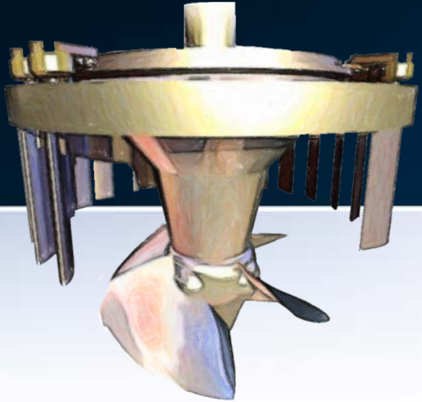
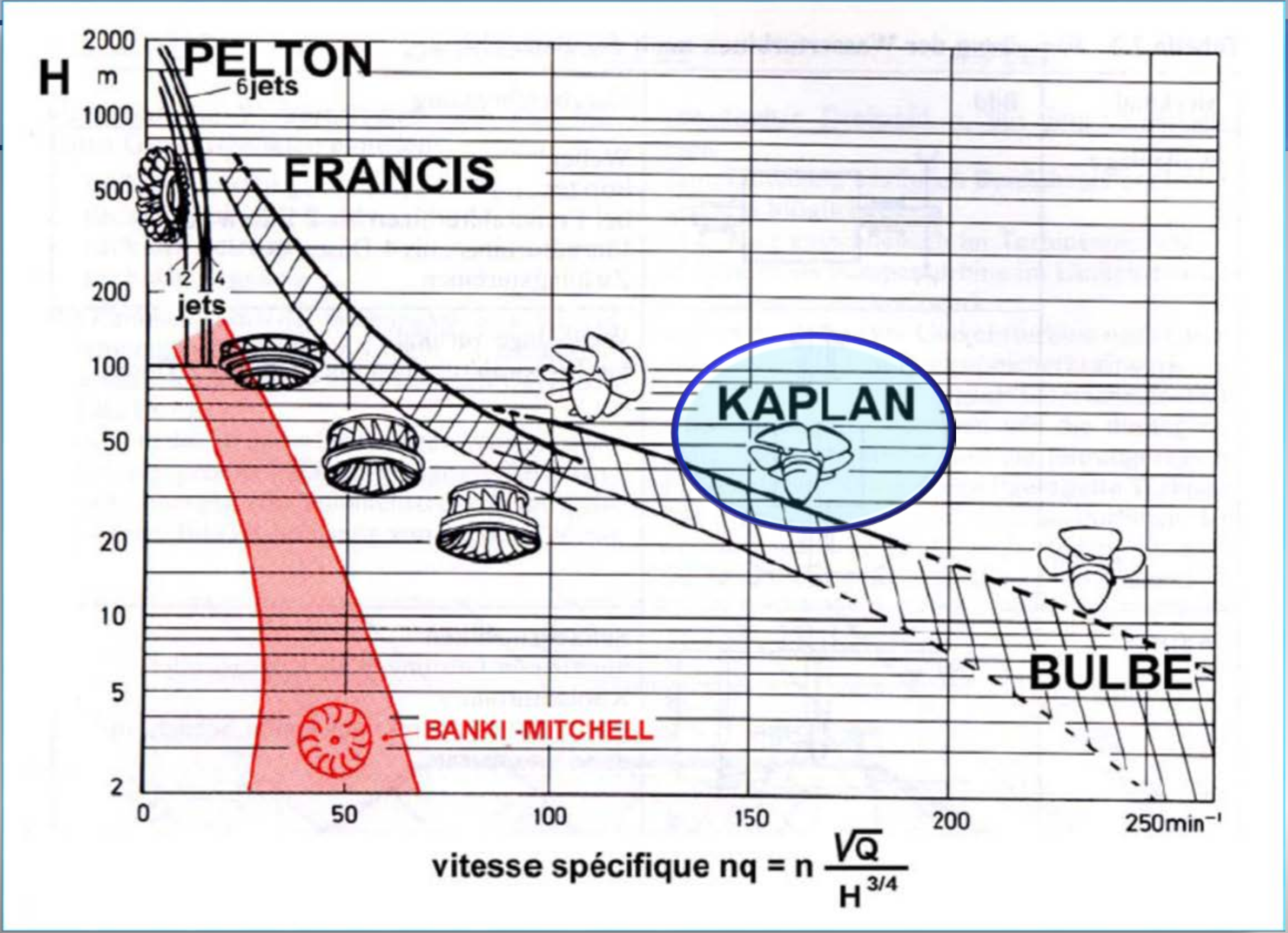
Turbomachines



NRJ EN ROTATION

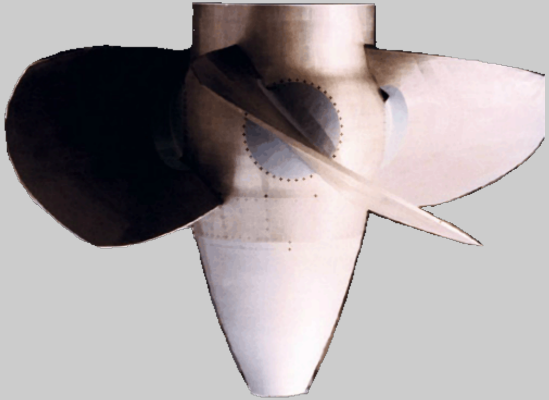
Turbine Kaplan

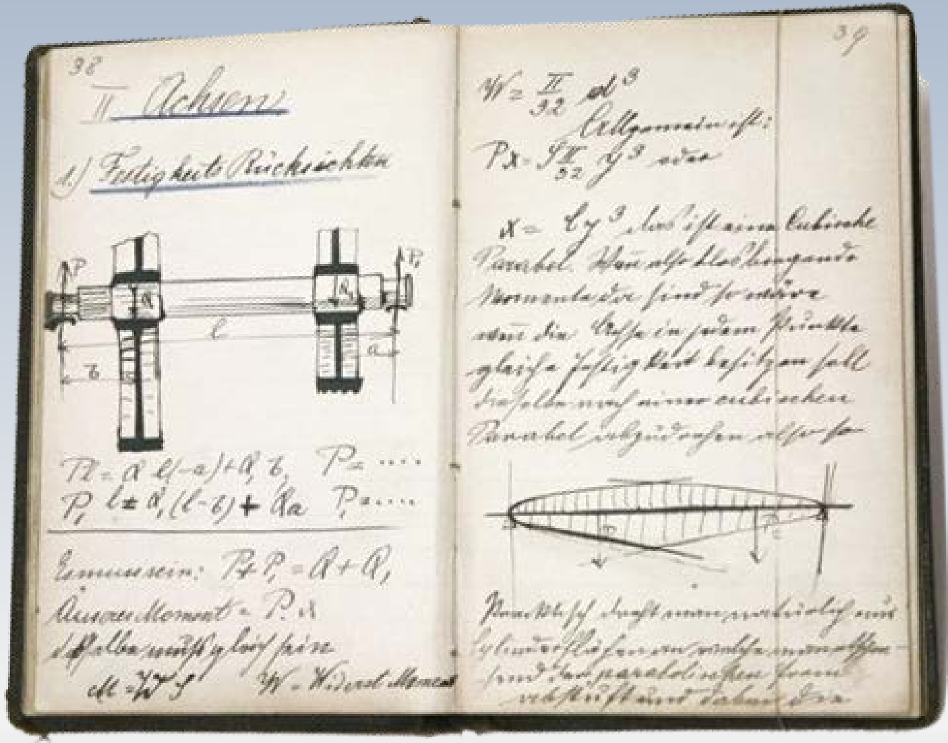

H m
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
PELTON
6jets
1 2 4
jets
FRANCIS
KAPLAN
BULBE
BANKI -MITCHELL
0
50
100
150
200
250min⁻¹
vitesse spécifique nq = n √Q / H^3/4

Au fond, je n’ai fait que ce que les fleuves se racontent depuis toujours

Viktor Kaplan

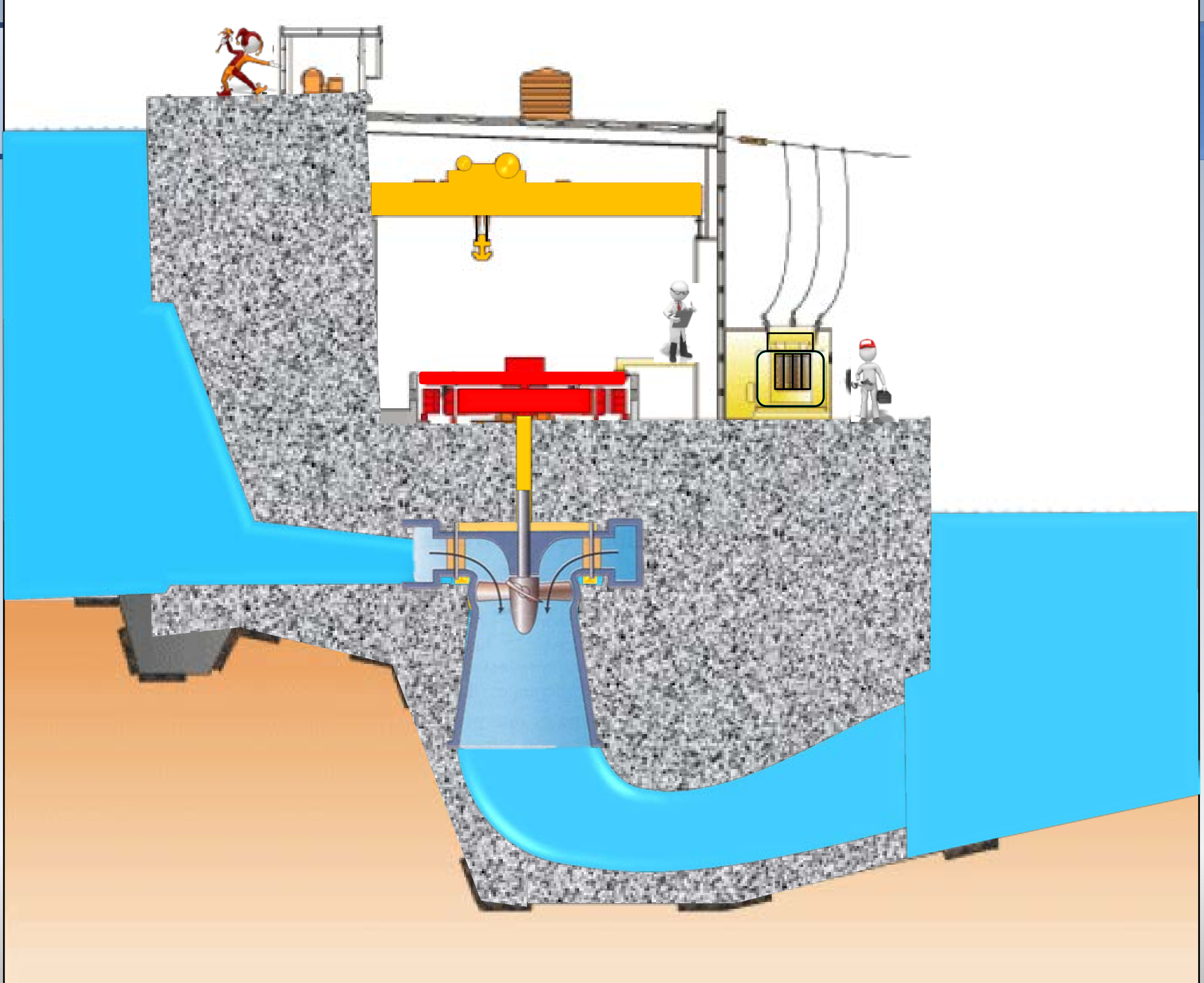
(*1876 – 1934*)



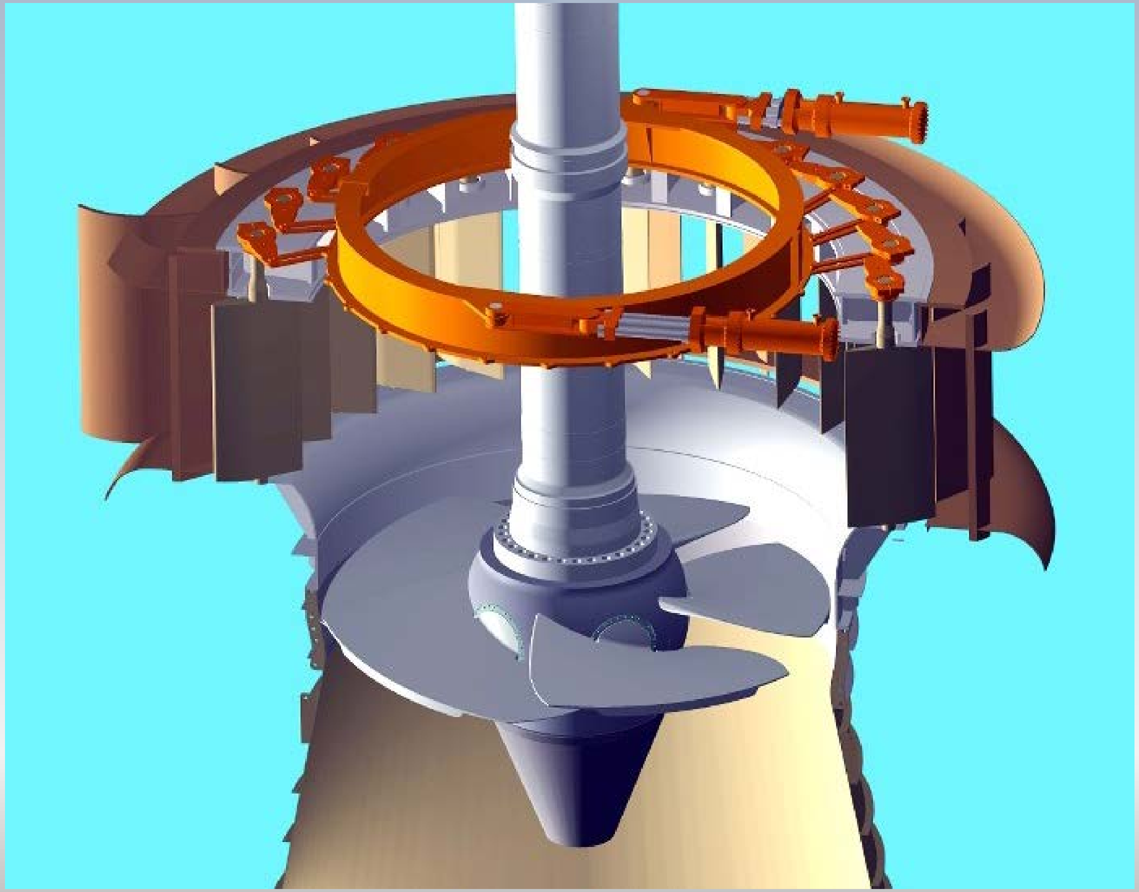


Notes de monsieur V. Kaplan

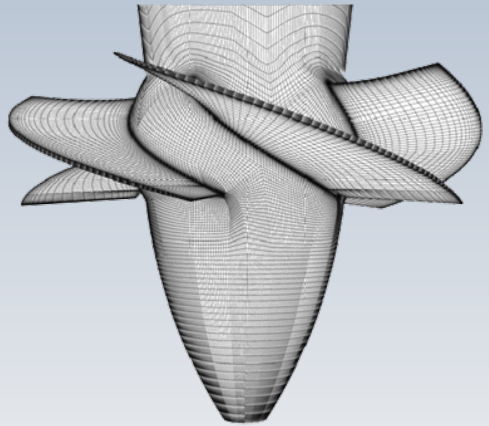
Maquette

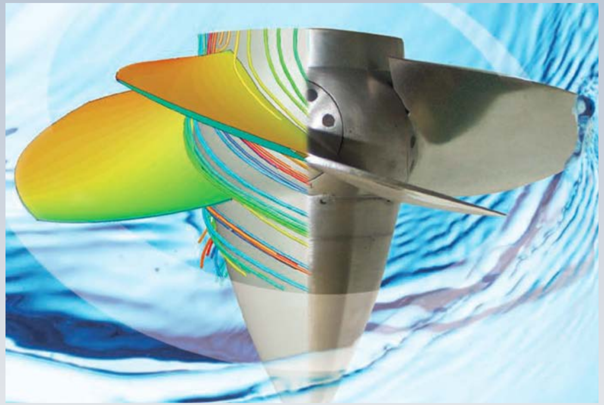



Rotor et directrices

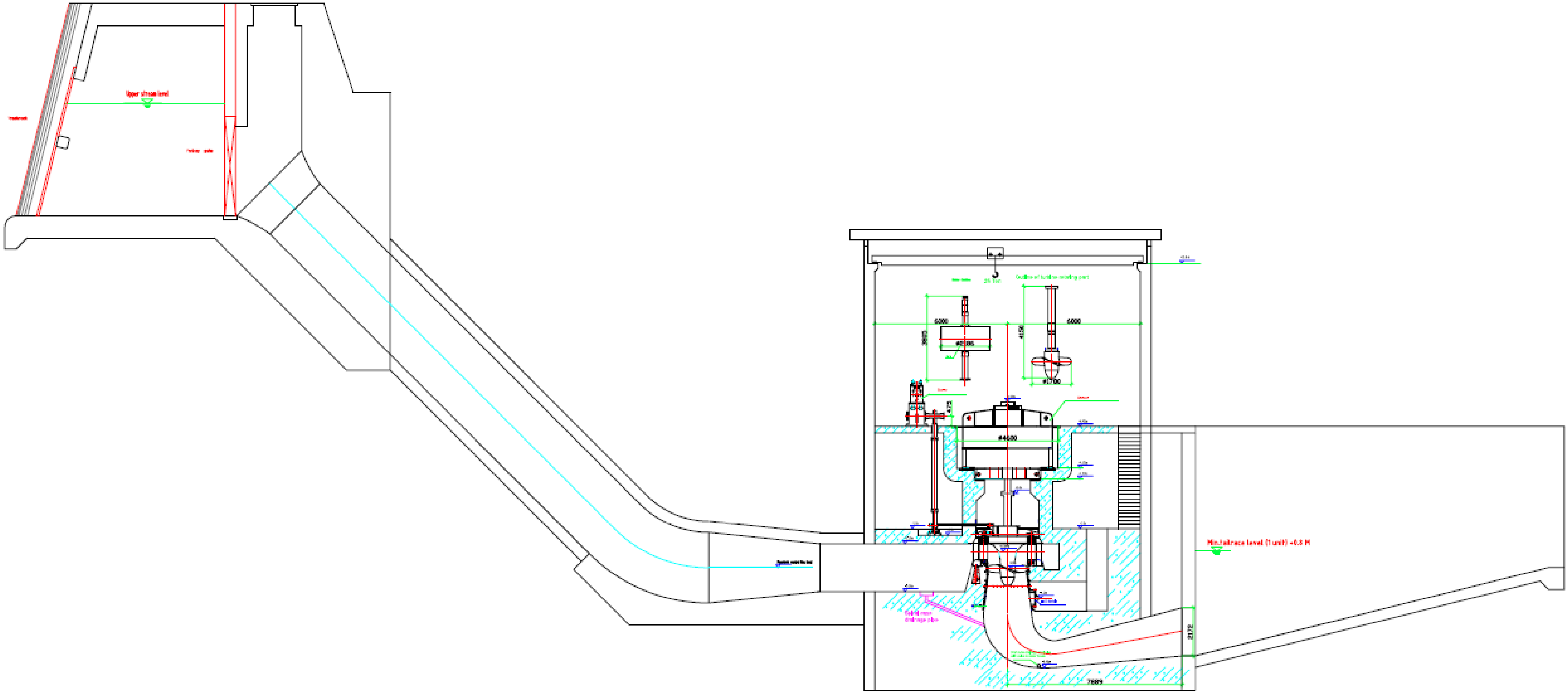


Rotor réel + virtuel +écoulement





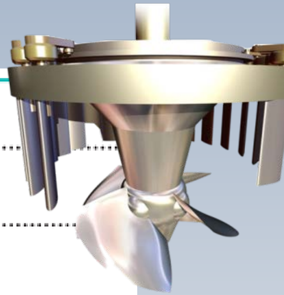
Plan d'un site



Quelques aménagements

Centrale	Fabricant	H[m]	n_q	z
JEBBA	VA Tech EW	28	151	5
MACHICURA	Voith	37	151	5
LIGA III	Kvaerner	39	156	5
MANAVGAT	VA Tech HydroVévey	21	165	5
LIMESTONE	GE Canadá	28	167	5
TAQUARUÇÚ	Voith	22	291	5
VERBOIS (1)	VA Tech HydroVévey	18,2	193	6
VERBOIS (2)	VA Tech HydroVévey	19,2	193	4
YACRETA	Voith	21,3	194	5
GHEZOUBA I	DEMW	18,6	203	5
GHEZOUBA II	Harbin	18,6	200	5
WELLS DAM	Fuji	19,5	210	5
PORTO PRIMAVERA	Alstom Power	18,3	211	4

Aménagements 2004-2011



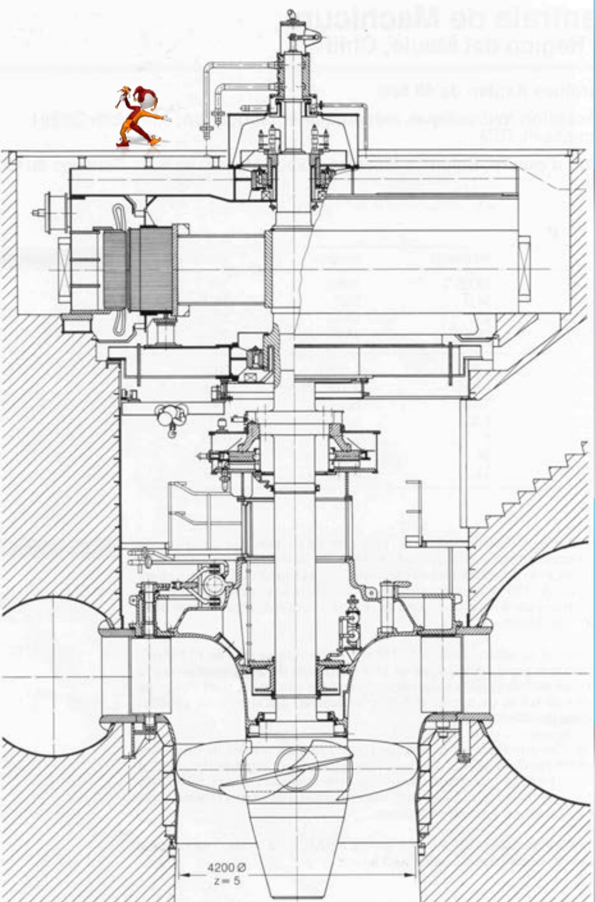
Barra dos Coqueiros (Brazil), 2010	46 MW per unit – 36 m head
Cacu (Brazil), 2010	33 MW per unit – 26 m head
Estreito (Brazil), 2011	152 MVA generators, downstream gates
Monte Claro (Brazil), 2006	67 MW per unit – 39 m head
Brillant (Canada), 2005	120 MW per unit, turnkey plant – 30 m head
Grand Mere (Canada), 2004	77 MW per unit turbine/generator units, governors – 24 m head
Longkou (China), 2009	100 MW per unit turbine/generator units – 31 m head
Bujagali (Uganda), 2011	51 MW per unit, turnkey plant – 21 m head

Francis et Kaplan

Usina	Quantidade	Potência (MW)	Tipo	Altura de Queda (m)	Rotação (rpm)	Peso Rotor (t)	Peso Turbina (t)
14 DE JULHO	2	50	Kaplan	40	173,53	81,28005	353,3915
BAGUARI	4	35	Bulbo	17,3	116,13	40	50
BARRA DO BRAÚNA	3	13	Francis	23,8	138,5	12,61522	105,1269
BARRA DOS COQUEIROS	3	30,6	Kaplan	36	225	47,54961	206,7374
BATALHA	2	26,7	Kaplan	37,7	225	43,1385	187,5587
BAÚ	3	37,6	Kaplan	37,8	189,47	62,27831	270,7753
CAÇU	3	21,7	Francis	28,2	225	12,86336	107,1947
CAPIM BRANCO II	2	71,6	Kaplan	43,4	163,64	109,5322	476,2269
CASTRO ALVES	3	43,3	Francis	92	300	17,1811	143,1759
CORUMBÁ III	2	47,5	Francis	38,23	139	31,89847	265,8205
ESTREITO	6	120,8	Francis	21	70,59	101,4016	845,0135
FOZ DO CHAPECÓ	4	213,75	Francis	52	85,71	132,8795	1107,329
FOZ DO RIO CLARO	2	34,2	Kaplan	25,48	156,52	66,71025	290,0446
MONJOLINHO	2	34,4	Francis	63,1	180	21,0173	175,1442
PASSO SÃO JOÃO	3	27,8	Kaplan	27	171	54,0128	234,8383
RETIRO BAIXO	2	41	Kaplan	45	0	60,62922	263,6053
RONDON II	3	24,5	Francis	59,1	300	11,4156	95,13
SALTO	2	54	Kaplan	19	240	68,1209	296,1778
SALTO DO RIO VERDINHO	2	47,45	Francis	41	171,43	27,41958	228,4965
SALTO PILÃO	2	91,2	Francis	17,93	450	21,92203	182,6836
SÃO JOSÉ	3	17	Kaplan	19,8	189	35,39395	153,8867
SÃO SALVADOR	2	121,6	Kaplan	22,66	94,7	236,2797	1027,303
SERRA DO FACÃO	2	107	Francis	78,7	171,4	49,16319	409,6932
SIMPLÍCIO	3	108,3	Francis	108	200	44,39071	369,9226
TUCURUÍ 2	3	375	Francis	61,5	81,8	205,7184	1714,32

Brésil

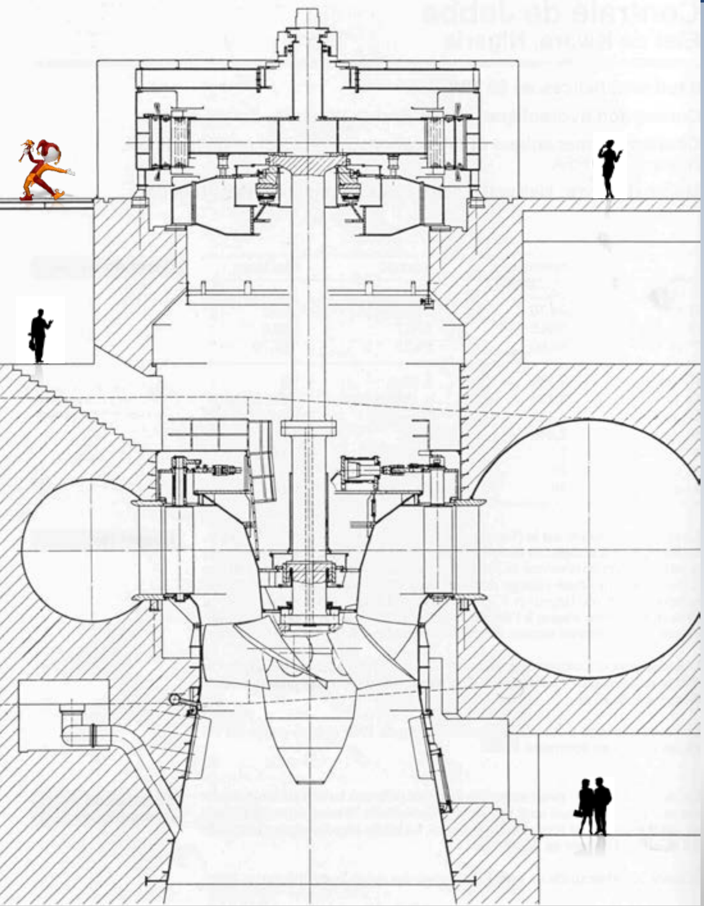
Machicura: Chili



*Q = 144 m^3/s
*H = 36,7 m
*$\dot{W}$ = 48 MW

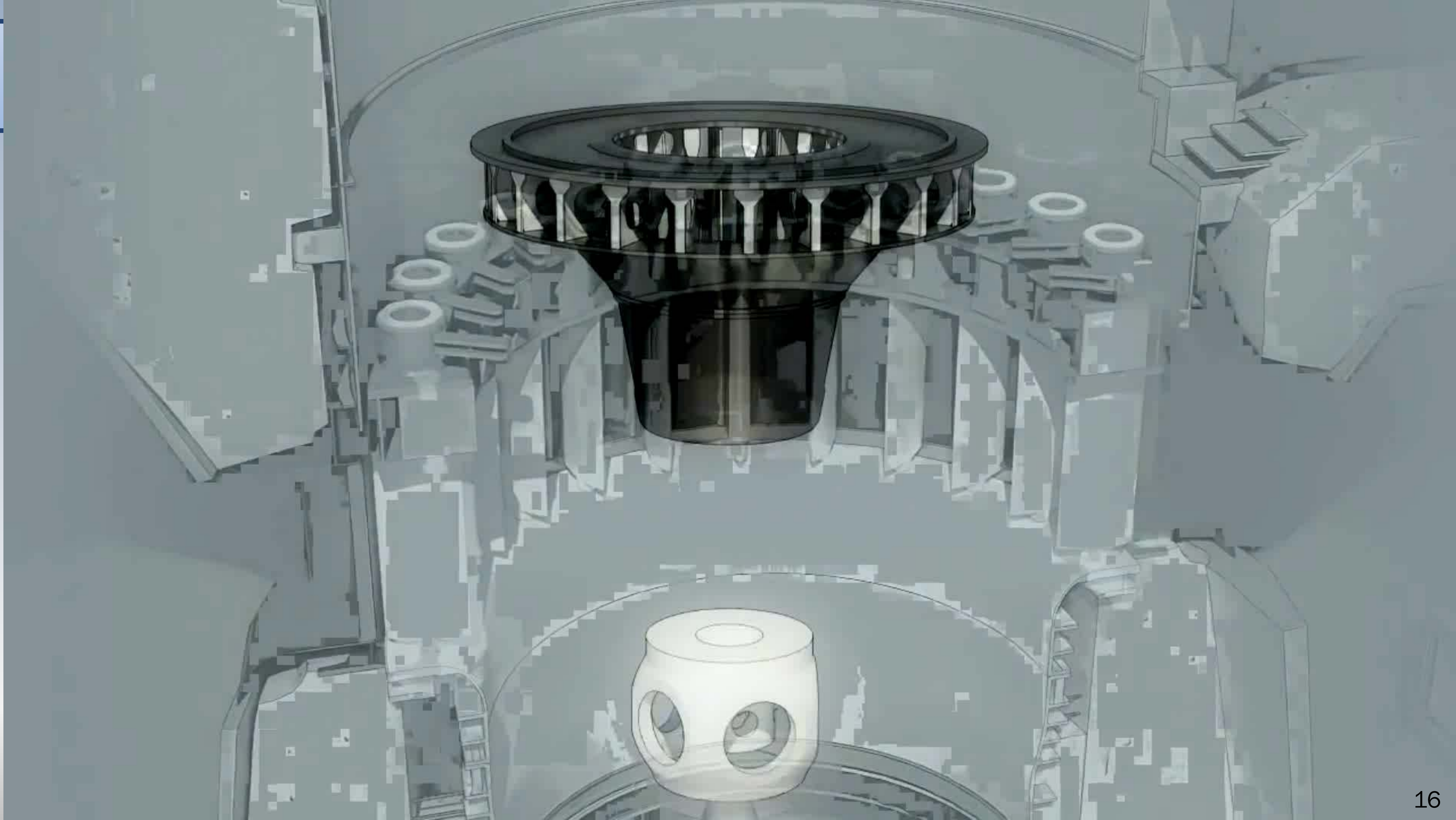
D_0 = 7,2 m
D_e = 4,2 m
D_i = 1,9 m
B_0 = 1,3 m

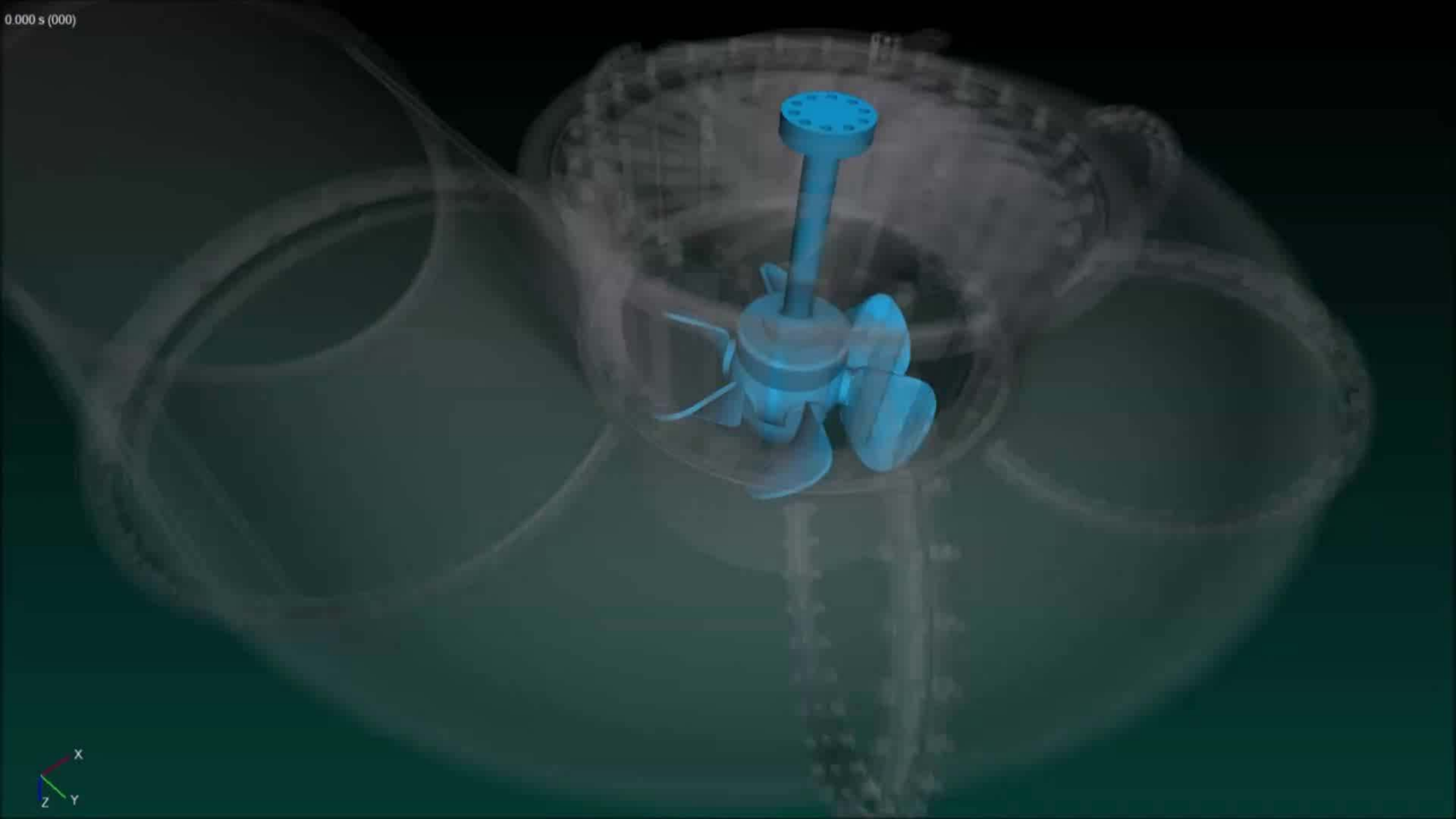
Jebba, Nigeria



*Q = 376 m^3/s
*H = 27,6 m
*$\dot{W}$ = 96 MW

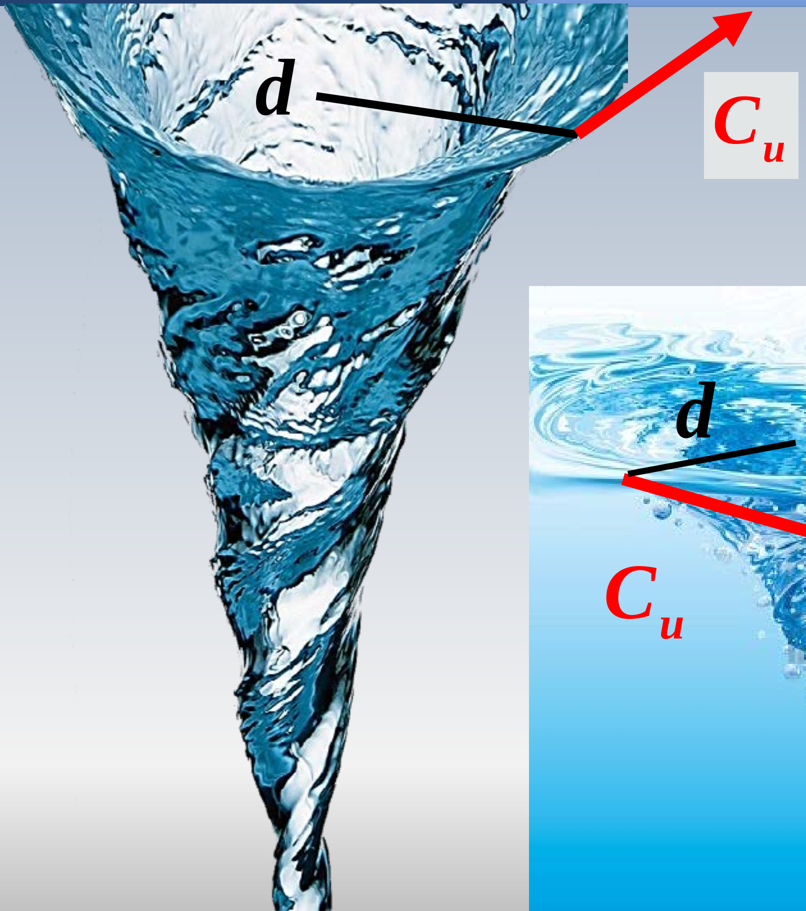
D_0 = 8,5 m
D_e = 7,1 m
D_i = 3,1 m
B_0 = 2,8 m

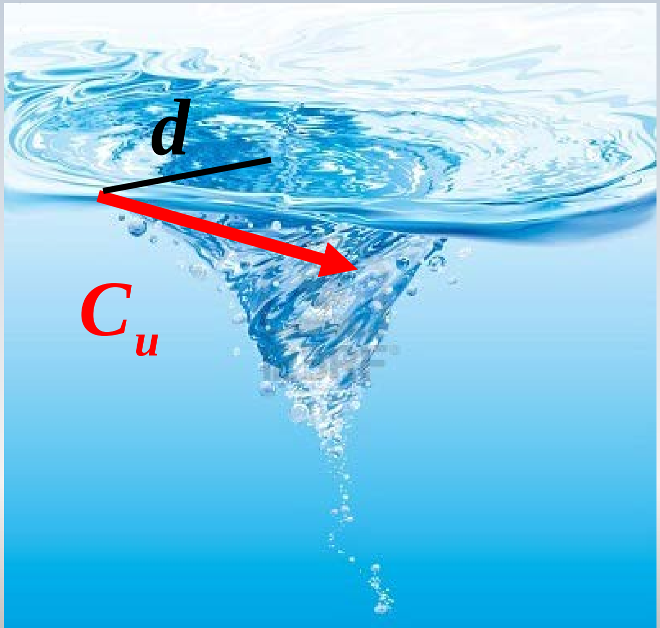



0.000 s (000)
X
Z
Y

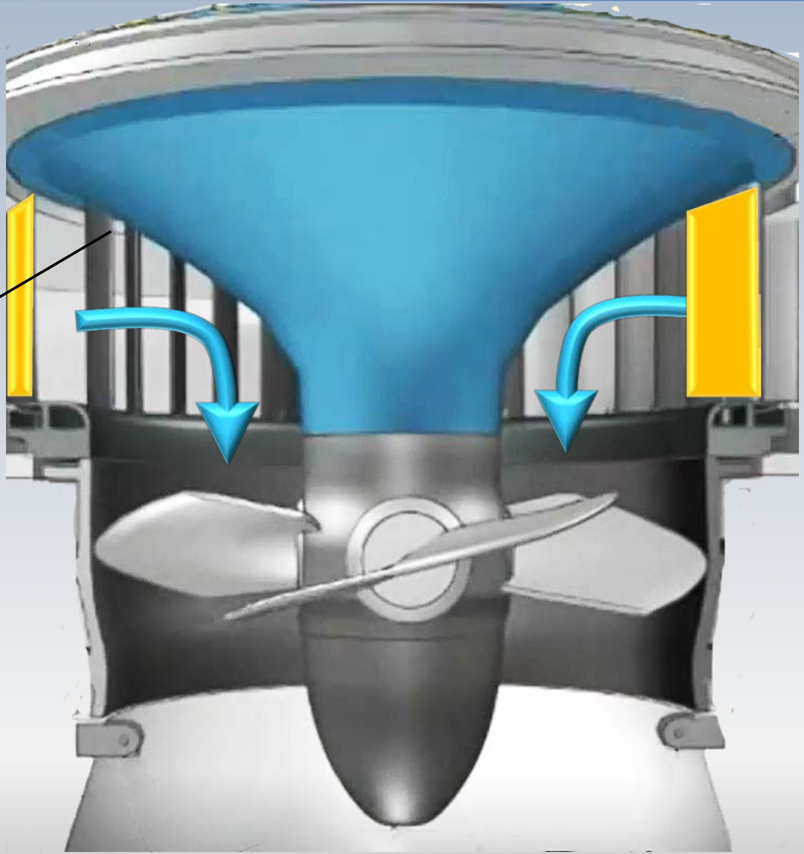
Vortex libre

$C_u d = cnste$





Vortex libre avant la roue

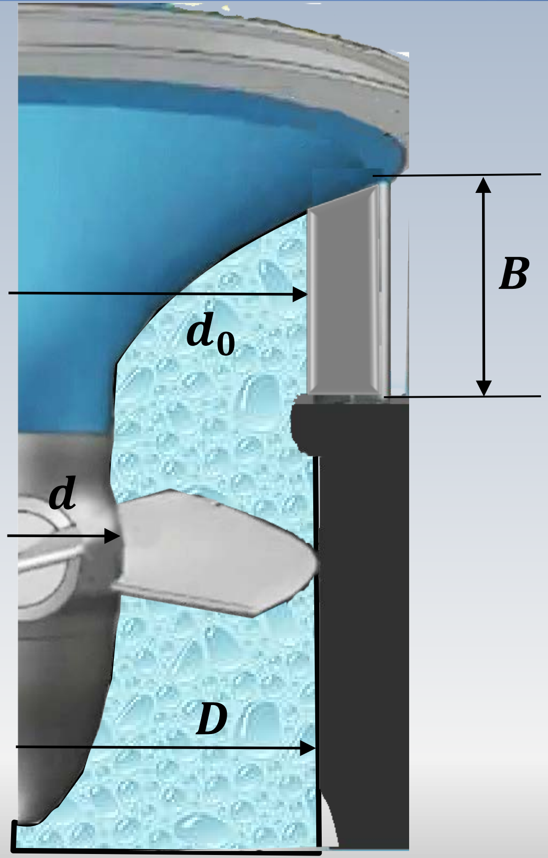


Vortex libre

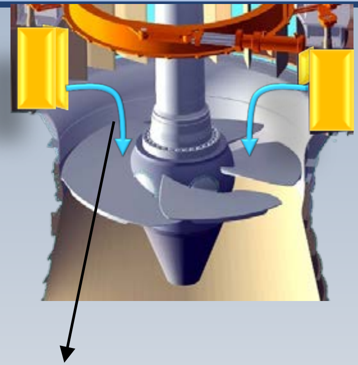
Vortex libre avant la roue

Vortex libre avant la roue

Vortex libre avant la roue

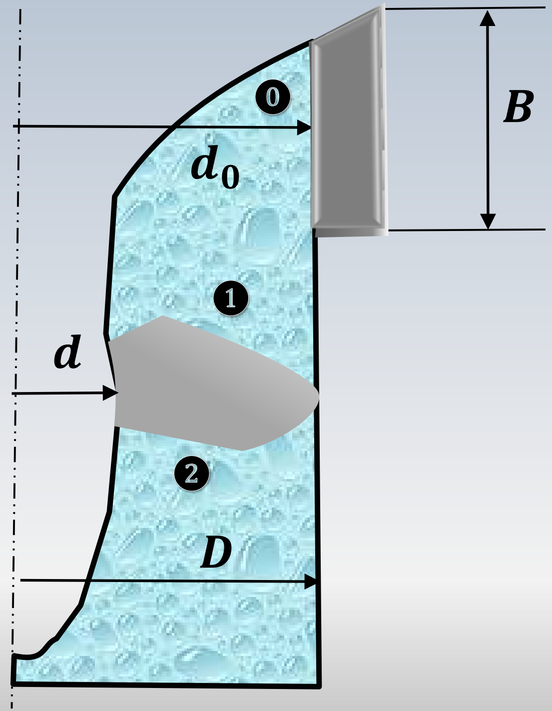


Vortex libre avant la roue



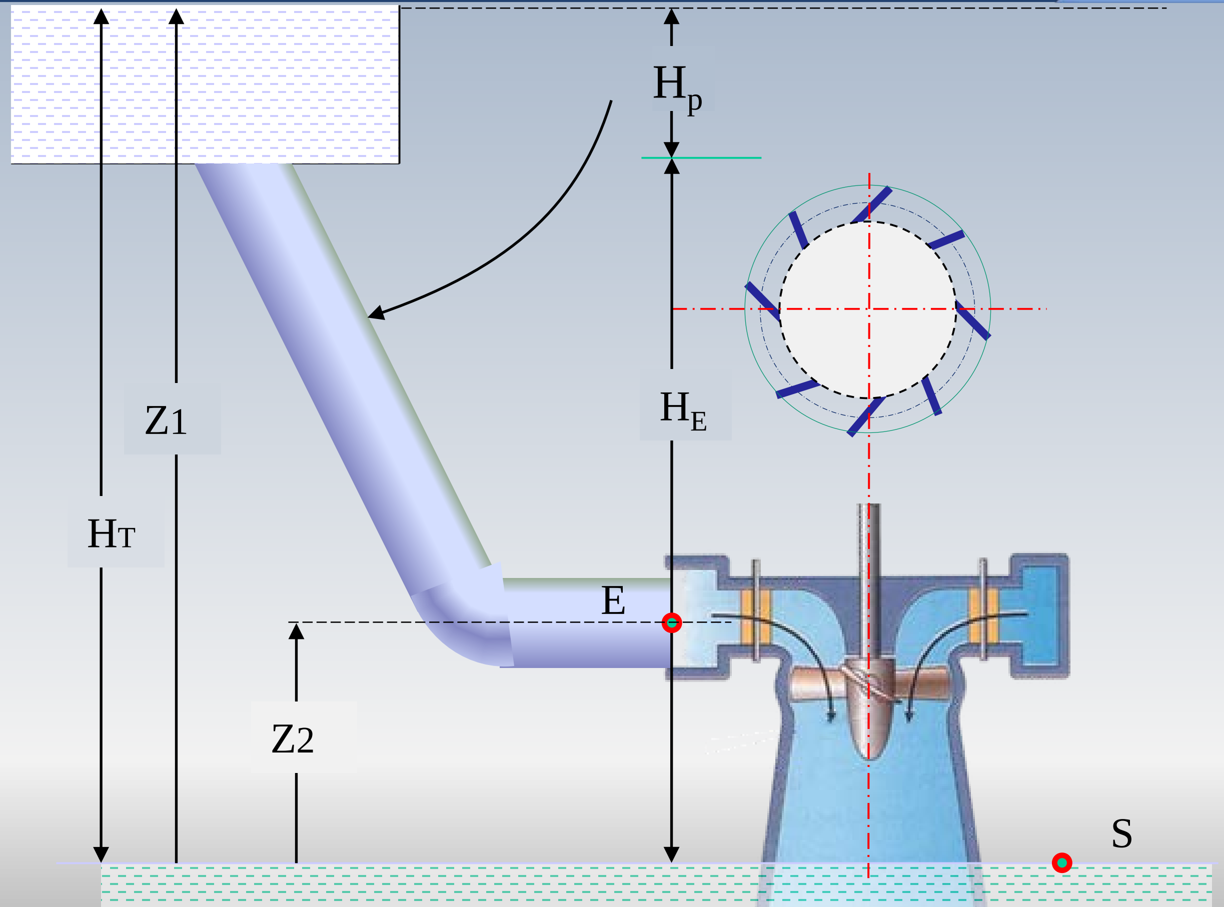
Vortex libre

$$C_{0u} d_0 = C_{1u} d$$



L'écoulement entre la sortie des avants directrices (station 0) et le bord d'attaque des pales de la turbine, (station 1) est modélisée au moyen d'un vortex libre

Chute nette



$$H_E = \left(\frac{V_E^2}{2g} + z_E + \frac{p_E}{\rho g}\right)$$

$$H_E = H_T - H_p$$

Chute nette

Chute nette (idéale) H

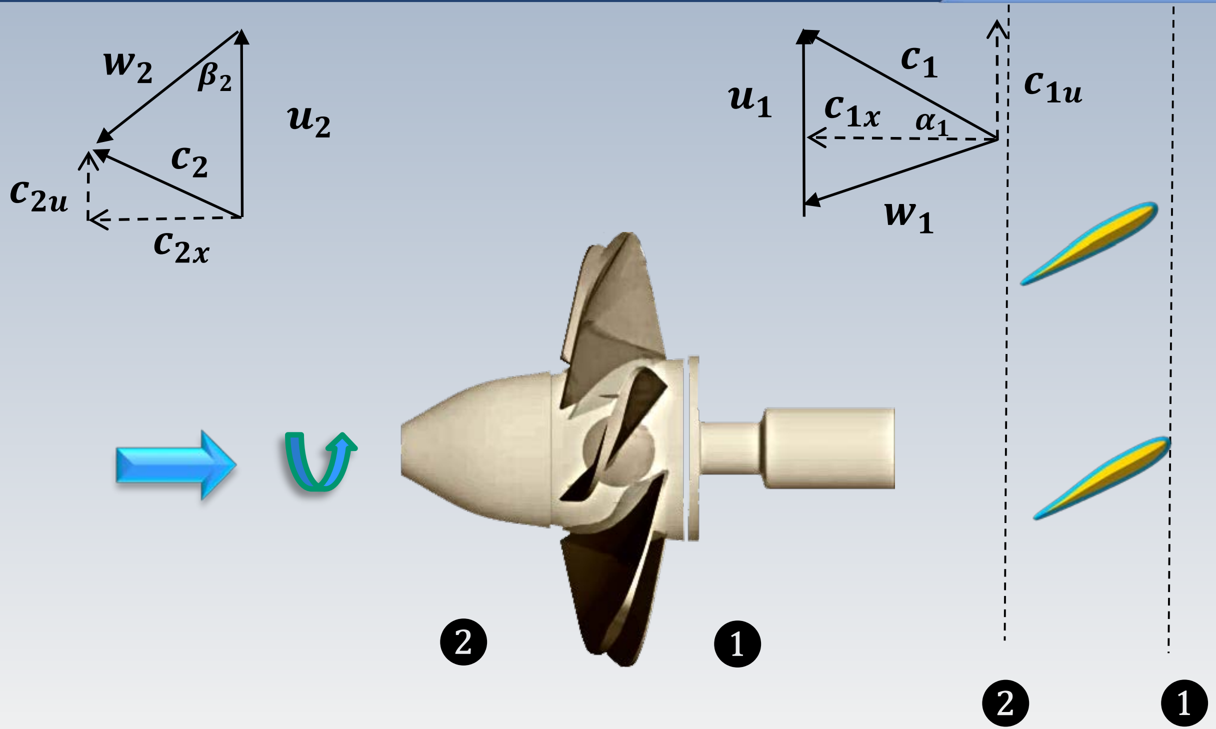
Différence entre l’énergie spécifique à l’entrée (E) et celle à la sortie (S) de la turbine. Cette variation d’énergie spécifique, gagnée par la roue, est sous forme de “hauteur de pression”, de hauteur physique et de “hauteur de vitesse”

$$H = H_E - H_S$$

$$H = \left(\frac{V_E^2}{2g} + z_E + \frac{p_E}{\rho g}\right) - \left(\frac{V_S^2}{2g} + z_S + \frac{p_S}{\rho g}\right)$$

$$\boxed{H = \frac{V_E^2 - V_S^2}{2g} + z_E - z_S + \frac{p_E - p_S}{\rho g}}$$

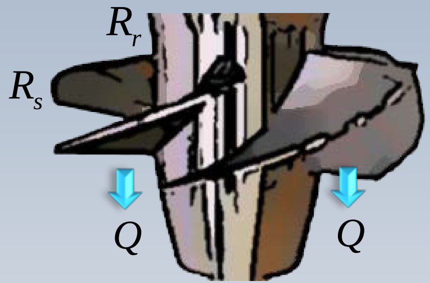
Puissance



$$\dot{W}_{Kaplan} = \rho Q(c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) \qquad = \rho Q u(c_{1u} - c_{2u}) \qquad u_1 = u_2 = u$$

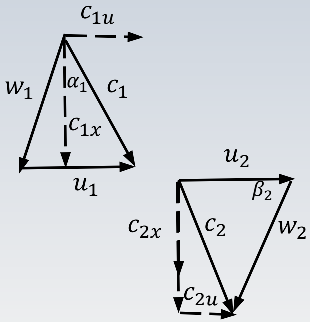
Puissance

$$u = u_1 = u_2 \qquad c_{1u} = \frac{c_x}{\tan\alpha_1} \qquad c_x = \frac{Q}{\pi(R_s^2 - R_r^2)}$$



$$c_x = c_{1x} = c_{2x} \qquad c_{2u} = u - \frac{c_x}{\tan\beta_2}$$

$$c_{1u} - c_{2u} = \frac{c_x}{\tan\alpha_1} - u + \frac{c_x}{\tan\beta_2} \qquad c_{1u} - c_{2u} = c_x\left(\frac{1}{\tan\alpha_1} + \frac{1}{\tan\beta_2}\right) - u$$



$$\boxed{\dot{W}_{Kaplan} = \rho Q^2\left(\frac{u}{\pi(R_s^2 - R_r^2)\dfrac{\tan\alpha_1\tan\beta_2}{\tan\alpha_1 + \tan\beta_2}}\right) - \rho Q u^2}$$

Formule simplifiée utilisant une vitesse périphérique moyenne ***u***

Vitesse spécifique

$$n_s = \frac{n\sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}}$$

n_s dénote la vitesse nécessaire pour atteindre, dans une turbine similaire, la **puissance unitaire** avec un chute de **1m.**

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

n_q est la vitesse d'une turbine géométriquement similaire à une autre operant avec une chute de **1 m** et par laquelle circule un débit **$Q = 1\ m^3/s$**

Équivalence n_s n_q

$$\frac{n_s}{n_q} = \frac{n\dot{W}^{1/2} H^{-5/4}}{nQ^{1/2} H^{-3/4}} \qquad \dot{W}^{1/2} = \sqrt{\rho g} Q^{1/2} H^{1/2}$$

$$\frac{n_s}{n_q} = \frac{n\sqrt{\rho g} Q^{1/2} H^{1/2} H^{-5/4}}{nQ^{1/2} H^{-3/4}} = \sqrt{\rho g}$$

$$\boxed{\frac{n_s}{n_q} = \sqrt{9800} = 99}$$

Remarque historique: Lorsque la puissance était mesurée en CV et ρg en **kilo-force**, on trouvait le coefficient **n_s=$n_q\sqrt{1000/75}$ = 3.65n_q**

Variables réduites

- En pratique, pour les turbines hydrauliques, on définit des **variables réduites**

- Celles-ci correspondent à un fonctionnement en similitude d'une turbine de diamètre $\boldsymbol{D = 1m}$, opérant avec une chute $\boldsymbol{H = 1m}$ On note ces variables avec un **double indice 1**

Variables réduites

Vitesse de rotation réduite $\boldsymbol{n_{11}}$

$$\frac{n_{11}\times 1^2}{g\times 1}=\frac{n^2\times D^2}{g\times H} \Rightarrow \boxed{n_{11}=\frac{nD}{H^{1/2}}}$$

Débit réduit $\boldsymbol{Q_{11}}$

$$\frac{Q_{11}}{n_{11}\times 1^3}=\frac{Q}{n\times D^3} \Rightarrow \boxed{Q_{11}=\frac{Q}{D^2 H^{3/2}}}$$

Puissance réduite $\boldsymbol{P_{11}}$

$$\boxed{P_{11}=\frac{P}{D^2 H^{3/2}}}$$

Remarque: les valeurs numériques de $\mathbf{n_{11}}$, $\boldsymbol{Q_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{11}}$ dépendent du système d'unités.

Colline de rendement

L'analyse de similitude et la construction de cartes d'opération des turbines Kaplan, requiert la prise en compte de **cinq paramètres:** *la vitesse de rotation, le débit, le rendement, la position des aubes directrices et l'inclinaison des pales de la roue*.

Ces deux derniers éléments qui régulent le débit, sont caractérisés respectivement, par un paramètre de **position** $\boldsymbol{x}$ et, par un **angle** $\boldsymbol{\varphi_0}$

Étant donné la complexité entraînée par la présence de deux variables géométriques, on simplifie la représentation en fixant l'une de ces variables et en traçant **deux séries de collines de rendement séparées**

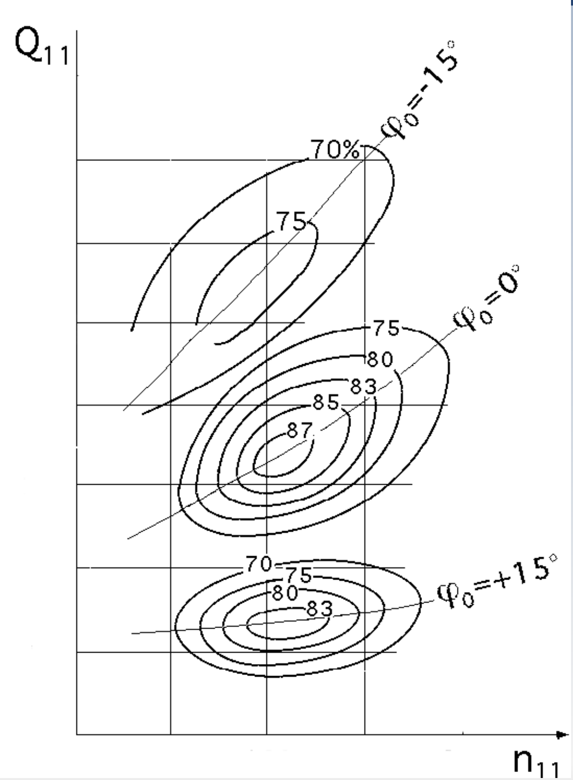
Colline de rendement

Dans un cas, **on fixe la positon de l'aubage du rotor**, soit $\boldsymbol{\varphi_0}$ et on régule le débit au moyen de différentes ouvertures du distributeur

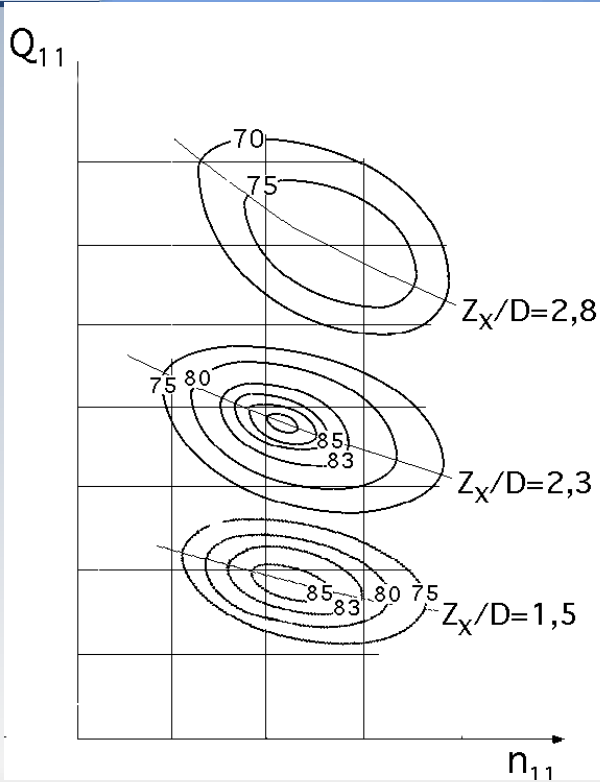
Dans l'autre cas, **l'ouverture $\boldsymbol{x}$ du distributeur est maintenue constante** et on contrôle la variation du débit en modifiant l'angle $\boldsymbol{\varphi_0}$ des aubes de la roue

Colline de rendement

Kaplan



Collines de rendement obtenues en changeant l'angle des pales de la roue

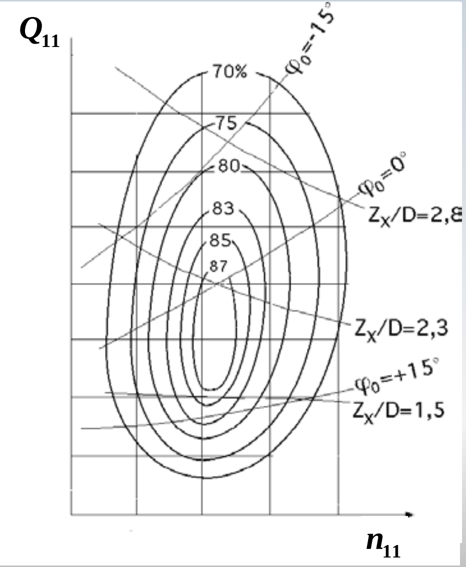


Collines de rendement obtenues en changeant l'ouverture du distributeur

Colline de rendement

Kaplan

On note que pour chaque paire $\boldsymbol{Q_{11}-n_{11}}$, les rendements sont différents. Cependant, pour chaque série il y aura une **configuration particulière** pour laquelle les **rendements sont optimaux.** Celle-ci correspond à la colline de rendement de la turbine Kaplan.



Colline de rendement d'une turbine Kaplan

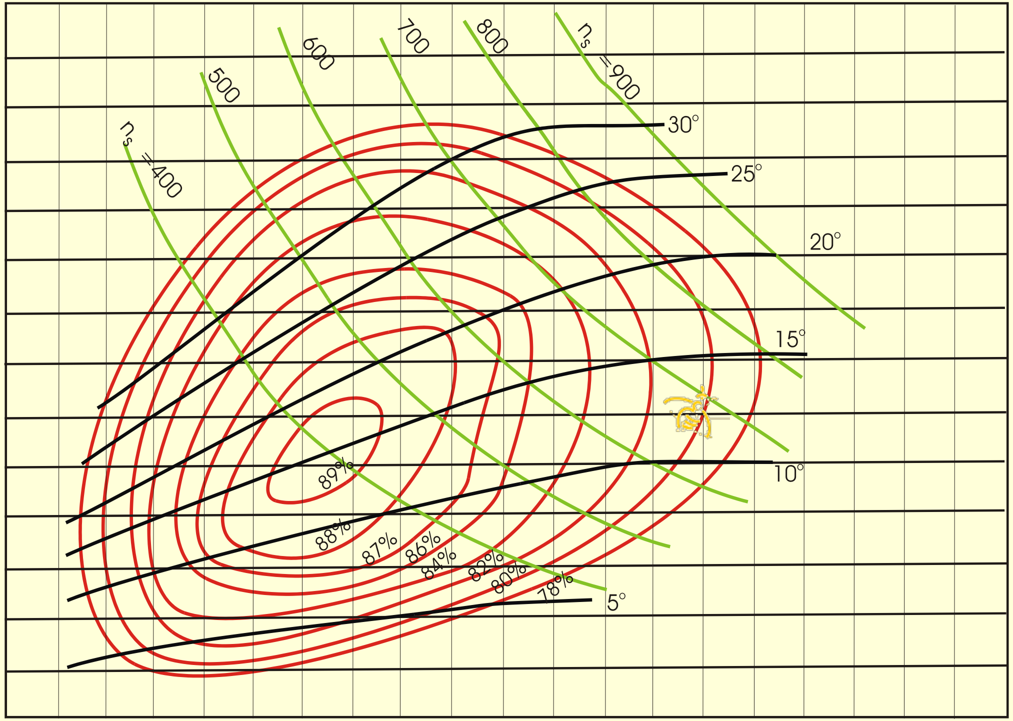
$$\eta_s = f(Q_{11})$$

$$x = f(Q_{11})$$

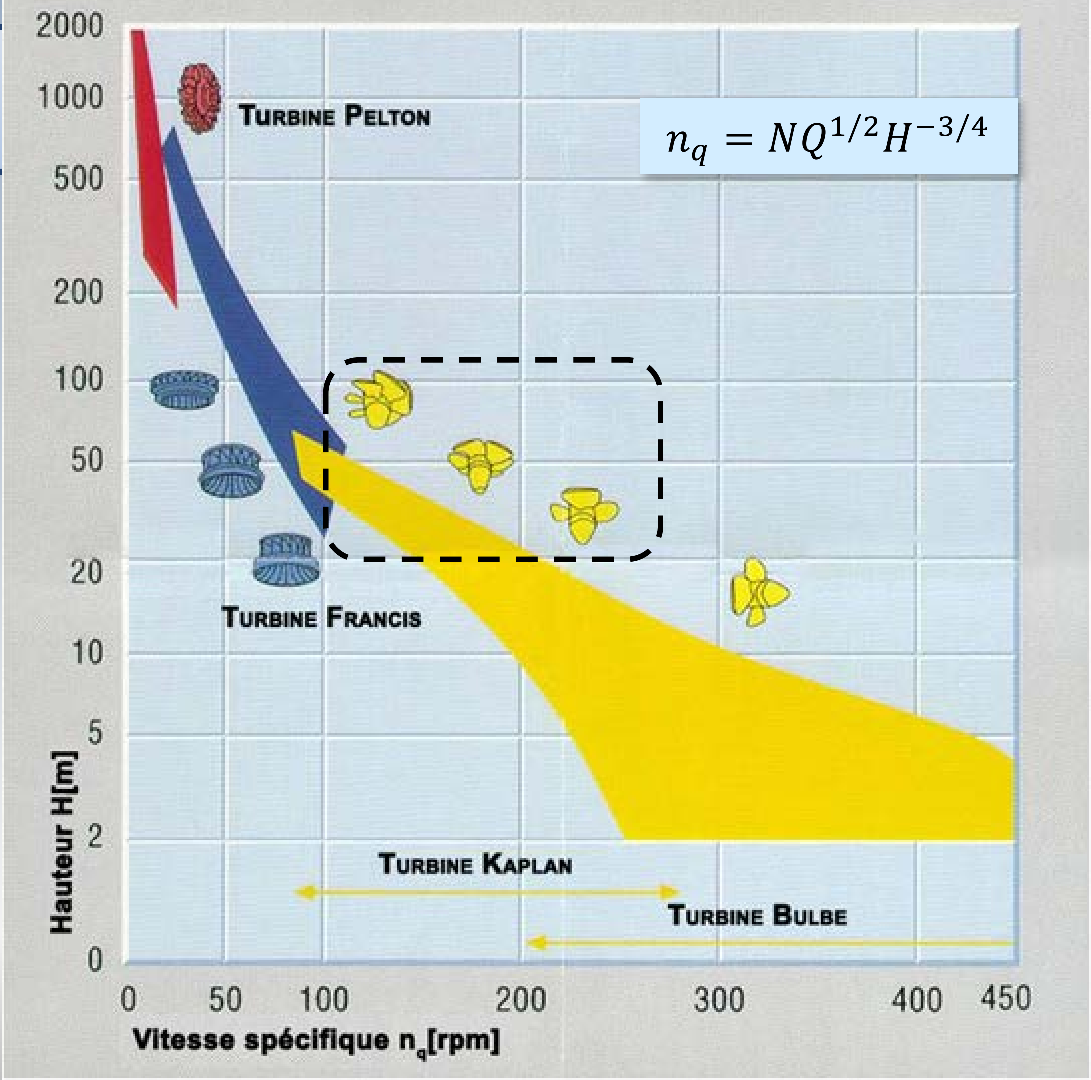
$$\varphi = f(Q_{11})$$

Colline de rendement

$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{H^{3/2} D^2} [CV]$$

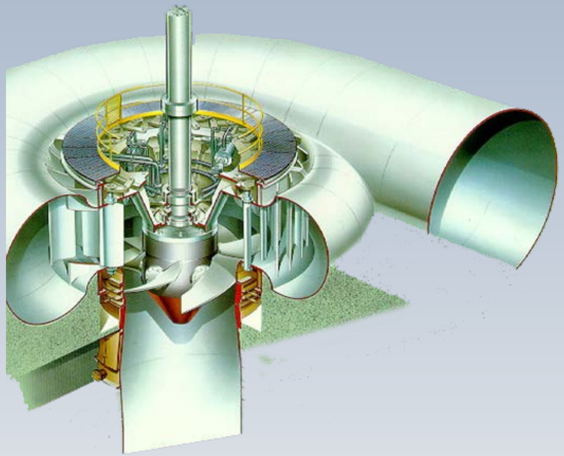


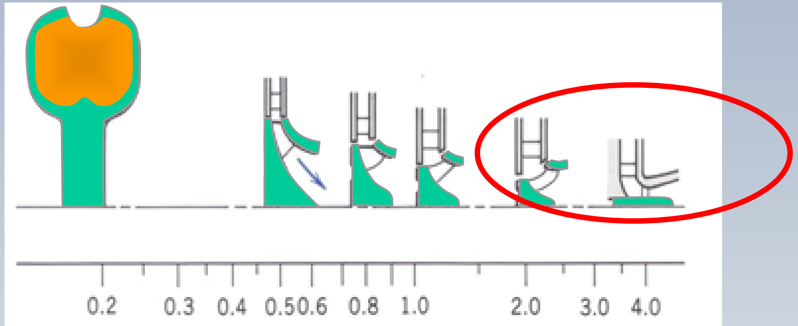
$$n_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}} [RPM]$$

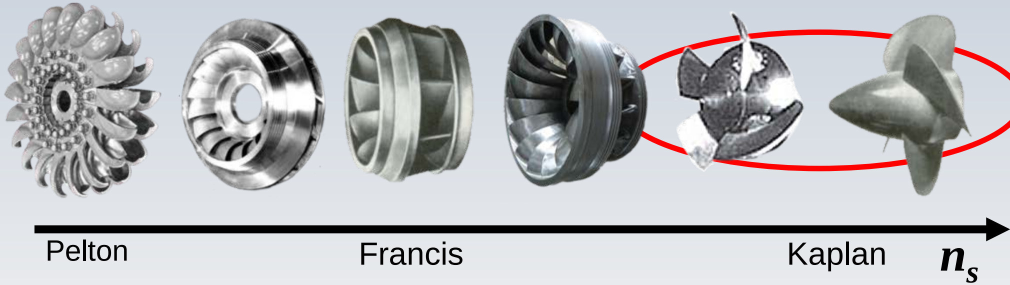


$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4}$
Turbine Pelton
Turbine Francis
Turbine Kaplan
Turbine Bulbe
Hauteur H[m]
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
0
0
50
100
200
300
400
450
Vitesse spécifique n_q[rpm]

Turbine Kaplan

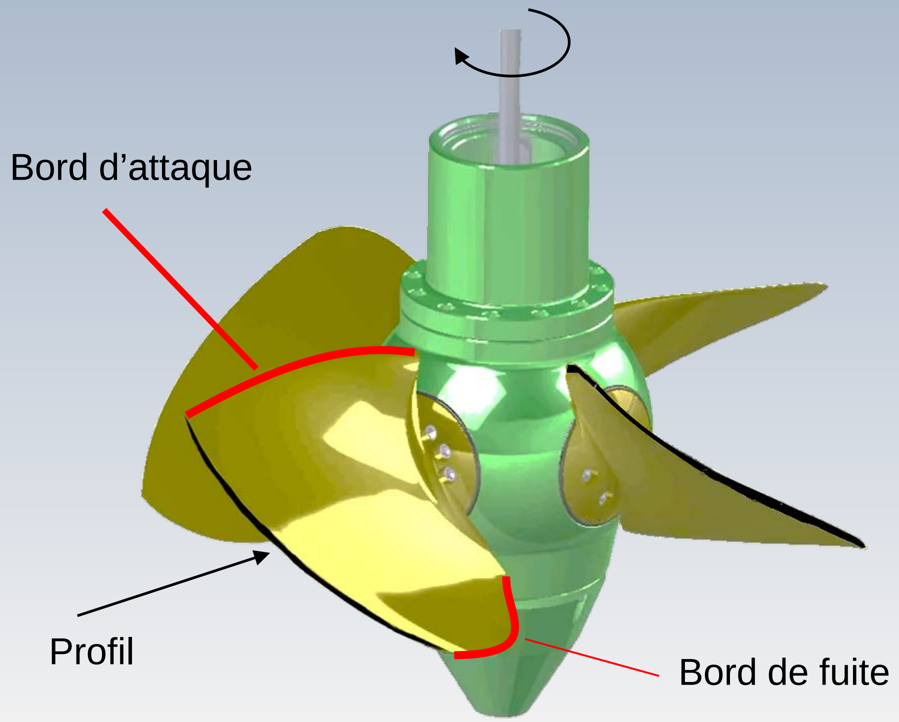


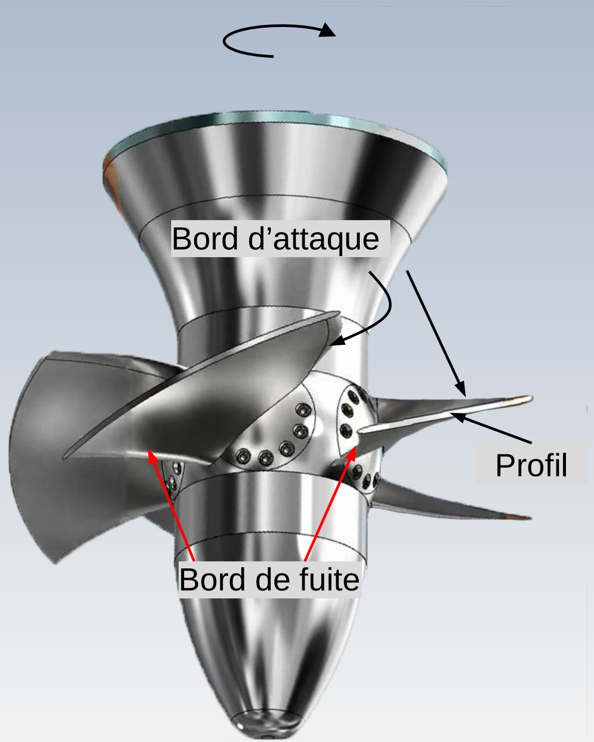




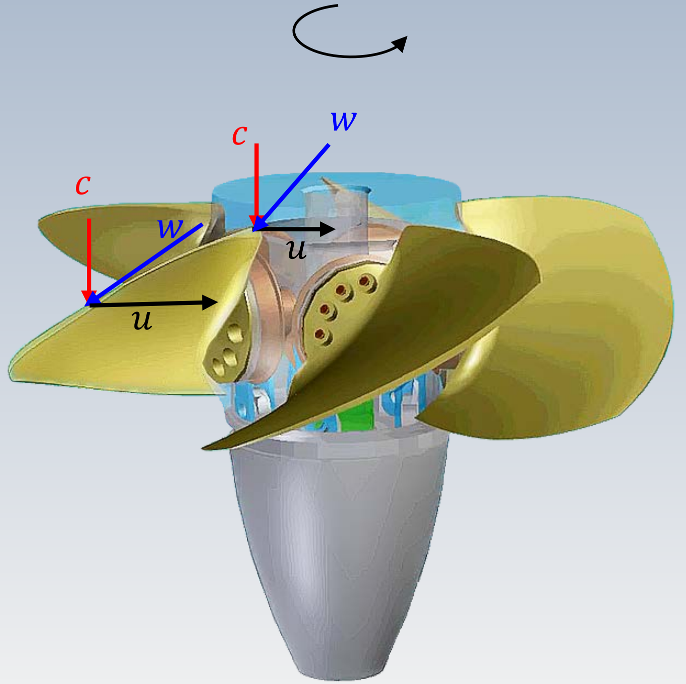
Turbine adéquate pour des **faibles chutes et des débits élevés**.
Les valeurs de n_s **sont élevées.**

Bords d'attaque et fuite





Angle de w_1 et rayon

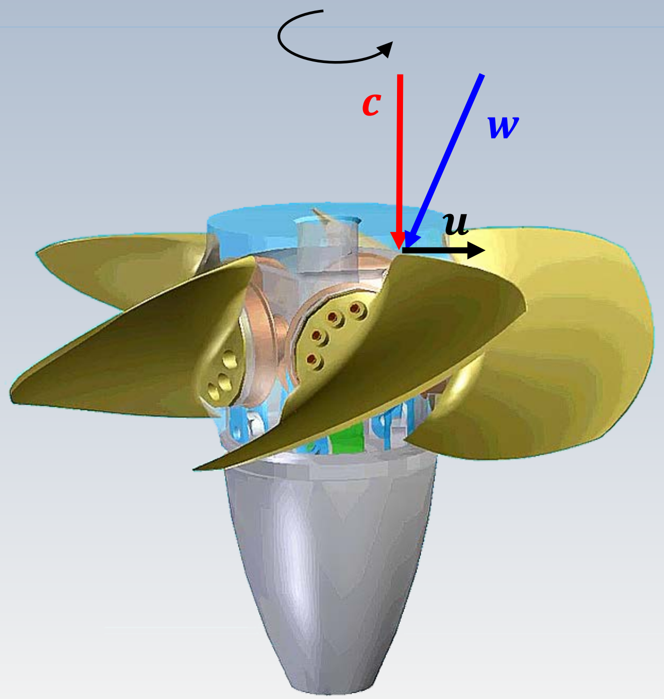


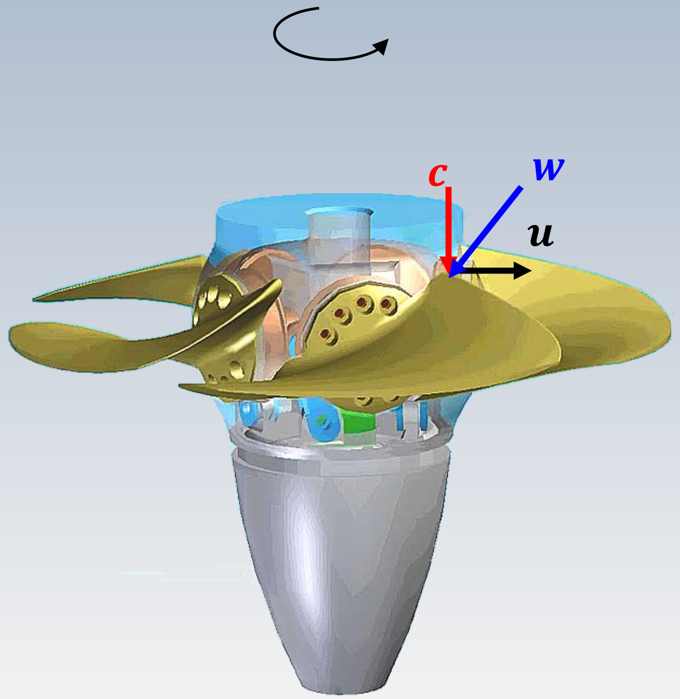
Dans un rotor, la vitesse tangentielle $\boldsymbol{u}$ augmente dans la direction radiale. Ainsi, pour une vitesse axiale absolue $\mathbf{c}$, considérée constante, l'inclinaison de la vitesse relative $\boldsymbol{w}$ change du moyeu vers le bout de la pale

Cette variation impose alors un modification de l'angle $\boldsymbol{\beta_1}$ de la pale dans la direction radiale

Remarque: schéma simplifié sans l'écoulement tourbillonnaire (vortex libre)

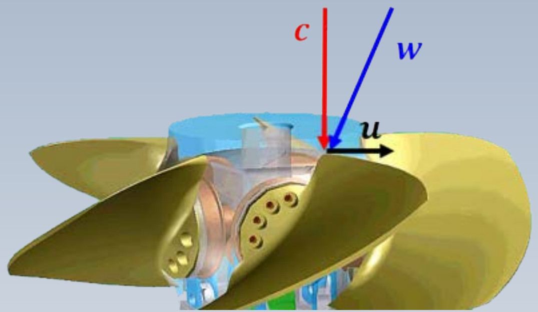
Débit et pivotage des aubes

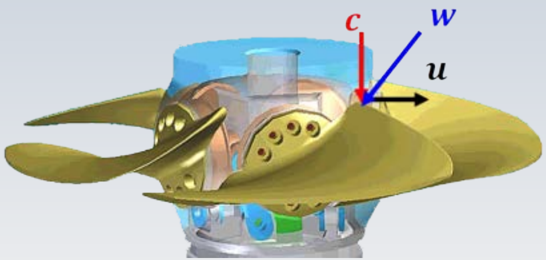




Remarque: schéma simplifié sans l'écoulement tourbillonnaire (vortex libre)

Débit et pivotage des aubes

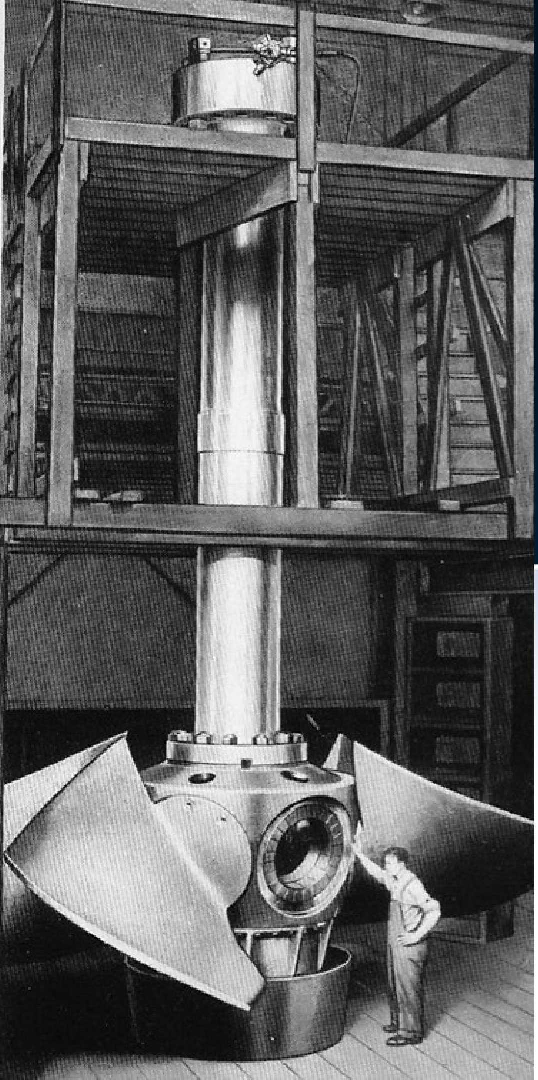




Pour une même vitesse de rotation $\boldsymbol{u}$, lorsque l'angle d'inclinaison $\boldsymbol{\beta_1}$ de la pale change, les modules des vitesses relative $\boldsymbol{w}$ et absolue $\mathbf{c}$, se modifient à cause de la variation de l'inclinaison de la pale.

On constate alors que l'inclinaison des pales a un impact sur le débit $\mathbf{Q}$ qui dépend de la vitesse $\mathbf{c}$.

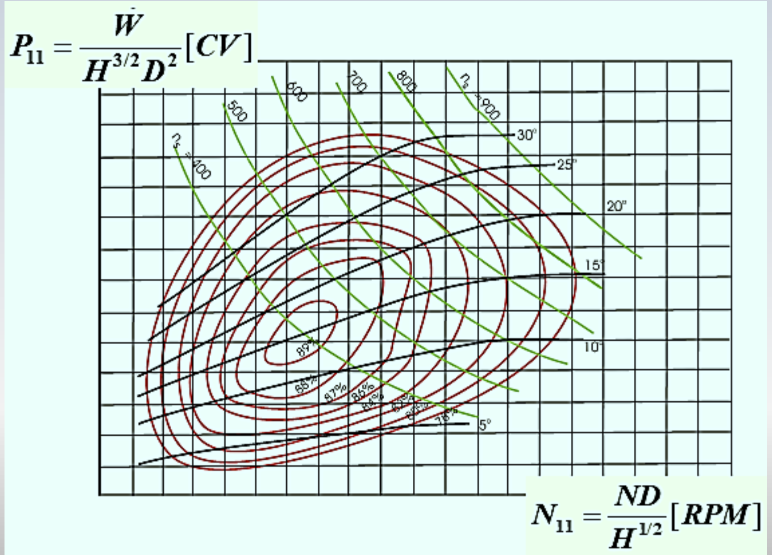
Remarque: schéma simplifié sans l'écoulement tourbillonnaire (vortex libre)



PROBLÈMES

Exemple I

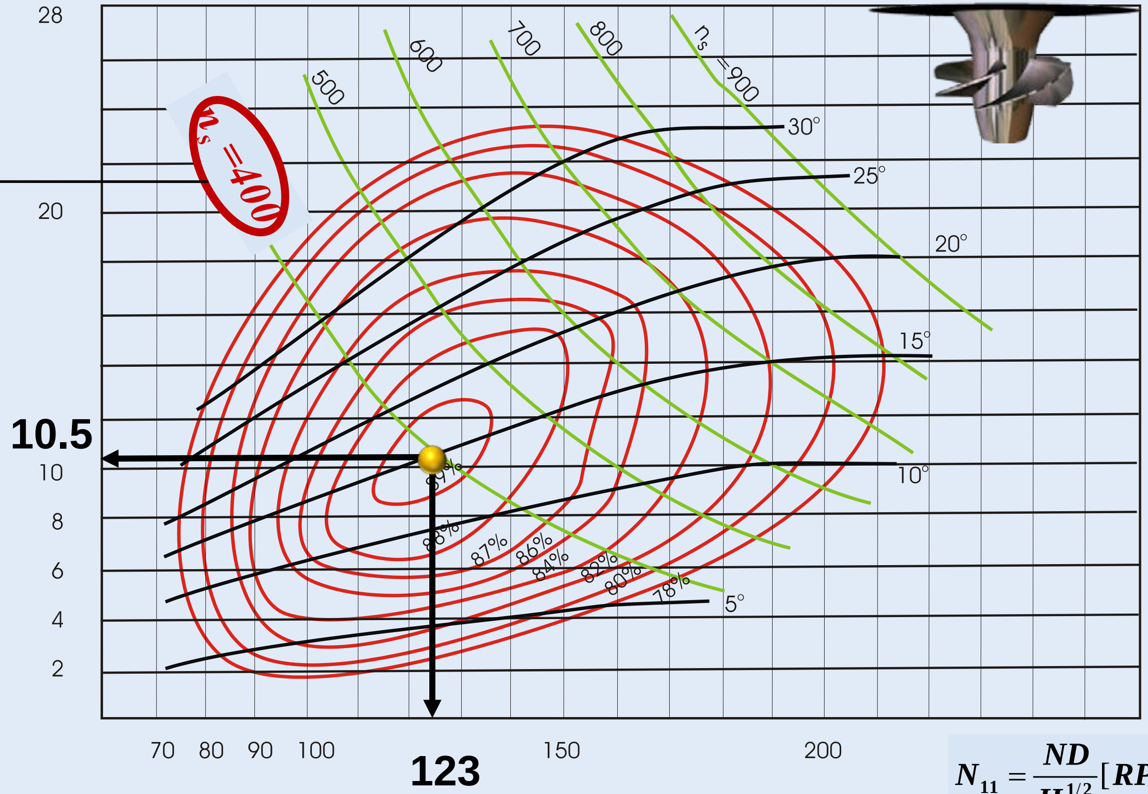
Trouver **la vitesse de rotation** $\boldsymbol{N}$ et le **diamètre du rotor** $\boldsymbol{D}$ pour une turbine Kaplan dont la chute est de $\boldsymbol{H = 40m}$**.** La puissance cherchée et de $\dot{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{17800CV}$. La turbine opère au **point nominal**. La colline de rendement de cette turbine est connue:



Exemple I

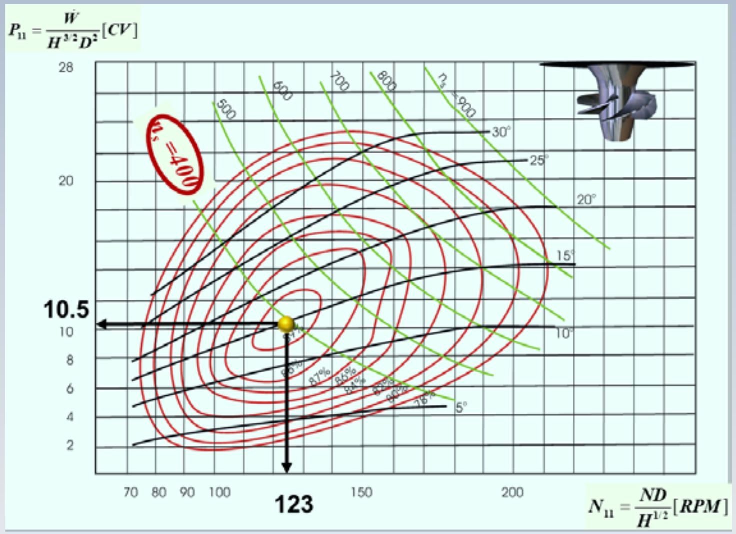
$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{H^{3/2} D^2}[CV]$$

Calculée avec
$\dot{W}$ en CV



$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}[RPM]$$

Exemple I



Pour trouver la vitesse de rotation $\boldsymbol{N}$ nous regardons la vitesse spécifique $\boldsymbol{n_s}$

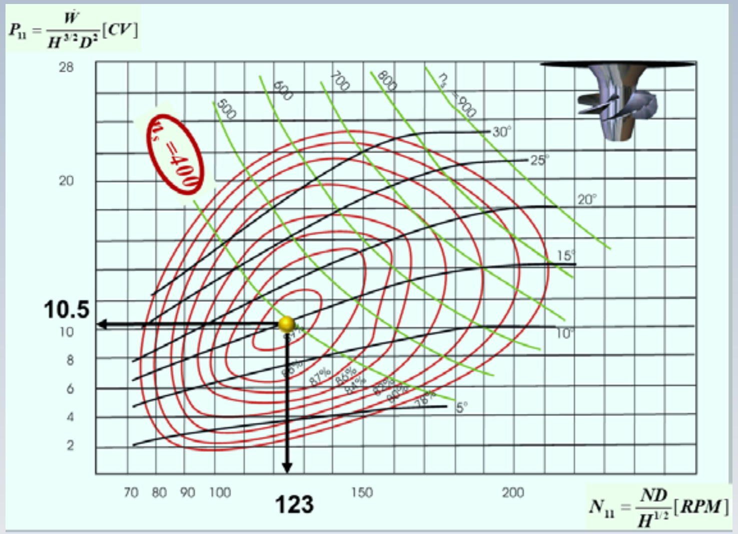
$$n_s = \frac{\boldsymbol{N}\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$$N = \frac{n_s H^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}}$$

H=40m, n_s=400, $\dot{W}$=17800 CV

$$\boldsymbol{N} = \frac{400 \times 40^{5/4}}{17800^{1/2}} = \mathbf{300}\, \boldsymbol{rpm}$$

Exemple I



Avec N connue et la valeur de $N_{11} = 123$ obtenue de la colline de rendement, nous pouvons calculer le diamètre $\boldsymbol{D}$

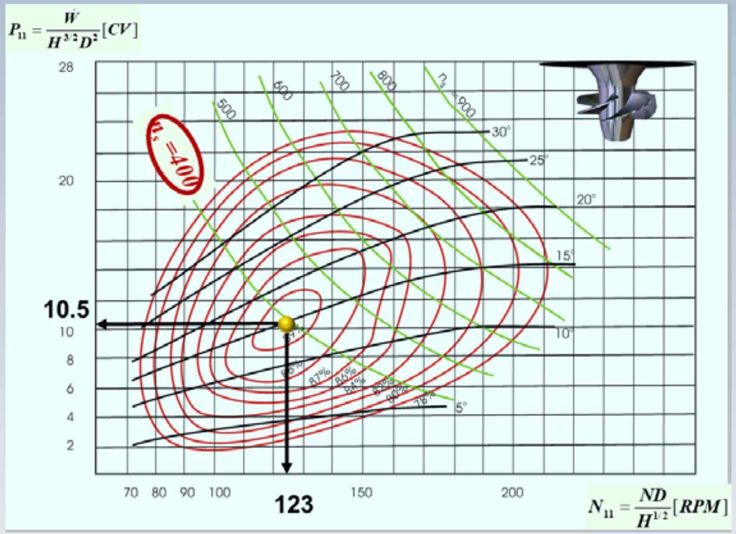
$$N_{11} = \frac{N\boldsymbol{D}}{H^{1/2}}\, rpm$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{N_{11}H^{1/2}}{N}$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{123 \times 40^{1/2}}{300} = \mathbf{2.59}\,\boldsymbol{m}$$

H=40m, n_s=400, $\dot{W}$=17800 CV

Exemple I



Nous pouvons emprunter une seconde voie pour calculer le diamètre $\boldsymbol{D}$. Celle-ci utilise la puissance réduite $P_{11} = 10.5$

$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{\boldsymbol{D}^2 H^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \quad D = \left(\frac{\dot{W}}{P_{11}H^{3/2}}\right)^{1/2}$$

***H*=40m, *n*$_s$=400, $\dot{W}$=17800 CV**

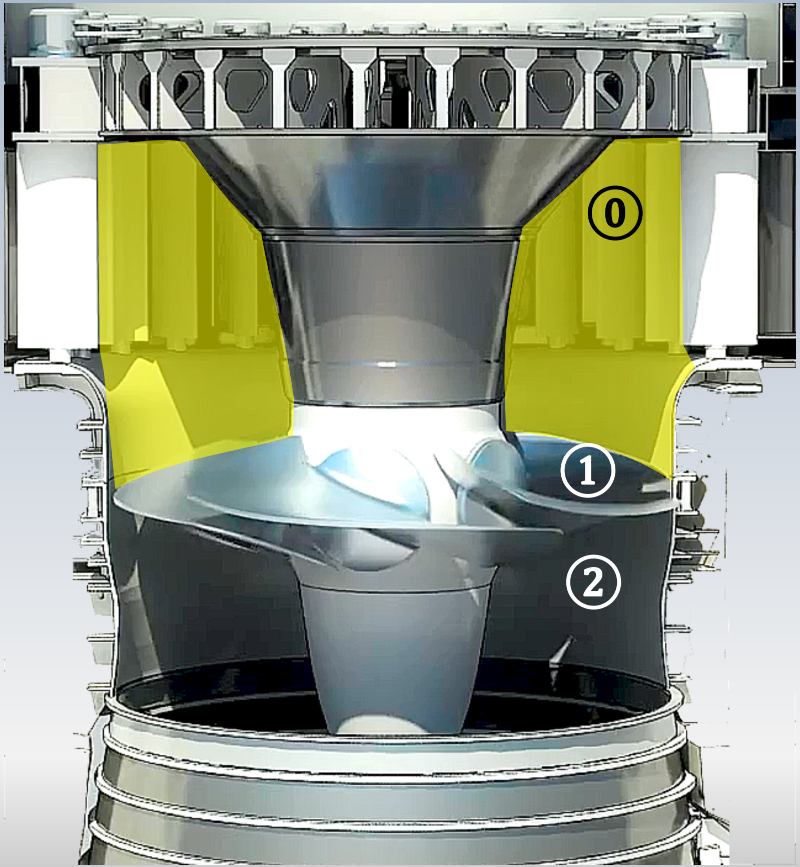
$$\boldsymbol{D} = \left(\frac{17800}{10.5 \times 40^{3/2}}\right)^{1/2} = \boldsymbol{2.588m}$$

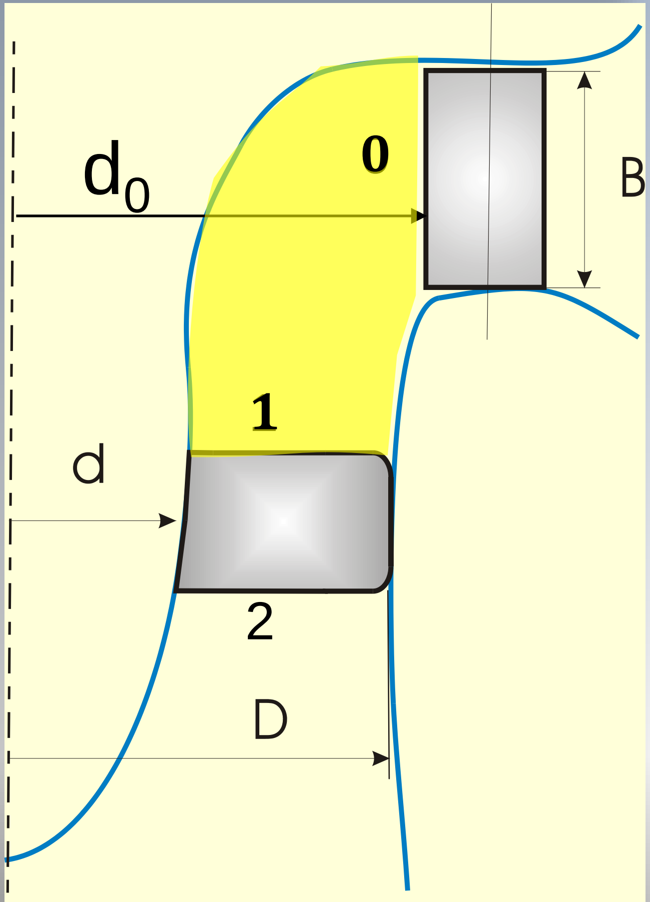
Exemple II

- La chute d'une turbine Kaplan de $\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{6700}\boldsymbol{kW}(\mathbf{92234}\,\boldsymbol{CV})$ est de $\boldsymbol{H} = \mathbf{34}\boldsymbol{m}$ et le débit est de $\boldsymbol{Q} = \mathbf{225}\,\boldsymbol{m}^{\mathbf{3}}/\boldsymbol{s}$ La hauteur du distributeur **est** $\boldsymbol{B} = \mathbf{1.8}\boldsymbol{m}$ et le diamètre à la sortie de celui-ci est $\boldsymbol{d}_{\mathbf{0}} = \mathbf{6.15}\boldsymbol{m}$. Le diamètre du moyeu du rotor est $\boldsymbol{d} = \mathbf{2.9}\boldsymbol{m}$.
- Considérez que la vitesse absolue à la sortie du distributeur est à $\mathbf{45^0}$ par rapport à la direction périphérique. Supposez que la composante axiale de la vitesse demeure constante dans le rotor$(\boldsymbol{c}_{\mathbf{1}\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{c}_{\mathbf{2}\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{x}})$
- Calculez
  - les vitesses $\boldsymbol{c}_{\mathbf{1}\boldsymbol{u}}$ à la racine $(\boldsymbol{R} = \mathbf{1.45}\boldsymbol{m})$, au milieu $(\boldsymbol{R} = \mathbf{2.15}\boldsymbol{m})$, et au sommet $(\boldsymbol{R} = \mathbf{2.85}\boldsymbol{m})$ de l'aube
  - la vitesse de rotation $\boldsymbol{n}$ si $\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{s}} = \mathbf{460}\,\boldsymbol{rpm}$ (calculée avec $\dot{W}\ en\ CV$)
  - la vitesse $\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{x}}$ (***<u>moyenne et cnste</u>***. pour les trois positions)
  - l'angle $\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}$ pour les trois niveaux indiqués

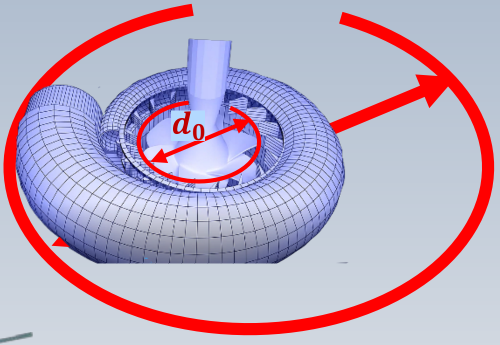
Vortex libre

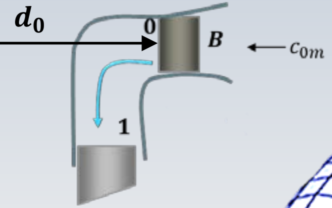
$$C_u d = cnste$$

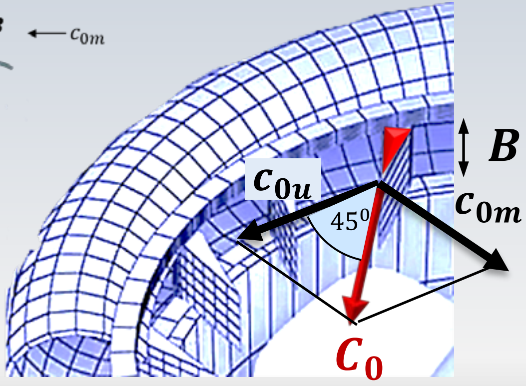




Vortex libre







Nous calculons d’abord la composante c_{0u} pour ensuite utiliser l’équation du vortex libre entre le distributeur et l’entrée du rotor

$$c_{0u} = C_0 \cos 45 = C_0 \sin 45 = c_{0m}$$

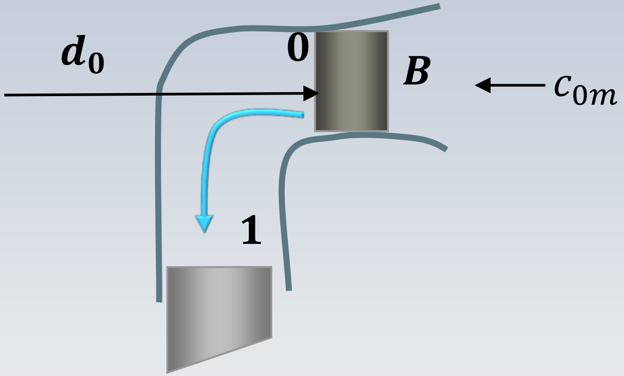
$$c_{0m} = \frac{Q}{\pi d_0 B} = \frac{225}{\pi \times 6.15 \times 1.8} = 6.2\, m/s$$

$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\, m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Vortex libre



Connaissant c_{0u}, d_0 et un diamètre au niveau **1**, nous pouvons appliquer l'équation du vortex libre entre les points **0 et 1**

$$c_{0u} = 6.2\, m/s$$

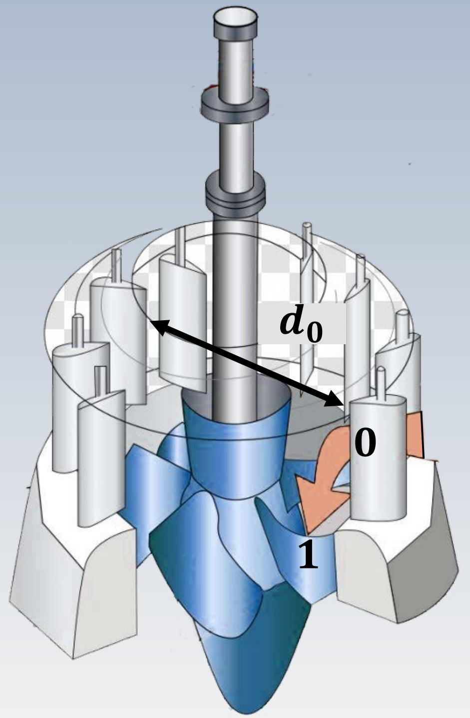
$$d_0 = 6.15m$$

$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\, m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Vortex libre



$$c_{0u} = 6.2\, m/s \qquad d_0 = 6.15m$$

$$c_{0u}d_0 = c_{1u}d_1$$

$$c_{ou}d_0 = 6.2 \times 6.15 = 38.1 = cnste$$

$$c_{ou}d_0 = c_{1um}d_{1m} = c_{1uc}d_{1c} = c_{1us}d_{1s}$$

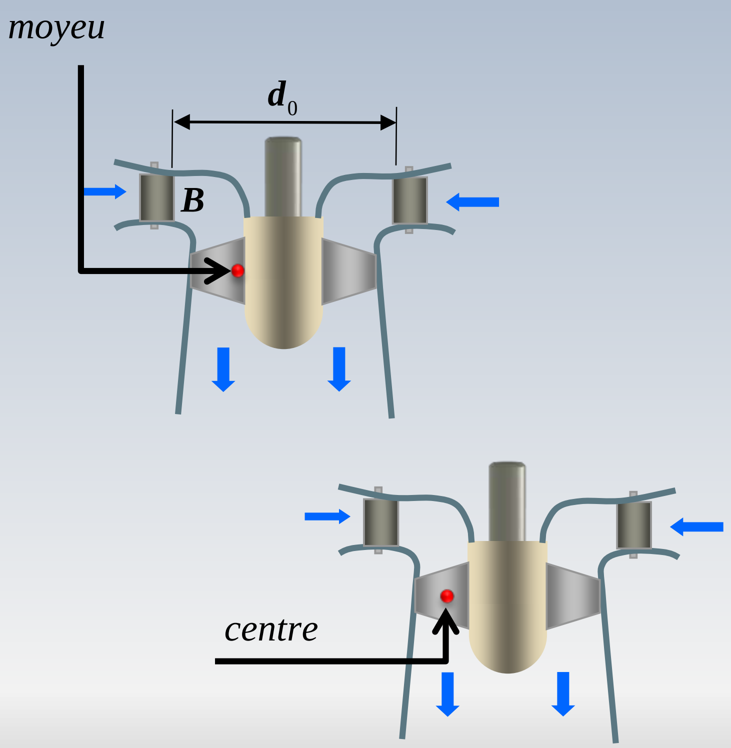
$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\, m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m, \qquad R_{1c} = 2.15m, \qquad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m, \qquad B = 1.8m$

Entrée du rotor

$$c_{0u} d_0 = 38.1$$



$$c_{1um} = \frac{38.1}{2.9} = 13.14\ m/s$$

R=1.45 m

$$c_{1uc} = \frac{38.1}{4.3} = 8.85\ m/s$$

R=2.15 m

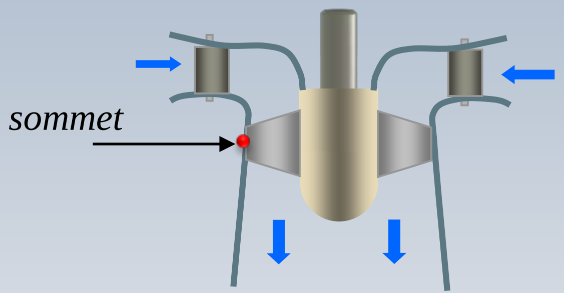
$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\ m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Entrée du rotor

$$c_{0u} d_0 = 38.1$$



$$c_{1us} = \frac{38.1}{5.7} = 6.68\ m/s$$

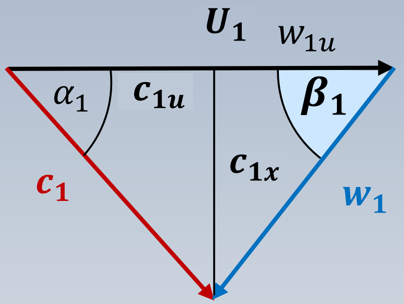
R=2.85 m

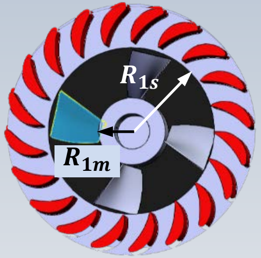
$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\ m^3/s$

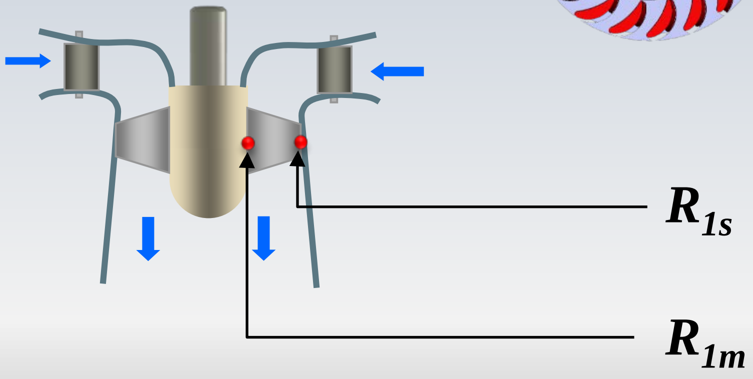
$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Exemple II, angle β_1







Pour calculer l'angle $\boldsymbol{\beta}_1$ il nous faut $\boldsymbol{c_{1x}}, \boldsymbol{c_{1u}}, \boldsymbol{U_1}$

$\boldsymbol{c_{1x}}$ peut être obtenue à partir de l'équation de conservation de la masse. Notamment,

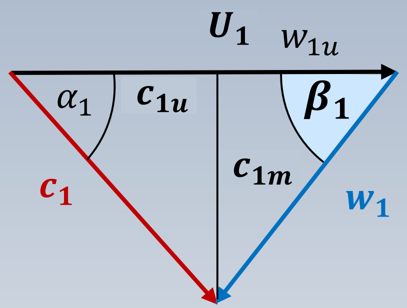
$$c_{1x} = \frac{Q}{\pi(R_{1s}^2 - R_{1m}^2)}$$

$\boldsymbol{W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\, m^3/s}$

$\boldsymbol{R_{1m} = 1.45m,} \quad \boldsymbol{R_{1c} = 2.15m,} \quad \boldsymbol{R_{1s} = 2.85m}$

$\boldsymbol{d_0 = 6.15m,} \quad \boldsymbol{B = 1.8m}$

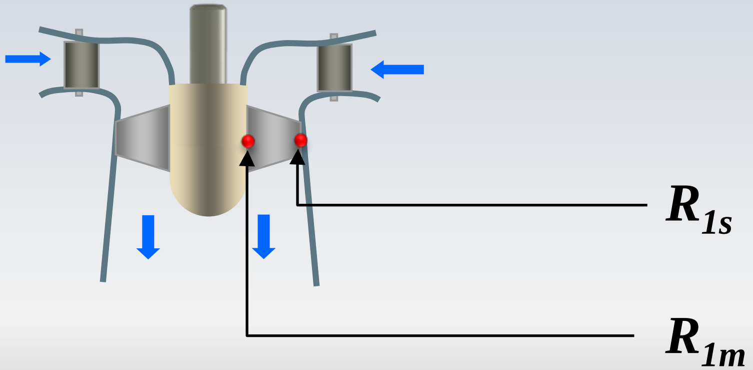
Exemple II, angle β_1



$$c_{1x} = \frac{225}{\pi(2.85^2 - 1.45^2)}$$

$$= \mathbf{11.9\ m/s}$$

Pour calculer la vitesse U_1 nous utilisons la vitesse spécifique pour trouver $N(rpm)$.

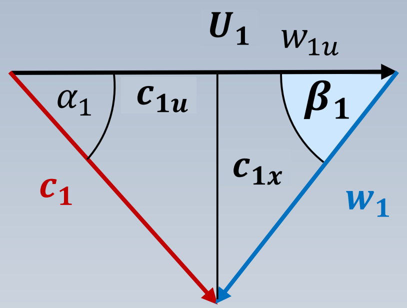


$W = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\ m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Exemple II, angle β_1



$$N = \frac{n_s \times H^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}}$$

$$\boldsymbol{N} = \frac{460 \times 34^{5/4}}{92234^{1/2}} \quad = \mathbf{124.35\ rpm}$$

Avec $\boldsymbol{N}$ nous pouvons trouver la vitesse $\boldsymbol{U_1}$à partir de:

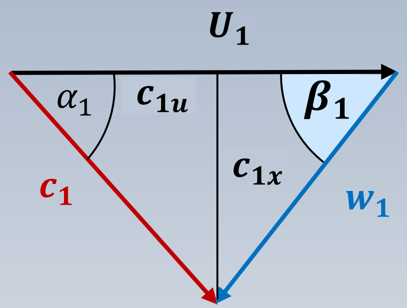
$$U_1 = \pi D\ N/60$$

$\dot{W} = 92234\ CV, H = 34m, n_s = 460, Q = 225\ m^3/s$

$R_{1m} = 1.45m,\quad R_{1c} = 2.15m,\quad R_{1s} = 2.85m$

$d_0 = 6.15m,\quad B = 1.8m$

Exemple II, angle β_1



$$\tan\beta_1 = \frac{c_{1x}}{U_1 - c_{1u}}$$

Nous aurons donc trois vitesses correspondantes à chacune des positions radiales

$$U_{1m} = 18.9\, m/s \qquad U_{1c} = 28\, m/s$$

$$U_{1s} = 37.1\, m/s$$

Pour chaque rayon, l'angle β_1 sera calculé à partir de la relation trigonométrique décrite à gauche

Exemple II

$$\tan\beta_{1m} = \frac{c_{1x}}{U_{1m} - c_{1um}} = \frac{11.9}{18.9 - 13.14} = 1.19 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\beta_{1m} = 68.2^0}$$

$$\tan\beta_{1c} = \frac{c_{1x}}{U_{1c} - c_{1uc}} = \frac{11.9}{28 - 8.85} = 0.433 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\beta_{1c} = 24.8^0}$$

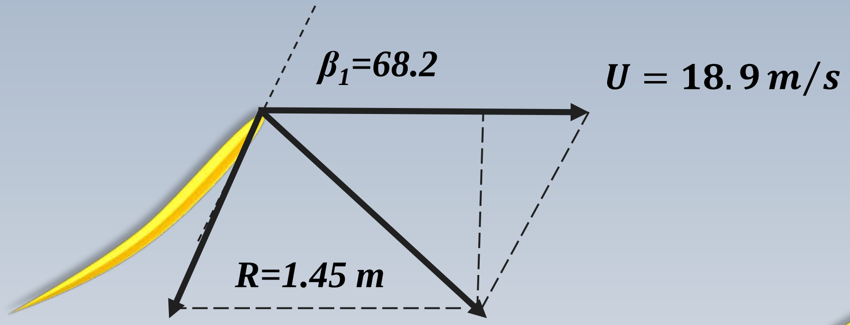
$$\tan\beta_{1s} = \frac{c_{1x}}{U_{1s} - c_{1us}} = \frac{11.9}{37.1 - 6.68} = 0.391 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\beta_{1s} = 21.4^0}$$

$\dot{W}$=92234 CV
H=34 m
n_s=460
Q=225 m^3/s
d_0=6.15 m
R_m=1.45 m
R_c=2.15 m
R_s =2.85 m
B=1.8 m

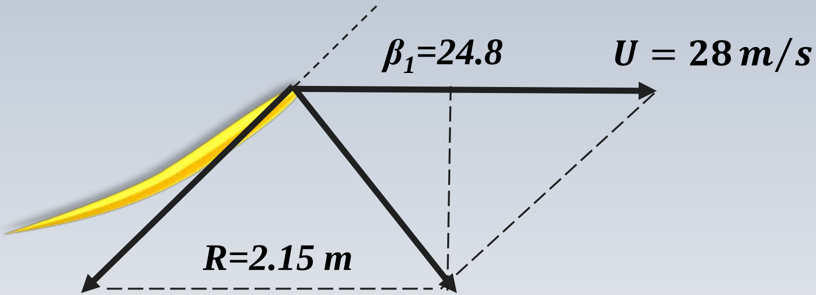
$\boldsymbol{U_{1m} = 18.9\, m/s \quad U_{1c} = 28\, m/s \quad U_{1s} = 37.1\, m/s}$

$\boldsymbol{c_{1um} = 13.14\, m/s \quad c_{1uc} = 8.85\, m/s \quad c_{1us} = 6.68\, m/s \quad c_{1x} = 11.9\, m/s}$

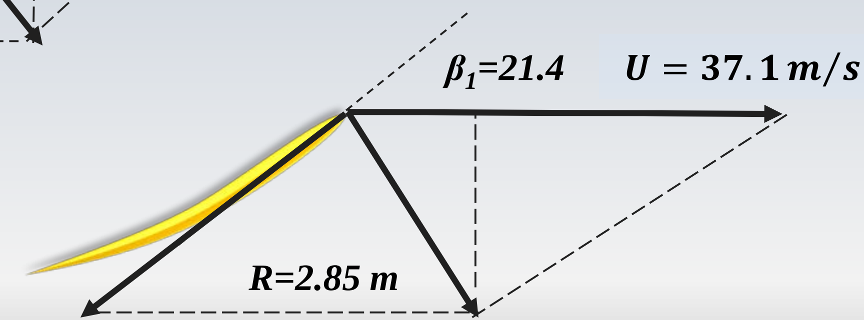
Exemple II



moyeu



centre



sommet

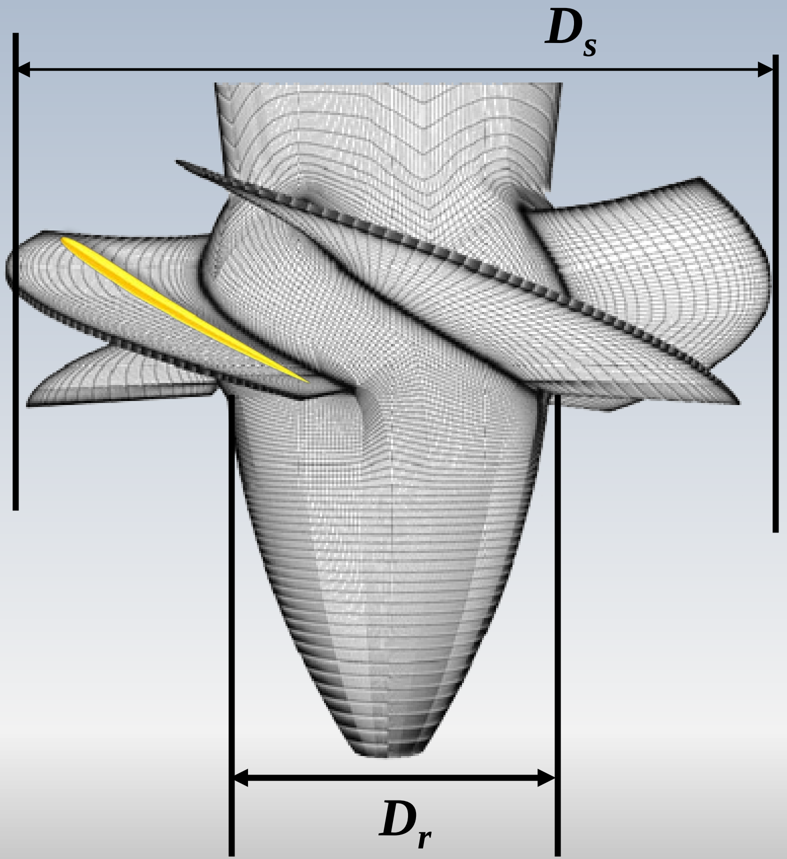
Exemple III

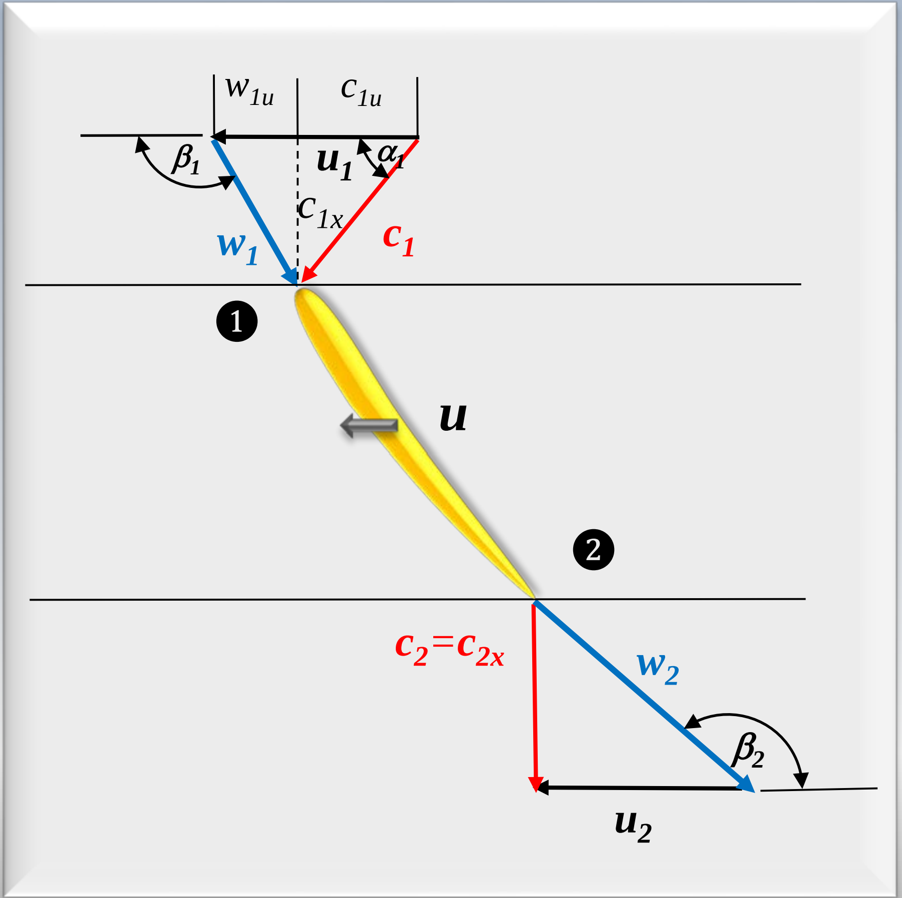
Une installation hydroélectrique utilise une turbine ***Kaplan***. Les caractéristiques d'opération sont les suivantes: puissance ***produite*** $\dot{W}_p = 16000kW, H = 20m, \eta_g = 0.80$ ***(puissance produite/puissance disponible)***, $\eta_h = 0.90$ (***puissance à l'arbre/puissance disponible***), $D_s = 4.2m$ (sommet de la pale), $D_r = 2m$ (racine de la pale), $N_s = 3\,rad$ (vitesse spécifique ***adimensionnelle*** basée sur $\dot{W}_p$).

L'écoulement à la sortie est **purement axial !**

N.B puissance disponible = puissance brute

Exemple III





Exemple III

On doit déterminer

a) la ***vitesse de rotation N*** en radians et en ***rpm***

b) le ***débit*** $\boldsymbol{Q}$et la ***puissance à l'arbre*** $\dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{arbre}}$

c) la vitesse axiale $\boldsymbol{c_{1x}} = \boldsymbol{c_{2x}} = \boldsymbol{c_x}$ (moyenne et constante!)

d) les composantes $\boldsymbol{c_{1u}}, \boldsymbol{w_{1u}}$

e) les angles et $\boldsymbol{\beta_1}, \boldsymbol{\beta_2}$ ***à l'entrée et à la sortie au moyeu et au sommet des pales***

Exemple III

Vitesse de rotation ***N***

W_p = 16000 kW,
H=20 m,
η_g= 0.80 (P_p/P_{disp})
η_h= 0.90 (P_{arbre}/P_{disp})
D_s=4.2m (sommet)
D_r=2m (racine)
N_s =3 rad

$$N_s = \boldsymbol{N}\left(\frac{\dot{W}^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}\right) \leftarrow N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \leftarrow \mathrm{Q} = \frac{\dot{W}}{\rho g H}$$

$$\boldsymbol{N} = N_s\left(\frac{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}}\right) = 3\left(\frac{1000}{16000\times 10^3}\right)^{1/2}(9.8\times 20)^{5/4}$$

$$\boldsymbol{N = 17.4\,rad/s}$$

$$\boldsymbol{N} = \frac{60\times 17.4}{2\pi} = \boldsymbol{2166.15\,rpm}$$

Exemple III

Débit $\boldsymbol{Q}$ et puissance $\dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{arbre}}$

$W_p = 16000\ kW$,
$H=20\ m$,
$\eta_g = 0.80$ (P_p/P_{disp})
$\eta_h = 0.90$ (P_{arbre}/P_{disp})
$D_s=4.2m$ (sommet)
$D_r=2m$ (racine)
$N_s = 3\ rad$

$$\eta_g = \frac{\dot{W}_{produite}}{\dot{W}_{disponible}} = 0.80 \Rightarrow \dot{W}_{disponible} = \frac{\dot{W}_{produite}}{\eta_g} = \frac{16000}{0.80} = 20000\,kW$$

$$\dot{W}_{disponible} = \rho g \boldsymbol{Q} H \Rightarrow \boldsymbol{Q} = \frac{\dot{W}_{disponible}}{\rho g H} = \frac{20000 \times 10^3}{10^3 \times 9.8 \times 20} = \mathbf{101.9\ m^3/s}$$

$$(\dot{W}_{produite} = \eta_g \rho g \boldsymbol{Q} H)$$

$$\eta_h = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\dot{W}_{disponible}} = 0.9 \Rightarrow \dot{W}_{arbre} = \eta_h \dot{W}_{disp.} = 0.9 \times 20000\,kW$$

$$= \mathbf{18000\,kW}$$

Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** c_x, c_{1u}, w_{1u}?

$W_p = 16000\ kW$,
$H = 20\ m$,
$\eta_g = 0.80$ (P_p/P_{disp})
$\eta_h = 0.90$ (P_{arbre}/P_{disp})
$D_s = 4.2m$ (sommet)
$D_r = 2m$ (racine)
$N_s = 3\ rad$

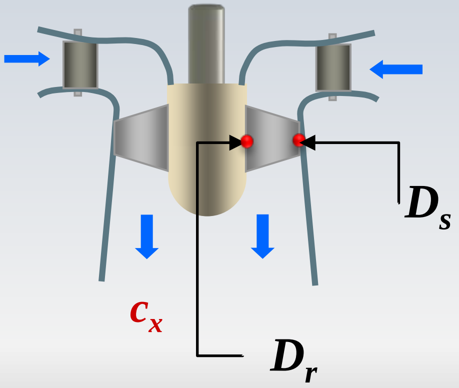
Vitesse axiale c_x, (moyenne et constante)

$$c_x = \frac{Q}{\pi(D_s^2 - D_r^2)/4} = \frac{101.9}{\pi(4.2^2 - 2^2)/4} = \mathbf{9.51\, m/s}$$

$$\dot{W}_{arbre} = \rho Q(c_{1u}U_1 - c_{2u}U_2) \Rightarrow \dot{W}_{arbre} = \rho Q \boldsymbol{c_{1u}} U_1$$

$$\boldsymbol{c_{2u} = 0}$$

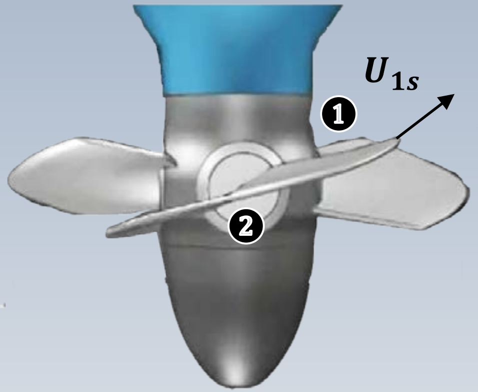
$$C_{1u} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_1} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times \boldsymbol{U_1}}$$



Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** c_{1u}, w_{1u}?

W_p = 16000 kW,
H=20 m,
η_g= 0.80 (P_p/P_{disp})
η_h= 0.90 (P_{arbre}/P_{disp})
D_s=4.2m (sommet)
D_r=2m (racine)
N_s =3 rad

$$c_{1u} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_1} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times U_1}$$



Vitesse périphérique au sommet ($r_s=D_s/2$)

$$U_{1s} = N\,D_s/2 = 17.41 \times 4.2/2 = \mathbf{36.6\,m/s}$$

$$c_{1us} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times 36.6} = \mathbf{4.8\,m/s}$$

Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** w_{1u}, β_1?

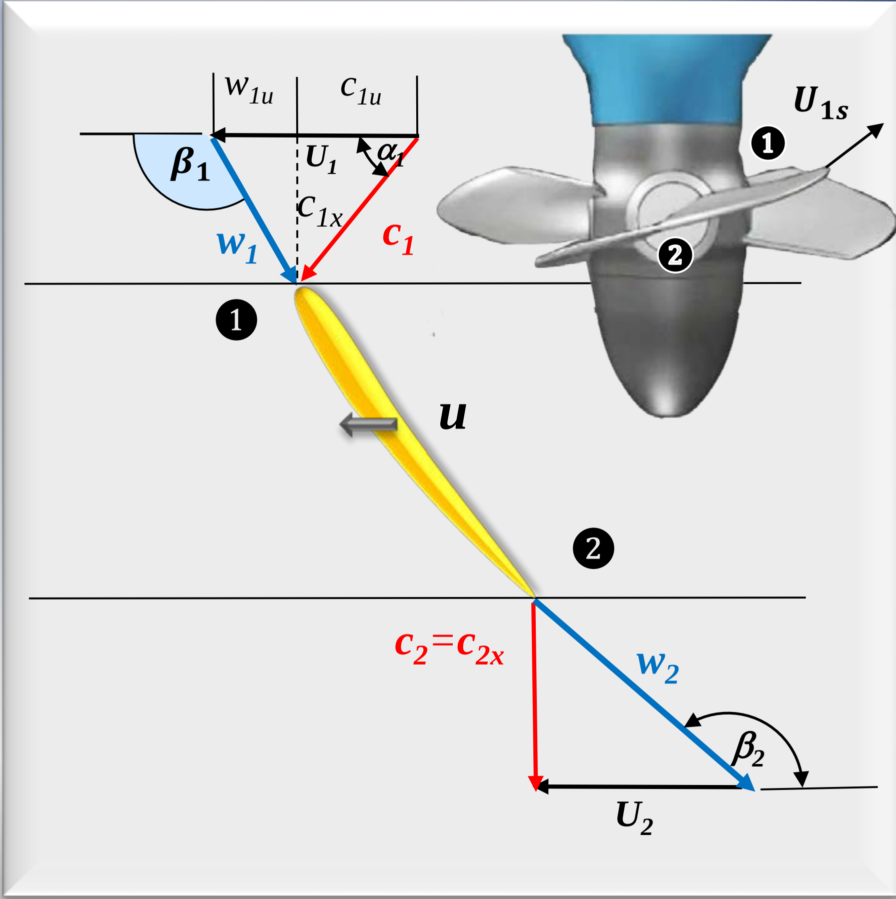
Angle β_1 au sommet

Au sommet $r_s = D_s/2 = 2.1m$

$$w_{1us} = U_{1s} - c_{1us} = 36.6 - 4.8$$
$$= 31.8\ m/s$$

$$\tan(180 - \beta_1) = \frac{c_{1x}}{w_{1us}} = \frac{9.51}{31.8}$$

$$\boldsymbol{\beta_1 = 163.4^0}$$



Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** w_{1u}, β_1?

Angle β_1 au moyeu

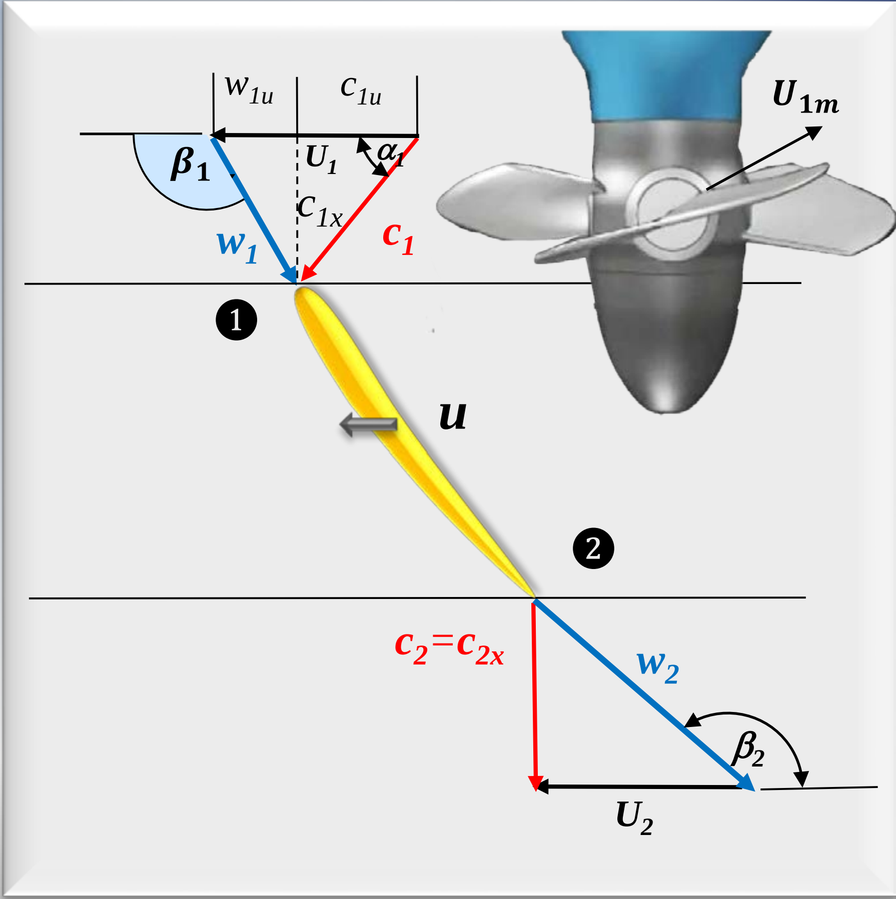
Au moyeu $r_m = D_m/2 = 1m$

$$U_{1m} = N \times D_{1m} / 2 = 17.41 \times 2 / 2 = \mathbf{17.41\, m/s}$$

$$c_{1um} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_{1m}} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times U_{1m}}$$

$U_{1m} = 17.41 m/s$

$$c_{1um} = \mathbf{10.15\ m/s}$$



Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** w_{1u}, β_1?

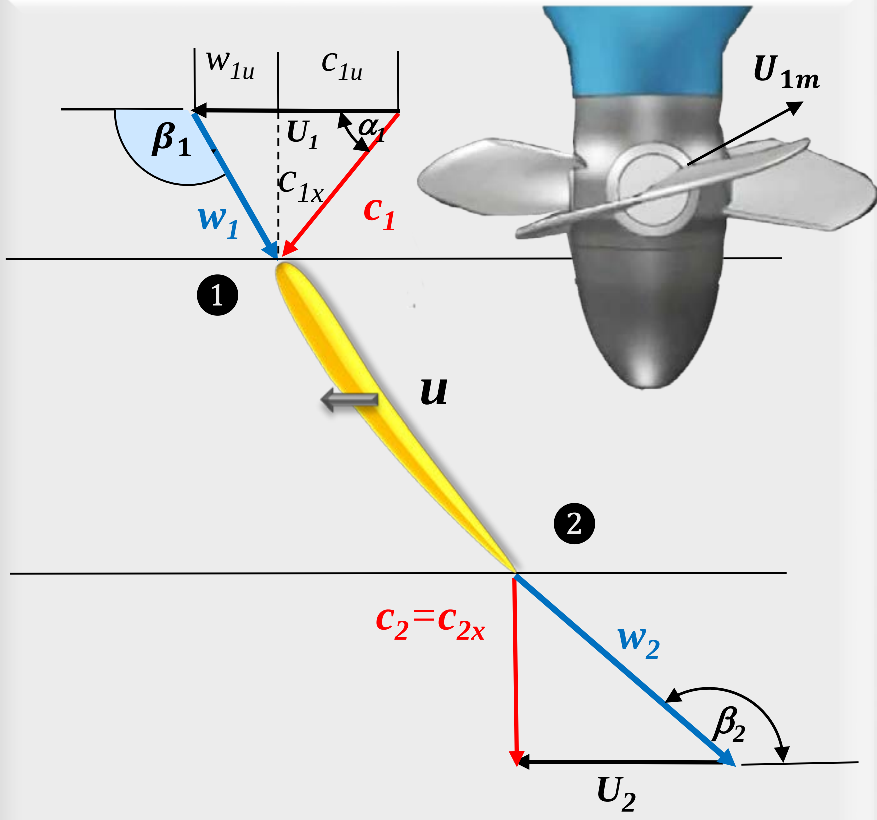
Angle β_1 au moyeu

$$c_{1um} = 10.15\, m/s$$

$$w_{1um} = U_{1m} - c_{1um} = 17.41 - 10.15$$
$$= 7.26\, m/s$$

$$\tan(180 - \beta_1) = \frac{c_{1x}}{w_{1um}} = \frac{9.51}{7.26}$$

$$\boldsymbol{\beta_1 = 127.6^0}$$



Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** w_{2u}, β_2?

Angle β_2 au sommet

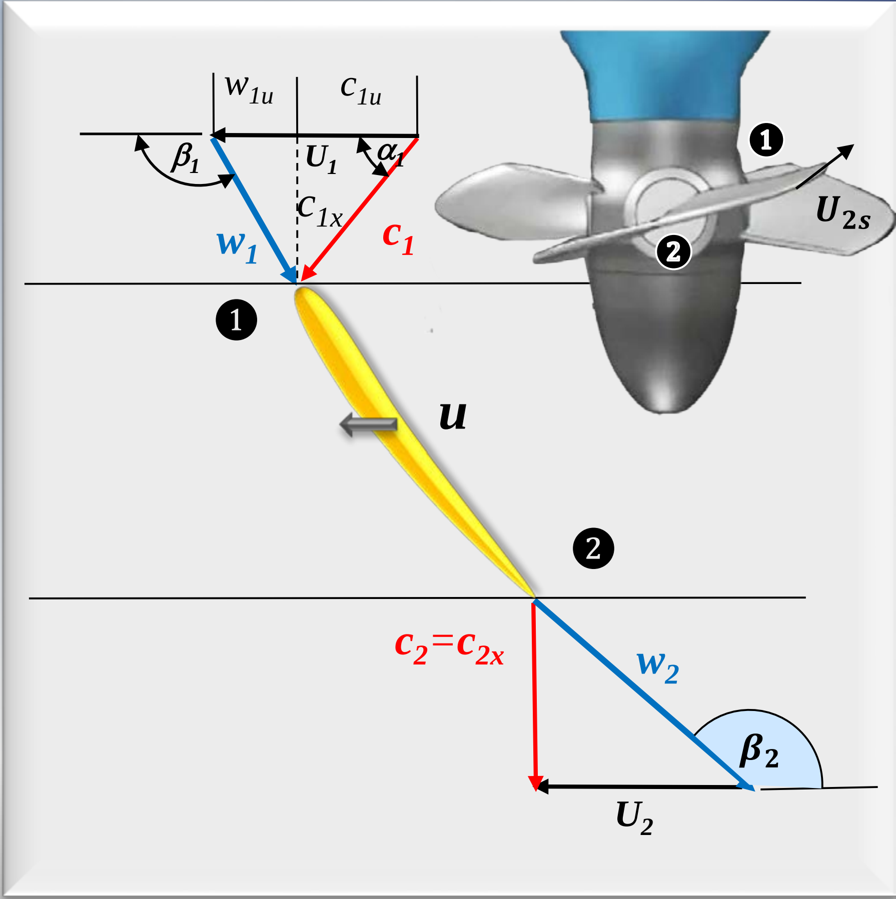
Au sommet $r_s = 2.1m$

$$w_{2us} = U_{2s} = U_{1s} = \mathbf{36.6\ m/s}$$

$$\mathbf{c_{2x} = c_{1x} = 9.51\ m/s}$$

$$\tan(180 - \beta_2) = \frac{c_{2x}}{w_{2us}} = \frac{9.51}{36.6}$$

$$\boldsymbol{\beta_2 = 165.5^0}$$



Exemple III L'écoulement à la sortie est **purement axial** w_{2u}, β_2?

Angle β_2 au moyeu

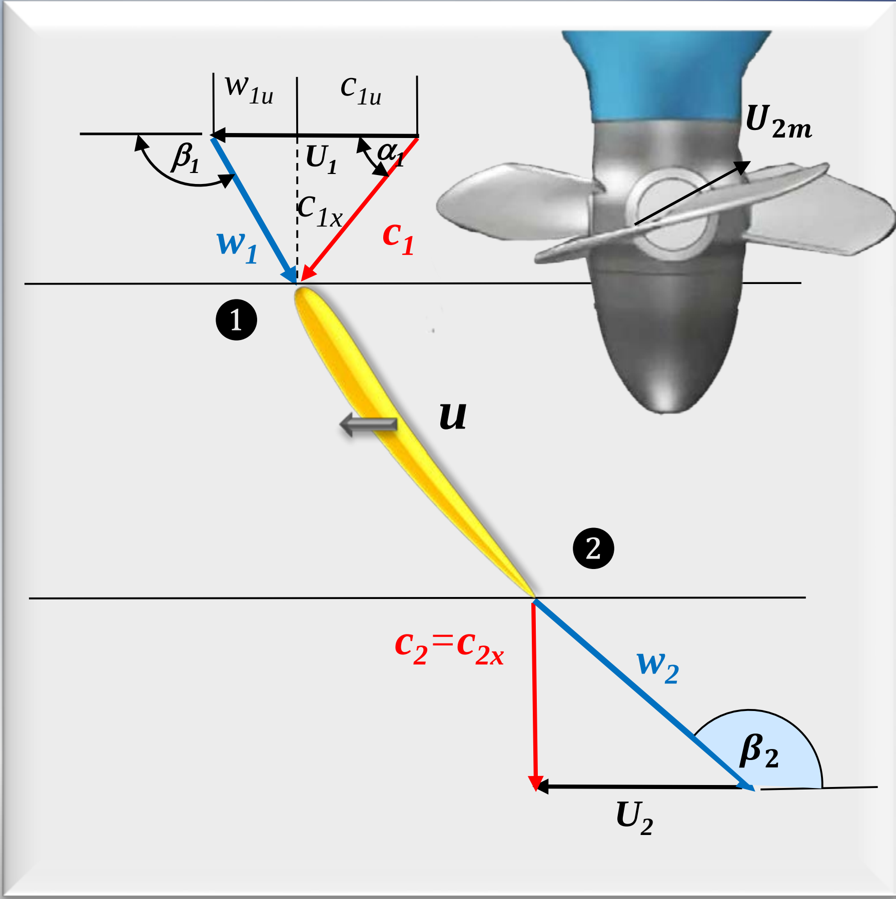
Au moyeu $r_m = D_m/2 = 1m$

$$w_{2um} = U_{2m} = U_{1m} = \mathbf{17.41\ m/s}$$

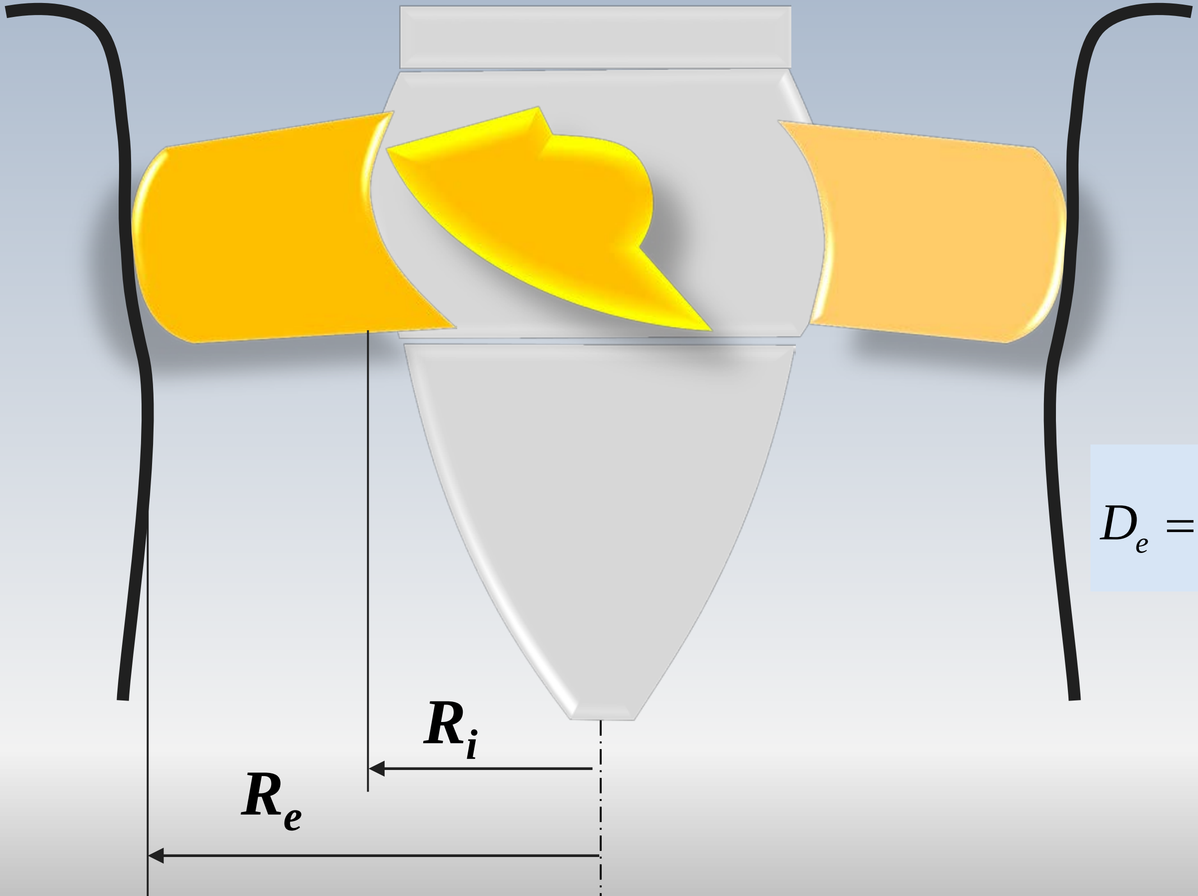
$$\boldsymbol{c_{2x} = c_{1x} = 9.51\ m/s}$$

$$\tan(180 - \beta_2) = \frac{c_{2x}}{w_{2um}} = \frac{9.51}{17.41}$$

$$\boldsymbol{\beta_2 = 151.4^0}$$



Relations empiriques

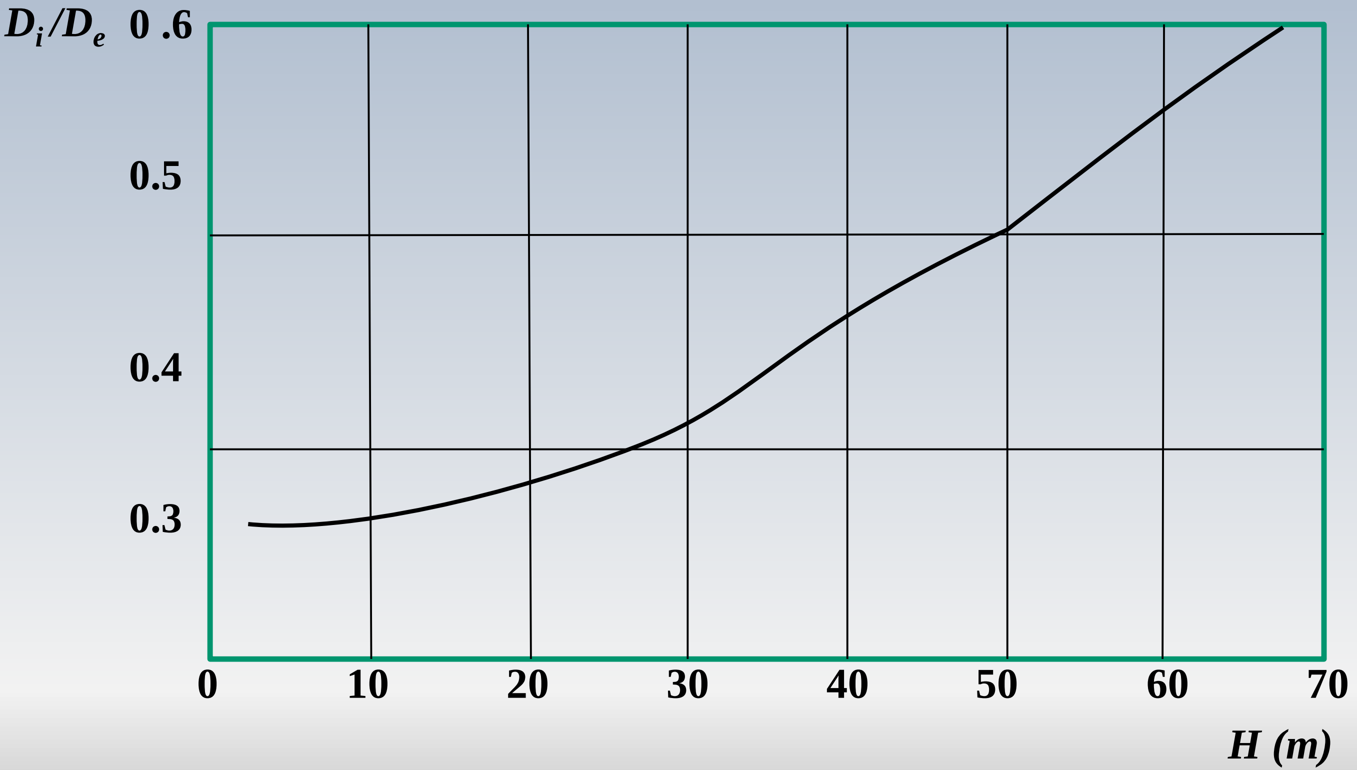


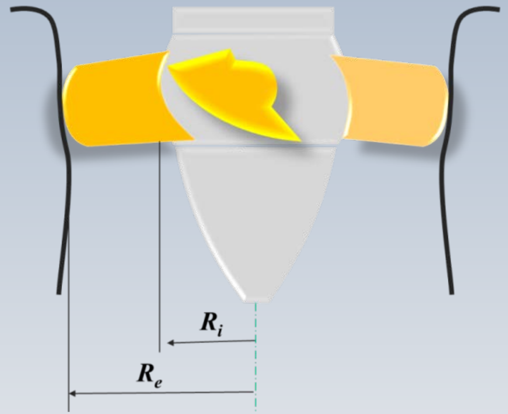
$$D_i = \left(0.25 + \frac{0.0951}{N_s}\right) D_e$$

$$D_e = 84.5(0.79 + 1.602 N_s)\frac{\sqrt{H}}{60N}$$

$$H[m], N\left(\frac{1}{s}\right), N_s(adim)$$

Relations empiriques





À venir

En Californie la fièvre de l’or…