Similtude et nombres adimensionnels

En connaître un, c’est les connaître tous (proverbe latin)

Citation du livre *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery* de *S.L.Dixon*

Problèmes

Problème

Le débit d'air circulant par un ventilateur, qui opère à $\boldsymbol{N = 800rpm}$, est de $\boldsymbol{Q = 425\, m^3/min}$. L'augmentation de la pression statique est de $\boldsymbol{\Delta p = 7.6cm}$ **d'H_2O,** tandis que celle de la pression totale est de $\boldsymbol{\Delta p_o = 10cm}$ **d'H_2O**. Le rendement total-à-total est de $\boldsymbol{\eta = 75\%}$. Les conditions de stagnation (d'arrêt) à l'entré sont: $\boldsymbol{T_{01} = 20^0C}$ et $\boldsymbol{p_{02} = 1bar}$

On dispose d'un **deuxième ventilateur**, géométriquement similaire, dont sa grandeur est ½ **fois** celle du premier. La vitesse de rotation de ce ventilateur est de $\boldsymbol{N_2 = 1000rpm}$ et il opère sur un point de similitude dit homologue. Sachant que les **conditions thermodynamiques à l'entrée son les mêmes** pour les deux cas, on doit trouver:

Le **débit** d'air, l'augmentation de la **pression statique** et la variation de **pression totale** dans le ventilateur à échelle réduite

Débit & pression totale

①

②

$$\phi = \left(\frac{Q}{N D^3}\right)_1 = \left(\frac{Q}{N D^3}\right)_2$$

$$\boldsymbol{Q_2} = Q_1\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3\left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

$$\psi = \left(\frac{\Delta p_0}{\rho N^2 D^2}\right)_1 = \left(\frac{\Delta p_0}{\rho N^2 D^2}\right)_2$$

$$\Delta \boldsymbol{p_{02}} = \Delta p_{01}\cancel{\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

Pression statique

$$\left(\frac{\Delta(p+\rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta(p+\rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2}\right)_1$$

(faible nombre de Mach)

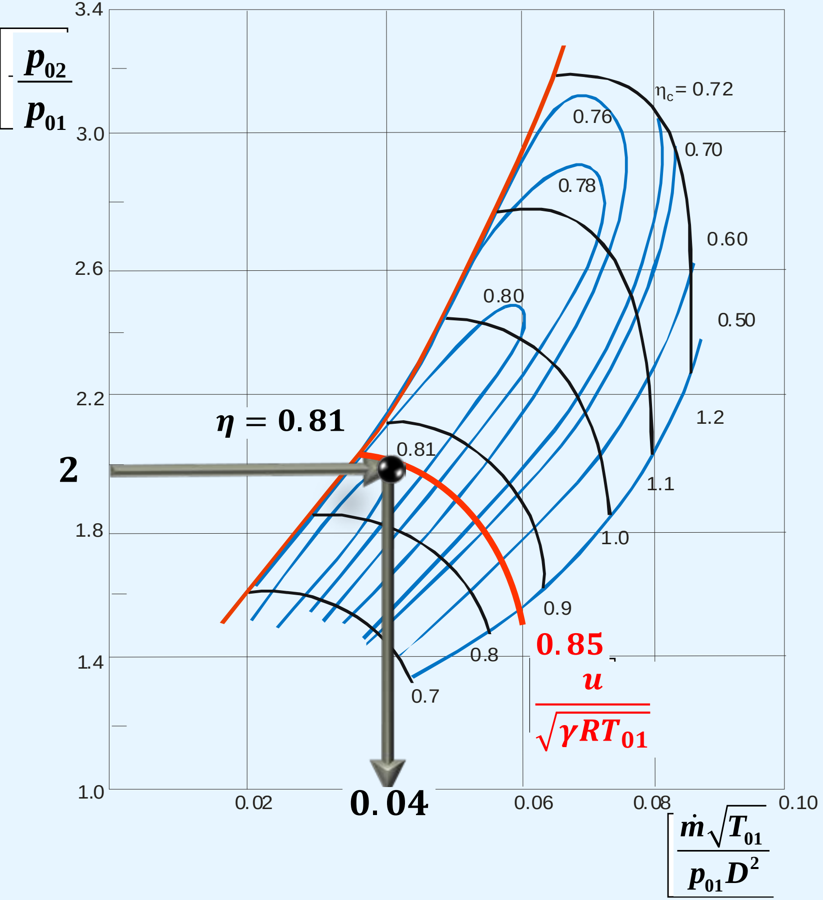
$$\left(\frac{\Delta p}{\rho N^2 D^2}\right)_2 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta p}{\rho N^2 D^2}\right)_1 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1$$

$$\left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1 \longleftarrow \boxed{\text{Similitude cinématique}}$$

$$\boldsymbol{\Delta p_2} = \Delta p_1 \cancel{\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

Terrasse de culture

Problème

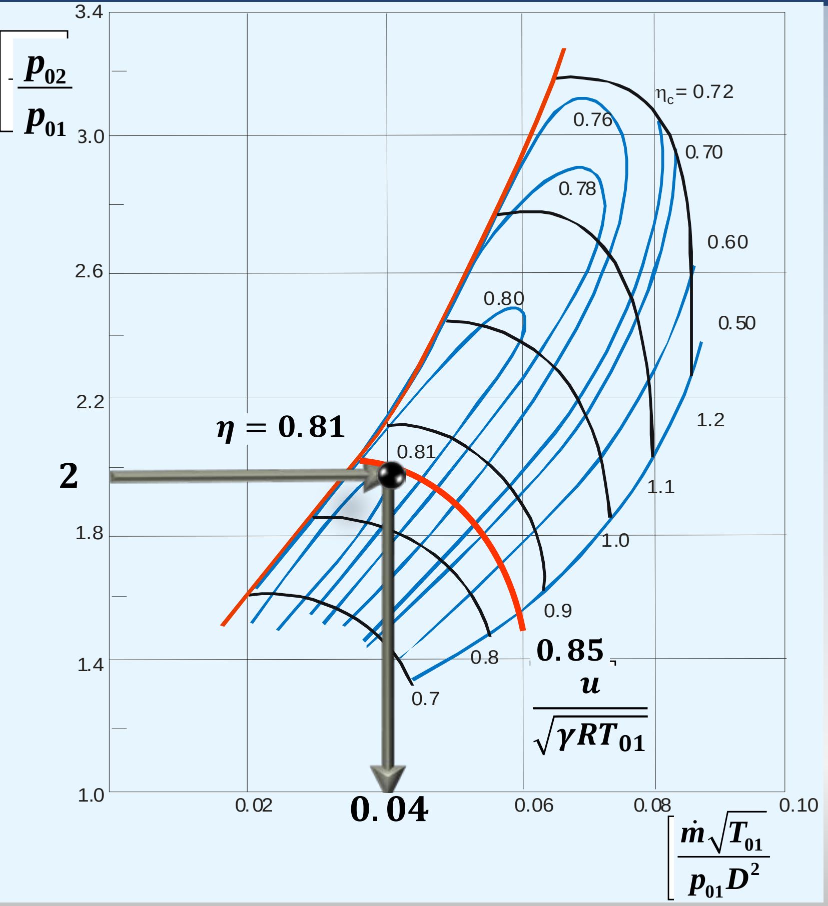


Un compresseur opère au **point nominal**. Le rotor a un diamètre de $D = 40cm$ et le rapport de pression totale est $p_{02}/p_{01} = 2$. Les conditions d'entrée sont $T_{01} = 20^0 C, p_{01} = 1bar$. Utilisez la carte et déterminez:

- le débit massique
- la puissance requise
- la vitesse angulaire

$R = 287\,J/kgK, \qquad \gamma = 1.4$

$D = 40cm, p_{02}/p_{01} = 2, T_{01} = 20^0C, p_{01} = 1bar$



Alors

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2} = \mathbf{0.04}, \quad \eta = \mathbf{0.81},$$

$$\frac{u}{\sqrt{\gamma RT_{01}}} = \mathbf{0.85}$$

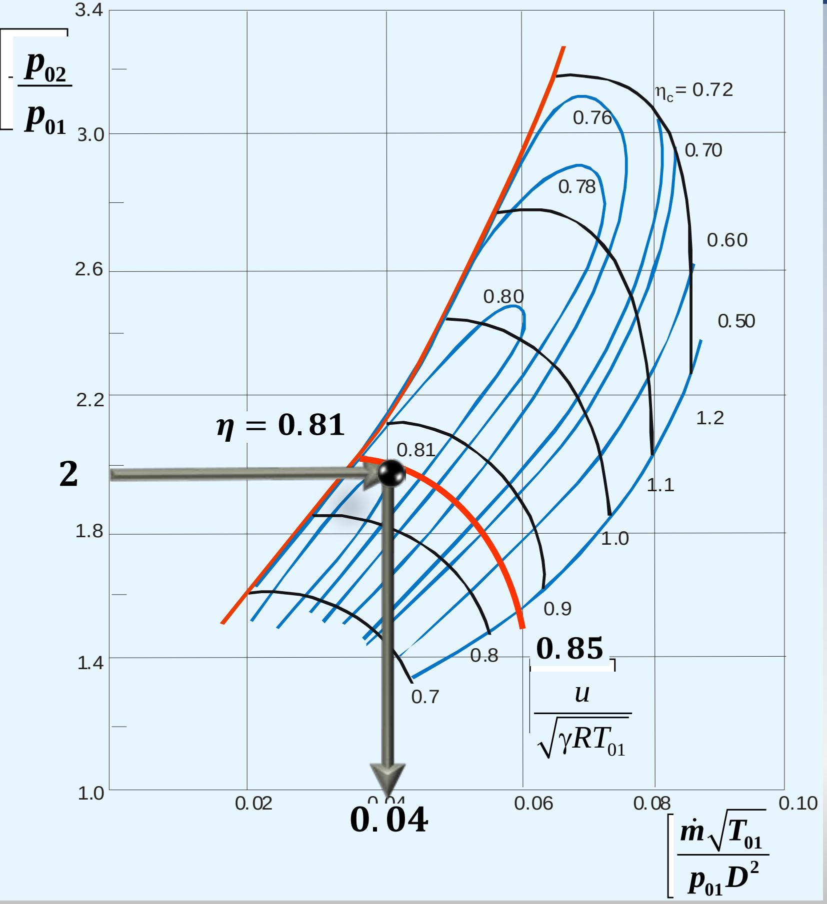
$$\dot{m} = \mathbf{0.04}\frac{p_{01}D^2}{\sqrt{RT_{01}}}$$

$$\dot{\boldsymbol{m}} = 0.04 \times \frac{10^5 \times (0.4)^2}{\sqrt{293 \times (287)}}$$

$$= \mathbf{2.21}\ \boldsymbol{kg/s}$$

$R = 287\ J/kgK, \qquad \gamma = 1.4$

$D = 40cm, p_{02}/p_{01} = 2, T_{01} = 20^0C, p_{01} = 1bar$



La puissance

$$T_{02s} = T_{01}\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma}$$

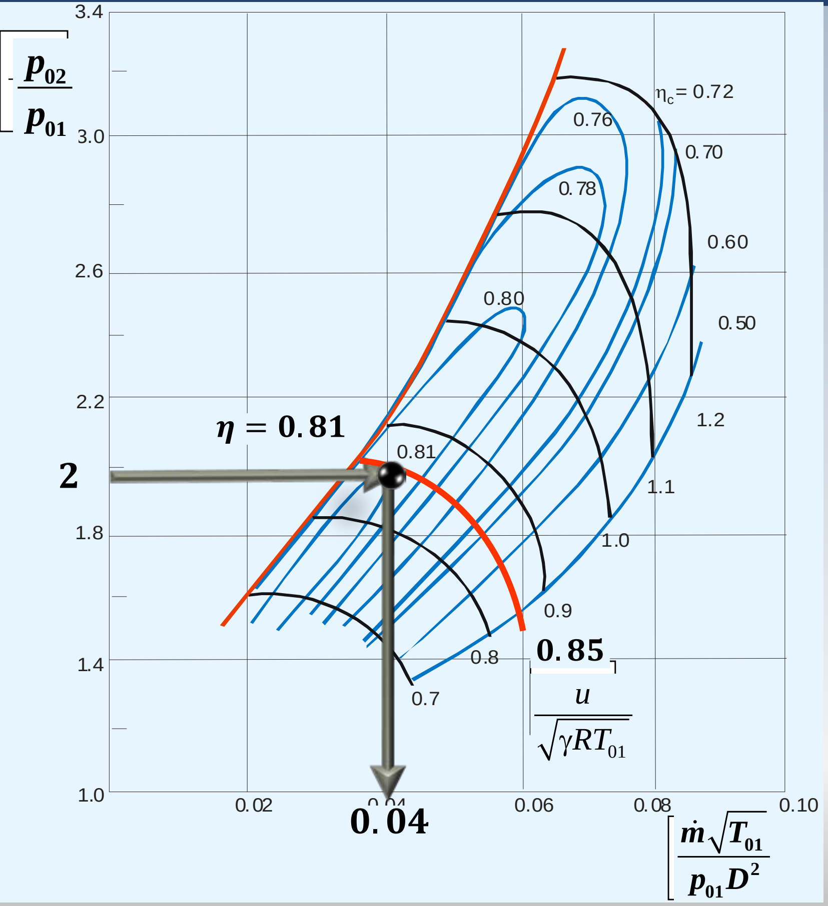
$$T_{02s} = 293(2)^{0.4/1.4} = 357K$$

$$\eta = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} \qquad T_{02} - T_{01} = 79K$$

$$\dot{W} = \frac{\dot{m}\gamma R}{(\gamma - 1)}(T_{02} - T_{01}) = \mathbf{175.365kW}$$

$R = 287\, J/kgK, \qquad \gamma = 1.4$

$D = 40cm, p_{02}/p_{01} = 2, T_{01} = 20^0C, p_{01} = 1bar$

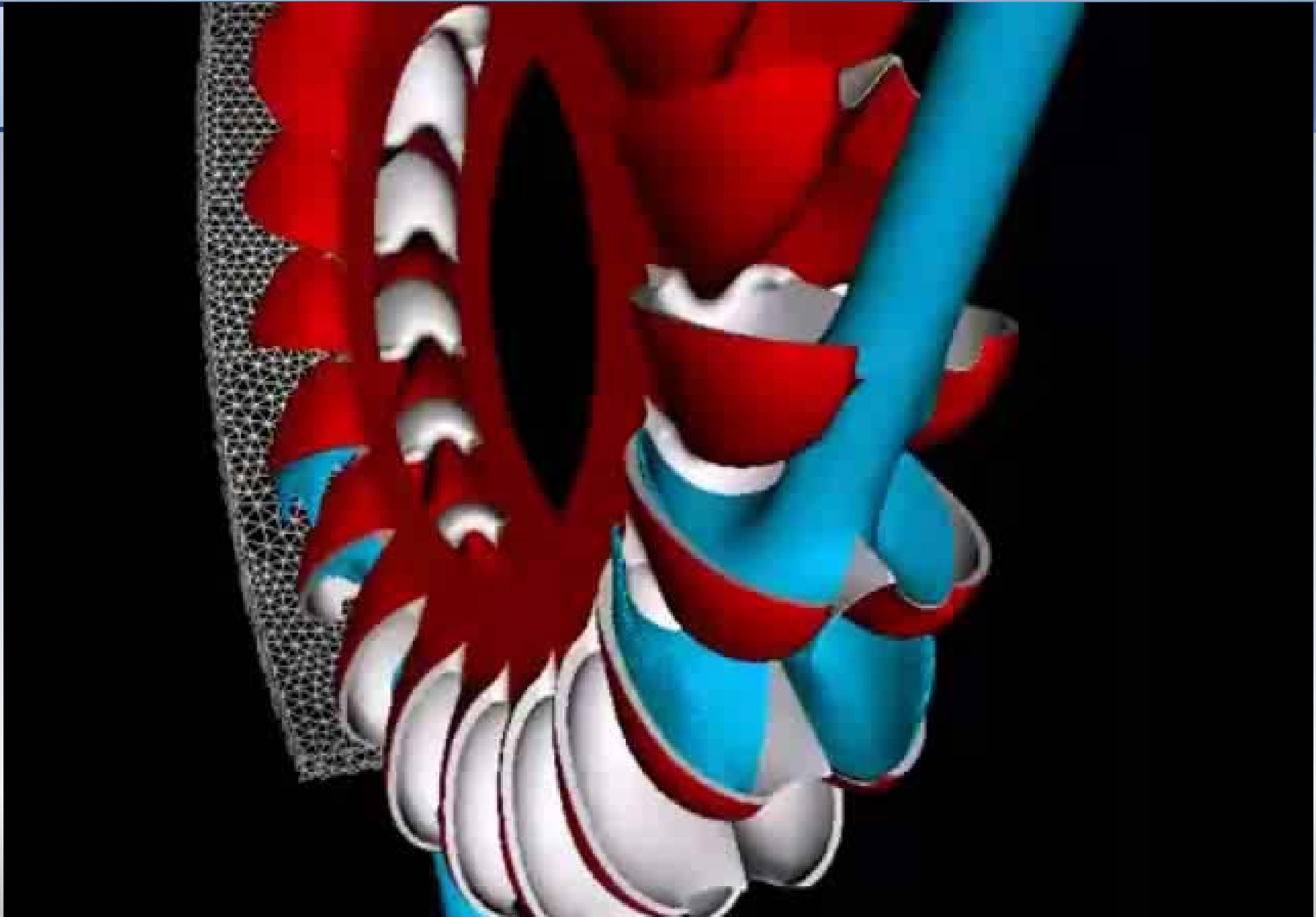


La vitesse angulaire

$$\frac{D\, N/2}{\sqrt{\gamma RT_{01}}} = \mathbf{0.85}$$

$$DN = 583\, m/s$$

$$\boldsymbol{N} = DN/D = \boldsymbol{1458 rad/s}$$

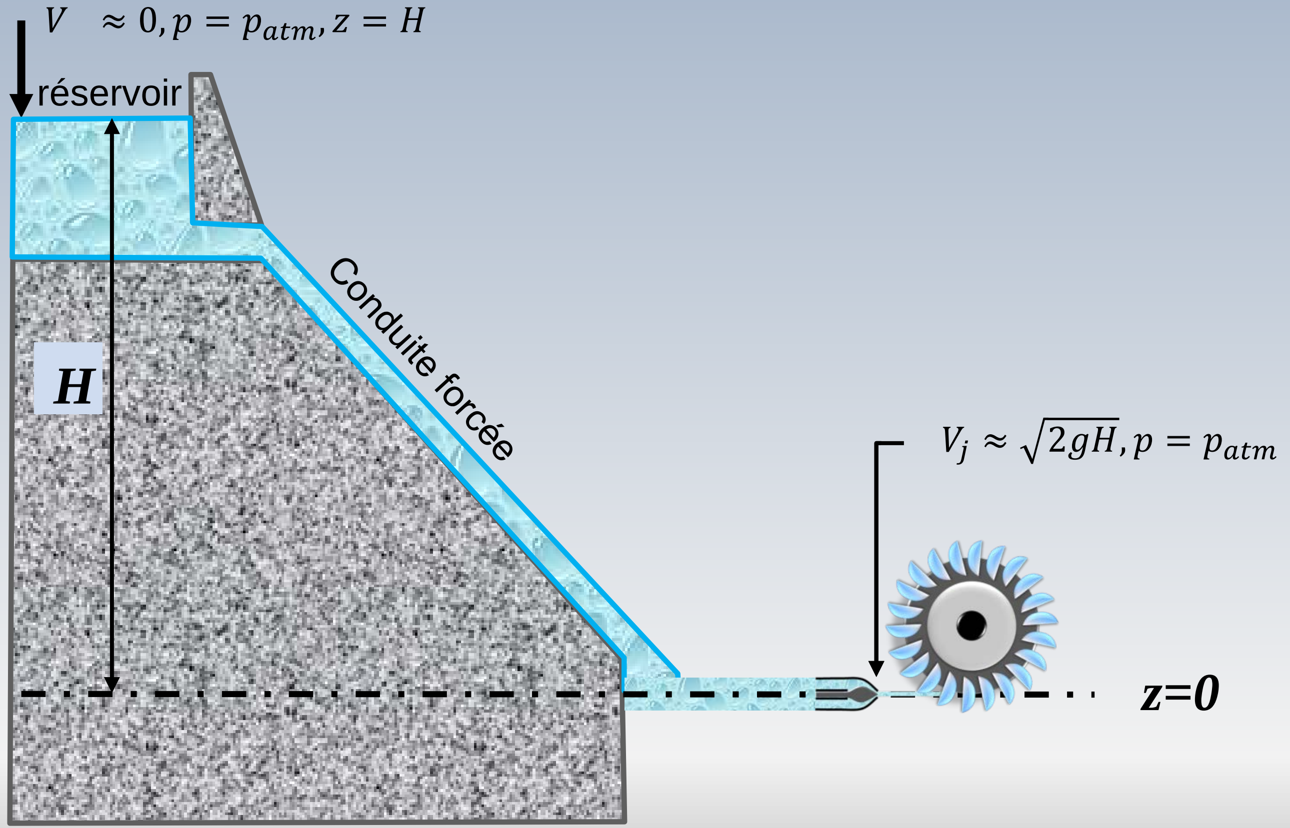


Problème

On propose la construction d'une turbine de type **Pelton** ayant les **mêmes caractéristiques** que celles d'un design existant. Les paramètres **de vitesse** et de **puissance** sont données par une **carte de rendement**. Sur l'axe des abscisses on trouve les paramètres $\boldsymbol{N_{11} = ND/H^{1/2}}$, tandis que sur l'axe des ordonnées on trouve le coefficient $\boldsymbol{P_{11} = \dot{W}/(H^{3/2}D^2)}$ Le rendement $\boldsymbol{\eta}$ et la vitesse spécifique dimensionnelle dans le système métrique sont représentés par des isocontours. La charge ou chute nette pour l'aménagement hydroélectrique est de $\boldsymbol{H = 300m}$ et la puissance produite est $\boldsymbol{\dot{W} = 20000kW}$.

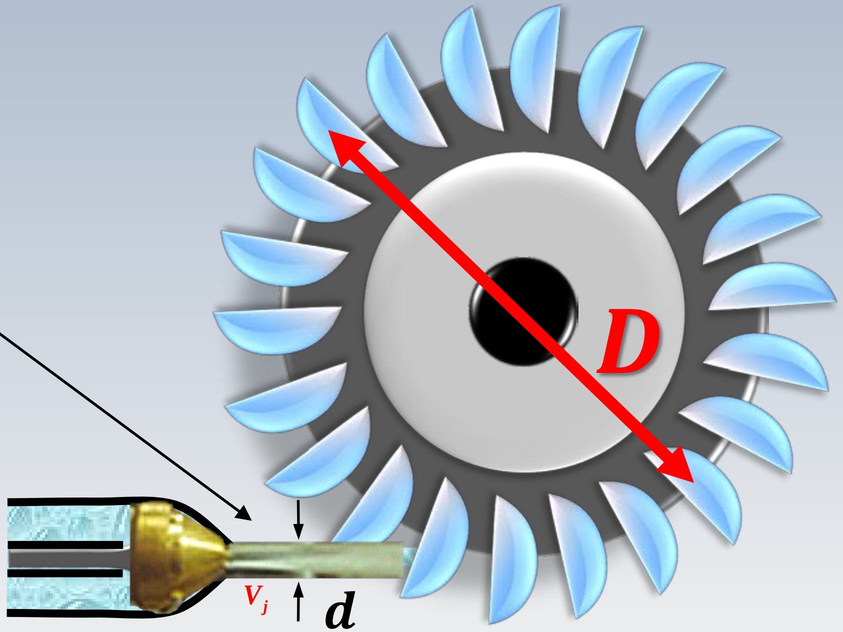
Considérez ***un seul injecteur*** et sur la base ***du point de design (le point nominal)***, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

Turbine Pelton



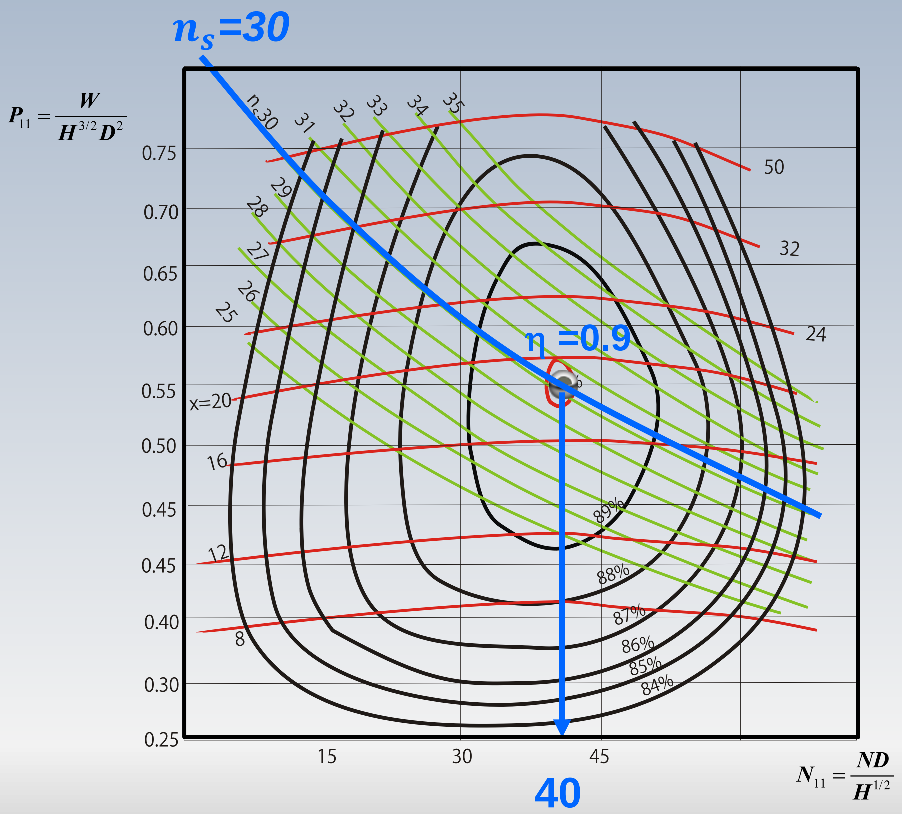
Jet sur l'aube

$$V_j \approx \sqrt{2gH}$$



Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** (***le point nominal***), déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***



Remarque: n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

H=300m

Ẇ= 20 000 kW

$$\eta = \mathbf{0.9}, \qquad n_s = \mathbf{30}, \qquad \frac{ND}{H^{1/2}} = \mathbf{40}$$

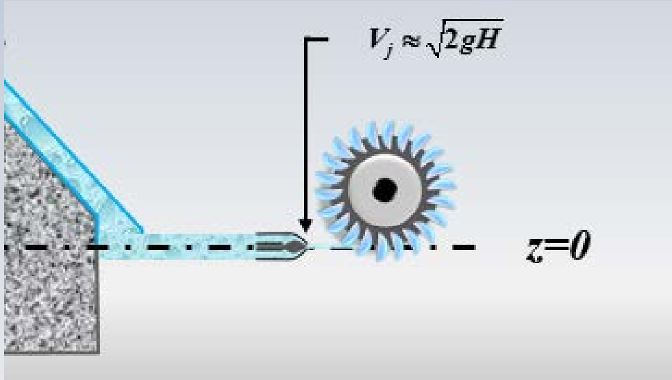
…sur la base ***du point de design*** (***le point nominal***), déterminez…

Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** (***le point nominal***), déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$H = 300m, \dot{W} = 20000kW$$



$$\eta = 0.9, \quad \boldsymbol{n_s = 30}, \quad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$$30 = \frac{\boldsymbol{N} \times \dot{W}^{1/2}(en\, CV)}{H^{5/4}}$$

Facteur de conversion

$$= \frac{\boldsymbol{N} \times (20000 \times 1.359)^{1/2})}{(300)^{5/4}}$$

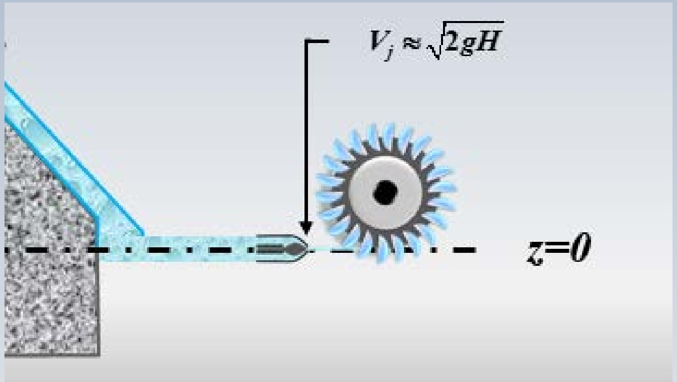
$$\boldsymbol{N = 227\, rpm}$$

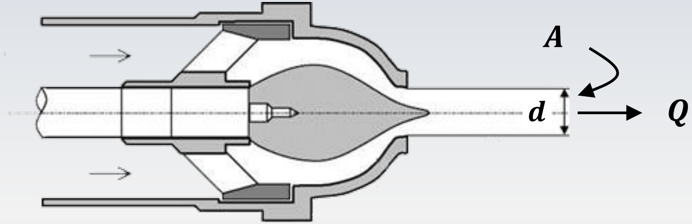
Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** (***le point nominal***), déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$H = 300m, \dot{W} = 20000kW$$





Diamètre du jet?

La section du jet est supposée circulaire. Alors $A = \pi d^2/4$

Nous chercherons l'aire A à partir du débit $\boldsymbol{Q}$ et de la vitesse du jet $\boldsymbol{V}$

La vitesse du jet est estimée par

$$V \approx \sqrt{2gH} \quad = \sqrt{2 \times 9.81 \times 300}$$

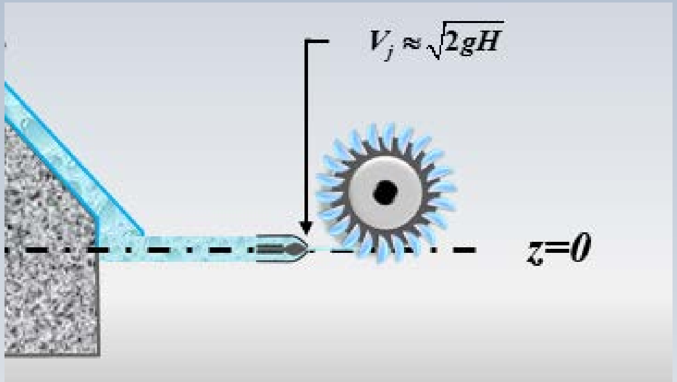
$$= 76.7\, m/s$$

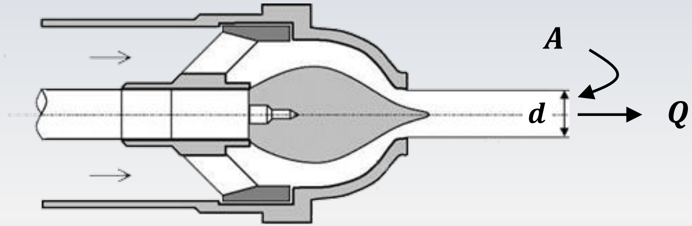
Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** **(*le point nominal*)**, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$\boldsymbol{H = 300m, \dot{W} = 20000kW}$$





$$\eta = 0.9, \quad \boldsymbol{n_s = 30}, \quad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

Le débit apparait implicitement dans l'équation pour la puissance, qui correspond à l'énergie potentielle par unité de temps fois le rendement

$$\dot{W} = \eta\rho\boldsymbol{Q}gH$$

$$\boldsymbol{Q} = 7.55\, m^3/s$$

$$\boldsymbol{A} = \mathrm{Q}/V = 7.55/76.7$$

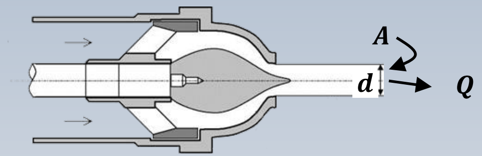
$$= 0.09845 m^2$$

Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** **(*le point nominal*)**, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

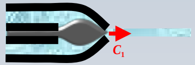
n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$H = 300m, \dot{W} = 20000kW$$

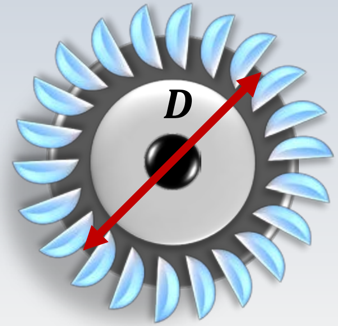


$$A = \pi\, \boldsymbol{d^2}/4 = 0.09845m^2$$

$$\boldsymbol{d = 0.35m} \qquad diamètre\ du\ jet$$



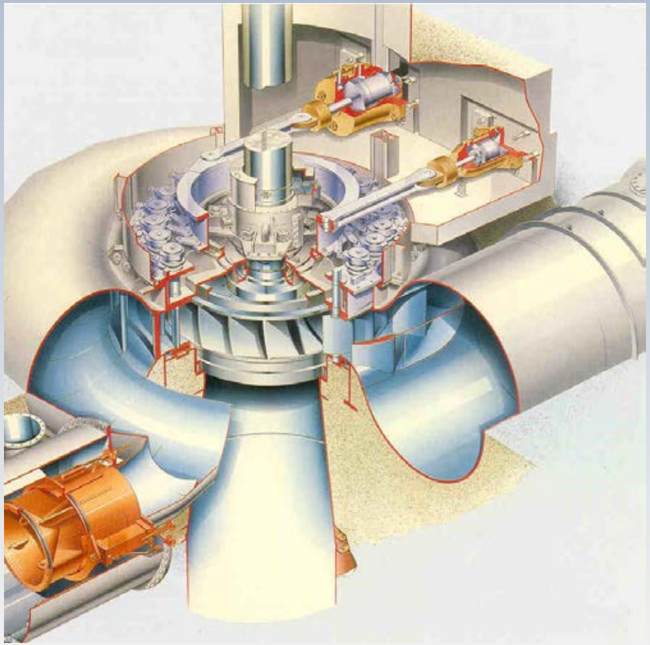
$$\frac{N\boldsymbol{D}}{H^{1/2}} = 40 \qquad N = 227\ rpm$$



$$\boldsymbol{D = 2.5\ m} \qquad diamètre\ de\ la\ roue$$

$$\eta = 0.9, \quad \boldsymbol{n_s = 30}, \quad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

Problème

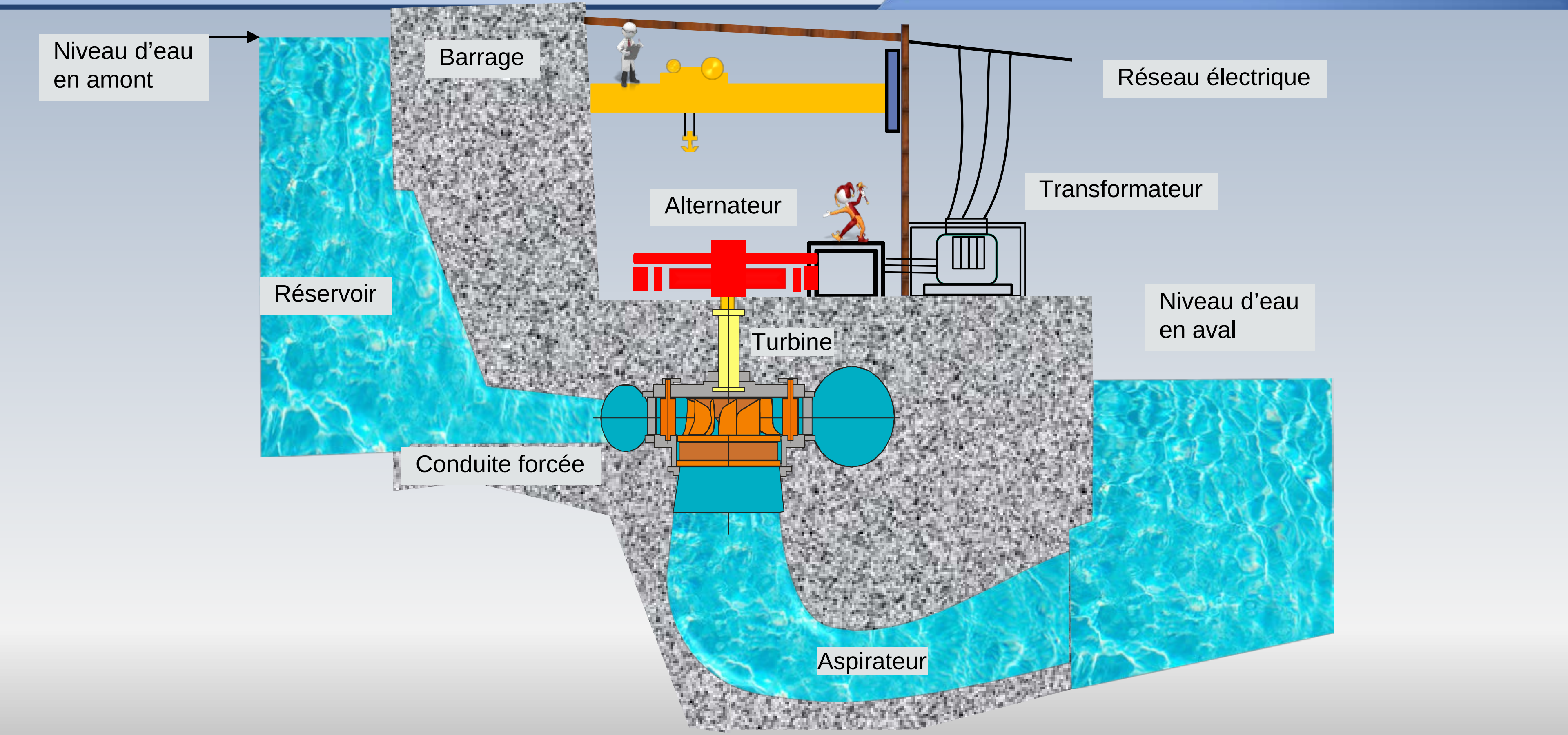


Une turbine Francis (simple), opère avec une charge $\boldsymbol{H = 60m}$ et un débit $\boldsymbol{Q = 30\,m^3/s}$. Le rendement est $\boldsymbol{\eta = 88\%}$. Utilisez la carte et estimez les $\boldsymbol{rpm}$ et le diamètre $\boldsymbol{D}$ de la roue.

Notez que la vitesse spécifique $\boldsymbol{n_s}$ affiché sur la carte a été calculée avec une puissance en $\boldsymbol{HP}$.

Supposez $\boldsymbol{H_s = +3m}$

Aménagement hydroélectrique

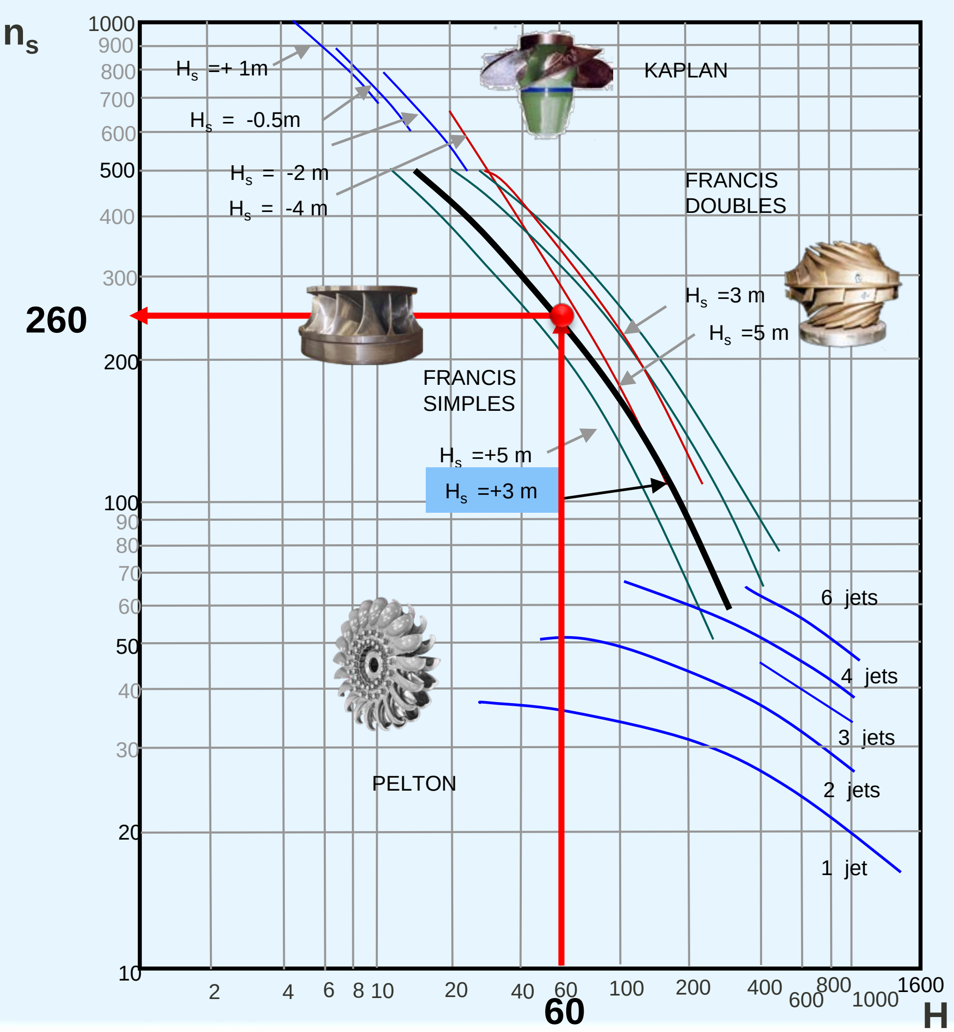


$$H = 60m,$$

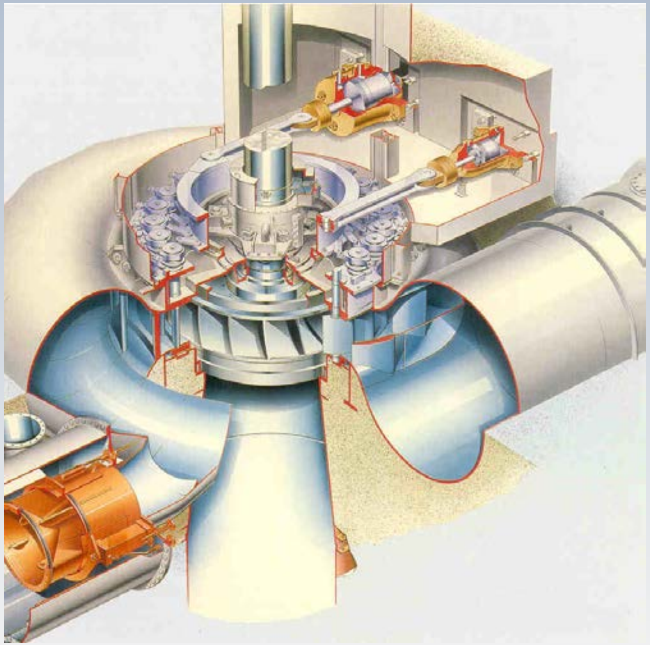
$$Q = 30m^3 / s,$$

$$\eta = 0.88$$

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$



Problème



$H = 60m, Q = 30\,m^3/s, \eta = 0.88$

La vitesse spécifique $\boldsymbol{n_s}$ est donnée par

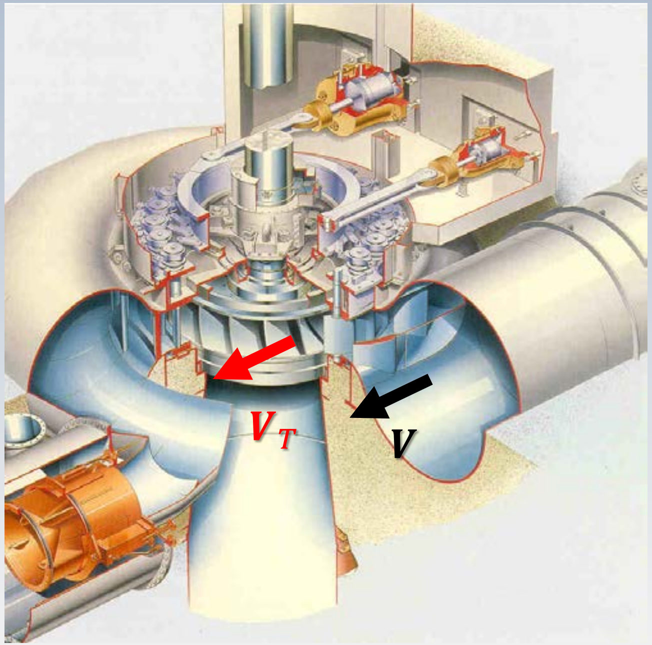
$$n_s = \frac{\boldsymbol{N}\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

pour calculer $\boldsymbol{N(rpm)}$ il nous faut trouver d'abord $\dot{\boldsymbol{W}}$ en $\boldsymbol{HP}$

$$\dot{W} = \frac{\eta\rho QgH}{745.7} = 20836HP$$

$\boldsymbol{1HP = 745.7\,Watts}$

Problème



$$N = n_s H^{5/4} / \dot{W}^{1/2} \quad = 301 rpm$$

La limite théorique de la vitesse tangentielle de la roue V_T, est donnée par la vitesse maximale de l'écoulement en périphérie V, s'il n'y avait aucune perte entre le réservoir et ce point. Ceci est décrit par

$$\underbrace{V = \sqrt{2gH} \approx V_T = \frac{\pi D N}{60}}_{\text{Approximation grossière, mais..}}$$

$$D = 2.17m$$

Types de données

Dans les problèmes suivants nous trouverons des données utilisés par l 'industrie (EE.UU) que ne suit pas le SI

Nous rappelons que dans le contexte industriel, la valeur numérique correspondante à la vitesse spécifique, en $\boldsymbol{rpm}$, changera en fonction de unités choisies

Cependant, la valeur de **toute quantité adimensionnelle est universelle et indépendante du système d'unités**

Problème

Pour une pompe, nous avons les données:

$$\boldsymbol{H = 70\, pi, Q = 5.35\, pi^3/s\,,}$$

$$\boldsymbol{n = 870\, rpm, g = 32.2\, pi^2/s}$$

Nous devons calculer

- La vitesse spécifique adimensionnelle N_s
- La vitesse spécifique dimensionnelle n_q

  avec $Q\ en\ gpm(gallons/minute)$

Problème

$H = 70\,pi, Q = 5.35\,pi^3/s\,,$

$n = 870\,rpm, g = 32.2\,pi^2/s$

Vitesse $\boldsymbol{N_s}$

$$\boldsymbol{N_s} = n\left(\frac{2\pi}{60}\right)\frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}$$

$$= 870\left(\frac{\pi}{30}\right)\frac{\sqrt{5.35}}{(32.2\times 70)^{3/4}}$$

$$= \mathbf{0.6442}$$

1 pi³/s=448.8 gpm

$$\boldsymbol{n_q} = n\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad = 870\times\frac{\sqrt{2401}}{70^{3/4}}$$

Problème

$H = 70\,pi, Q = 5.35\,pi^3/s\,,$

$n = 870\,rpm, g = 32.2\,pi^2/s$

Vitesse $\boldsymbol{n_q}$

$$\boldsymbol{n_q} = 1.7612 \times 10^3 \left(\frac{\boldsymbol{rpm} - (gpm)^{1/2}}{pi^{3/4}} \right)$$

Les caractères en gris pâle ne sont qu'un aide-mémoire pour se rappeler que la **valeur numérique** de $\boldsymbol{n_q}$, en $\boldsymbol{rpm}$, a été obtenue avec un débit en $\boldsymbol{gpm}$(initialement en $(\boldsymbol{pi^3/s})$ et une hauteur en $\boldsymbol{pi}$

Exemple

$$n_q = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

...

Pour une pompe centrifuge, on a les données suivantes: $\boldsymbol{n = 885\, rpm}$, $\mathbf{Z = 6}$ **pales,** $\boldsymbol{\eta_H = 0.92}$(rendement hydraulique) $\mathbf{Q = 10\,000\, gpm}$ (gallons/ minute), $\boldsymbol{D_2 = 38\, po}$, (le diamètre en sortie) $\boldsymbol{\beta_{2a} = 68.4^0}$, (l'angle à la sortie)

Pour cette pompe, on a trouvé une relation industrielle empirique $\boldsymbol{\Phi_2 = n_q/15900}$ et on peut supposer que $\boldsymbol{c_{1u} = 0}$

On vous demande de calculer: $\mathbf{U_2}$, $\boldsymbol{w_{2m}}$, $\boldsymbol{c_{2u}}$, $\mathbf{H}_{\boldsymbol{théo}}$ $\boldsymbol{(eq. Euler)}$, $\mathbf{H}$. Tenez compte du glissement !

Exemple

$$n_q = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

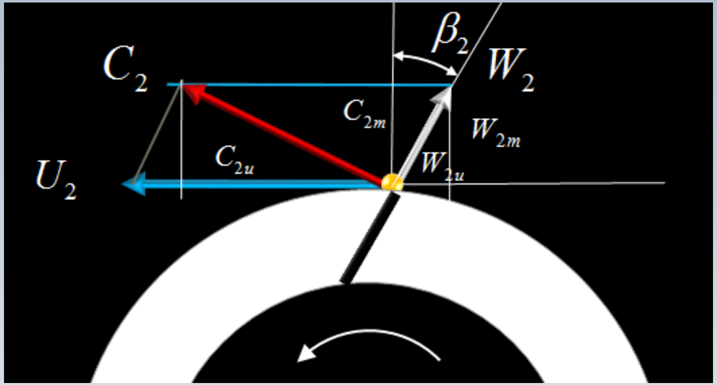
...

On vous suggère d'estimer, dans un premier temps, la vitesse spécifique, $n_q = 1000$

Cette hypothèse doit être vérifiée à l'aide de vos résultats

$\mathbf{U_2}, w_{2m}, c_{2u}, \mathrm{H}_{théo}, \mathrm{H}$?

$Z = 6$
$Q = 10\,000$ gpm
$\beta_2 = 68.4°$
$D_2 = 38$ po
$n = 885$ rpm
$\eta_H = 0.92$
$c_{1u} = 0$
$n_q = 1000$



$$\boldsymbol{1pi = 12po}$$

$$\boldsymbol{U_2} = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi(38/12)885}{60}$$

$$= \boldsymbol{146.7\,pi/s}$$

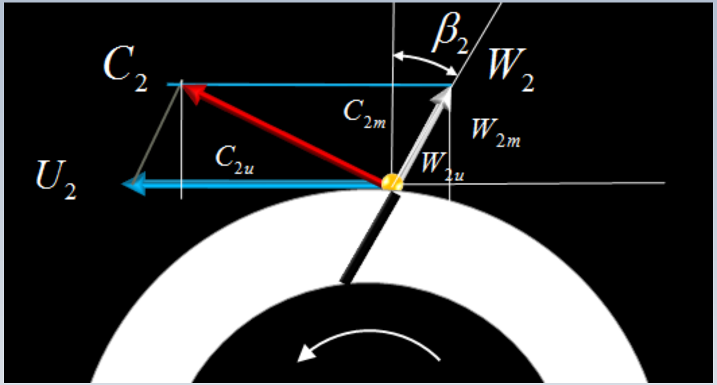
Relation industrielle empirique

$$\boldsymbol{\Phi_2} = \left(\frac{n_q}{15900}\right) = \frac{1000}{15900} = \mathbf{0.082}$$

$$\Phi_2 = \frac{c_{2m}}{U_2} = \frac{w_{2m}}{U_2}$$

U_2, $\boldsymbol{w_{2m}}$, $\boldsymbol{c_{2u}}$, $\mathrm{H}_{théo}$, H ?

Z = 6
Q = 10 000 gpm
β_2 = 68.4 °
D_2 = 38 po
n = 885 rpm
η_H=0.92c
c_{1u} =0
n_q = 1000



$\boldsymbol{1pi = 12po}$

$$\boldsymbol{c_{2m}} = \boldsymbol{w_{2m}} = \Phi_2 \mathrm{U}_2$$

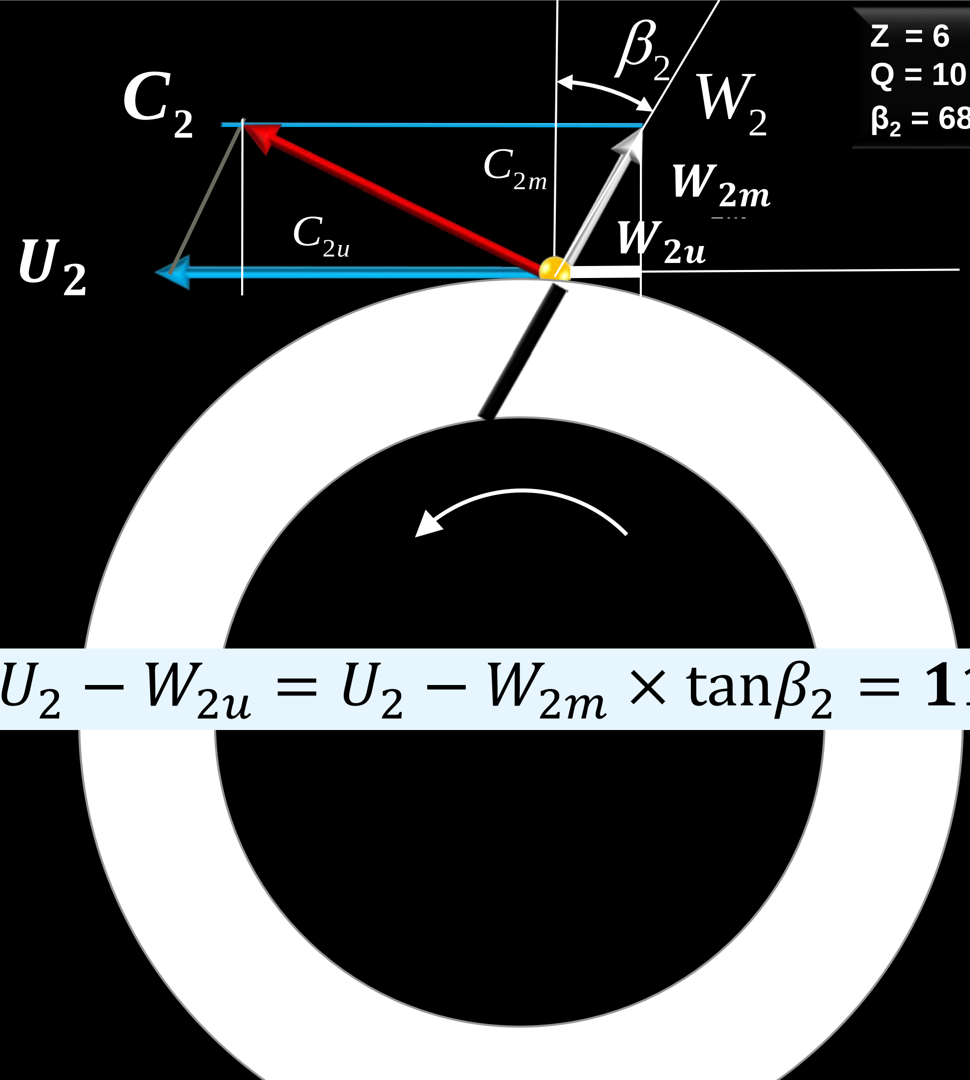
$$= 146.7 \times 0.082 = \boldsymbol{12\,p\,i/s}$$

$\boldsymbol{c_{2\mathrm{u}}} = ?$

Nous regardons le triangle de vitesses en détaille

Z = 6
Q = 10 000 gpm
β_2 = 68.4 º

D_2 = 38 po
n = 885 rpm
η_H=0.92



$U_2 = 146.7\, pi/s$

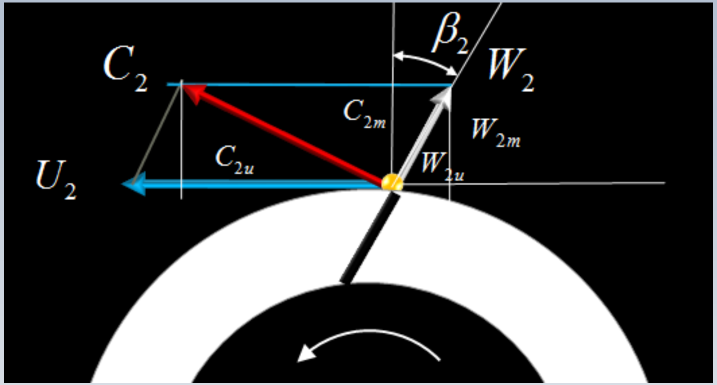
$W_{2m} = 12\, pi/s$

$c_{2ua} = 116.4\, pi/s$

$$c_{2ua} = U_2 - W_{2u} = U_2 - W_{2m} \times \tan\beta_2 = \mathbf{116.4\, pi/s}$$

U_2, w_{2m}, c_{2u}, $H_{théo}$, H ?

$Z = 6$ $D_2 = 38$ po $c_{1u} = 0$
$Q = 10\,000$ gpm $n = 885$ rpm
$\beta_2 = 68.4$ º $\eta_H = 0.92c$ $n_q = 1000$



$$1pi = 12po$$

$$c_{2ua} = 116.4\, pi/s$$

$$U_2 = 146.7\, pi/s$$

La hauteur théorique H_{th} est donnée par l'équation d'Euler

$$H_{th} = \frac{c_{2ua}U_2 - \cancel{c_{1u}}U_1}{g}$$

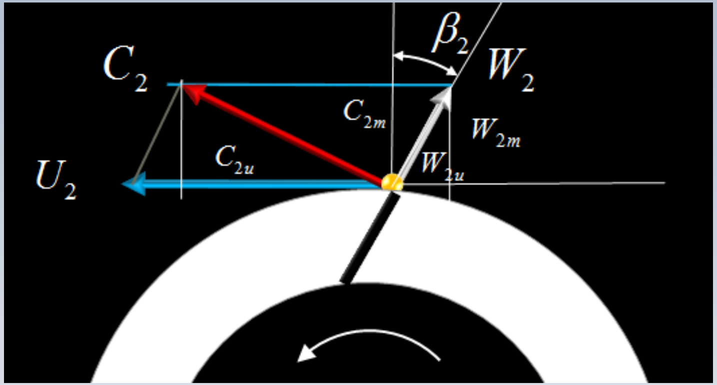
$$= \frac{116.4 \times 146.7}{32.2} = 531\, pi$$

$g(pi/s^2)$

Pour calculer H réel nous devons tenir compte de l'effet du glissement ainsi que du rendement hydraulique

$U_2, w_{2m}, c_{2u}, H_{théo}, H$?

$Z = 6$ $D_2 = 38$ po $c_{1u} = 0$
$Q = 10\,000$ gpm $n = 885$ rpm
$\beta_2 = 68.4^o$ $\eta_H = 0.92c$ $n_q = 1000$



$$\mathbf{1pi = 12po}$$

$$\boldsymbol{c_{2ua} = 116.4\,p\,i/s}$$

$$\boldsymbol{U_2 = 146.7\,p\,i/s}$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{\sqrt{\cos\beta_{2a}}}{Z^{0.7}} = 0.8269$$

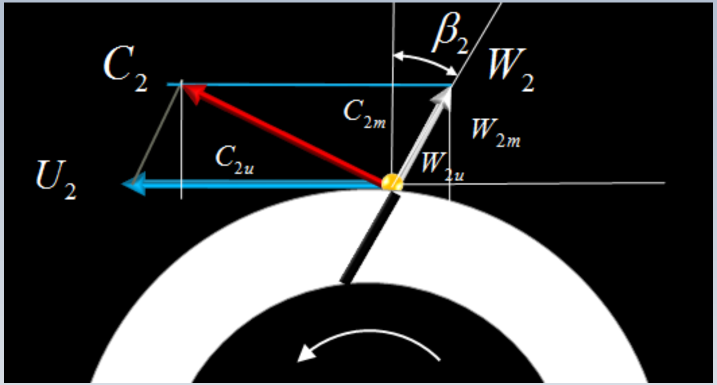
$$\sigma_s = \frac{c_{2uf}}{c_{2ua}}$$

$$c_{2uf} = \sigma_s c_{2ua}$$

$$c_{2uf} = 0.8269 \times 116.4 = 96.25\,\mathrm{p\,i/s}$$

U_2, w_{2m}, c_{2u}, $H_{théo}$, **H** ?

$Z = 6$ $D_2 = 38$ po $c_{1u} = 0$
$Q = 10\ 000$ gpm $n = 885$ rpm
$\beta_2 = 68.4\ ^o$ $\eta_H = 0.92$ $n_q = 1000$



$\mathbf{1pi = 12po}$

$$\boldsymbol{H} = \eta_H \frac{c_{2uf} U_2}{g}$$

$$= 0.92 \times \frac{96.25 \times 146.7}{32.2}$$

$\boldsymbol{g(pi/s^2)}$

$$= \mathbf{403.43\ pi}$$

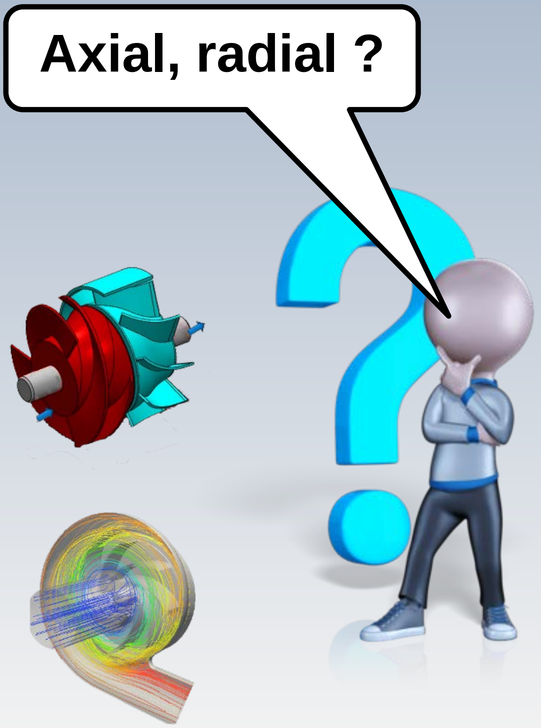
Vérification de la valeur de n_q

$$\boldsymbol{n_q} = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{885 \times (10000)^{0.5}}{(403.43)^{0.75}}$$

$$= 983.14\ rpm$$

Pas trop loin de la valeur proposée n_q= 1000

Problème



On doit estimer **le diamètre le rendement, et le type** d'une pompe satisfaisant les conditions suivantes

$$\boldsymbol{H = 18pi, Q = 250gpm, n = 1500rpm}$$

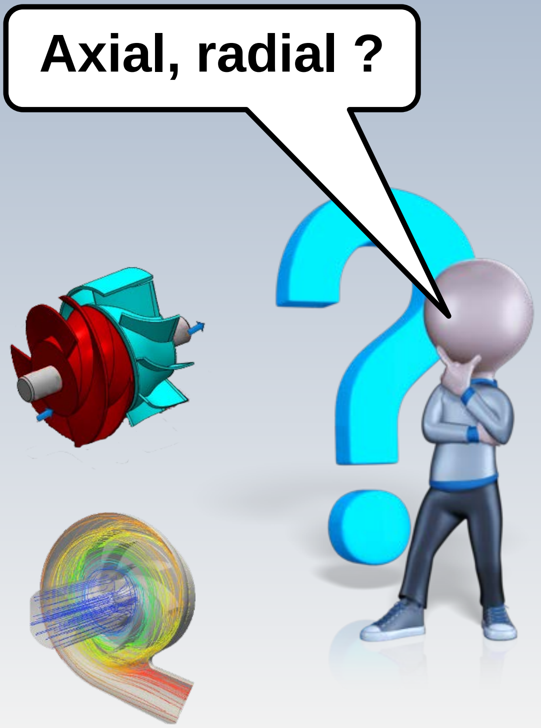
On utilisera le diagramme de Cordier, un graphique pour le rendement, la classification des pompes en fonction de n_q, et le facteur de conversion

$$\boldsymbol{1[pi^3/s] = 0.00223[gpm]}$$

Problème

$$Q[pi^3/s] = 0.00223 \times Q[gpm]$$

$$H = 18pi, Q = 250gpm, n = 1500rpm, g = 32.2\,pi/s^2$$



Connaissant N_s ,nous pouvons utiliser le diagramme de Cordier pour trouver D_s

$$N_s = n\left(\frac{2\pi}{60}\right) \times \frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}$$

$$= 1500\left(\frac{\pi}{30}\right) \times \frac{\sqrt{250 \times 0.00223}}{(32.2 \times 18)^{3/4}}$$

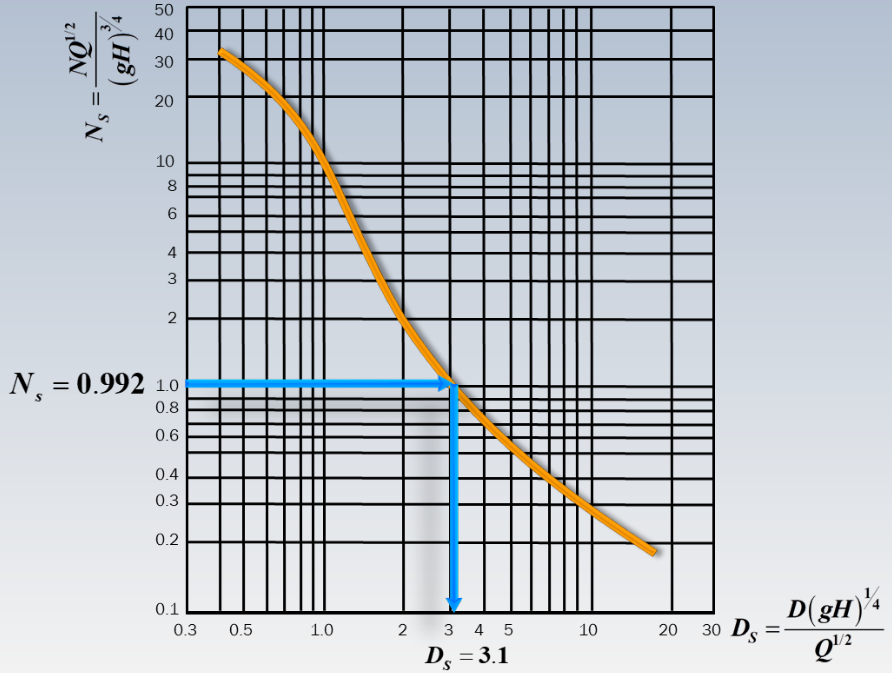
g

$$= \mathbf{0.992}$$

Problème 3

$$g = 32.2\,pi/s^2$$

$$H = 18pi, Q = 250gpm = 0.5575\,pi^3/s\,, n = 1500rpm$$



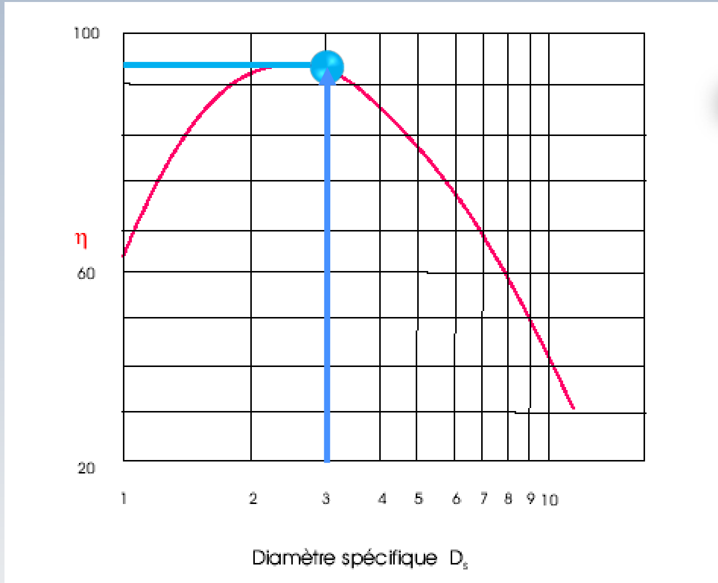
$$D_s = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}} = 3.1$$

$$D = \frac{3.1 \times (0.5575)^{1/2}}{(32.2 \times 18)^{1/4}}$$

$$= 0.472\,pi$$

Problème

$$H = 18pi, Q = 250gpm, n = 1500rpm$$



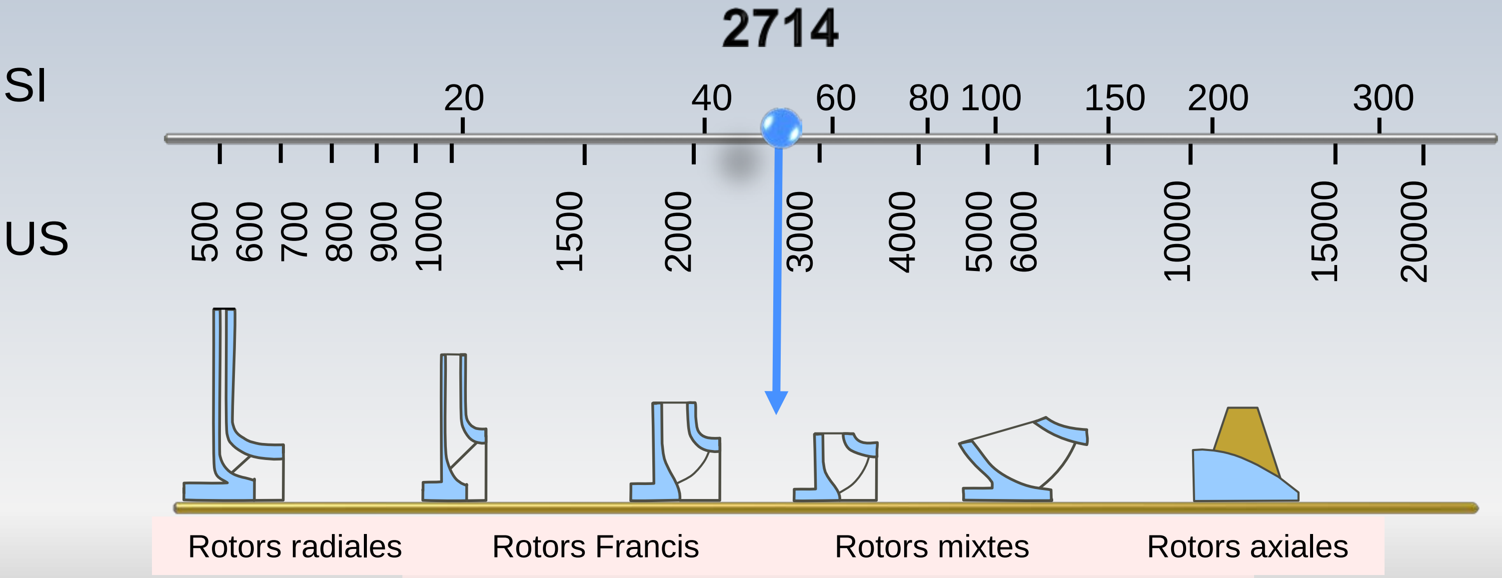
$$\eta \approx 93\%$$

$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{1500\sqrt{250}}{18^{3/4}}$$

$$= 2714 \left[\frac{rpm - (gpm)^{1/2}}{pi^{3/4}}\right]$$

Problème

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$



Vitesse spécifique n_q

Problème

La hauteur de charge $\boldsymbol{H}$, le rendement $\boldsymbol{\eta}$ et la caractéristique du système hydraulique $\boldsymbol{H_s}$ associé à une pompe sont donnés par les équations:

$$\begin{aligned} H &= 20 + 0.8333Q - 0.1667Q^2 \\ \eta &= 29.643Q - 3.2143Q^2 \\ H_s &= 10 + 2.1164Q^2 \end{aligned}$$

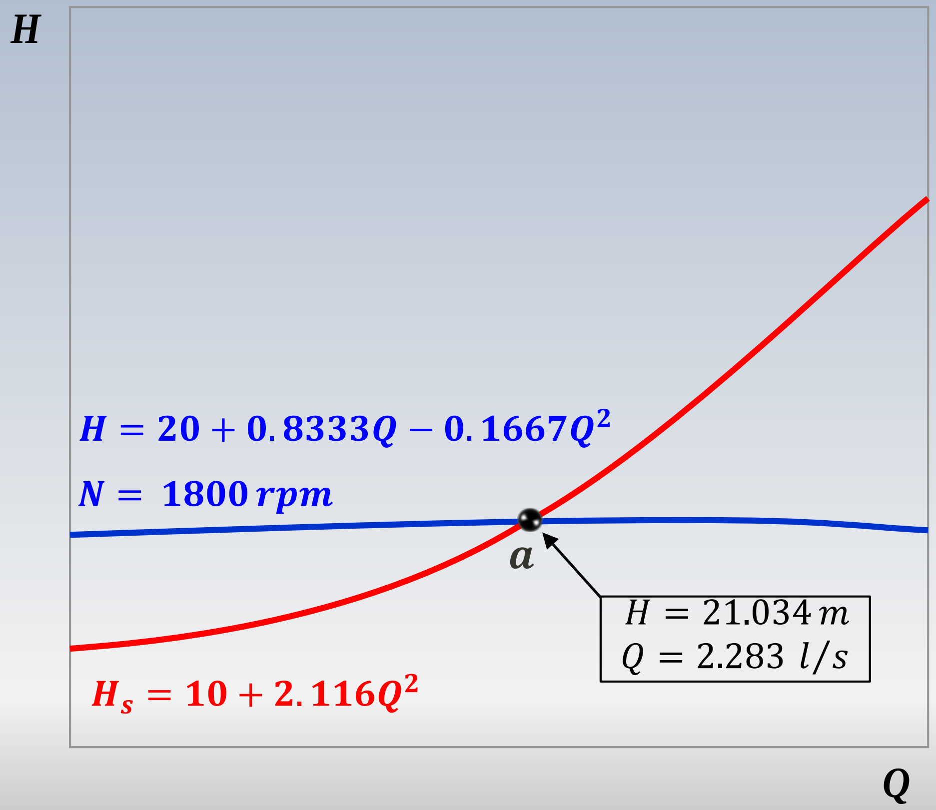
La vitesse de rotation de la pompe est de $\boldsymbol{N_a = 1800 rpm}$, la charge $\boldsymbol{H}$ est donnée en ***mètres***, le débit $\boldsymbol{Q}$ est exprimé en ***lt/s*** et le rendement $\boldsymbol{\eta}$ en ***%.***

Problème

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à $\boldsymbol{N_b = 3600\, rpm}$, quel sera le débit $\boldsymbol{Q_b}$ et quelle sera la puissance $\boldsymbol{\dot{W}_b}$ nécessaire à fournir au point d'opération?

Quelle est la vitesse de rotation ($\boldsymbol{en\ rpm}$) nécessaire pour augmenter le débit *1.7 fois* la valeur obtenue à $\boldsymbol{N_a = 1800 rpm}$?

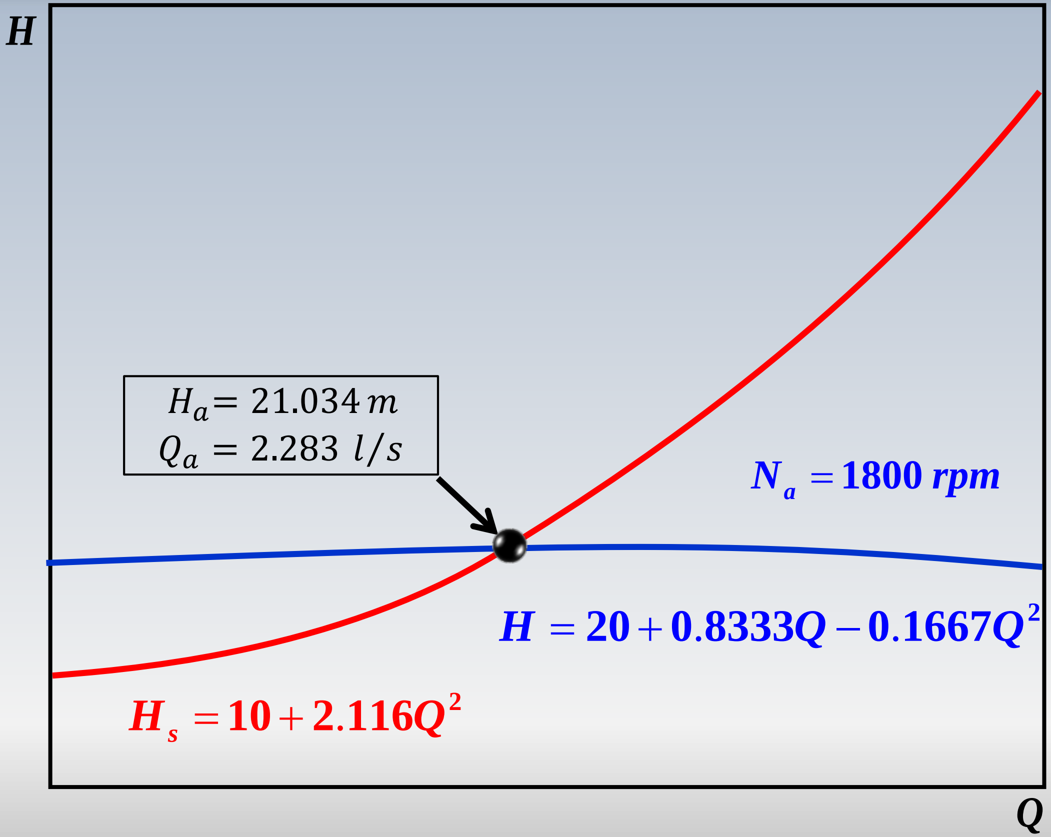
Problème



À $N = 1800\,rpm$, le point d'opération identifié avec l'indice a, correspond à l'intersection de la courbe caractéristique de la pompe H avec celle de la conduite H_s

Pour trouver les conditions au point b, à $N = 3600\,rpm$, nous utiliserons la similitude des coefficients de débit Φ, et de charge Ψ

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à $N_b = 3600\ rpm$, quel sera le débit Q_b et quelle sera la puissance $\dot{W}_b$ nécessaire à fournir au point d'opération?



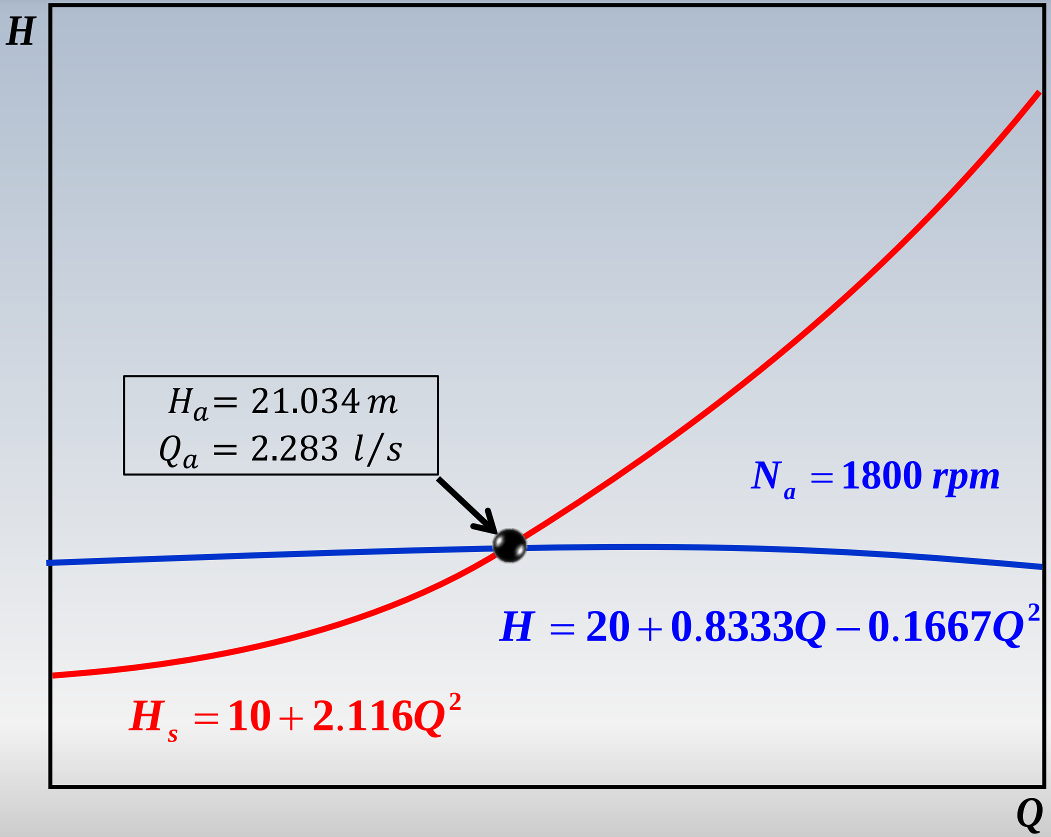
$$\Phi = \left(\frac{Q}{D^3N}\right)_a = \left(\frac{Q}{D^3N}\right)_b$$

$$Q_b = \left(\frac{N_b}{N_a}\right)Q_a = \left(\frac{3600}{1800}\right)2.283$$

$$= 4.566(l/s)$$

$$Q_b = 4.566 \times 10^{-3}(m^3/s)$$

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à $N_b = 3600\ rpm$, quel sera le débit Q_b et quelle sera la puissance $\dot{W}_b$ nécessaire à fournir au point d'opération?

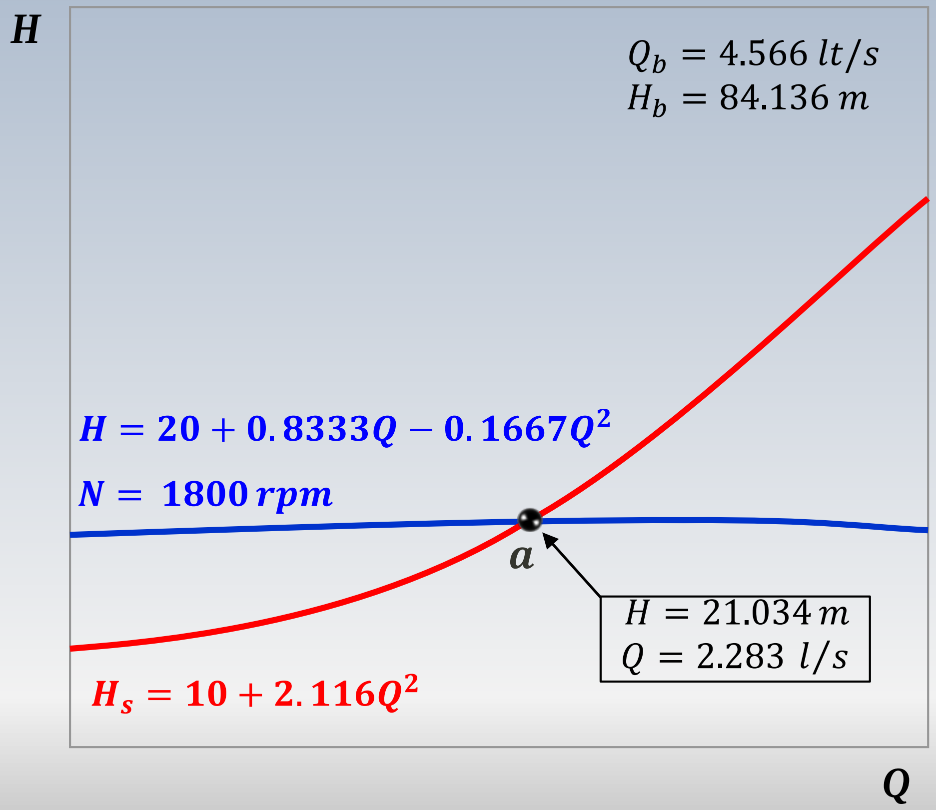


$$\Psi = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_a = \left(\frac{g\boldsymbol{H}}{N^2D^2}\right)_b$$

$$H_b = \left(\frac{N_b}{N_a}\right)^2 H_a = \left(\frac{3600}{1800}\right)^2 21.034$$

$$\boldsymbol{H_b = 84.136\ m}$$

Problème



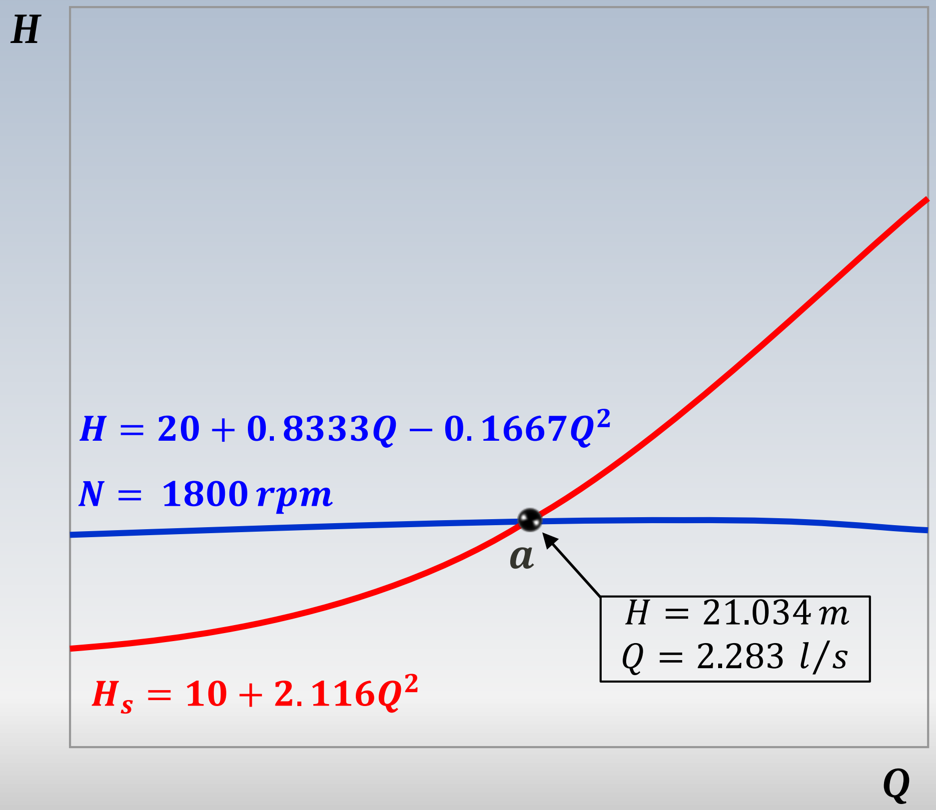
Le calcul de la puissance au point $\boldsymbol{b}$ (non illustré) est donnée par la formule

$$\dot{W} = \rho g H_b Q_b/\eta$$

$$= 1000 \times 9.8 \times 84.136 \times 4.566 \times 10^{-3}/\eta$$

Le rendement η est un paramètre de similitude, de sorte qu'au point $\boldsymbol{b}$ il est le même qu'au point $\boldsymbol{a}$

Problème



Alors

$$\eta = 29.643Q - 3.214Q^2$$

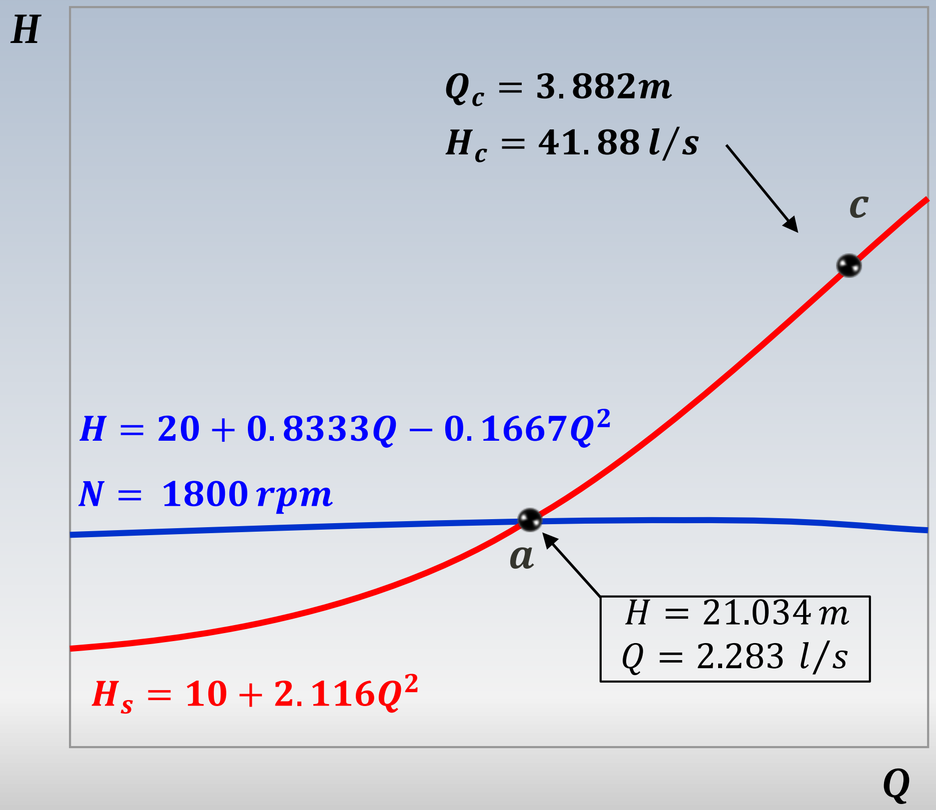
$$= 29.643(2.283) - 3.214(2.283^2)$$

$$= 50.92\%$$

$$\dot{W} = \rho g H_b Q_b / \eta$$

$$= 7.4kW$$

Problème



Nous cherchons maintenant la vitesse de rotation nécessaire pour obtenir un débit **1.7** fois celui à $\boldsymbol{N = 1800\, rpm}$

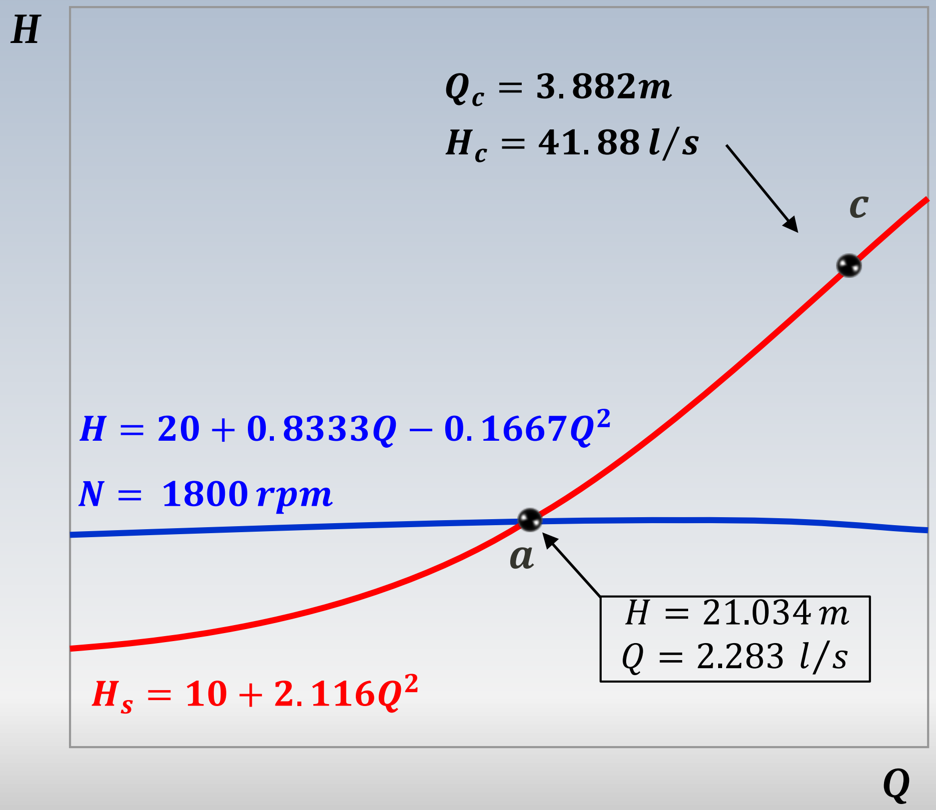
Ce débit est alors

$$\boldsymbol{Q_c} = 1.7 \times 2.283 = \boldsymbol{3.882\, l/s}$$

et la hauteur correspondante calculée **dans la conduite** est

$$\boldsymbol{H_c} = 10 + 2.116Q_c^2 = \boldsymbol{41.88m}$$

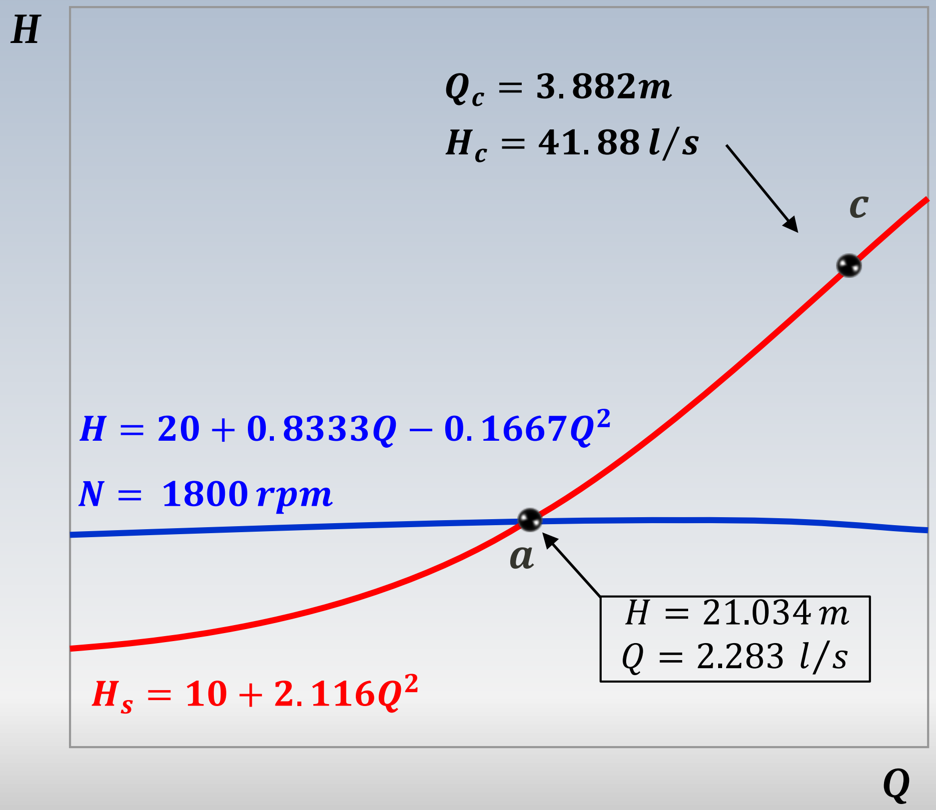
Problème



Le point $(Q_{a,} H_a)$ ne peut pas être utilisée directement pour trouver la vitesse de rotation demandée, car aucune loi de similitude n'a été considérée entre les points a et c

Par contre, nous pouvons appliquer la relation de similitude décrite par la parabole $H = k_0 Q^2$valable pour différentes vitesses de rotation

Problème



La constante $\boldsymbol{k_0}$ est évalué au point $(\boldsymbol{Q_c}, \boldsymbol{H_c})$, notamment

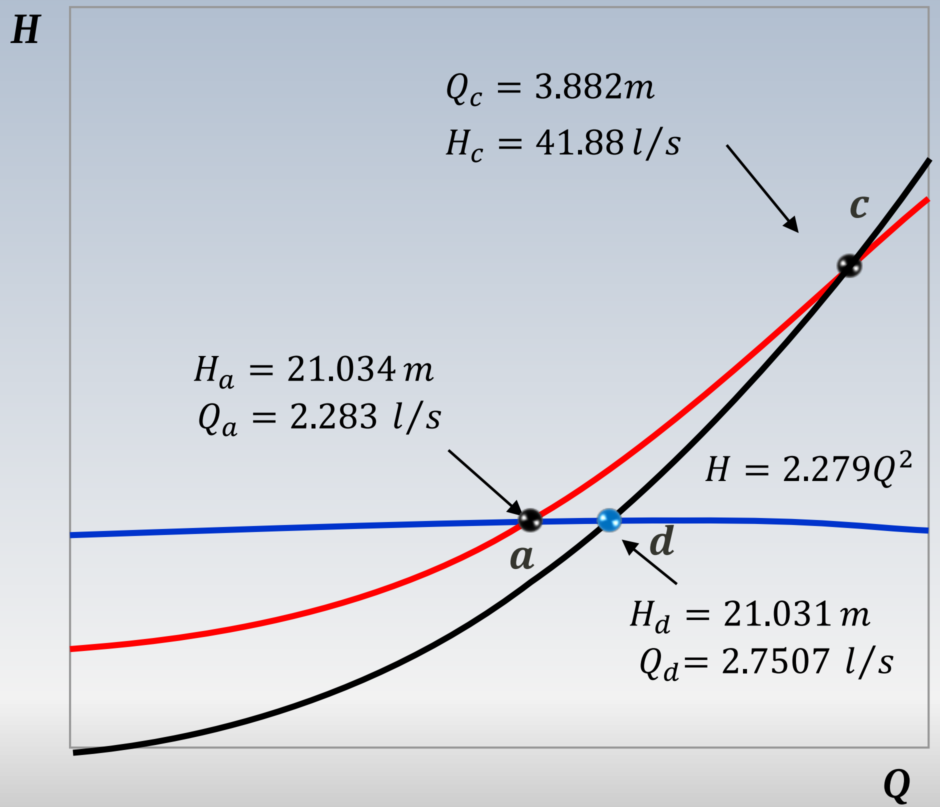
$$k_0 = \left(\frac{H_c}{Q_c^2}\right)$$

$$= \left(\frac{41.88}{(3.882)^2}\right)_b = 2.779$$

Ainsi, la courbe de points similaires est

$$\boldsymbol{H = 2.279Q^2}$$

Problème

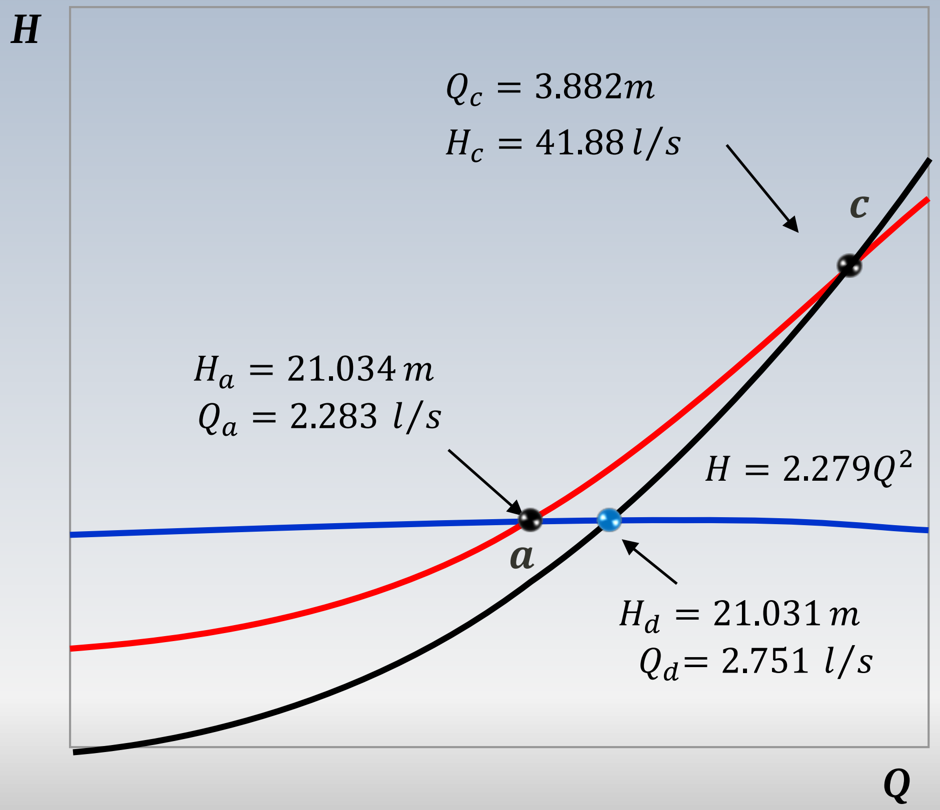


L'intersection de la parabole $H = 2.279Q^2$ avec la courbe caractéristique de la pompe $H = 20 + 0.8333Q - 0.1667Q^2$ mène au point $(\boldsymbol{Q_{d,}H_d})$

Ce dernier est similaire au point $(\boldsymbol{Q_{c,}H_c})$. Nous pouvons alors appliquer

$$\Phi = \left(\frac{Q}{D^3N}\right)_d = \left(\frac{Q}{D^3N}\right)_c$$

Problème



Alors,

$$\Phi = \left(\frac{Q}{N}\right)_d = \left(\frac{Q}{\boldsymbol{N}}\right)_c$$

$$N_c = \left(\frac{Q_c}{Q_d}\right) N_d \quad = \left(\frac{3.882}{2.751}\right) 1800$$

$$\boldsymbol{N_c = 2541rpm}$$