est ralentie par le frottement du fluide contre la paroi ($W_2 \neq W_1$) Ce phénomène peut être résumé par l'expression $\boldsymbol{W_2 = kW_1}$, avec **0<*k*<1**. La formule pour la puissance devient alors

$$\boxed{\dot{W} = \rho Q R\omega(V_{jet} - R\omega)(1 + k\cos\beta_2)}$$



Coefficients ξ φ

Dans l’industrie, on utilise des coefficients empiriques pour quantifier diverses vitesses dans la turbine en fonction de la vitesse maximale théorique générée par la chute $\boldsymbol{H}$. Pour les turbines Pelton, il est pratique courante d’employer les relations:

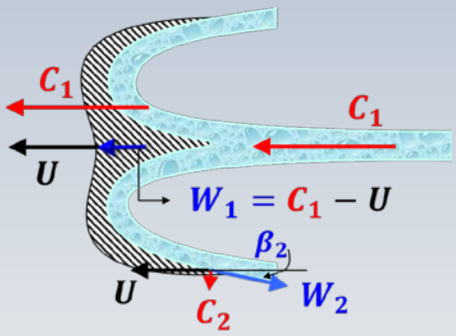
$$u = R\omega = \xi_1 \sqrt{2gH}, \qquad c_1 = V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH}$$

Puissance: cas réel $\beta_2 \neq 0$

De sorte que la formule pour la puissance peut être écrite comme:

$$\boxed{\dot{W} = 2\rho Q g H \xi_1(\varphi_1 - \xi_1)(1 + k\cos\beta_2)}$$

$$\xi_1 \neq \varphi_1$$



et le rendement de la roue

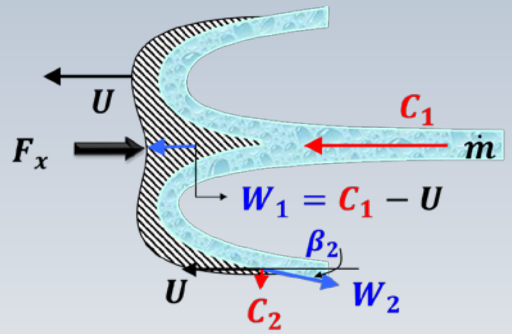
$$\boxed{\eta = \frac{\dot{W}}{\rho g Q H} = 2\xi_1(\varphi_1 - \xi_1)(1 + k\cos\beta_2)}$$

$$\xi_1 \neq \varphi_1$$

Force

La force tangentielle du jet sur l'aube peut être obtenue à partir de la conservation de la quantité de mouvement, notamment:

$$F_x + \dot{m}(W_2 \cos\beta_2 - W_1) = 0$$



$$W_1 = (c_1 - u), \quad W_2 = -kW_1$$

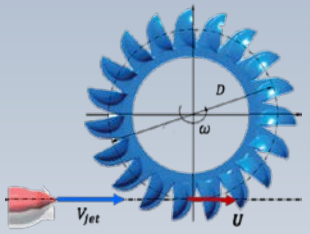
$$\boxed{F_x = \rho Q W_1 (k\cos\beta_2 + 1)}$$ $(\dot{m} = \rho Q)$

Couple

Cas réel

Le couple $M = F_x\, D/2$ est alors

$$M = \rho Q W_1 (1 + k \cos \beta_2) D / 2$$



et finalement

$$\boxed{M = \rho Q \sqrt{g\, H/2}\,(\varphi_1 - \xi_1)(1 + k\cos\beta_2)D}$$

$$\xi_1 \neq \varphi_1$$

$\boldsymbol{D}$: diamètre du cercle tangent au jet

$$\boldsymbol{u = \xi_1 \sqrt{2gH}}, \qquad \boldsymbol{c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH}}$$

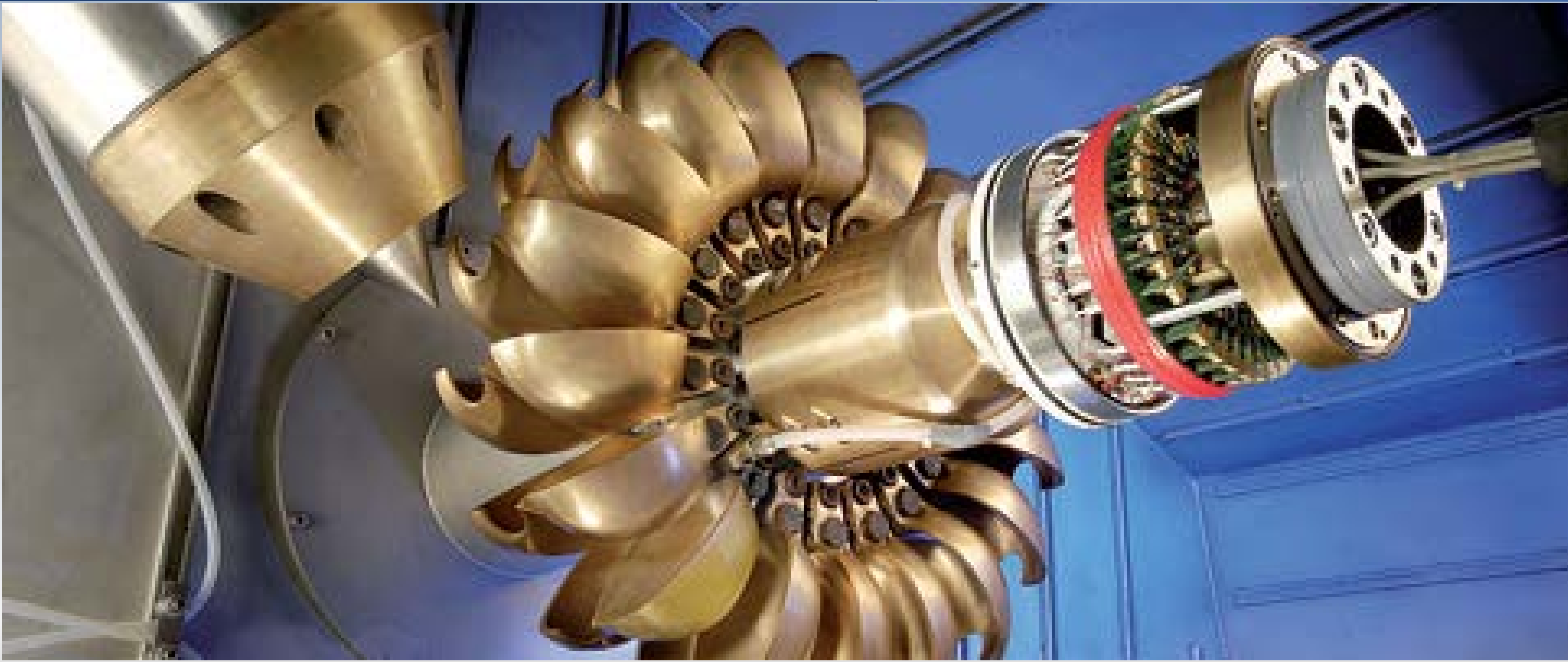
Optimisation

On note que pour obtenir le maximum de puissance, donnée par

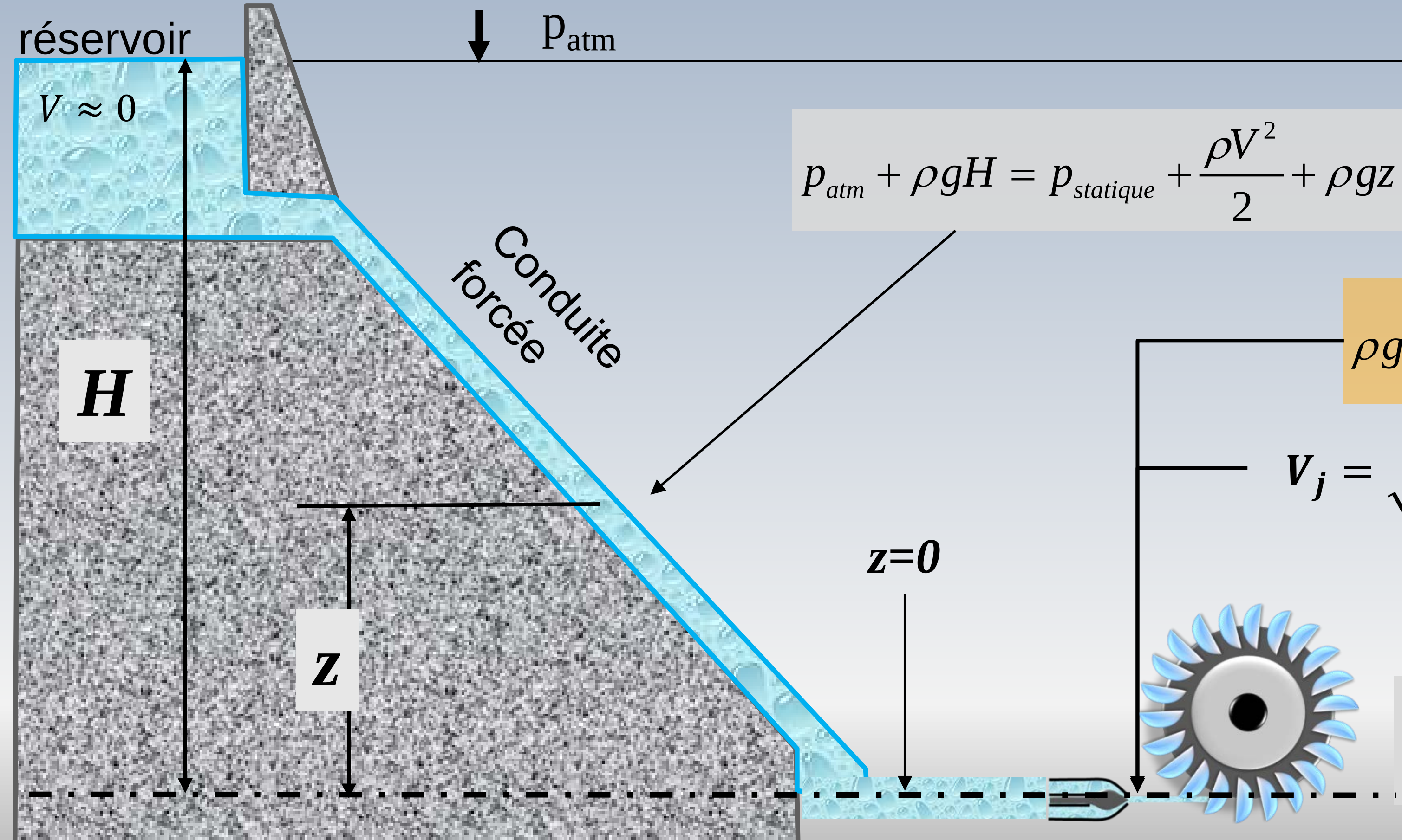
$$\dot{W} = 2\rho QgH\xi_1(\varphi_1 - \xi_1)(1 + k\cos\beta_2)$$

on considère la variation de celle-ci par rapport à la vitesse tangentielle de la roue, comprise dans le coefficient ξ_1. Notamment au moyen de l'équation:

$$\frac{d\dot{W}}{d\xi_1} = 2\rho QgH(\varphi_1 - 2\xi_1)(1 + k\cos\beta_2) = 0$$



Aménagement



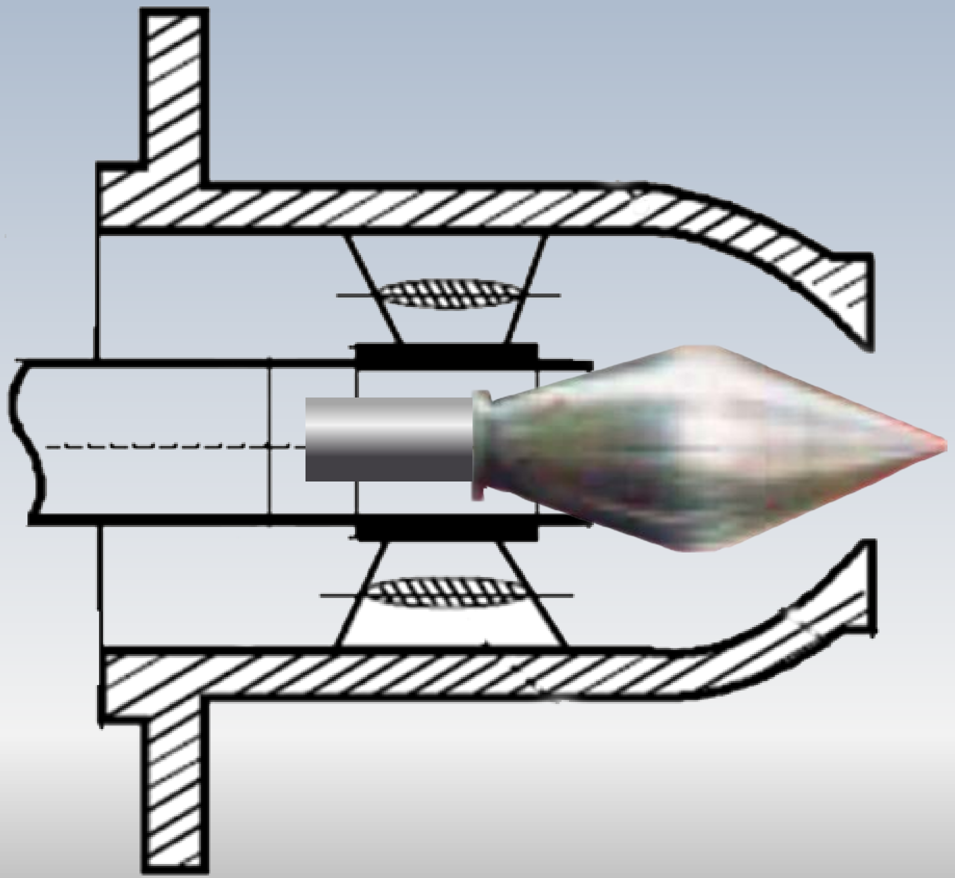
$$p_{atm} + \rho g H = p_{statique} + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g z + \rho g h_f$$

$$\rho g H = \frac{\rho V_j^2}{2} + \rho g h_f$$

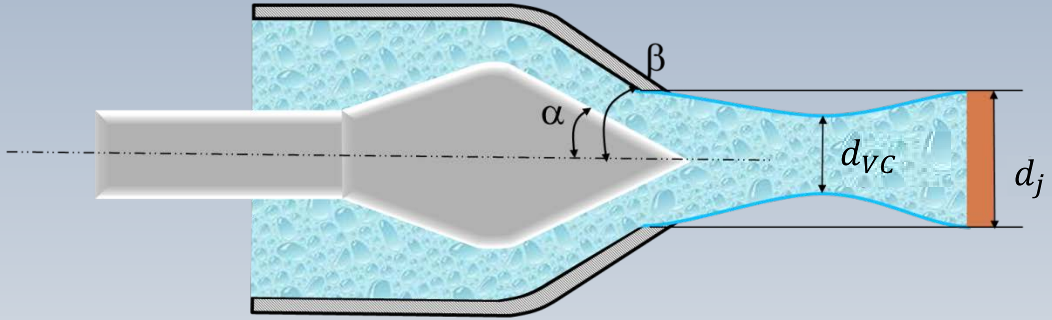
$$V_j = \sqrt{2g(H - h_f)}$$

$$h_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

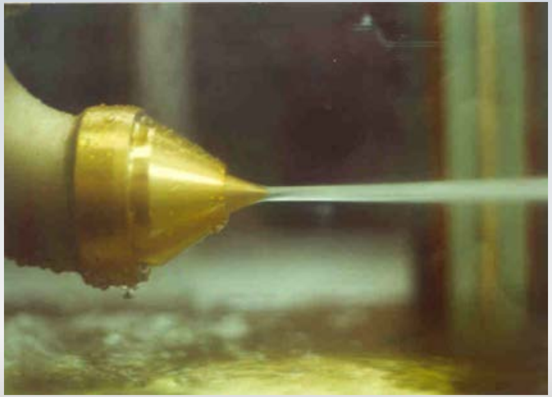
Régulation du débit

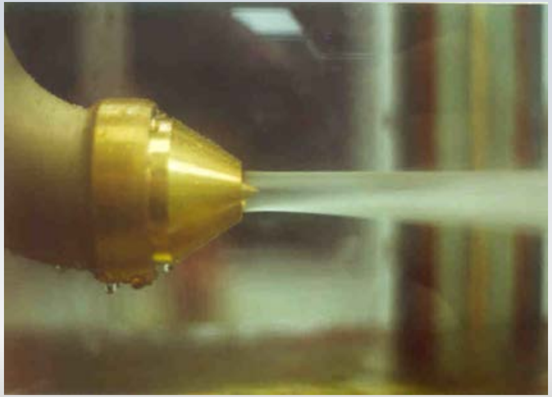


Injecteur



$20^0 \leq \alpha \leq 30°$
$30° \leq \beta \leq 45°.$

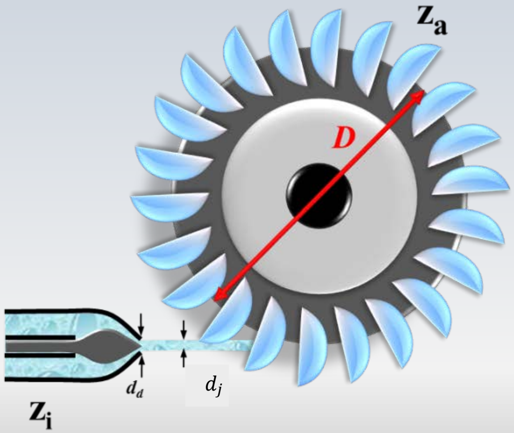


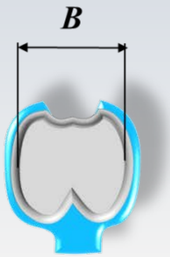


Relations empiriques

$$3.1 \leq \left(\frac{B}{d_j}\right) \leq 3.4$$

$B = 3.1\ d_j$	1 injecteur
$B = 3.2\ d_j$	2 injecteurs
$B = 3.3\ d_j$	4-5 injecteurs
$B > 3.3\ d_j$	6 injecteurs





Relations empiriques

Nombre d'augets

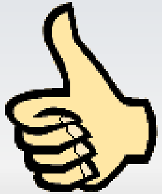
$$z \geq 17$$

$$z = 0.5\frac{D_{roue}}{d_{jet}} + 15$$

Diamètre du rotor

$$D = 10d_j \qquad H \leq 500m$$

$$D = 15d_j \qquad H \geq 1300m$$

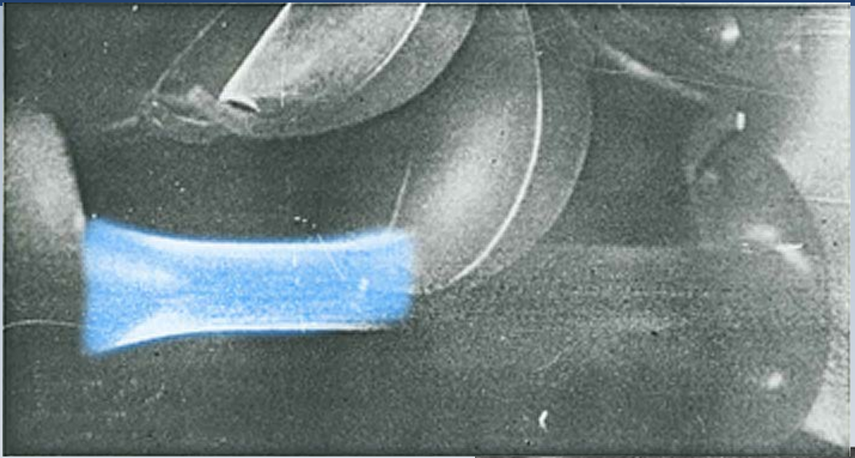


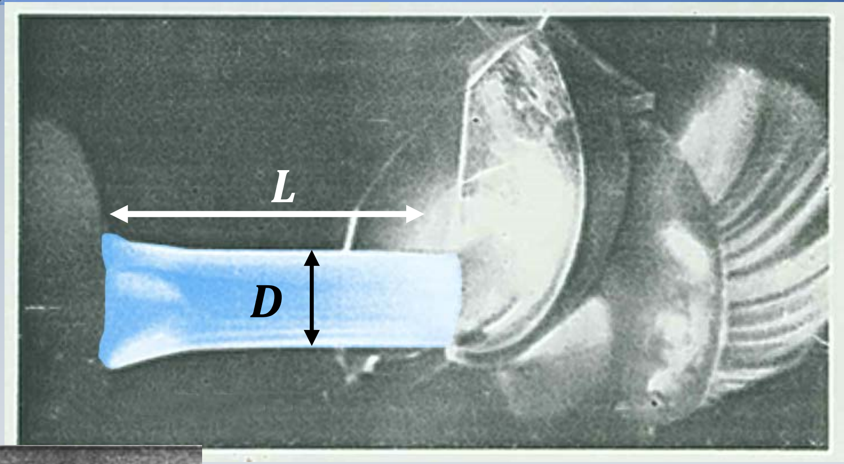
Relations empiriques

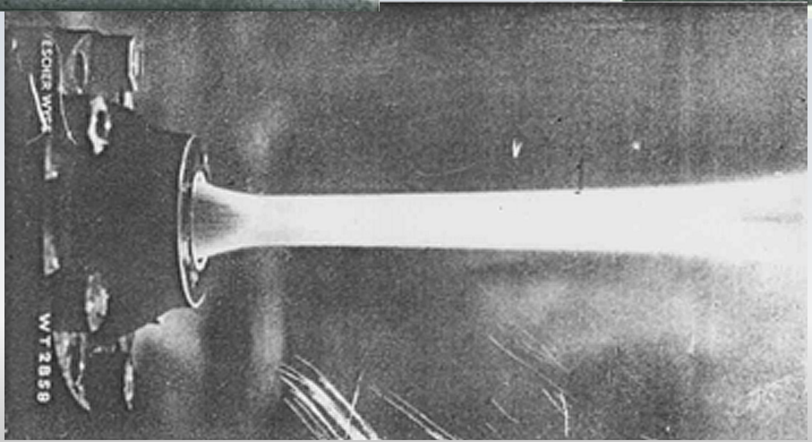
Dans une turbine Pelton on vise à garder le jet majoritairement **cohérent** pendant son parcours entre la sortie de l’injecteur et l’aube avec lequel entrera en contact. En pratique, le jet impacte l’auget à une distance de **2 à 3 diamètres de jet** (embouchure)

À cette distance les études expérimentales ont indiqué que la formation de gouttes à la périphérie du jet n’a pas encore eu lieu.

Jet

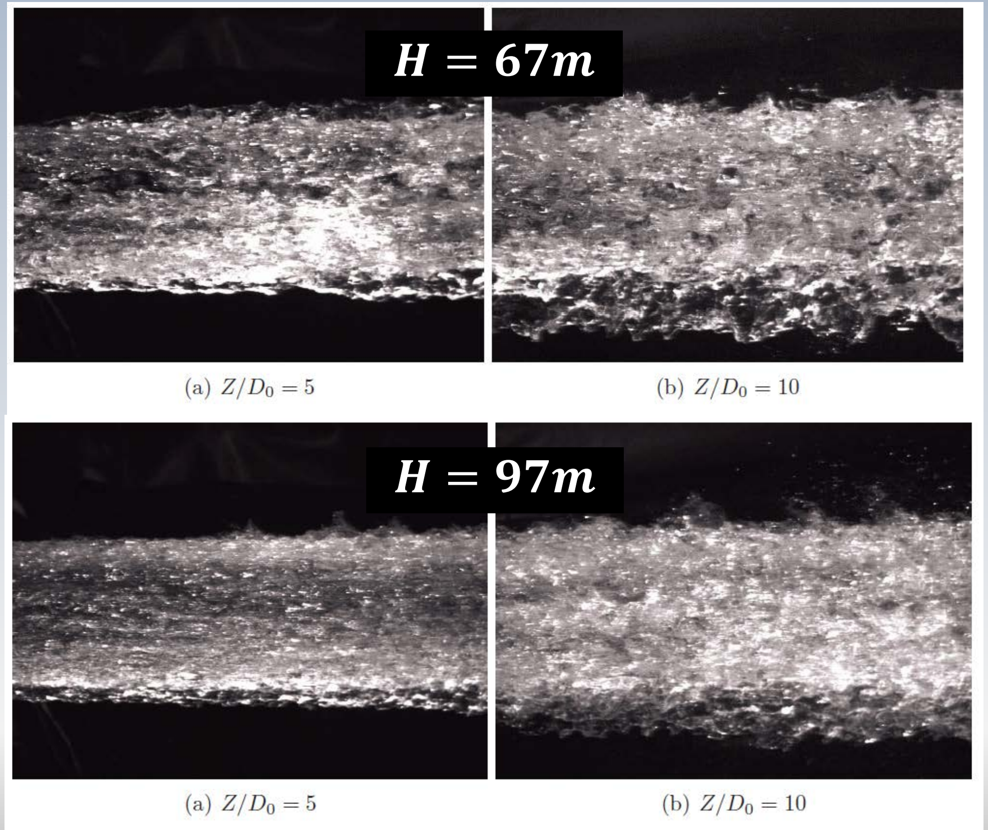






$$2 \le L/D \le 3$$

Fragmentation du jet



Bien que faible, la fragmentation du jet entraine une perte de rendement

Injecteur: pression dynamique

Injecteur idéal

$$p_{atm} + \frac{\rho V^2}{2} + \cancel{\rho g z}_{\mathbf{0}} = p_{tot}$$

Au niveau de l'injecteur ***z=0***

Injecteur réel

$$p_{atm} + \frac{\rho V^2}{2} - \Delta p_{pertes}$$

$$\Delta p_{pertes} = \rho g K_1 h_f \leftarrow \text{Conduite forcée}$$

Injecteur: empirisme

$$\Delta p_{pertes} = \rho g K_1 h_f$$

$$K_1 = 4$$

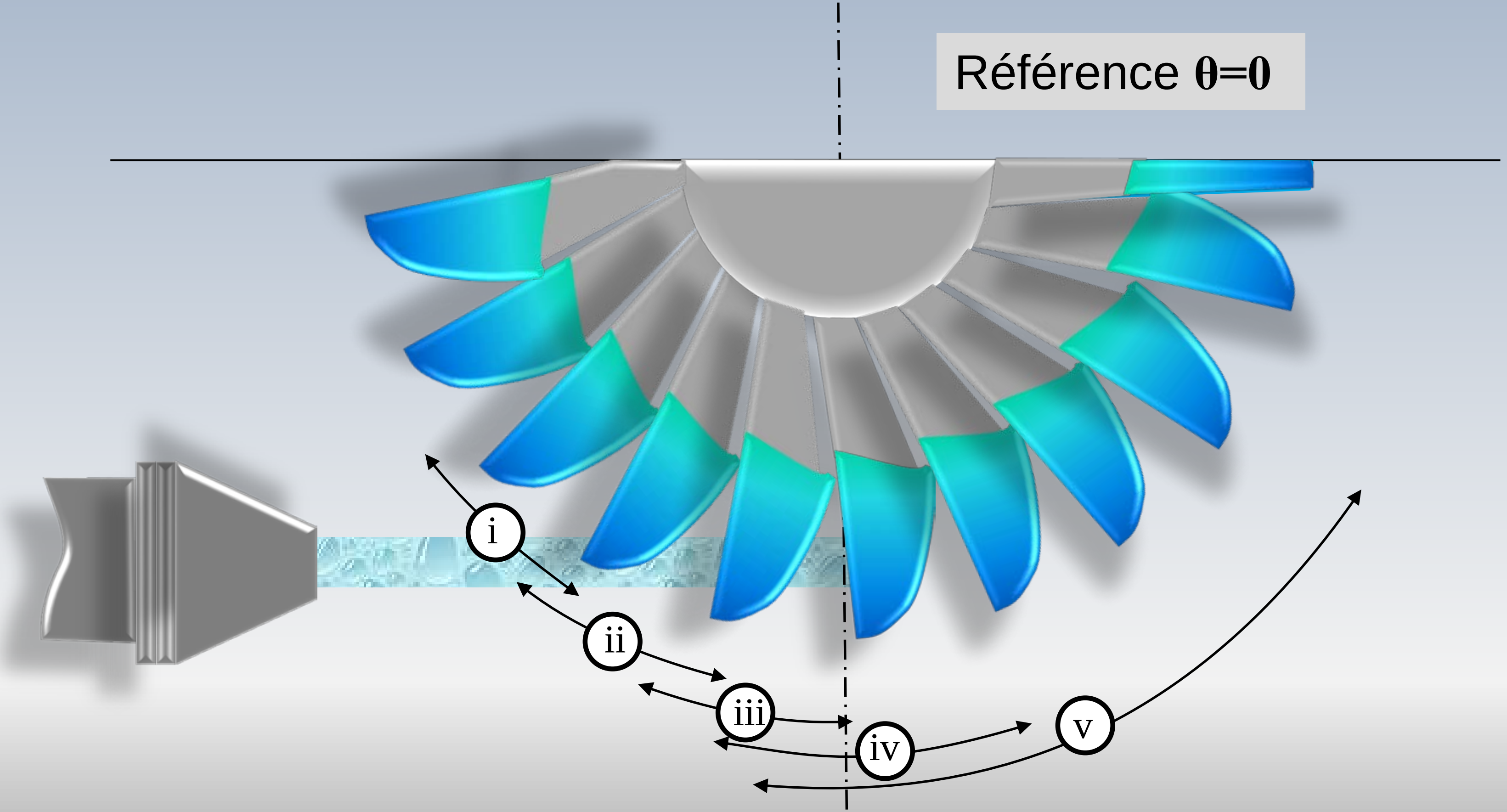
$$h_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$\boxed{\Delta p_{pertes} = 4 f \rho V^2 \left(\frac{L}{2D}\right)}$$

$$f = \frac{0.0625}{\left\{\log\left[\frac{k}{3.7 D_h} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.9}}\right]\right\}^2}$$

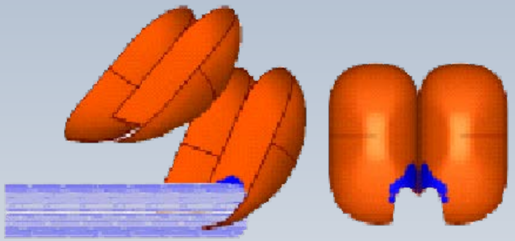
Cycle de travail

Référence $\theta=0$

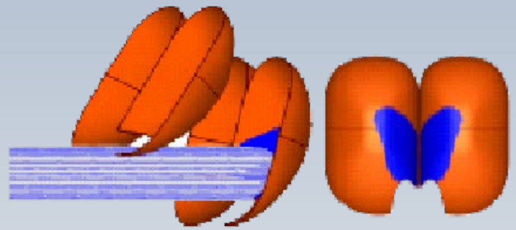


Zones

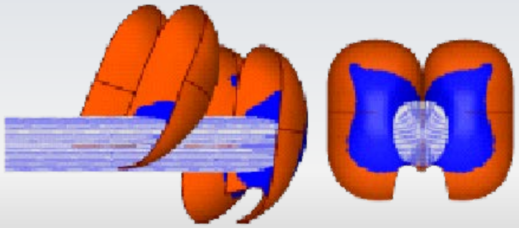
I



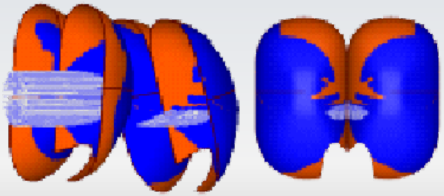
II



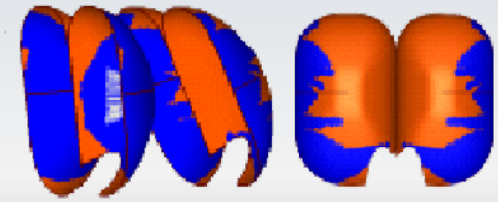
III



IV



V



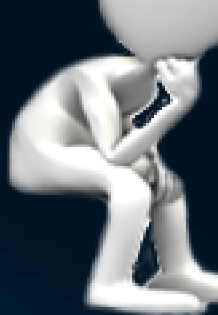
Valeurs expérimentales

D_{roue} / d_{jet}	6.5	7.5	10	20
n_s (rpm)	35	32	24	10
η_{turbine}	0.82	0.86	0.89	0.90

$$n_s = \frac{N\sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}}$$

$\dot{W}$ en HP, H en mètres et N en rpm

Problèmes



Problème I

Une installation hydroélectrique a les caractéristiques suivantes:

$\dot{W} = 45MW, H = 720m, n = 720rpm, D = 1.5m, \eta = 0.9$

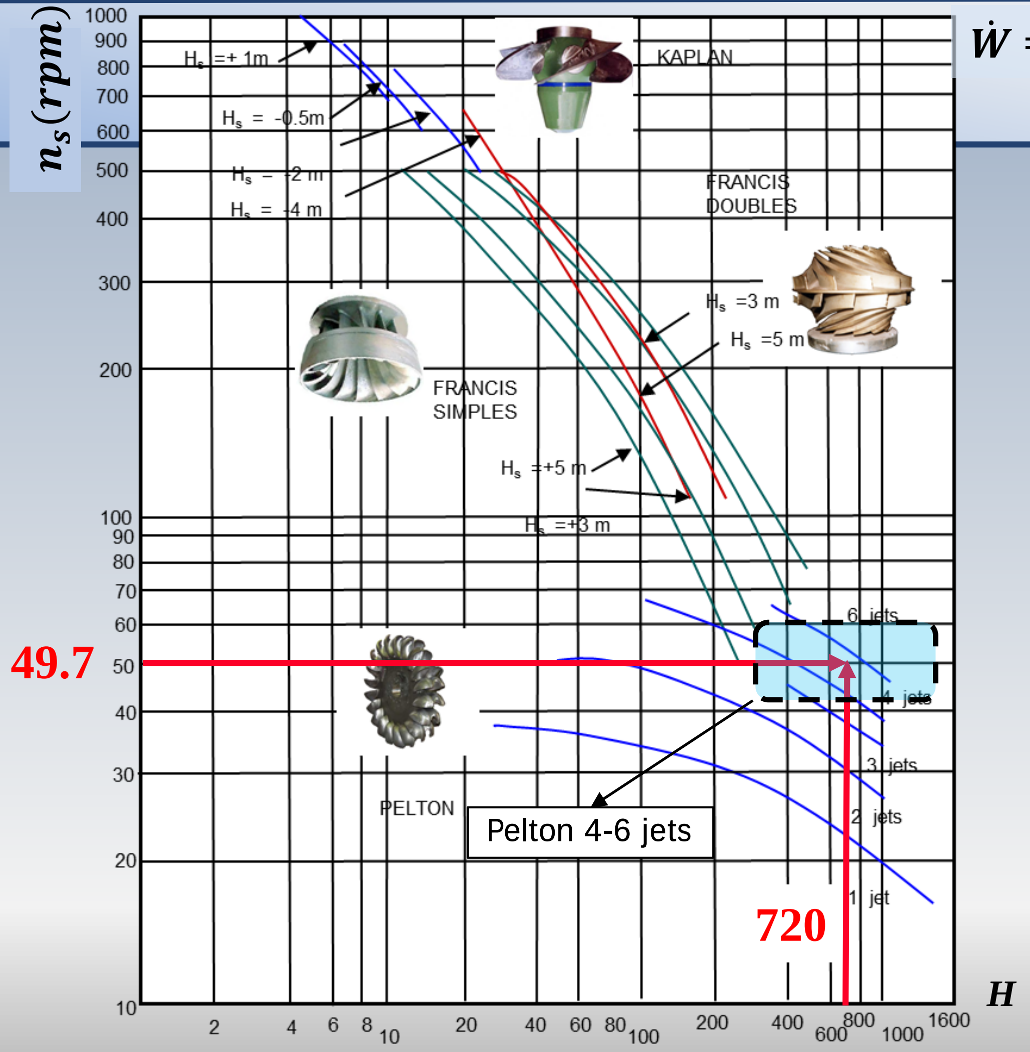
Hypothèse : $\varphi_1 = 1, c_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH}$

Déterminer

- Le type de turbine ($n_s, \dot{W}$ $en CV$; $1CV = 735W$)
- Le débit Q
- Les vitesses $c_1, w_1, w_2 (D = 1.5m)$

Remarque * On peut considérer qu'il n'y a pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur!

$\dot{W}$ = 45 *MW*, *H*=720 *m*, *η*= 0.9, *n=720 rpm*, *D*=1.5 *m*



Type de turbine ?

Pour estimer le type de turbine nous calculons la valeur de la vitesse spécifique

$$n_s = \frac{n\sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}}$$

$$= \frac{720 \times (45 \times 10^6/735)^{1/2}}{720^{5/4}}$$

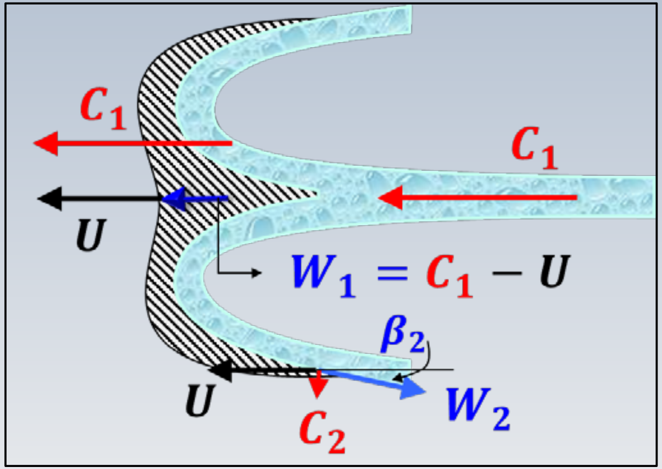
$$= \mathbf{49.7}$$

Remarque:
n_s a été déterminée avec la puissance en CV.

Problème I

Q, c1, w1, w2 ?

$\dot{W}$ = 45 *MW*, *H*=720 *m*, *η*= 0.9,*n*=720 *rpm*, *D*=1.5 *m*



$$W^2 + U^2 - 2UW\cos\beta_2 = C_2^2$$

Le débit

$$Q = \frac{\dot{W}}{\rho g \eta H} = 6.8\, m^3/s$$

Les vitesses

$$(c_1 = V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH})$$

$$\varphi_1 = 1 \ (\textbf{hypothèse})$$

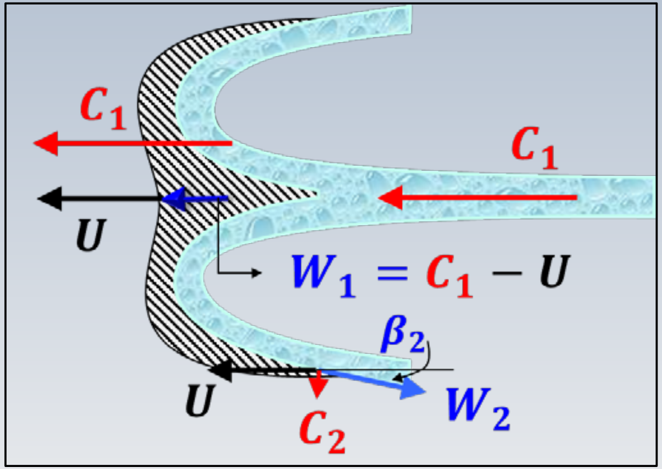
$$c_1 = \sqrt{2gH} = 118.85\ m/s$$

Remarque: On a considéré qu'il n'y a pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur!

Problème I

Q, c1, w1, w2 ?

$\dot{W}$ *= 45 MW, H=720 m, η= 0.9,n=720 rpm, D=1.5 m*



$$\boxed{W^2 + U^2 - 2UW\cos\beta_2 = C_2^2}$$

$$u = \frac{\pi n D}{60} = 58.9\, m/s$$

$$\boldsymbol{w_1} = c_1 - u = \mathbf{59.95}\, \boldsymbol{m/s}$$

$$\boldsymbol{w_2 = w_1} \qquad = \mathbf{59.95}\, \boldsymbol{m/s}$$

On néglige le pertes dans l'auget

Remarque: On a considéré qu'il n'y a pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur!

Problème II

Une turbine Pelton produit une puissance de $\dot{W}_p = 67.5kW$, opère sous un chute de $H = 60m$ et tourne à $n = 400rpm$. Le diamètre de la conduite forcée est $d = 200mm$. Le rapport entre la vitesse des augets u et la vitesse du jet v_j est $u/v_j = 0.46$. Le rendement est $\eta = \dot{W}_p/\dot{W}_{disp} = 83\%$

Déterminer:

- Le débit
- Le diamètre du jet (un seul injecteur)
- Le diamètre de la roue
- La vitesse spécifique **adimensionnelle**

Remarque: On peut considérer qu'il n'y a pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur!

Problème II

Q, d, D, n_s (adim)

$\dot{W}_p = 67.5kW, H = 60m, \eta = 0.83, n = 400rpm, u/v_j = 0.46$

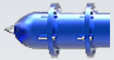
$\eta = 0.83$: rendement global

Débit Q ?

$$\dot{W}_p = \eta\rho g \boldsymbol{Q} H \longrightarrow \boldsymbol{Q} = \frac{\dot{W}_p}{\eta\rho g H}$$

$$= \frac{67.5\times1000}{0.83\times1000\times9.8\times60} = \mathbf{0.138\, m^3/s}$$

$\varphi_1 = 1$ (***hypothèse***)



$$\boldsymbol{v_j} = \sqrt{2gH}$$

$$= \sqrt{2\times9.8\times60} = \mathbf{34.2\, m/s}$$

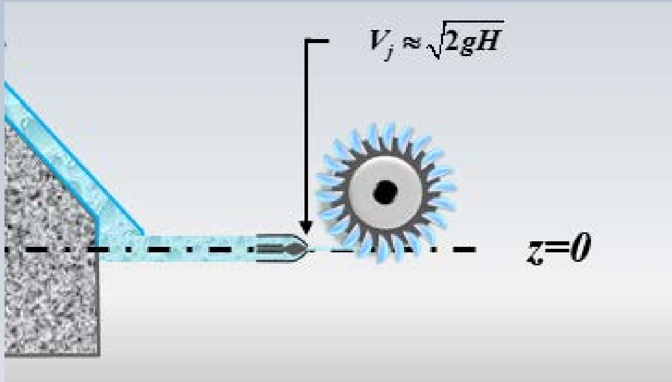
Remarque: On peut considérer qu'il n'y a pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur!

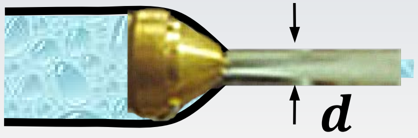
Problème II

$v_j = 34.2\ m/s$

$Q = 0.138\ m^3/s$

$$\dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{p}} = \mathbf{67.5}\boldsymbol{kW}, \boldsymbol{H} = \mathbf{60}\boldsymbol{m}, \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0.83}, \boldsymbol{n} = \mathbf{400}\boldsymbol{rpm}, \boldsymbol{u}/\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{j}} = \mathbf{0.46}$$





Diamètre du jet $\boldsymbol{d}$?

La section du jet est supposée circulaire. Alors $A = \pi \boldsymbol{d}^{\mathbf{2}}/4$

Nous chercherons $\boldsymbol{d}$ à partir de la conservation du débit volumique $\boldsymbol{Q}$

$$Q = v_j \frac{\pi d^2}{4} \longrightarrow d = \sqrt{4\,Q/\pi\, v_j}$$

$$d = \sqrt{4 \times 0.138/\pi \times 34.2}$$

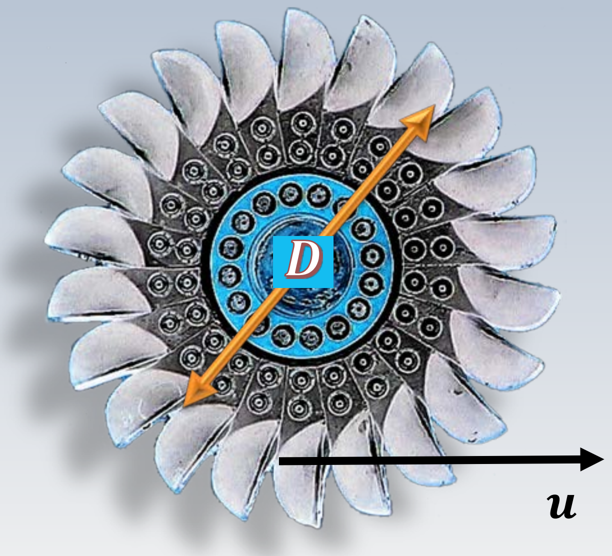
$$= \mathbf{0.0716}\boldsymbol{m}$$

Problème II

$v_j = 34.2\ m/s$

$Q = 0.138\ m^3/s$

$\dot{W} = 67.5kW, H = 60m, \eta = 0.83, n = 400rpm, u/v_j = 0.46$



Vitesse périphérique de la roue ?

$u/v_j = 0.46$

$\boldsymbol{u} = 0.46 \times 34.2 = \boldsymbol{15.7\,m/s}$

Diamètre de la roue

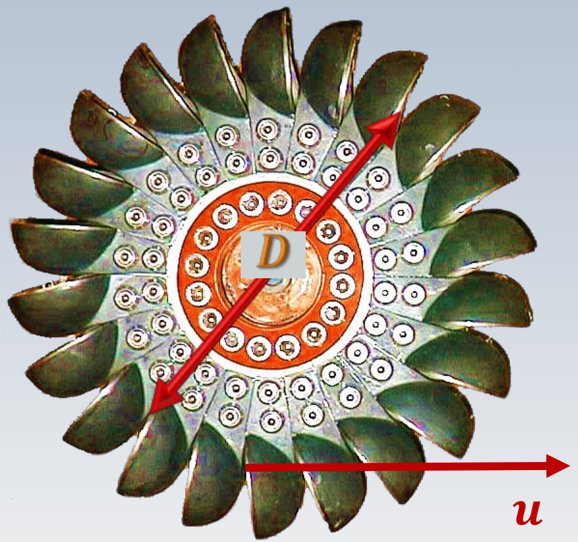
$\boldsymbol{D} = 60\,u/\pi n = 60 \times 15.7 / \pi \times 400$

$= \boldsymbol{0.75m}$

Problème II

$v_j = 34.2\ m/s$
$Q = 0.138\ m^3/s$

$$\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{67.5}\boldsymbol{kW}, \boldsymbol{H} = \mathbf{60}\boldsymbol{m}, \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0.83}, \boldsymbol{n} = \mathbf{400}\boldsymbol{rpm}, \boldsymbol{u}/\boldsymbol{v_j} = \mathbf{0.46}$$



Vitesse spécifique ?

$$\boldsymbol{n_s} = \left(\frac{n\dot{W}^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}\right)$$

$$= \frac{\dfrac{2\pi n(rpm)}{60}\left(\dfrac{67.5\times 10^3}{10^3}\right)^{1/2}}{(9.8\times 60)^{5/4}} = \mathbf{0.11}$$

Remarque: Pour garder l'équivalence numérique entre $\boldsymbol{n_s}$ et $\boldsymbol{n_q}$ on considère le débit idéal

Problème III

Une turbine Pelton a les caractéristiques suivantes: $\boldsymbol{H = 402m}$, $\boldsymbol{d_j = 108mm}$(diamètre du jet), $\boldsymbol{\beta_2}$=**15^o** ,$\boldsymbol{W_2 = 0.9W_1}$,nombre d'injecteurs , $\boldsymbol{z_i}$ = **4** .

Supposez $\varphi_1 = 1$ et déterminez:

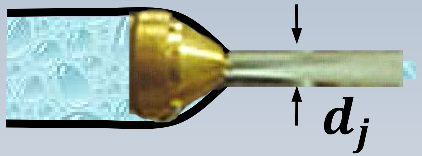
- Le débit et la puissance théorique **maximale** *(idéale,roue)*
- La valeur absolue de la vitesse $\boldsymbol{C_2}$ si la vitesse relative $\boldsymbol{W}$ se réduit d'un **10%** lors du passage par l'aube $(\boldsymbol{W_2 = 0.9W_2})$
- La puissance théorique disponible
- Le rendement hydraulique,

Remarque: On peut considérer qu'il n'y a <u>pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur</u>

Problème III

$Q, \dot{W}_{id}, c_2, \dot{W}_{th}, \eta_h$

H = 402 m, d_j = 108 mm, β_2=15º ,W_2=0.9W_1, z_i = 4



$$V_j \approx \sqrt{2gH}$$

Le débit Q ?

Nous commençons par le calcul de la vitesse et de l'aire du jet d'un injecteur

$$C_1 = V_j = \varphi_1 \sqrt{2gH} \quad \varphi_1 = 1 \ (\textbf{hypothèse})$$

$$\boldsymbol{C_1 = V_j = \sqrt{2gH} = 88.81\ m/s}$$

$$A_j = \frac{\pi d_j^2}{4} = \frac{\pi (0.108)^2}{4} = 0.0092\, m^2$$

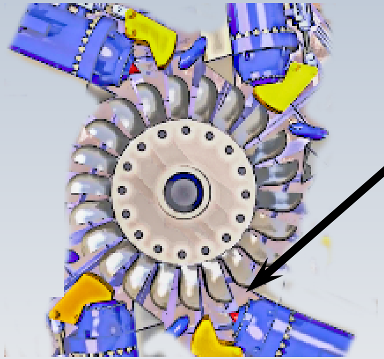
Remarque: On peut considérer qu'il n'y a <u>pas des pertes ni dans la conduite forcée, ni dans l'injecteur</u>

Problème III

$Q, \dot{W}_{id}, c_2, \dot{W}_{th}, \eta_h$

$H = 402$ m, $d_j = 108$ mm, $\beta_2 = 15^o$, $W_2 = 0.9 W_1$, $z_i = 4$

$z_i = 4$



q_{inj}

$$q_{inj} = V_j A_j$$

$$= 88.81\, m/s \times 0.0092\, m^2 = \mathbf{0.817\, m^3/s}$$

Cette turbine dispose de 4 injecteurs, alors le débit total est

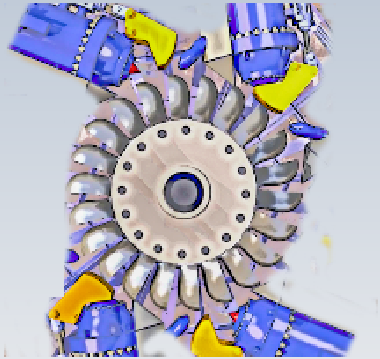
$$Q = 4\, q_{inj} = 4 \times 0.817 = \mathbf{3.27\, m^3/s}$$

Problème III

$\dot{Q}, \dot{W}_{id}, c_2, \dot{W}_{th}, \eta_h$

$H = 402$ m, $d_j = 108$ mm, $\beta_2 = 15^o$, $W_2 = 0.9W_1$, $z_i = 4$

$z_i = 4$



La puissance idéale (roue) $\dot{W}_{id}$

$$\dot{W}_{id} = \rho g Q H_{id}$$

$$H_{id} = \frac{R\omega(V_j - R\omega)(1 + \cos\beta_2)}{g}$$

$$\dot{W}_{id} = \rho Q R\omega(V_j - R\omega)(1 + \cos\beta_2)$$

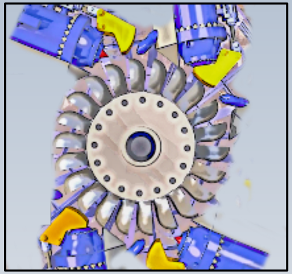
$$U = R\omega = \frac{V_j}{2}$$

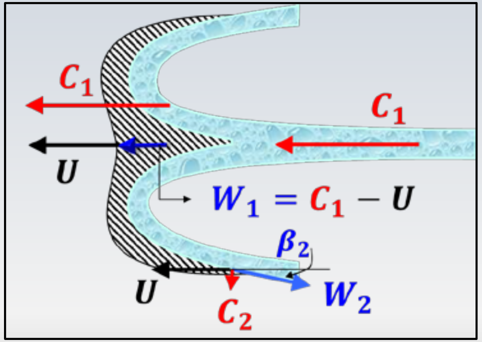
Pour maximiser
le travail produit

Problème III

$Q, \dot{W}_{id}, c_2, \dot{W}_{th}, \eta_h$

H = 402 m, d_j = 108 mm, β_2=15° ,W_2=0.9W_1, z_i = 4





$$\dot{W}_{id} = \rho Q \frac{V_j}{2}\left(\frac{V_j}{2}\right)(1+\cos\beta_2)$$

$$= 1000 \times 3.27\left(\frac{88.81}{2}\right)\left(\frac{88.81}{2}\right)(1+\cos 15^o)$$

$$\dot{\boldsymbol{W}}_{id} = \mathbf{12668}\, \boldsymbol{kW}$$

Les vitesses $\boldsymbol{C_2}$ et $\boldsymbol{W_2}$

$$\boldsymbol{W_1} = C_1 - U$$

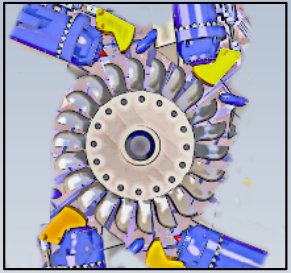
$$= C_1 - C_1/2 = \mathbf{44.4}\ \boldsymbol{m/s}$$

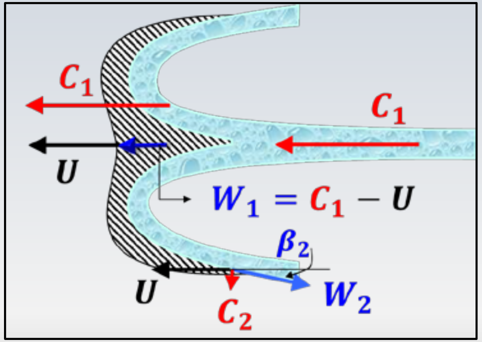
Problème III

$Q, \dot{W}_{id}, C_2, \dot{W}_{disp}, \eta_h$

$H = 402$ m, $d_j = 108$ mm, $\beta_2 = 15^o$, $W_2 = 0.9W_1$, $z_i = 4$

$Q = 3.27\ m^3/s$





$$W^2 + U^2 - 2UW\cos\beta_2 = C_2^2$$

$$W_2 = 0.9 \times W_1 = 39.96\ m/s$$

$$C_2 = \sqrt{W_2^2 + U^2 - 2UW_2\cos\beta_2}$$

$$= \mathbf{11.86\ m/s}$$

La puissance disponible et η_h

$$\dot{W}_{disp} = \rho g Q H$$

$$= 1000 \times 9.8 \times 3.27 \times 402$$

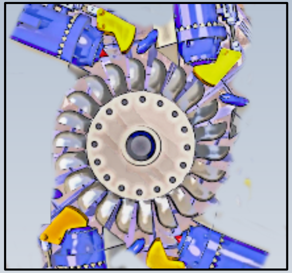
$$= \mathbf{12882\ kW}$$

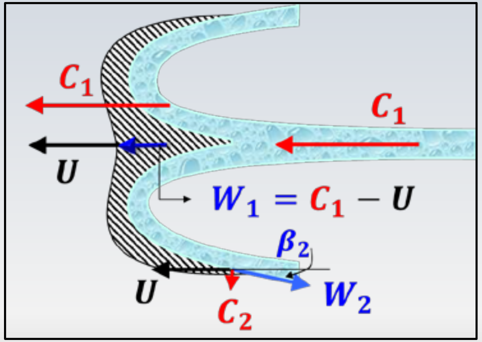
Problème III

$Q, \dot{W}_{id}, c_2, \dot{W}_{disp}, \eta_h$

H = 402 m, d_j = 108 mm, β_2=15° ,W_2=0.9W_1, z_i = 4

$\dot{W}_{disp} = 12882\ kW$ $\dot{W}_{id} = 12668\ kW$





$$W^2 + U^2 - 2UW\cos\beta_2 = C_2^2$$

Le rendement $\boldsymbol{\eta_h}$

$$\boldsymbol{\eta_h} = \dot{W}_{id}/\dot{W}_{disp}$$

$$= 12668/12882 \quad = \mathbf{0.983}$$

Problème IV

Une installation hydroélectrique produit $\mathbf{100}\boldsymbol{MW}$ dont l'alternateur a 6 paires de pôles $(\boldsymbol{z_p} = \mathbf{6})$**.** La chute est de $\boldsymbol{H} = \mathbf{750}\boldsymbol{m}$, le rendement de la turbine est $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0.9}$ et la ***perte*** dans la conduite forcée (considérée verticale)est de $\boldsymbol{h_f} = \mathbf{0.02}\,\boldsymbol{m\ par\ m}$. La ***fréquence*** est de **50** ***cycles/s***

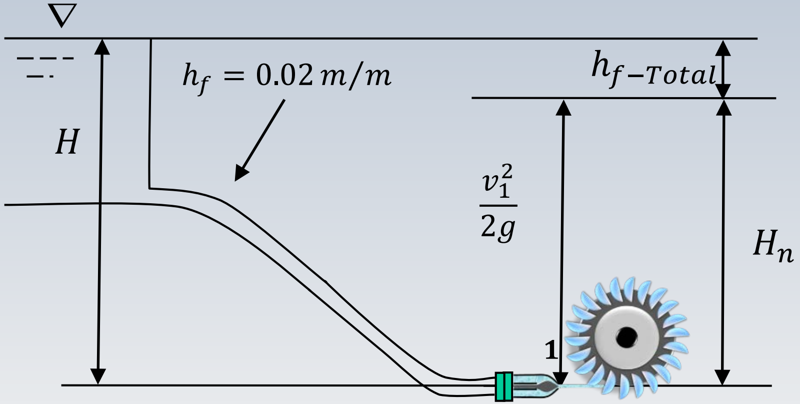
On doit trouver le type d'alternateur $(\boldsymbol{z_i})$ pour ***une turbine similaire*** (**type?,** ***N***, $\boldsymbol{n_s}$) qui produira $\mathbf{30}\boldsymbol{MW}$ pendant la nuit.

$$n_s = \frac{n\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}} \qquad \dot{W}\ en\ CV$$

Remarque: n_s est calculée avec la chute nette (efficace)

Problème IV

$$\dot{W} = 100MW, H = 750m, \eta_h = 0.9, z_p = 6, h_f = 0.02\, m/m\,, \dot{W}_s = 30MW$$



Nous commençons par le calcul de la vitesse spécifique de la machine existante. Sa valeur sera la même pour la turbine projetée.

$$H_n = H - 0.02 \times H = \mathbf{735\, m}$$

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H_n^{5/4}}$$

$1\, CV = 735\, W$

$$= \frac{N \times (100 \times 10^6/\mathbf{735})^{1/2}}{735^{5/4}}$$

Problème IV

$$\dot{W} = 100MW, H = 750m, \eta_h = 0.9, z_p = 6, h_f = 0.02\, m/m\,, \dot{W}_s = 30MW$$

6 paires de pôles, f =50

$$n_s = 0.0964\, N$$

Vitesse imposée par le générateur

$$(f = 50)$$

$$N = \frac{60 \times f}{z_p} = \frac{60 \times 50}{6} = 500\, rpm$$

$$n_s = 0.0964\, N = 0.0964 \times 500$$

$$n_s = 48.2\, rpm \left(\frac{CV^{1/2}}{m^{5/4}}\right)$$

Problème IV

Remarque: en industrie, la vitesse spécifique est seulement notée $\boldsymbol{n_s = 48.2\,rpm}$. Les symboles $(\boldsymbol{CV^{1/2}m^{-5/4}})$ ne sont qu'un aide mémoire "académique" pour les unités spécifiques employées pour $\dot{W}$ et H.

Puisque la nouvelle machine est par définition similaire à l'existante, la vitesse spécifique $\boldsymbol{n_s = 48.2\,rpm}$. demeure la même pour les deux turbines.

$$n_s = \frac{\boldsymbol{n}\left(\dot{W}_s/\overset{735\,CV/Watt}{\overbrace{735}}\right)^{1/2}}{H^{5/4}} \qquad = 48.2\;rpm = cnste$$

$$\boldsymbol{\dot{W} = 100MW, H = 750m, \eta_h = 0.9, z_p = 6, h_f = 0.02\,m/m\,, \dot{W}_s = 30MW}$$

$$1CV = 735\,Watt$$
$$H_n = 735\,m$$

$$n = \frac{n_s H_n^{5/4}}{\left(\dot{W}_s/735\right)^{1/2}} = \frac{48.2 \times 735^{5/4}}{(30 \times 10^6/735)^{1/2}} = \mathbf{912.85}\boldsymbol{rpm}$$

$$n = \frac{60 \times f}{\boldsymbol{z_p}} \longrightarrow \boldsymbol{z_p} = \frac{60 \times 50}{912.85} \approx \mathbf{3}$$

$$\dot{W} = 100MW, H = 750m, \eta_h = 0.9, z_p = 6, h_f = 0.02\,m/m, \dot{W}_s = 30MW$$

Problème V

Une installation hydroélectrique produit une puissance de $\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{70}\boldsymbol{MW}$ avec une chute utile, après les pertes dans la conduite forcée, de $\boldsymbol{H} = \mathbf{950}\boldsymbol{m}$ Sachant que la turbine est de type ***Pelton*** avec une vitesse spécifique de $\boldsymbol{n_s} = \mathbf{40}\,\boldsymbol{rpm}$ (avec la puissance en CV), et que le débit est de $\boldsymbol{Q} = \mathbf{8.7}\,\boldsymbol{m^3/s}$, on doit déterminer :

a) le nombre de paires de pôles ($f = 50\,cycles/s$)

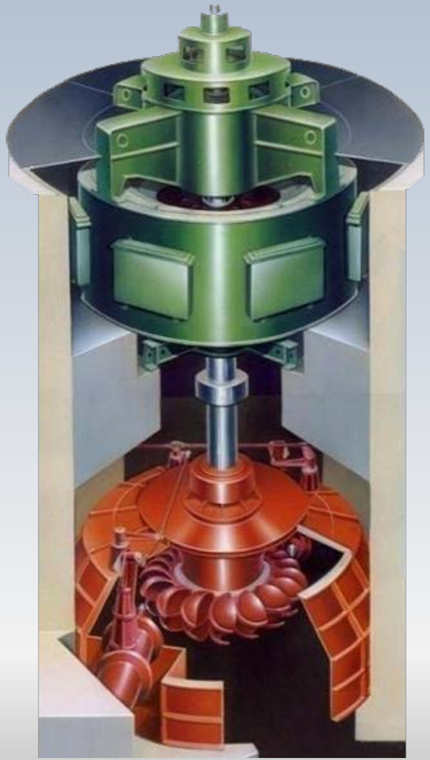
b) le rendement hydraulique global

c) les composantes $\boldsymbol{w_1} = \boldsymbol{w_2}$ si le diamètre de la roue est de $\boldsymbol{D} = \mathbf{1.5}\boldsymbol{m}$ et que la machine opère à rendement maximal

Remarque: On peut estimer la vitesse du jet en négligeant les pertes dans la conduite forcée

Problème IV

$\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{70}\boldsymbol{MW}, \boldsymbol{H} = \mathbf{950}\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n_s} = \mathbf{40}\boldsymbol{rpm}, \boldsymbol{Q} = \mathbf{8.7}\,\boldsymbol{m^3/s}, \boldsymbol{f} = \mathbf{50}, \boldsymbol{D} = \mathbf{1.5}\boldsymbol{m}$



Le nombre de paires de pôles

$$n = \frac{n_s \cdot H^{5/4}}{\sqrt{\dot{W}/735}} = \mathbf{683.61} \quad [\boldsymbol{rpm}]$$

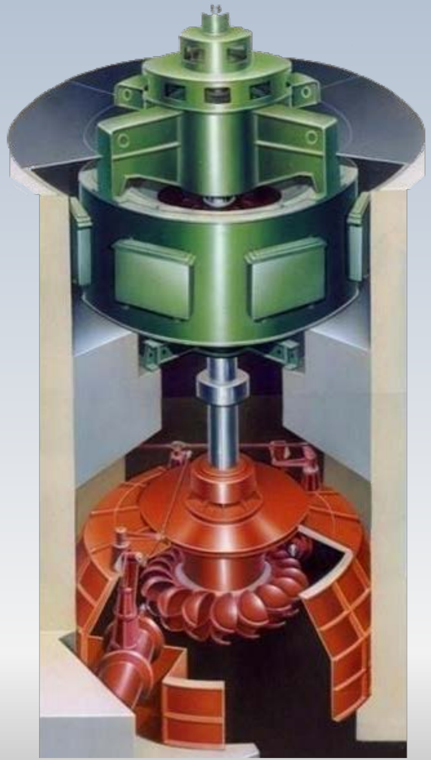
$$z = \frac{60 \cdot f}{n} = 4.39 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{z = 4}$$

Vitesse ajustée

$$n = \frac{60 \cdot f}{z} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750[rpm]$$

Problème IV

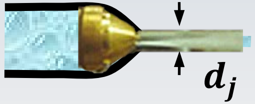
$$\dot{W} = 70MW, H = 950m, n_s = 40rpm, Q = 8.7\,m^3/s, f = 50, D = 1.5m$$



$$u = \frac{\pi D n}{60} = 58.9[m/s]$$

Le rendement (global) et $\boldsymbol{w_1, w_2}$

$$\boldsymbol{\eta_g} = \frac{\dot{W} \times 10^6}{\rho g Q H} = \mathbf{0.863}$$



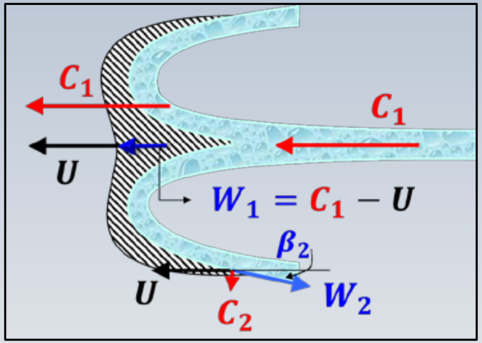
$$c_1 = V_j \approx \varphi_1 \sqrt{2gH}$$

$$\varphi_1 = 1 \; (\textbf{\textit{hypothèse}})$$

$$c_1 = \sqrt{2gH} = 136.45[m/s]$$

Problème IV

$\dot{W} = 70MW, H = 950m, n_s = 40rpm, Q = 8.7\,m^3/s, f = 50, D = 1.5m$



$$w_1 = c_1 - u = 77.55 \quad [m/s]$$

$$w_2 = w_1 = 77.55 \quad [m/s]$$

Problème VI

Une turbine Pelton a été développée pour produire une puissance de $\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{11000}\boldsymbol{kW}.$ La chute, le rendement et la vitesse de rotation sont respectivement, $\boldsymbol{H} = \mathbf{380}\boldsymbol{m}, \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0.85},$ et $\boldsymbol{n} = \mathbf{780}\, \boldsymbol{rpm}.$ Un paramètre de conception établie que le rapport $\boldsymbol{d}/\boldsymbol{D} \leq \mathbf{1}/\mathbf{5}$, ou $\boldsymbol{d}$ indique le diamètre du jet et $\boldsymbol{D}$, le diamètre de la roue. On doit trouver:

a) le diamètre $\boldsymbol{D}$ de la roue
b) le diamètre $\boldsymbol{d}$ du jet et le débit par injecteur $\boldsymbol{q_i}$
c) le nombre d'injecteurs

Remarque: $\boldsymbol{\varphi_1=0.98, \xi_1=0.46}$ $\quad V_{jet} = \varphi_1\sqrt{2gH}$ $\quad u = \xi_1\sqrt{2gH}$

Problème VI

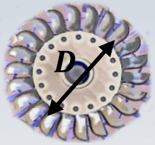
D, d, q_i, z_i

$\dot{W} = 11000$ kW, $H=380$ m, $n=780$ rpm, $d/D \leq 1/5$, $\varphi_1=0.98$, $\xi_1=0.46$ $\quad V_{jet} = \varphi_1\sqrt{2gH}$ $\quad u = \xi_1\sqrt{2gH}$

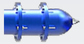
$$V_{jet} = \varphi_1\sqrt{2gH} \qquad \boldsymbol{V_{jet}} = 0.98\sqrt{2\times 9.8\times 380} = \boldsymbol{84.61\ m/s}$$

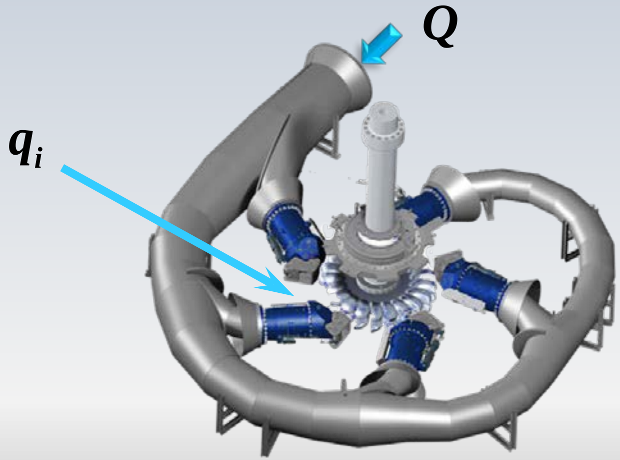
$$u = \xi_1\sqrt{2gH} \qquad \boldsymbol{u} = 0.46\sqrt{2\times 9.8\times 380} = \boldsymbol{39.71\ m/s}$$

$$u = \frac{\pi n \boldsymbol{D}}{60} \longrightarrow \boldsymbol{D = 0.97m}$$



$$d/D \leq 1/5, \longrightarrow \boldsymbol{d = 0.194m}$$





Problème VI

D, d, q_i, z_i

$\dot{W} = 11000$ kW, H=380 m, n=780 rpm, d/D ≤1/5, φ_1=0.98, ξ_1=0.46, η= 0.85

$$q_i = V_{jet} \times \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\boldsymbol{q_i} = 84.61 \times \frac{\pi(0.194^2)}{4} = \mathbf{2.5}\ (\boldsymbol{m^3/s})$$

$$\dot{W} = \rho\eta g Q H$$

$$Q = \frac{\dot{W}}{\rho\eta g H}$$

$$\boldsymbol{Q} = \frac{11000 \times 10^3}{1000 \times 0.85 \times 9.8 \times 380} = \mathbf{3.47}\ (\boldsymbol{m^3/s})$$

$$N_{jets} = \frac{Q}{q_j}$$

$$\boldsymbol{N_{jets}} = \frac{3.47}{2.5} = 1.39 \longrightarrow \boldsymbol{z_i} = \mathbf{1}\ (\boldsymbol{injecteur})$$

Problème VII

Deux turbines Pelton identiques, ayant un seul injecteur, utilisent une conduite forcée de **l=1000 m** et opèrent sous un chute de **H=300**. La vitesse spécifique de chaque turbine est $\mathbf{n_s=13rpm}$ ($\mathbf{H[m], \dot{W}\,[kW], n[rpm]}$). La perte dans la conduite forcée est de $\mathbf{h_f=10\ m}$ (colonne d'eau). Pour **φ=0.98, η=0.8** , une vitesse de rotation de **n=500 rpm,** et un facteur de frottement (dans la conduite) de **f =0.02,** on doit trouver:

a) la puissance générée
b) le diamètre de chaque injecteur
c) le débit total
d) le diamètre de la conduite

Remarque: $\mathbf{n_s}$ est calculée avec la chute nette (efficace)

$$V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH}$$

Problème VII

$\dot{W}, Q, d, D_c$

H=300 m, n=500 rpm, φ_1=0.98, n_s=13 rpm, η=0.8, h_f=10 m, l=1000 m, f=0.02

$$H_e = H - h_f = 300 - 10 = \mathbf{290\ m}$$

$$n_s = \frac{n\dot{W}^{1/2}}{H_e^{5/4}} \Rightarrow \dot{W} = \frac{H_e^{5/2} \times n_s^2}{n^2}$$

$$\dot{W} = \frac{290^{5/2} \times (13)^2}{500^2} = 968.1 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_T = 2 \times 968.1 = \mathbf{1936.2\ kW}$$

$$\dot{W} = \eta\rho g Q H \Rightarrow Q = \frac{\dot{W}}{\eta\rho g H}$$

$$Q = \frac{968.1}{0.8 \times 9.81 \times 290} = 0.425$$

$$Q_T = 2 \times 0.425 = \mathbf{0.85\ m^3/s}$$

Problème VII

$\dot{W}, Q, d, D_c$

H=300 m, n=500 rpm, φ_1=0.98, n_s=13rpm ,η=0.8, h_f=10 m, l=1000 m, f=0.02

$$V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH}$$

$$V_{jet} = 0.98\sqrt{2 \times 9.8 \times 290} = 73.88\ m/s$$

$$Q = V_{jet}\left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \Rightarrow d = \left(\frac{4Q}{\pi V_{jet}}\right)^{1/2}$$

$$\boldsymbol{d} = \left(\frac{4 \times 0.425}{\pi \times 73.88}\right)^{1/2} = \mathbf{0.0855}\boldsymbol{m}$$

$$h_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{V^2}{2g} \Rightarrow h_f = f\left(\frac{L}{D_c^5}\right)\frac{Q_T^2}{(\pi/4)^2\,2g}$$

$$\boldsymbol{D_c} = \left[f\left(\frac{L}{h_f}\right)\frac{Q_T^2}{(\pi/4)^2\,2g}\right]^{1/5} = \mathbf{0.822}\,\boldsymbol{m}$$

Problème VIII

Une turbine Pelton opère sous un chute de $\mathbf{H=125m}$ et tourne à $\boldsymbol{n=550}$ ***rpm***. Le débit circulant par l'injecteur (un seul) est $\mathbf{Q=0.048\ m^3/s}$. L'angle à la sortie est $\boldsymbol{\beta_2=20^0}$ et le diamètre de la roue est $\mathbf{D=0.52\ m}$. Sachant que $\boldsymbol{\varphi=0.92}$, on doit trouver:

a) la puissance théorique disponible
b) la vitesse tangentielle de la roue
c) le rendement hydraulique

$$V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH}$$

Remarque: pour le rendement hydraulique, la référence est le niveau d'énergie à la sortie de l'injecteur.

Problème VIII

$\dot{W}, u, \eta_h$

H=125 m, n=550 rpm, φ_1=0.92, q=0.048 m^3/s, β_2=20^0 , D=0.52 m

$$\dot{W} = \rho g Q H \Rightarrow$$

$$\dot{\boldsymbol{W}} = 9.8 \times 0.048 \times 125 = \mathbf{58.8\,kW}$$

$$V_{jet} = \varphi_1 \sqrt{2gH} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V_{jet}} = 0.92\sqrt{2 \times 9.8 \times 125} = \mathbf{45.54}\ \boldsymbol{m/s}$$

$$u = \frac{\pi n D}{60} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{u} = \frac{\pi \times 550 \times 0.52}{60} = \mathbf{14.97}\ \boldsymbol{m/s}$$

Problème VII

$\dot{W}, u, \eta_h$

H=125 m, n=550 rpm, φ_1=0.92, q=0.048 m^3/s, β_2=20^0 , D=0.52 m

$$H_{idéal(roue)} = \frac{u(V_{jet} - u)(1+\cos\beta_2)}{g}$$

$$H_{inj} = \frac{V_{jet}^2}{2g}$$

$$\eta_h = \frac{H_{ideal(roue)}}{H_{inj}} \Longrightarrow \eta = \frac{2u(V_{jet} - u)(1+\cos\beta_2)}{V_{jet}^2}$$

$$\eta = \frac{2\times 14.97(45.54 - 14.91)(1+\cos 20^0)}{(45.54)^2} = 0.858$$

Il était une fois les turbomachines…