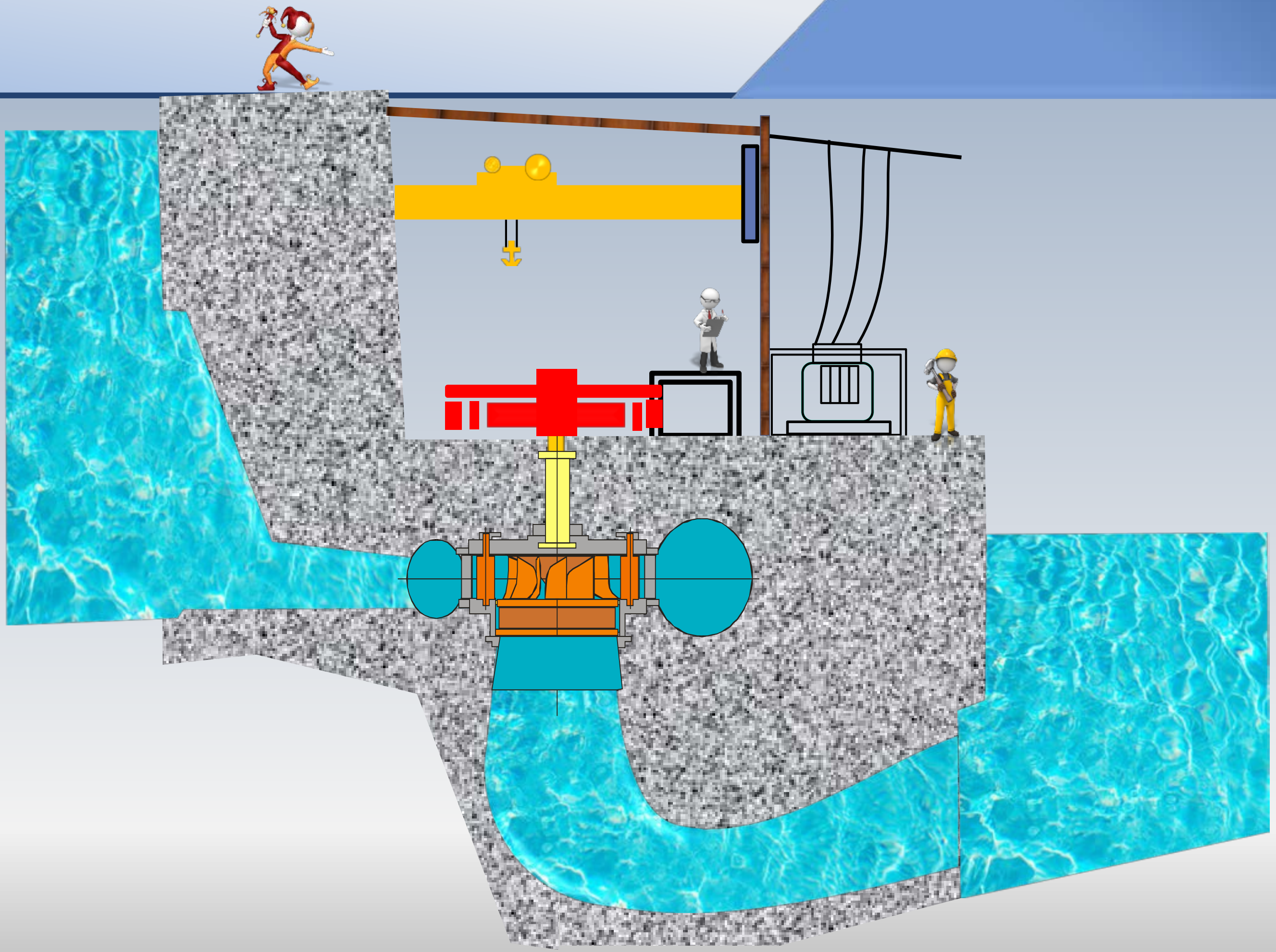
Similtude et nombres adimensionnels

En connaître un, c'est les connaître tous (proverbe latin)

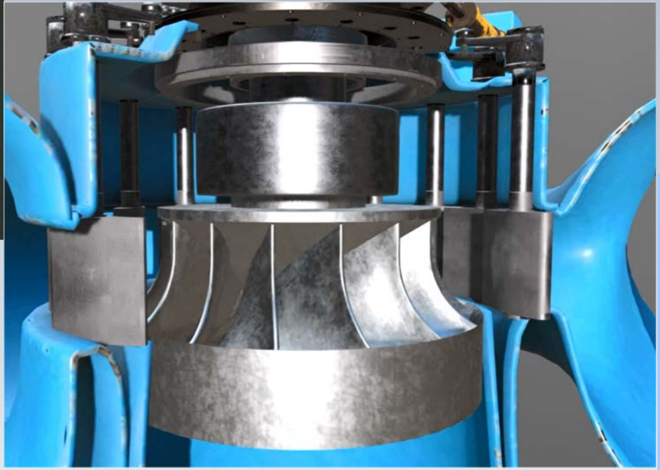
Citation du livre *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery* de *S.L.Dixon*

Turbines hydrauliques



Types de rotor

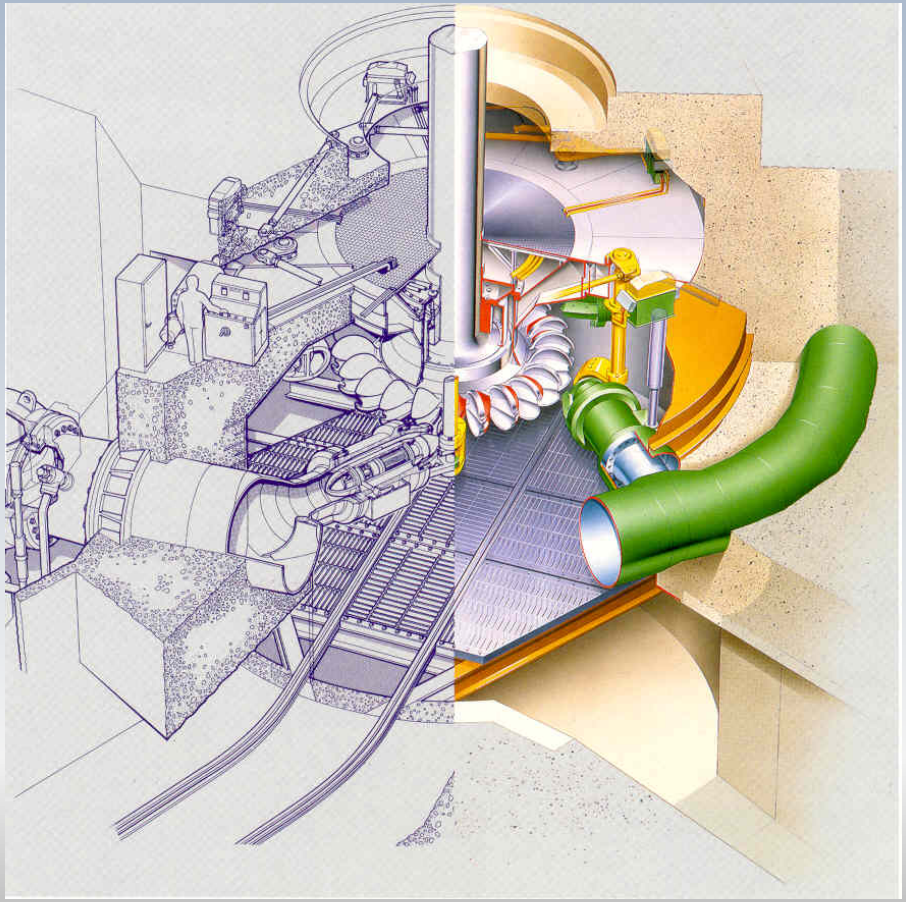
Pelton



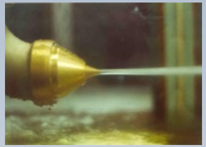
Francis

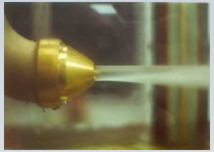
Kaplan

Turbine Pelton

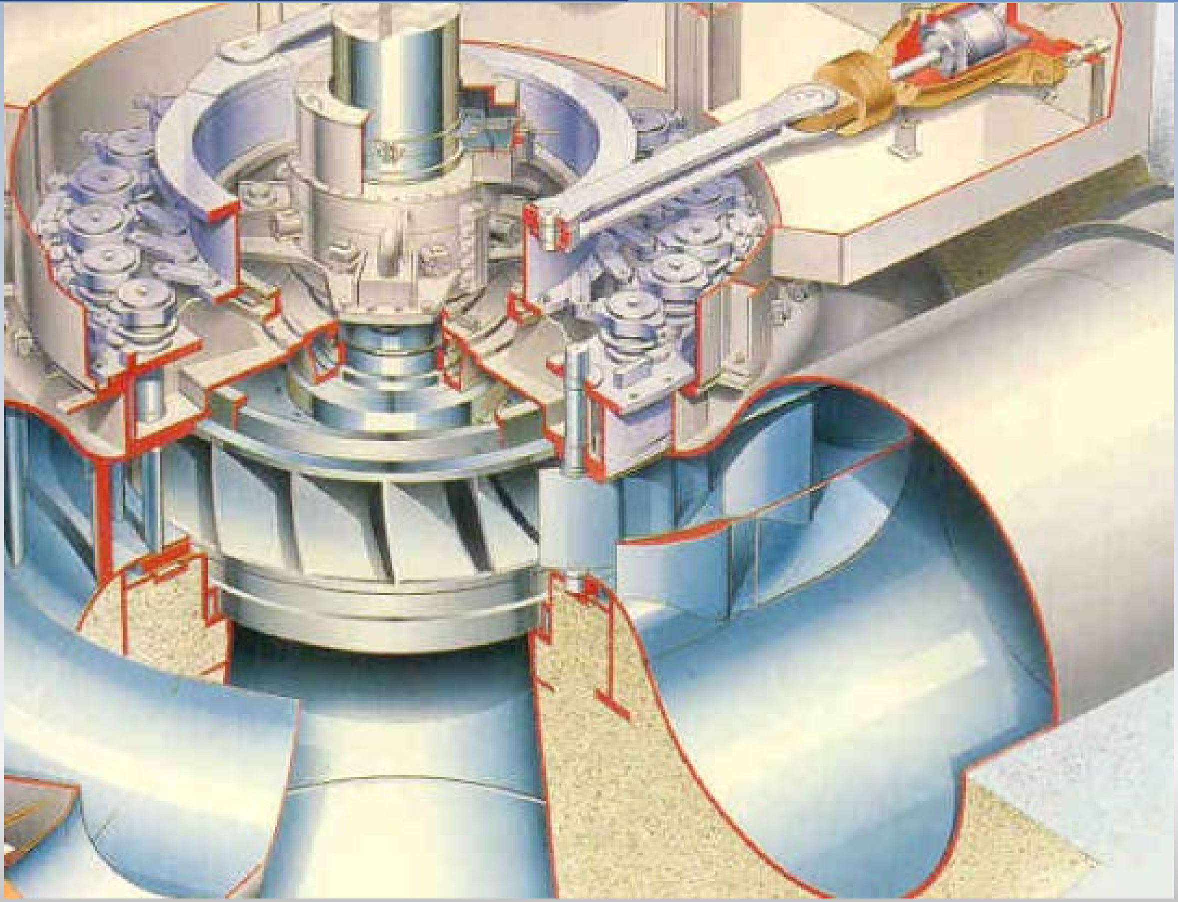


Contrôle du débit

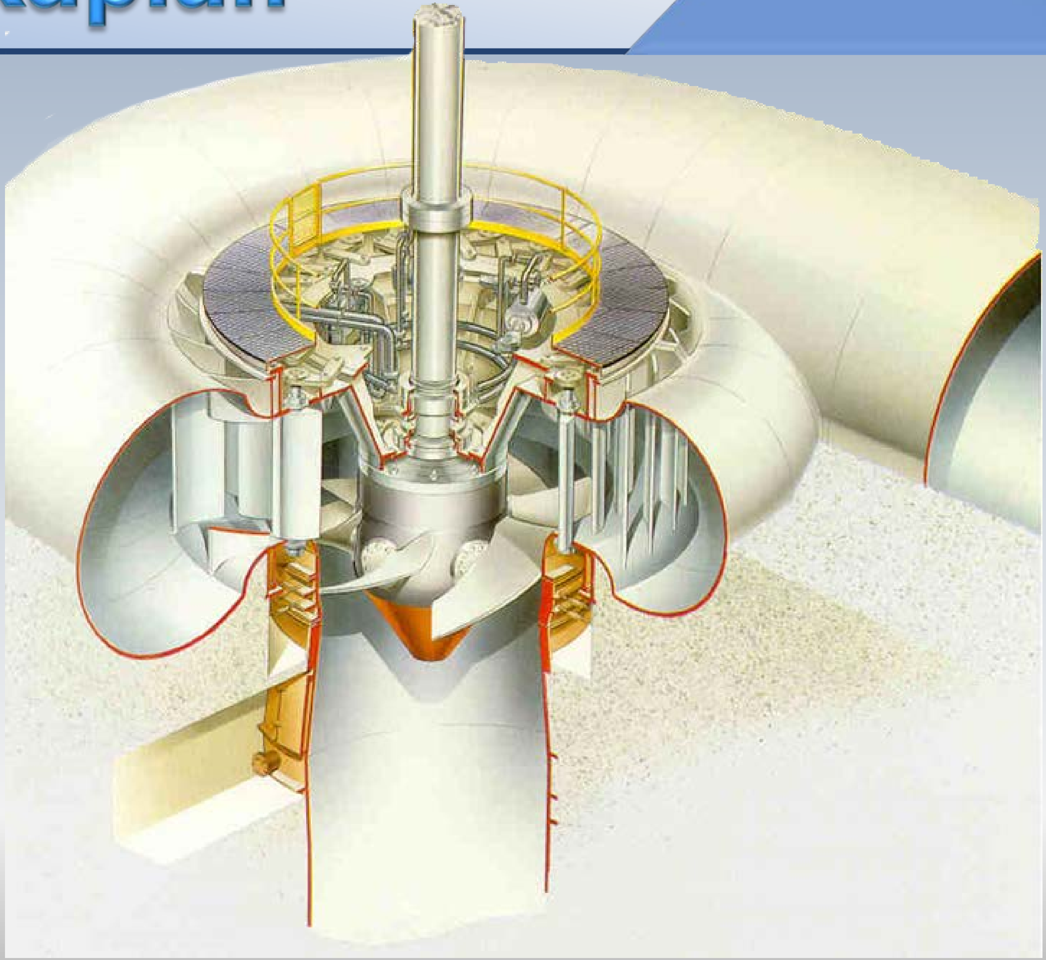




Turbine Francis



Turbine Kaplan



La géométrie

On constate que dans les turbines hydrauliques on retrouve des **parties mobiles** pour ajuster le point d'opération.

On devra alors prêter une attention particulière à la **similitude géométrique**

On note que le **nombre de Mach** $\boldsymbol{M}$ et le **rapport des chaleurs spécifiques** $\boldsymbol{\gamma}$ ne sont pas pertinents pour un écoulement d'eau

La colline de rendement

Le champ d'opération d'une turbine est représentée par des courbes **d'isorendement** dans le plan **Ψ**, **Φ** dont l'ensemble est appelé **"la colline de rendement"**

À cette représentation on superpose plusieurs courbes correspondant à **des positions d'organes mobiles**

En pratique industrielle on utilise des formes particulières associées au système d'unités pour les coefficient **Ψ** et **Φ**

Incompressibilité

$$\Psi = f(\Phi, \quad Re, \quad M, \quad \gamma, \quad Géo)$$
$$\eta = f(\Phi, \quad Re, \quad M, \quad \gamma, \quad Géo)$$

$$\Psi = f(\Phi, \quad Re, \quad Géo)$$
$$\eta = f(\Phi, \quad Re, \quad Géo)$$

Turbines hydrauliques

Ψ Φ $Géo$

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \quad , \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\eta = g\left(\frac{Q}{ND^3}, \quad , \frac{l_i}{D}\right)$$

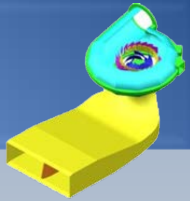
Coefficient de débit modifié

Dans l'univers des turbines hydrauliques l'intérêt est porté sur la puissance produite $\dot{W} = \eta\rho Q g H = \eta(\dot{m} g H)$

Il est alors possible d'exprimer le débit Q en fonction de la puissance $\dot{W}$ et de trouver un coefficient de débit Φ avec un visage différent

Si nous **négligeons** l'impact d'un **nombre de Reynolds** élevé et après quelques manipulations, on trouve les paramètres suivants pour caractériser une turbine hydraulique:

Carte d'une turbine I

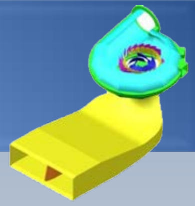


$$\Psi \qquad\qquad\qquad \Phi \qquad\qquad Géo$$

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\eta = g\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Carte d'une turbine II



$$\eta, \qquad \Phi, \qquad \Psi, \qquad Géo$$

$$\eta, \quad \frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \quad \frac{ND}{(gH)^{1/2}}, \quad \frac{l_i}{D}$$

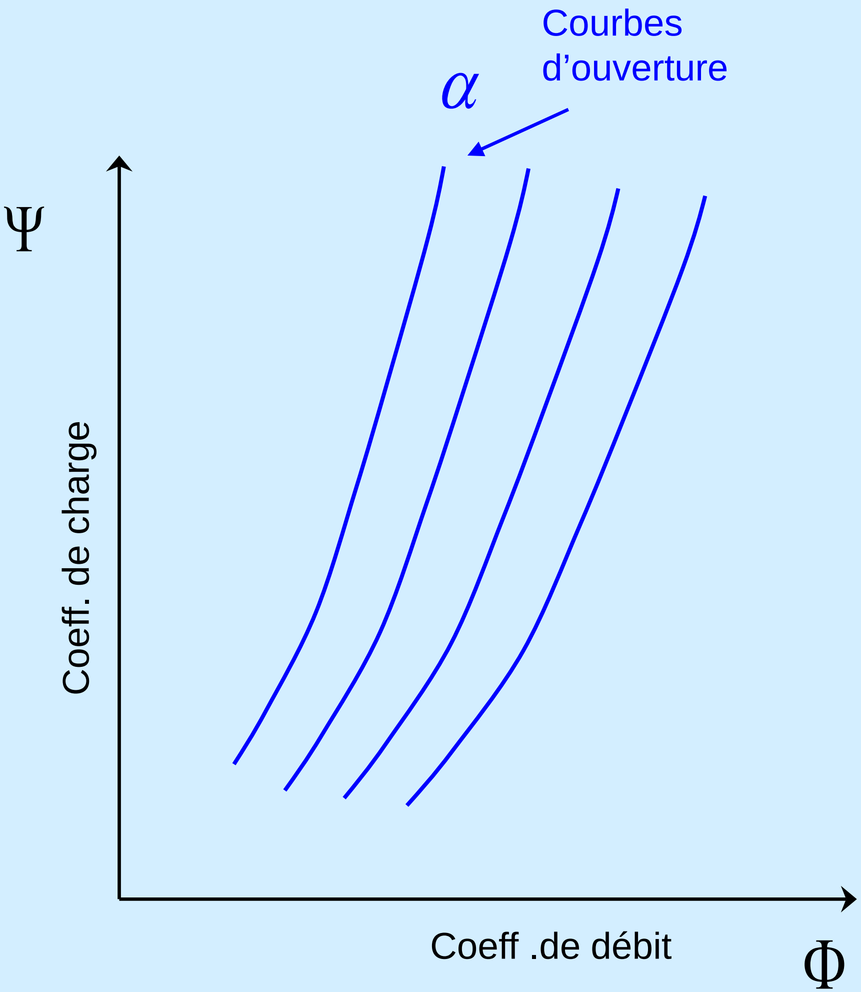
Formulation implicite

$$F(\eta, \Phi, \Psi, Géo) = 0$$

Formulation explicite

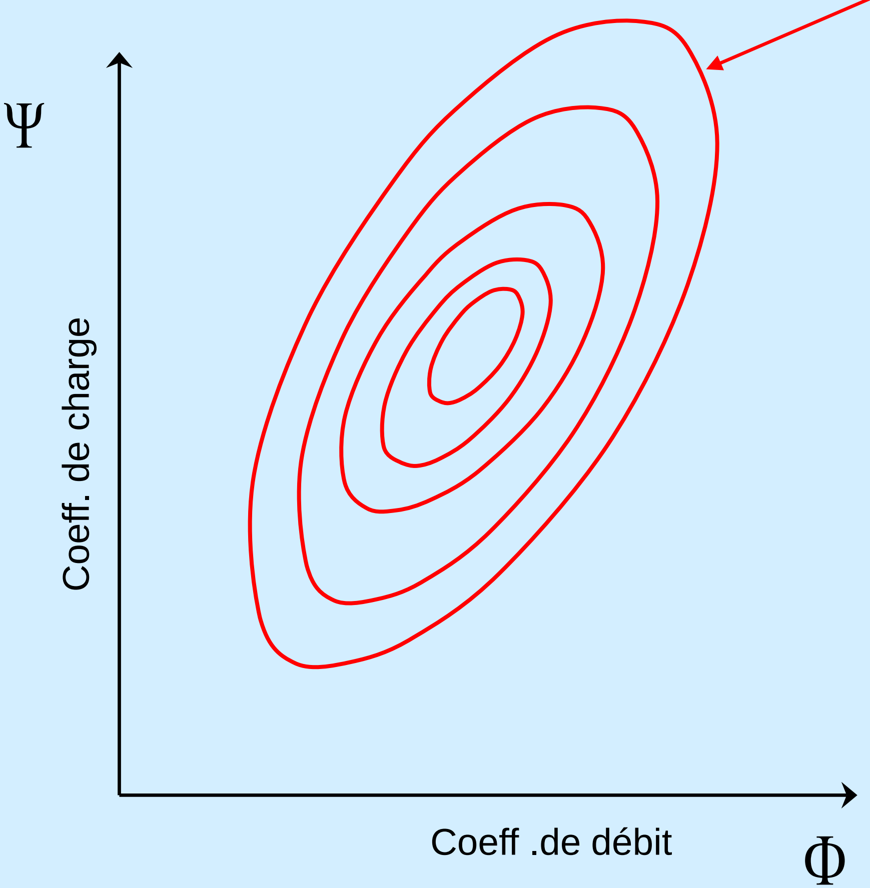
$$Géo = f(\Phi, \Psi)$$

$$\eta = g(\Phi, \Psi)$$



$$\alpha = f\left(\frac{gH}{n^2D^2}, \frac{Q}{nD^3}\right)$$

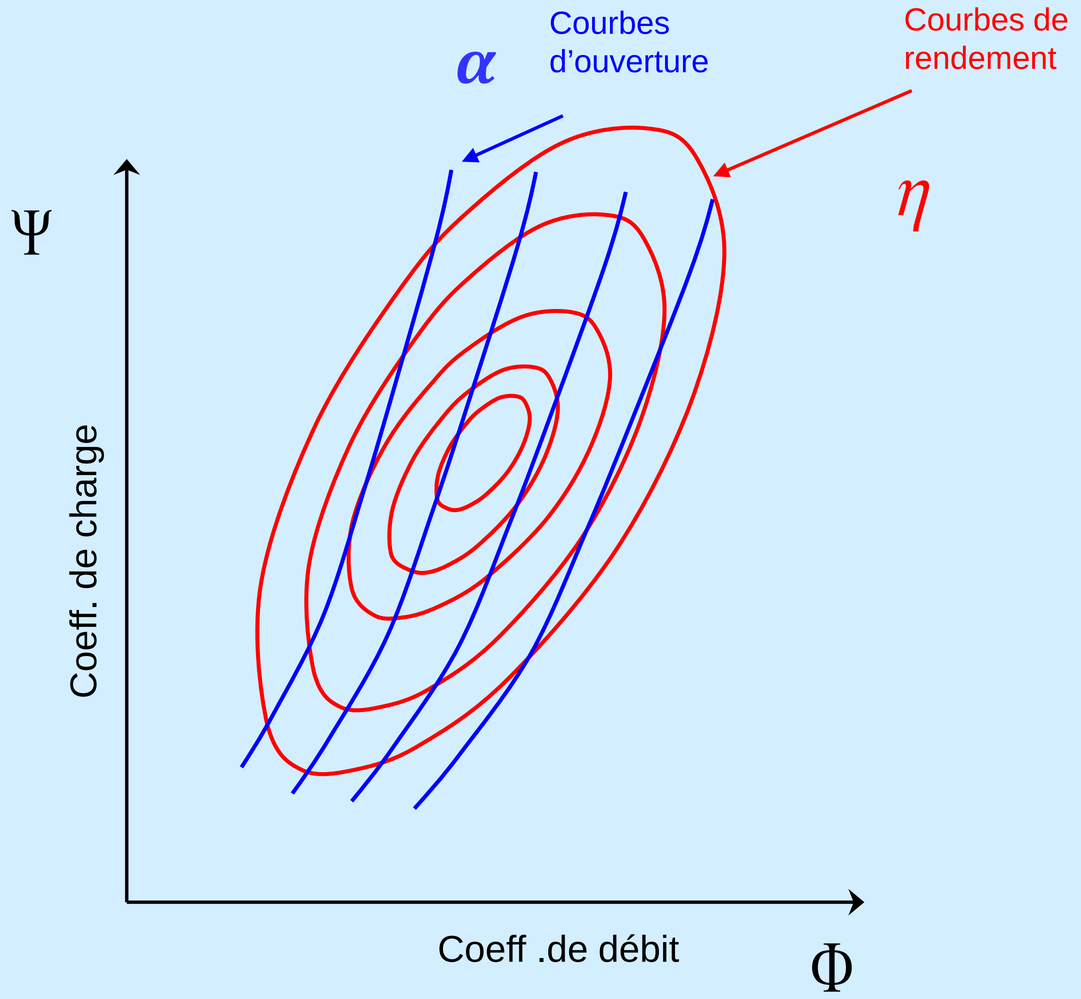
α ψ Φ



η

$$\eta = g\left(\frac{gH}{n^2D^2}, \frac{Q}{nD^3}\right)$$

η ψ Φ



Courbes
d'ouverture
α
Courbes de
rendement
η
Ψ
Coeff. de charge
Coeff .de débit
Φ

Vitesse-Diamètre spécifique

La vitesse spécifique et le diamètre spécifique, sont deux concepts issues de l'étude des lois de similitude des turbomachines. Ils sont très utiles pour la conception de machines appartenant à des familles similaires (homothétiques) et constituent une base pour le classement de chaque appareil

Avec ces chiffres adimensionnels, on peut déterminer la turbomachine la plus adéquate pour une application donnée

Vitesse-Diamètre spécifique

Remarques:

La vitesse spécifique fournit par le milieu industriel se réfère au **point d'efficacité maximum**.

Vitesse spécifique faible: roue dite lente

Vitesse spécifique élevée: roue dite rapide

Cependant, *les roues lentes tournent généralement vite, tandis que les roues rapides tournent généralement lentement*

Vitesse-Diamètre spécifique

Les deux nouvelles quantités adimensionnelles, **vitesse spécifique et diamètre spécifique**, associées à la vitesse et au diamètre de la machine, respectivement, peuvent être obtenues par **la combinaison des coefficients de débit et de charge**

Bien qu'il s'agit de notions générales, elle seront présentées dans le cadre de machines opérant avec des fluides incompressibles

Diamètre spécifique

$$\Phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{Q}{\phi D^3}\right)$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{Q/\phi}{\left(W_e/\Psi\right)^{1/2}} \Rightarrow D = \frac{Q^{1/2}}{\left(W_e\right)^{1/4}}\frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

$$\Psi = \left(\frac{W_e}{N^2D^2}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{W_e}{\Psi D^2}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_s = \frac{D(W_e)^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}}$$

Diamètre spécifique

Vitesse spécifique

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \Rightarrow \quad D = \left(\frac{Q}{N\phi D}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{(W_e)^{3/4}}{Q^{1/2}} \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$\psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2}\right) \Rightarrow \quad D = \left(\frac{W_e}{\Psi N^2}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(W_e)^{3/4}} = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}}$$

Vitesse spécifique

Vitesse-Diamètre spécifique

$$N_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

Les quantités adimensionnelles, **vitesse et diamètre spécifique** $\boldsymbol{N_s}$ **et** $\boldsymbol{D_s}$, respectivement, permettent de caractériser les turbomachines par des variables dans lesquelles n'apparaissent que le travail (spécifique), le débit et la vitesse de rotation

On retrouve des formes particulières pour les divers types de turbomachines. Certaines, même ayant des unités

Pompes

$N_s = \left(\dfrac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}\right)$
$\phi = \left(\dfrac{Q}{ND^3}\right)$
$\psi = \dfrac{gH}{N^2D^2}$
$D_s = \left(\dfrac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}}\right)$

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

Vitesse spécifique adimensionnelle (scientifique)

$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{\cancel{g}^{3/4}H^{3/4}}$$

Vitesse dimensionnelle (industrielle)

$$D_s = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

Diamètre spécifique adimensionnel

Turbines hydrauliques

$$\boxed{N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}} \Leftarrow Q_{eq} = \frac{\dot{W}}{\rho g H}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{\rho}, \cancel{g}$$

$$N_s = \frac{N\left(\frac{\dot{W}}{\rho g H}\right)^{1/2}}{(gH)^{3/4}} = N\left(\frac{\dot{W}^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}\right) \Rightarrow \boxed{n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}}$$

Vitesse spécifique adimensionnelle

Vitesse dimensionnelle (industrielle)

Interprétation en industrie

Les **deux formes de vitesse spécifique**, $\boldsymbol{n_s}$ et $\boldsymbol{n_q}$, peuvent également être obtenues de manière pratique en comparant la machine à caractériser avec un machine d’étalonnage

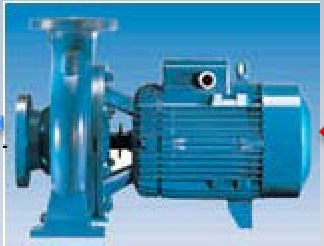
Cette idée sera présentée dans le cadre d’une pompe

n_s et n_q

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \qquad \psi = \frac{gH}{N^2D^2} \qquad \bar{P} = \phi\psi = \frac{\dot{W}}{\rho N^3 D^5}$$

Pompe de référence

H_0, Q_0

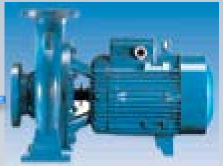


$\dot{W}_0$

N_0

Pompe d'étalonnage

$H = 1m$



$\dot{W} = 1kW\,(1CV)$

$$\psi \qquad \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2$$

$$\bar{P} \qquad \frac{\dot{W}}{\dot{W}_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^3 \left(\frac{D}{D_0}\right)^5$$

$$\Rightarrow \quad N_0 = N\left(\frac{\dot{W}}{\dot{W}_0}\right)^{1/2} \left(\frac{H_0}{H}\right)^{5/4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n_s = \frac{N_0\sqrt{\dot{W}_0}}{H_0^{5/4}}}}$$

$\boldsymbol{H = 1m,\ \dot{W} = 1kW\ (1CV),\ N = n_s}$

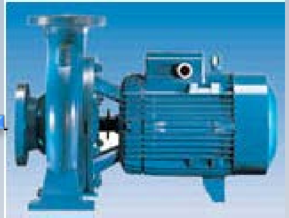
n_s et n_q

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \qquad \psi = \frac{gH}{N^2D^2} \qquad \bar{P} = \phi\psi = \frac{\dot{W}}{\rho N^3 D^5}$$

Pompe de référence

H_0, Q_0

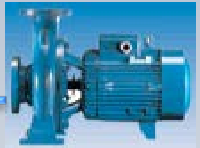
N_0



$\dot{W}_0$

Pompe d'étalonnage

$H = 1m$



$Q = 1m^3/s$

$$\psi \quad \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2$$

$$\phi \quad \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \left(\frac{D}{D_0}\right)^3 \left(\frac{N}{N_0}\right)$$

$$\Rightarrow \quad N_0 = N\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/2}\left(\frac{H_0}{H}\right)^{3/4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n_q = \frac{N_0\sqrt{Q_0}}{H_0^{3/4}}}$$

$$H = 1m,\ Q = 1\,m^3/s\,,\ N = n_q$$

Remarque: n_s et n_q

L'interprétation de la vitesse spécifique sur la base d'une machine d'étalonnage, dont la chute, le débit ou la puissance sont unitaires, permet de simplifier virtuellement des unités et d'imaginer ainsi une **vitesse spécifique en rpm**.

Cette approche est pratique en génie, mais **pour des systèmes d'unités différents, la valeur numérique de la vitesse spécifique sera différente**. En d'autres mots, il y aura des **rpm** *associées au* **système anglais** et des **rpm** *jumelées au* **système international**

Résumé

$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

$\boldsymbol{n_q}$ correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en $\boldsymbol{rpm}$, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $\boldsymbol{H = 1m}$ $(1pi)$ et par laquelle circule un débit de $\boldsymbol{Q = 1\,m^3/s}$ $(1\,pi^3/s)$

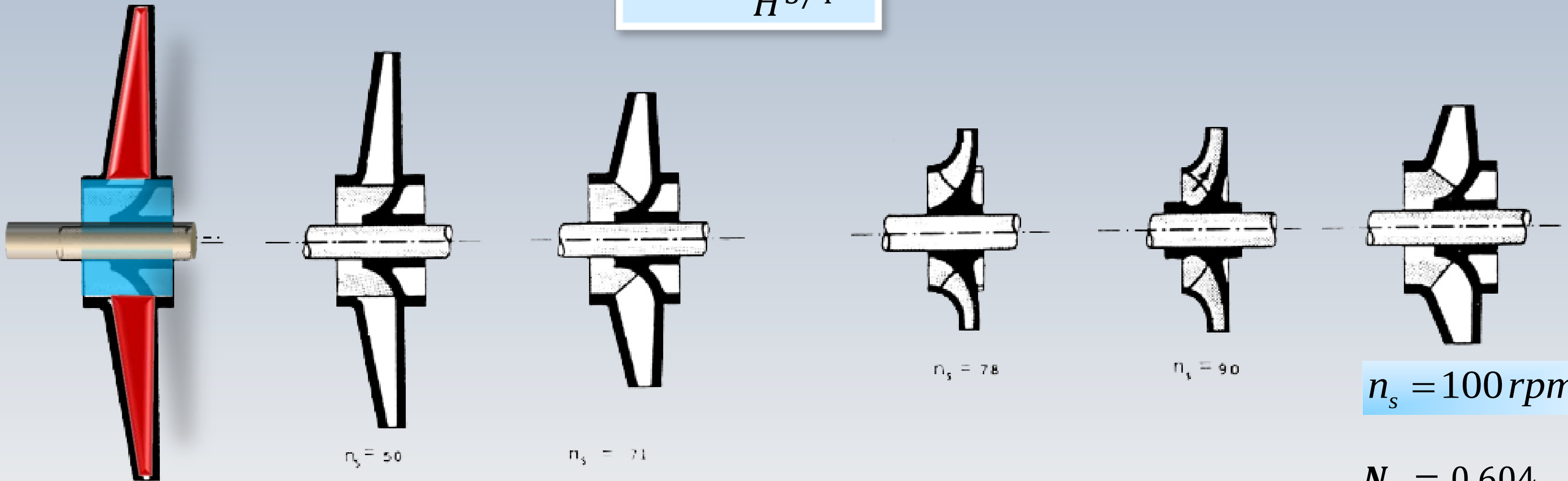
Résumé

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$\boldsymbol{n_s}$correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en $\boldsymbol{rpm}$, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $\boldsymbol{H = 1m}\,(1pi)$ et qui consomme (produit) une puissance de $\dot{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{1kW}(CV, HP)$

Pompes: rotor et n_s

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$



$n_s = 35.5\,rpm$

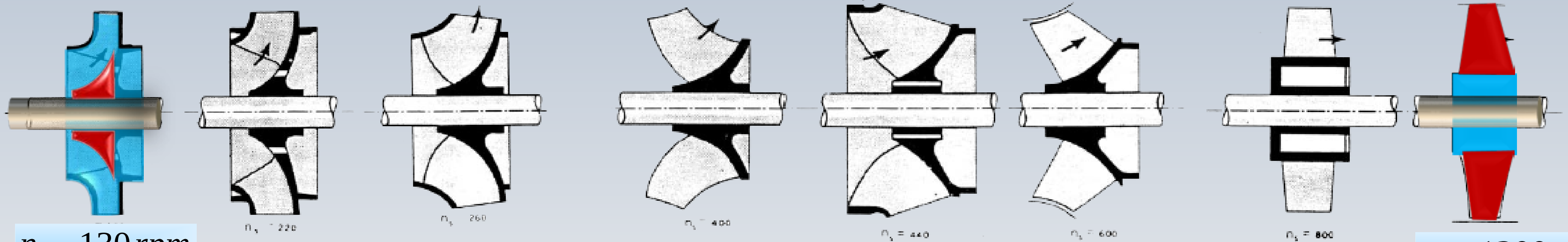
$\boldsymbol{N_s} = 0.214$

$n_s = 100\,rpm$

$\boldsymbol{N_s} = 0.604$

Pompes: rotor et n_s

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$



$n_s = 130\,rpm$

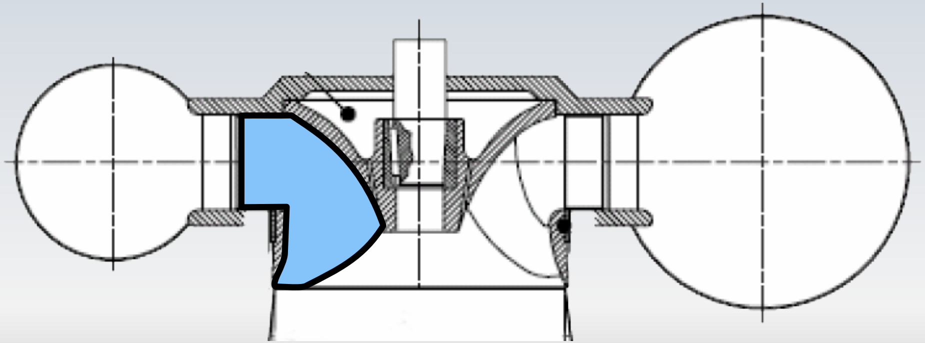
$\boldsymbol{N_s} = 0.785$

$n_s = 1200\,rpm$

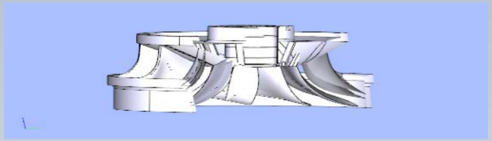
$\boldsymbol{N_s} = 7.25$

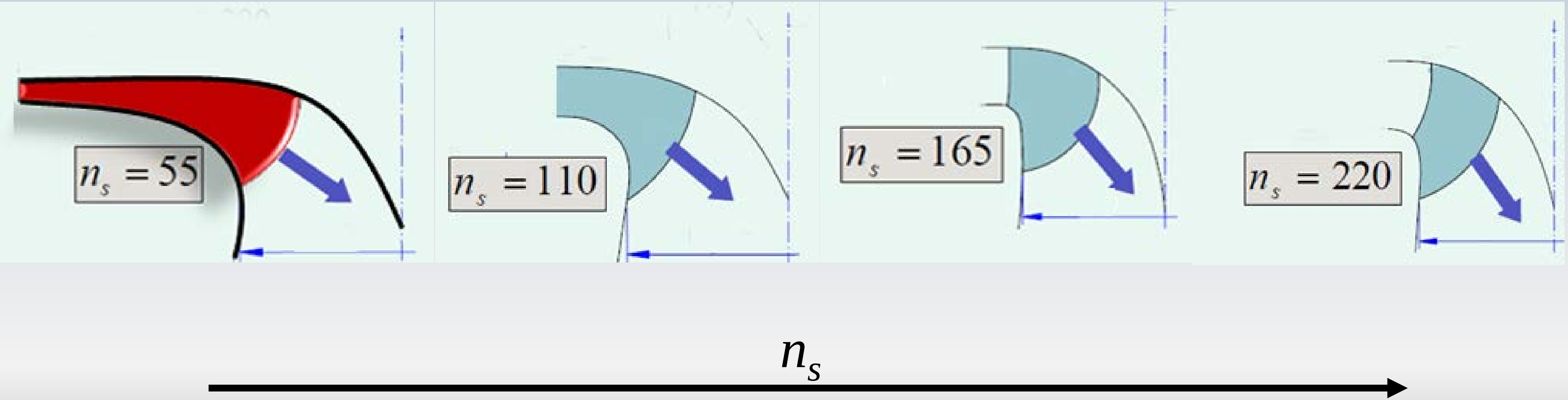
On remarque que la vitesse spécifique caractérise le type d'aubage: axial radial ou mixte, qu'une roue devra posséder en fonction de la charge, le débit et la vitesse de rotation

Turbines: rotor et n_s

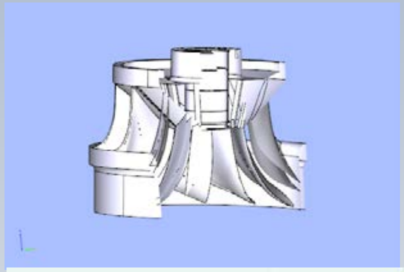


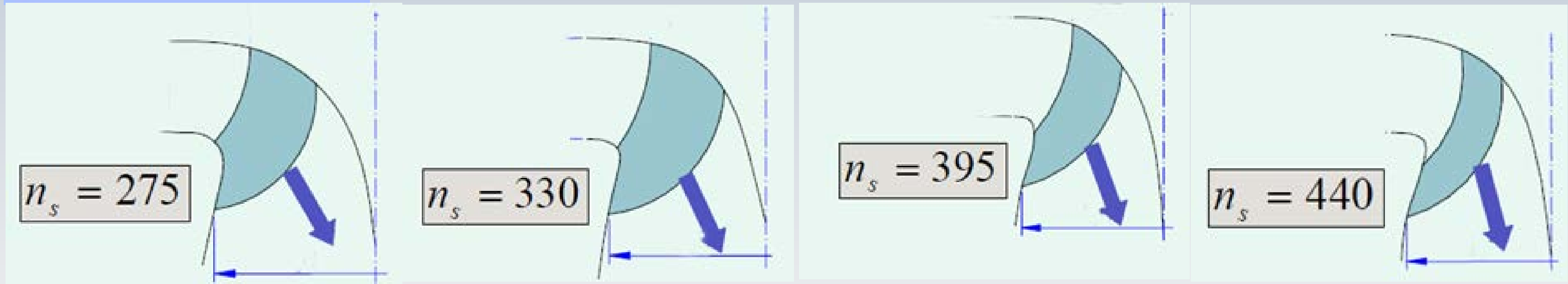
Turbines: rotor et n_s





Turbines: rotor et n_s





n_s

Variables réduites

Pour les turbines hydrauliques, **l'industrie** utilise des **variables appelées réduites** pour la construction de cartes destinées au passage des données du modèle vers le prototype

Ces grandeurs, notées avec un **double indice 1,** correspondent à un fonctionnement en similitude sous une chute $\boldsymbol{H = 1m}\ (1pi)$ et un rotor de diamètre $\boldsymbol{D = 1m}\ (1pi)$

Le système n_{11} Q_{11}

Vitesse angulaire réduite $\boldsymbol{N_{11}}$

$$\Psi = \frac{N^2 \times D^2}{g \times H} = \frac{N_{11}^2 \times \mathbf{1^2}}{g \times \mathbf{1}} \Rightarrow \boxed{N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}}$$

Débit réduit $\boldsymbol{Q_{11}}$

$$\Phi = \frac{Q}{N \times D^3} = \frac{Q_{11}}{N_{11} \times \mathbf{1^3}} \Rightarrow \boxed{Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{1/2}}}$$

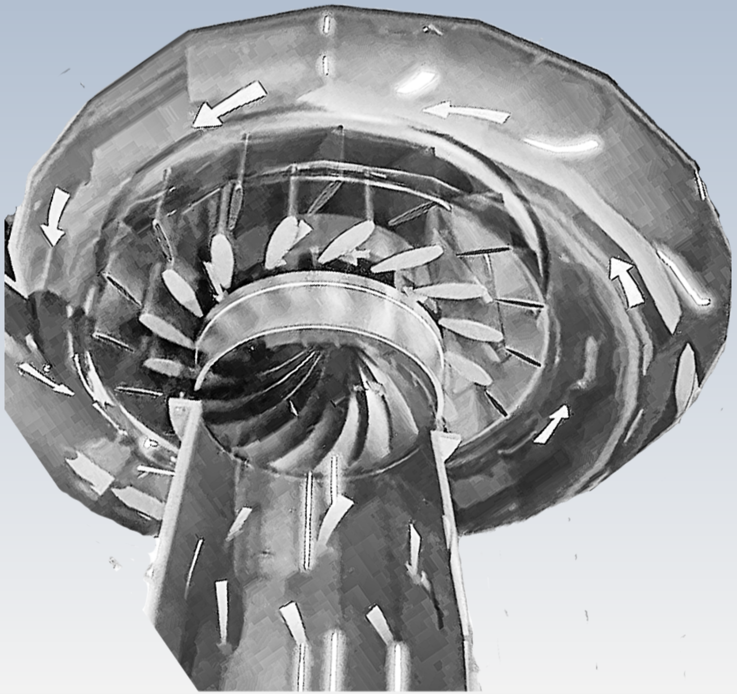
Variables réduites

Puissance réduite $\boldsymbol{P_{11}}$

$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

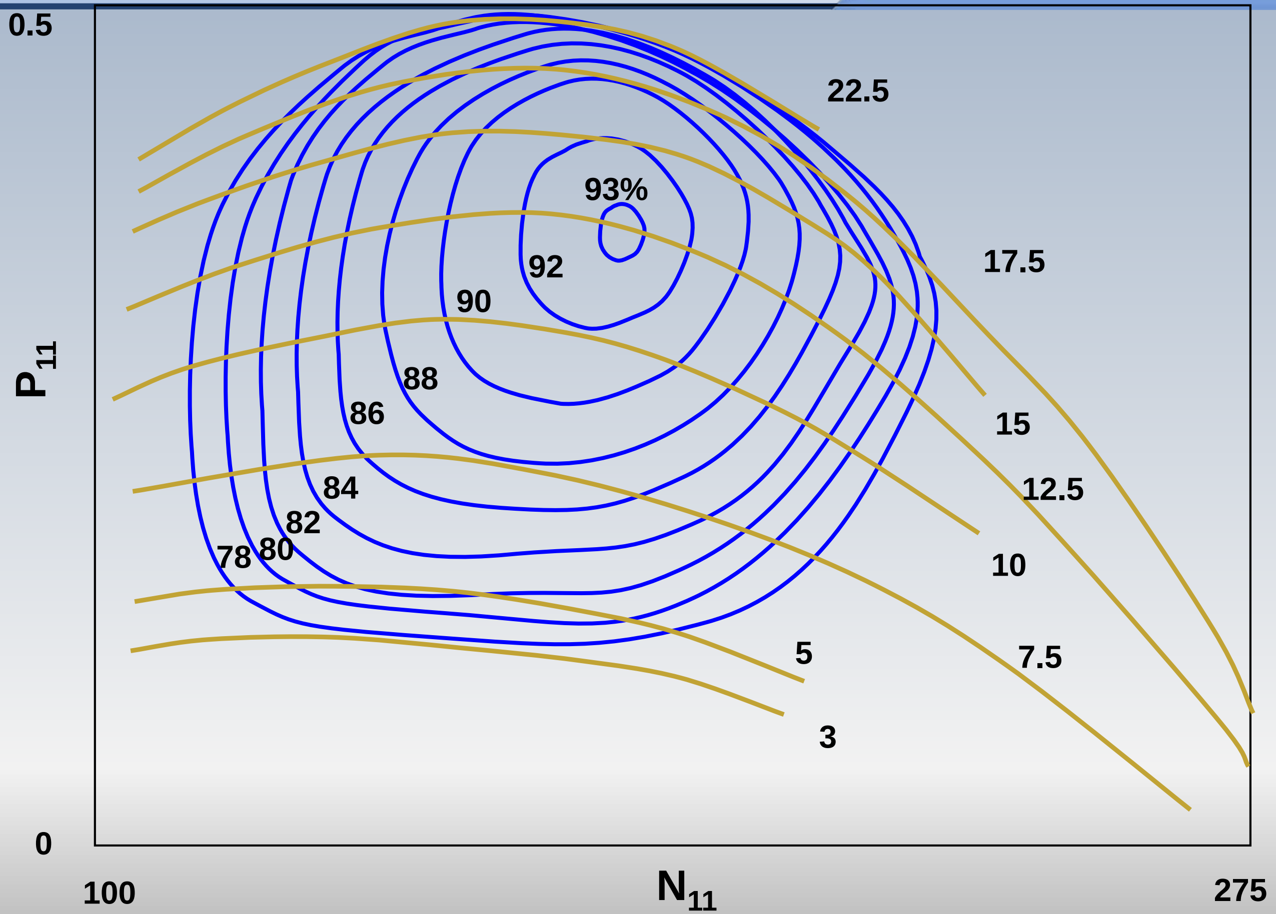
On note que les quantités $\boldsymbol{N_{11}}$, $\boldsymbol{Q_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{11}}$ **ne sont pas adimensionnelles**. Alors, leur taille dépendra du système d'unités utilisé!

Turbine Francis



Colline de rendement

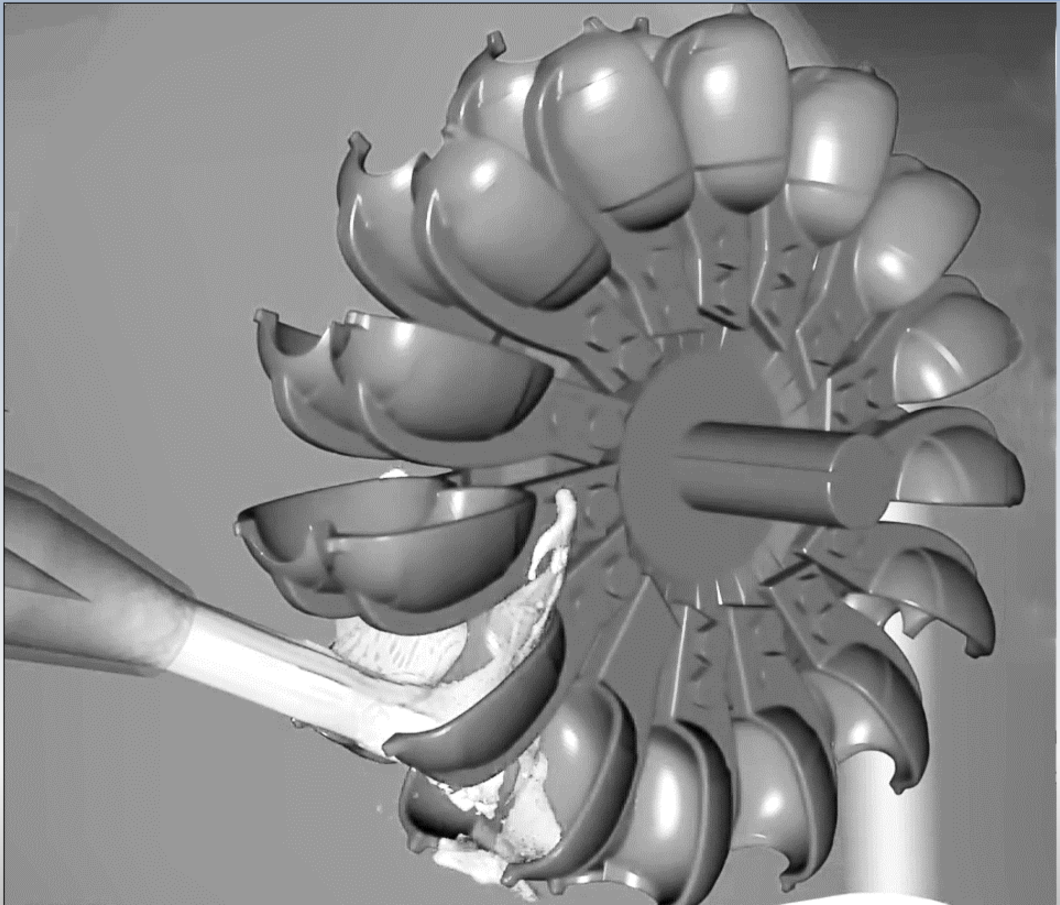
Francis



$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

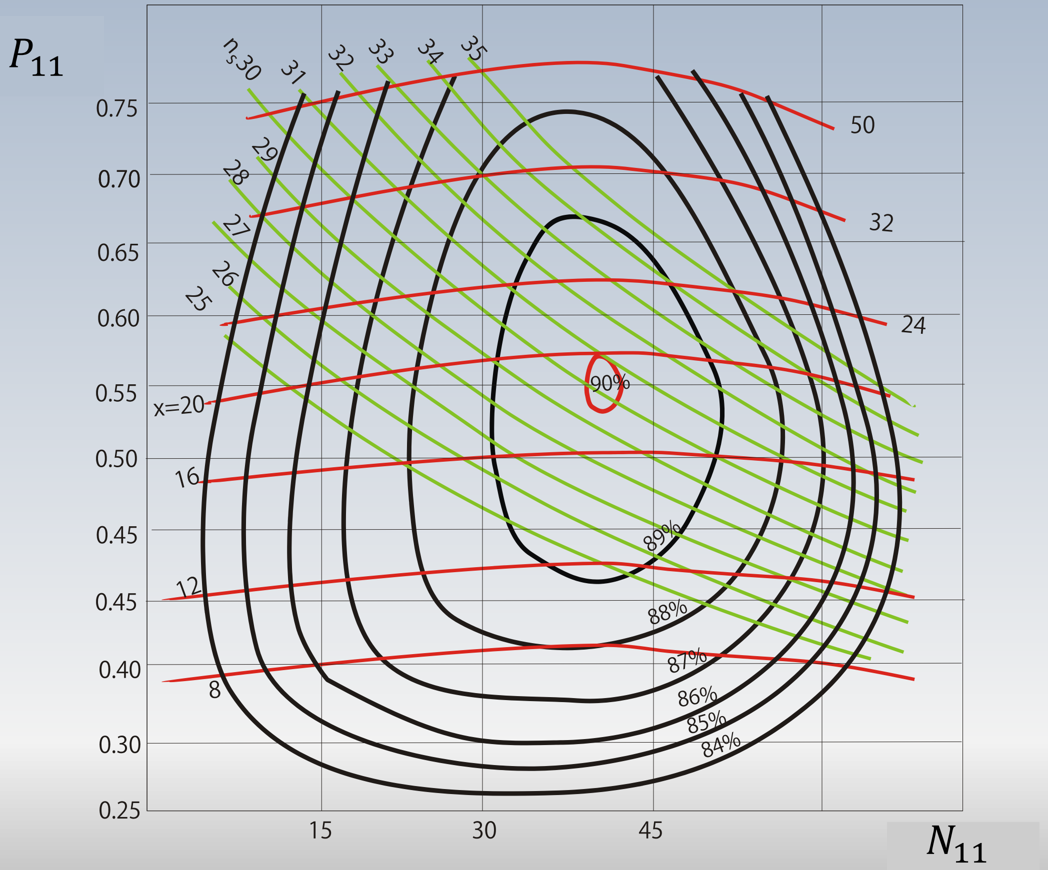
$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

Turbine Pelton



Colline de rendement

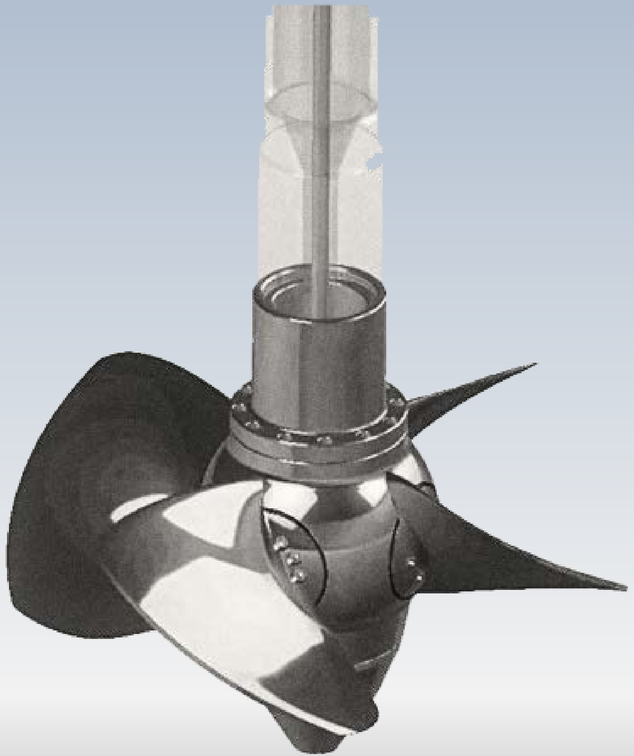
Pelton



$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

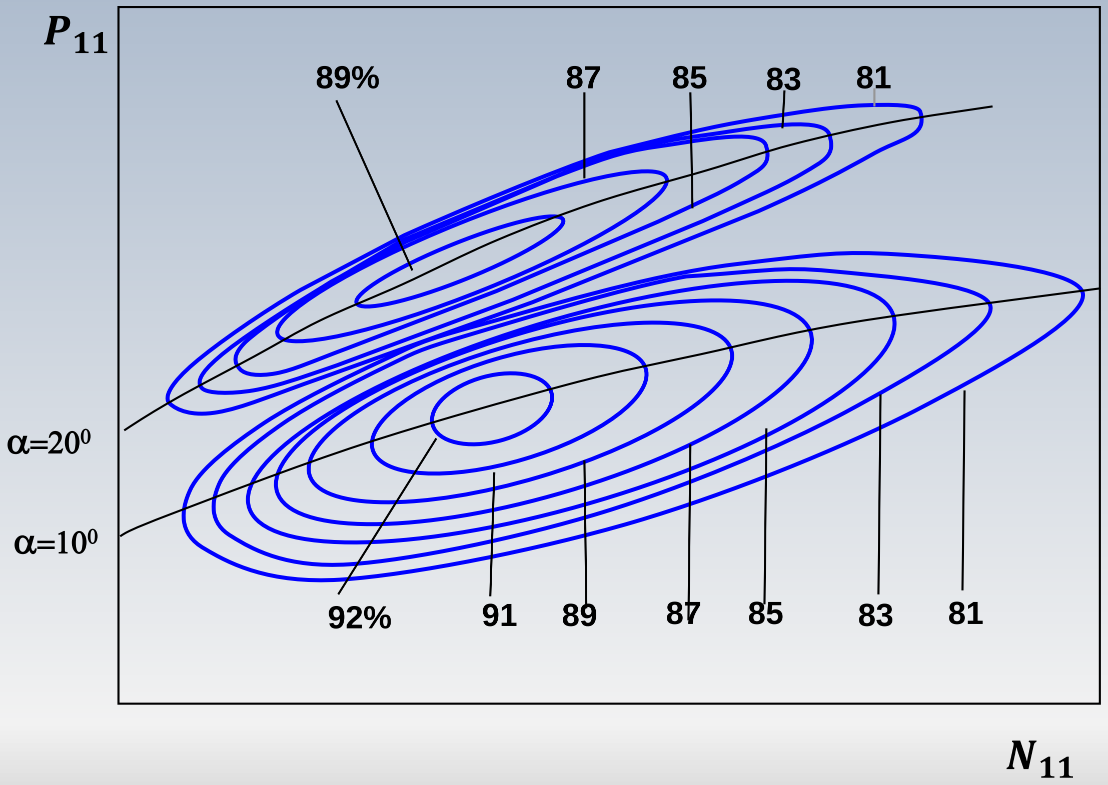
$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

Turbine Kaplan



Collines de rendement

Kaplan



$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

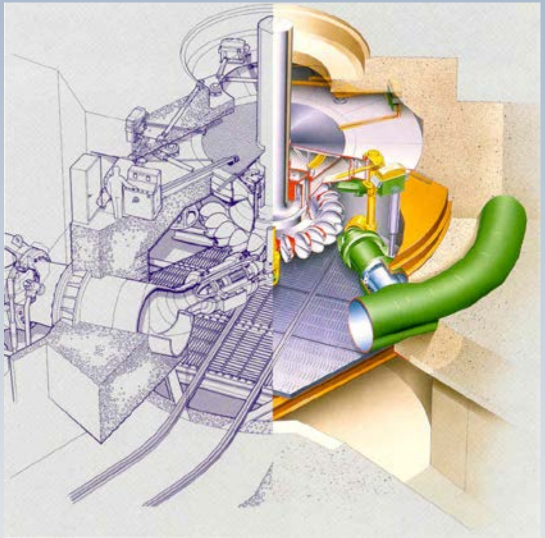
Remarque: on associe une colline à chaque position des aubes mobiles

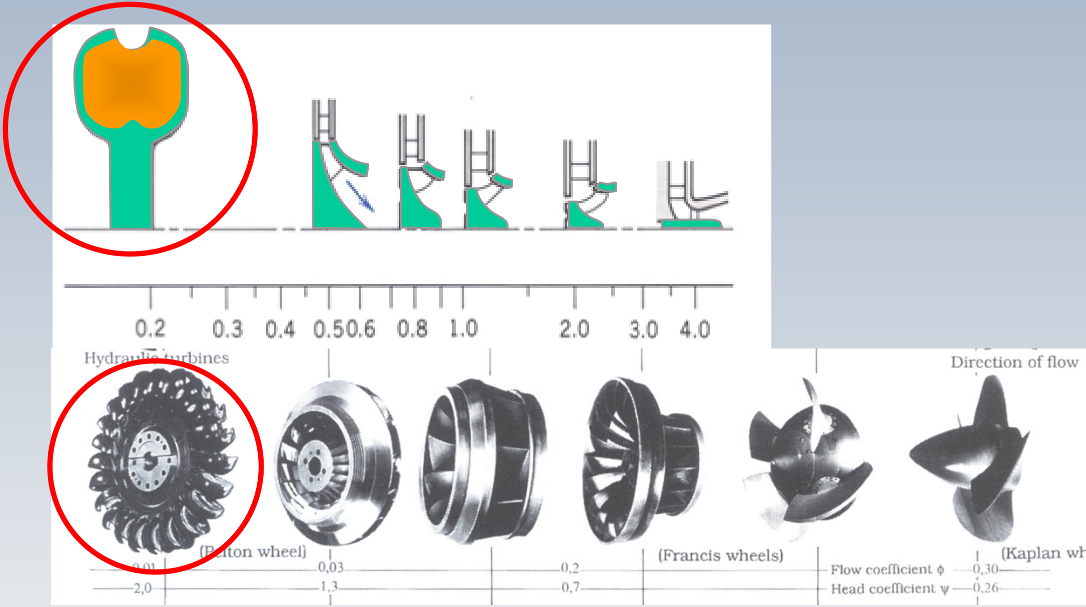
Turbines: classification et n_s

Les divers types de turbines hydrauliques, peuvent être également classifiées selon la valeur de la vitesse spécifique:

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

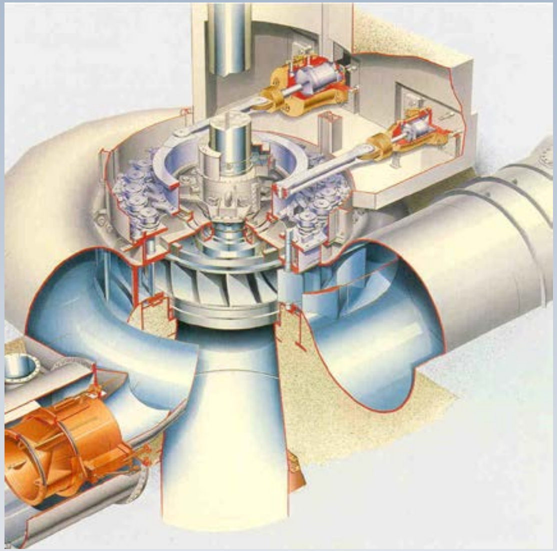
Turbine Pelton

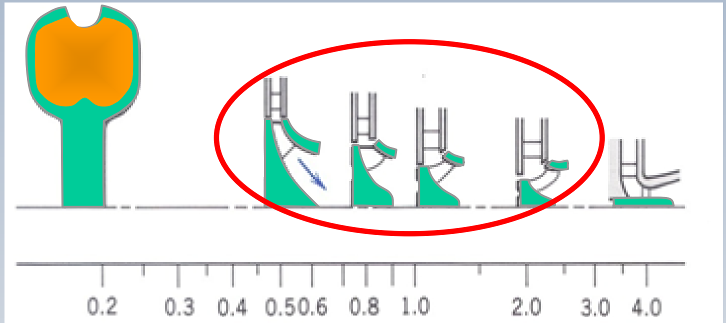


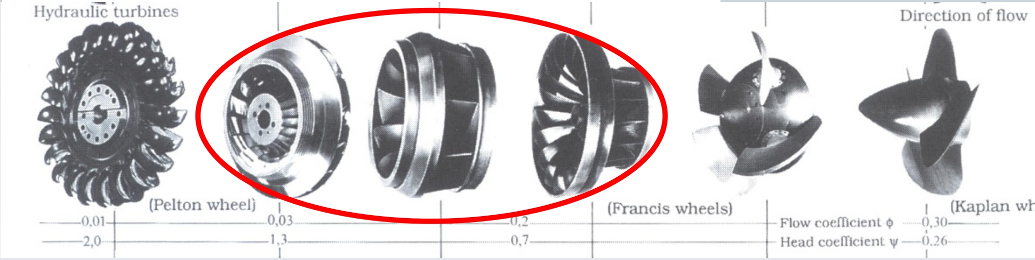


Turbine adéquate pour des **très grandes** chutes $\boldsymbol{H}$ et des **faibles débits** $\boldsymbol{Q}$. Les valeurs de $\boldsymbol{n_s}$ **sont faibles**

Turbine Francis

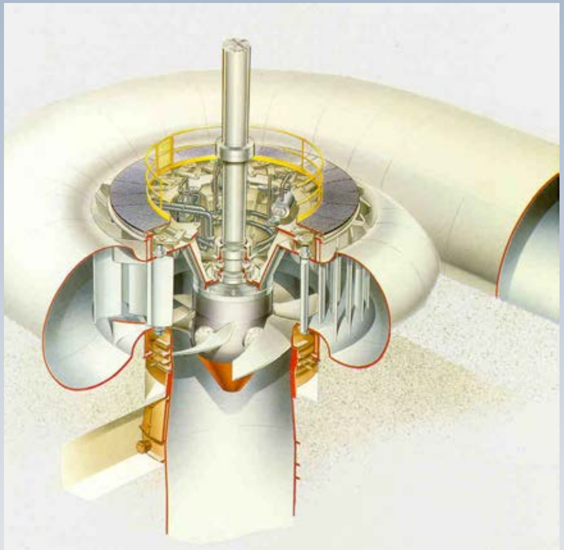


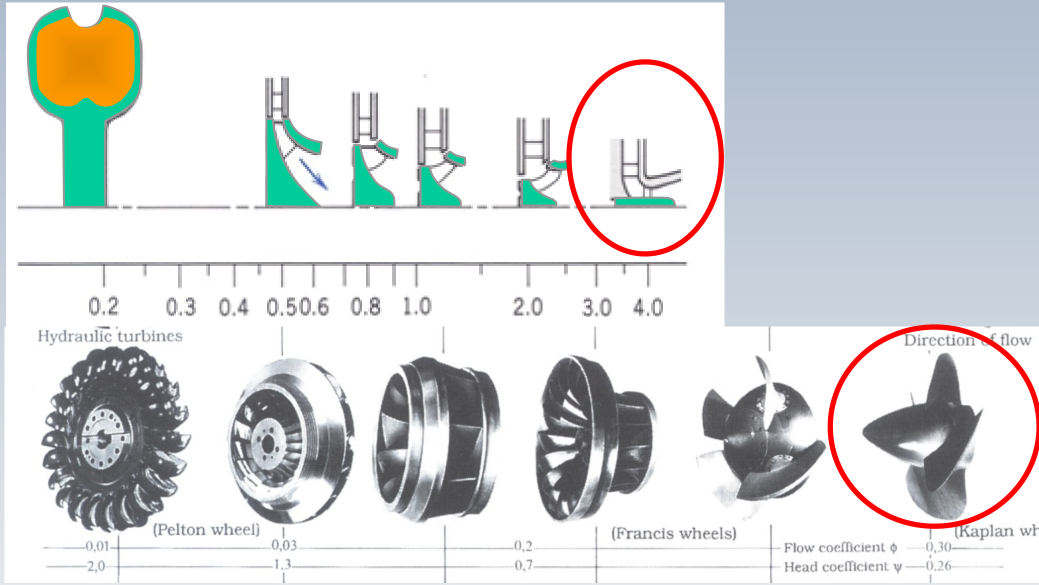




Turbine adéquate pour une grande plage **de grandes chutes et des débits** moyens Les valeurs de n_s **sont moyennes**

Turbine Kaplan





Turbine adéquate pour des **faibles chutes et des débits élévés.**
Elle opère à des $\boldsymbol{n_s}$ **élévées**

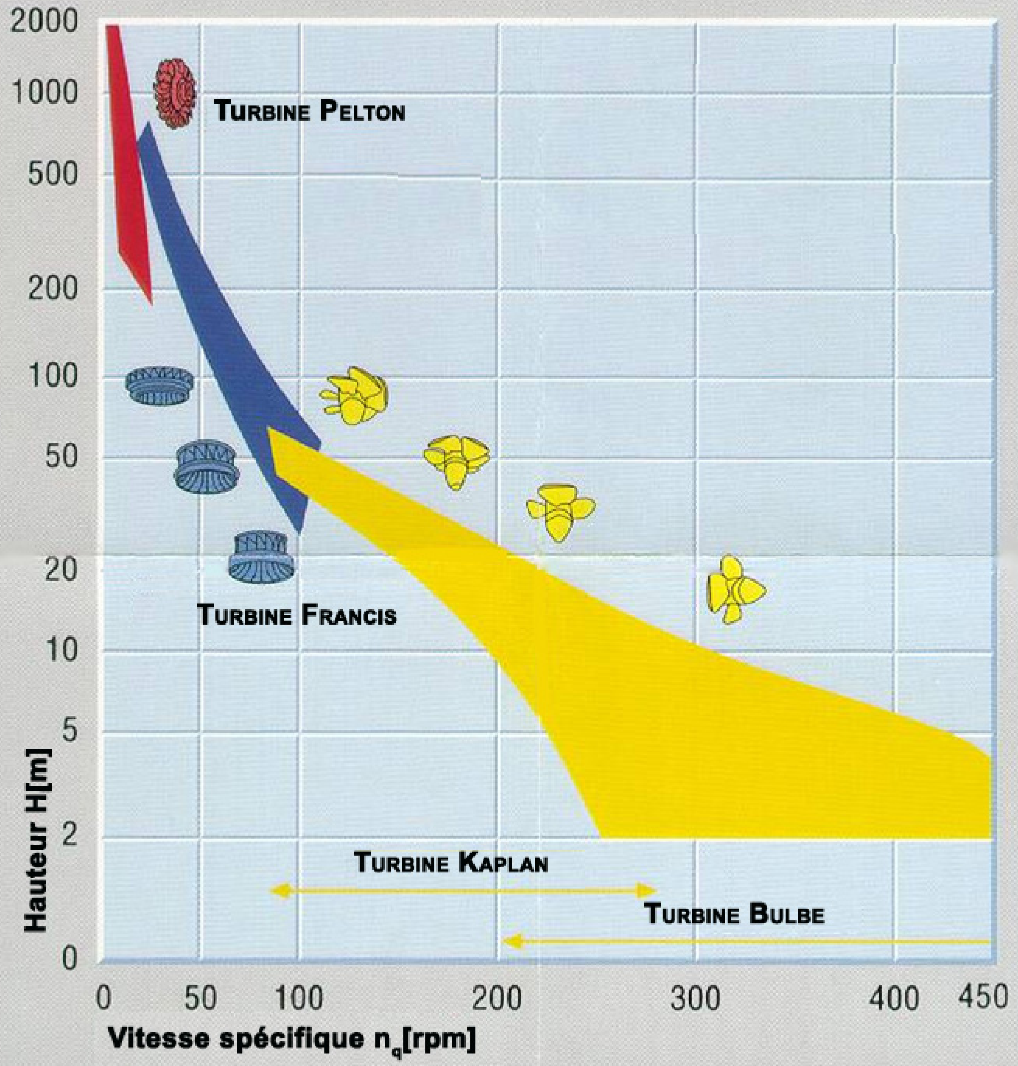
Résumé

n_s

Pelton Francis Kaplan

- La géométrie des turbines varie en fonction de $\boldsymbol{n_s}$

- Au fur et à mesure que $\boldsymbol{n_s}$ **augmente** la forme de ces machines change de **radiale vers axiale**. Ceci se produit lorsque le débit $\boldsymbol{Q}$ augmente et la chute $\boldsymbol{H}$ diminue.


2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
0
Turbine Pelton
Turbine Francis
Turbine Kaplan
Turbine Bulbe
Hauteur H[m]
0
50
100
200
300
400
450
Vitesse spécifique n_q[rpm]

Classification générale

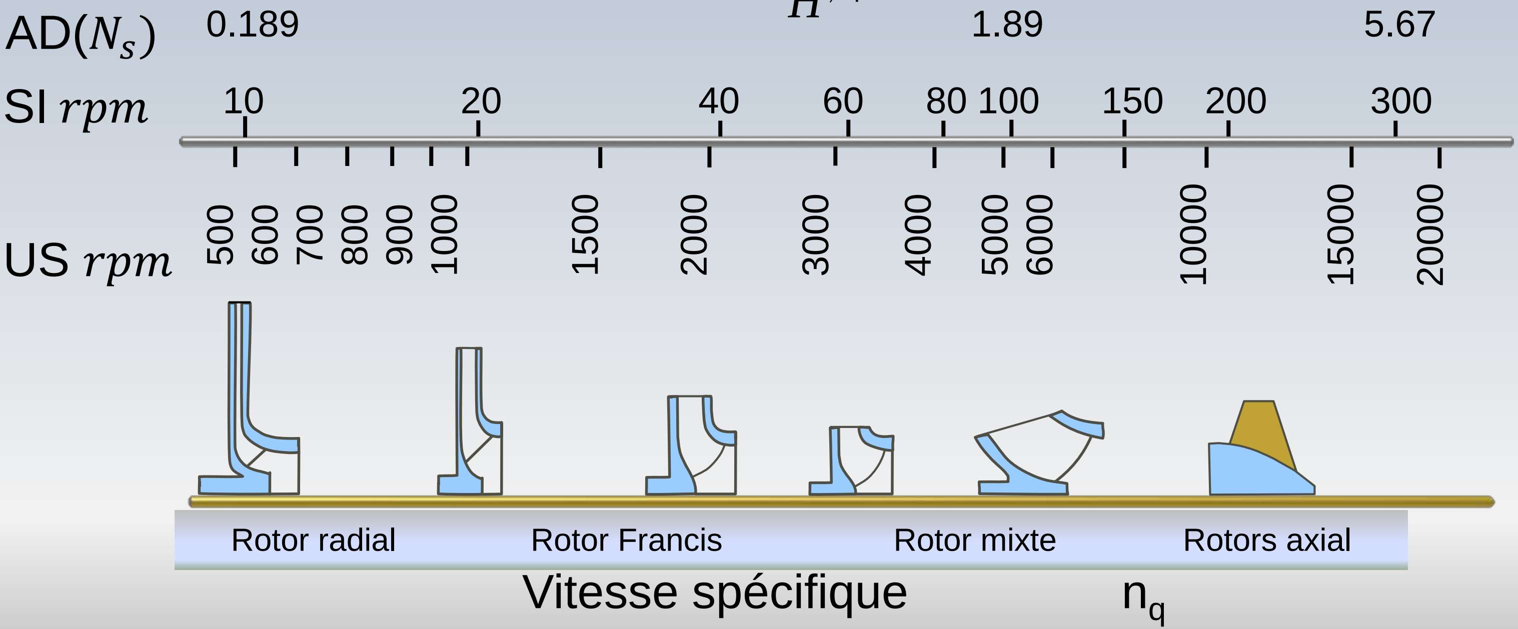
L'évolution de la géométrie découverte pour les turbines hydrauliques en fonction de la vitesse spécifique, est aussi **valable pour l'ensemble des turbomachines**. Toutes les turbomachines, peuvent alors être classifiées selon cette quantité

Spécifiquement, on a trouvé que les machines se transforment de **radiales vers axiales** au fur et mesure que **la vitesse spécifique augmente**

Échelle radiale-axiale

La nature radiale-axiale d'un rotor dépende de la vitesse spécifique

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$



Évolution des rotors


Rotor Pelton


Rotor Pelton


Turbine Francis

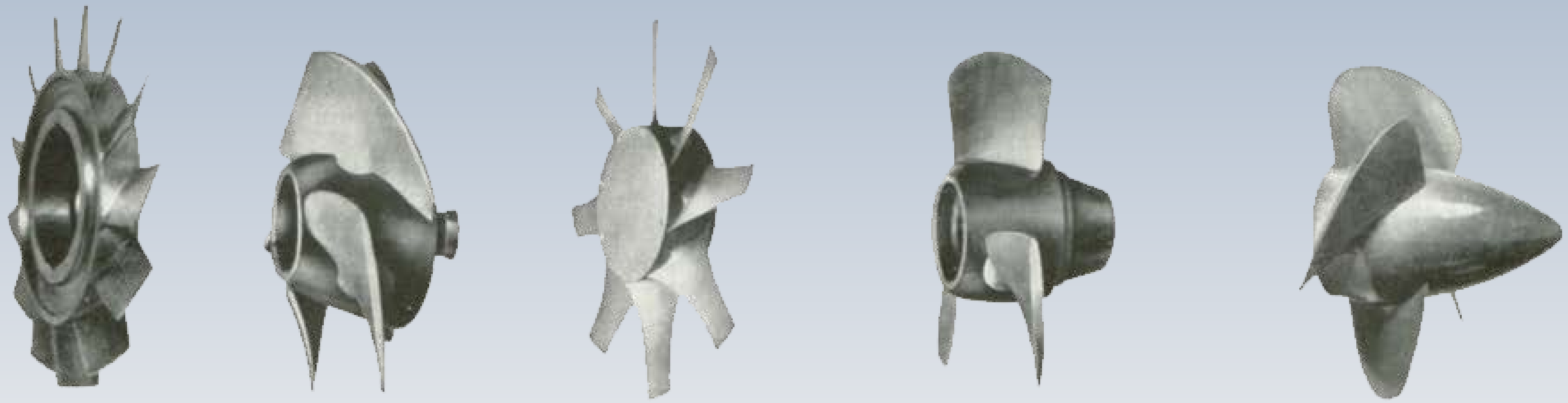

Turbine à vapeur


Pompe centrifuge


Compresseur Centrifuge

n_s

Évolution des rotors



Compresseur axial | Pompe hélice | Soufflante axiale | Pompe hélice | Turbine Kaplan

$$n_s \longrightarrow$$

Diagramme de Cordier: 1953

Le **diagramme de Cordier** est une représentation dans le plan $\boldsymbol{N_s - D_s}$ (diamètre spécifique, vitesse spécifique) qui aide à choisir le type de machine et fournit une première estimation du rendement

Ce graphique est très avantageux puisqu’il a été construit à partir de données expérimentales (machines existantes). Cette représentation donne de plus une première estimation du diamètre du rotor

Cordier-Balje 1953-1981

$$N_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

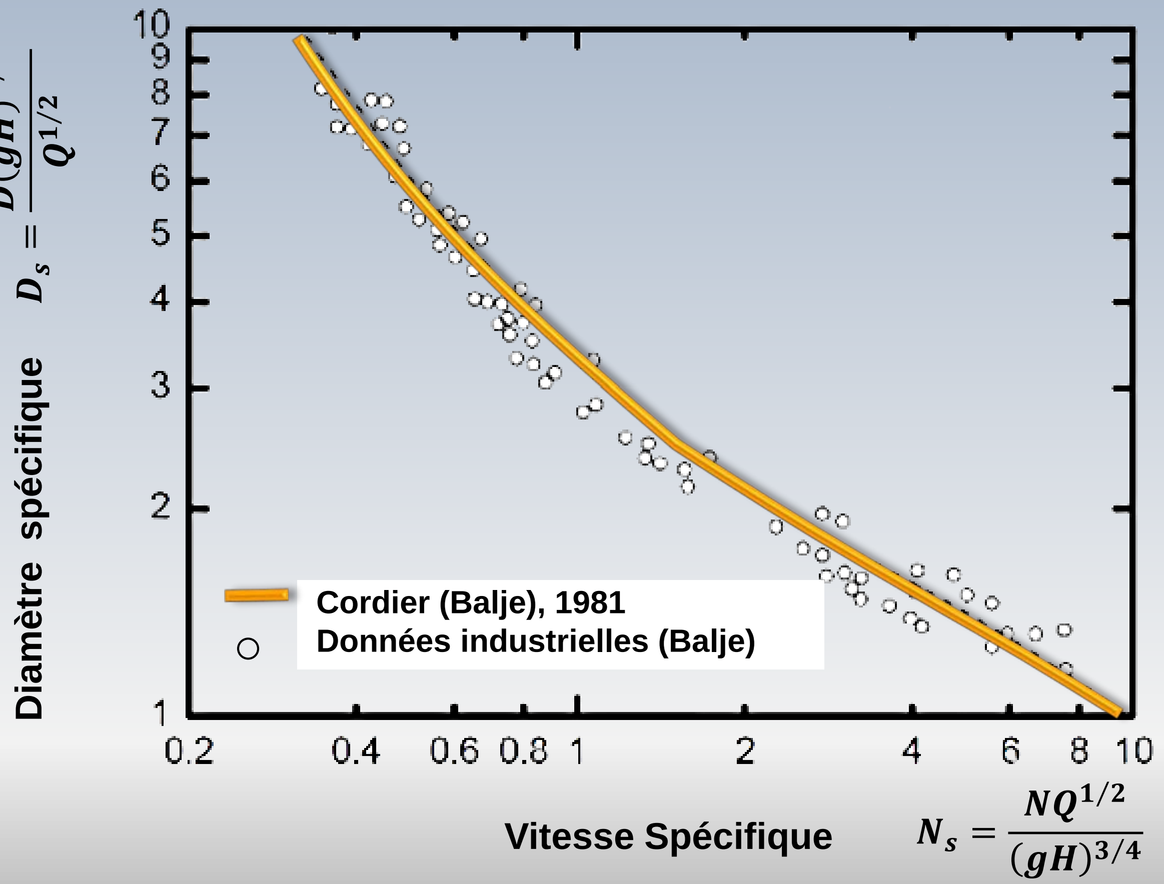
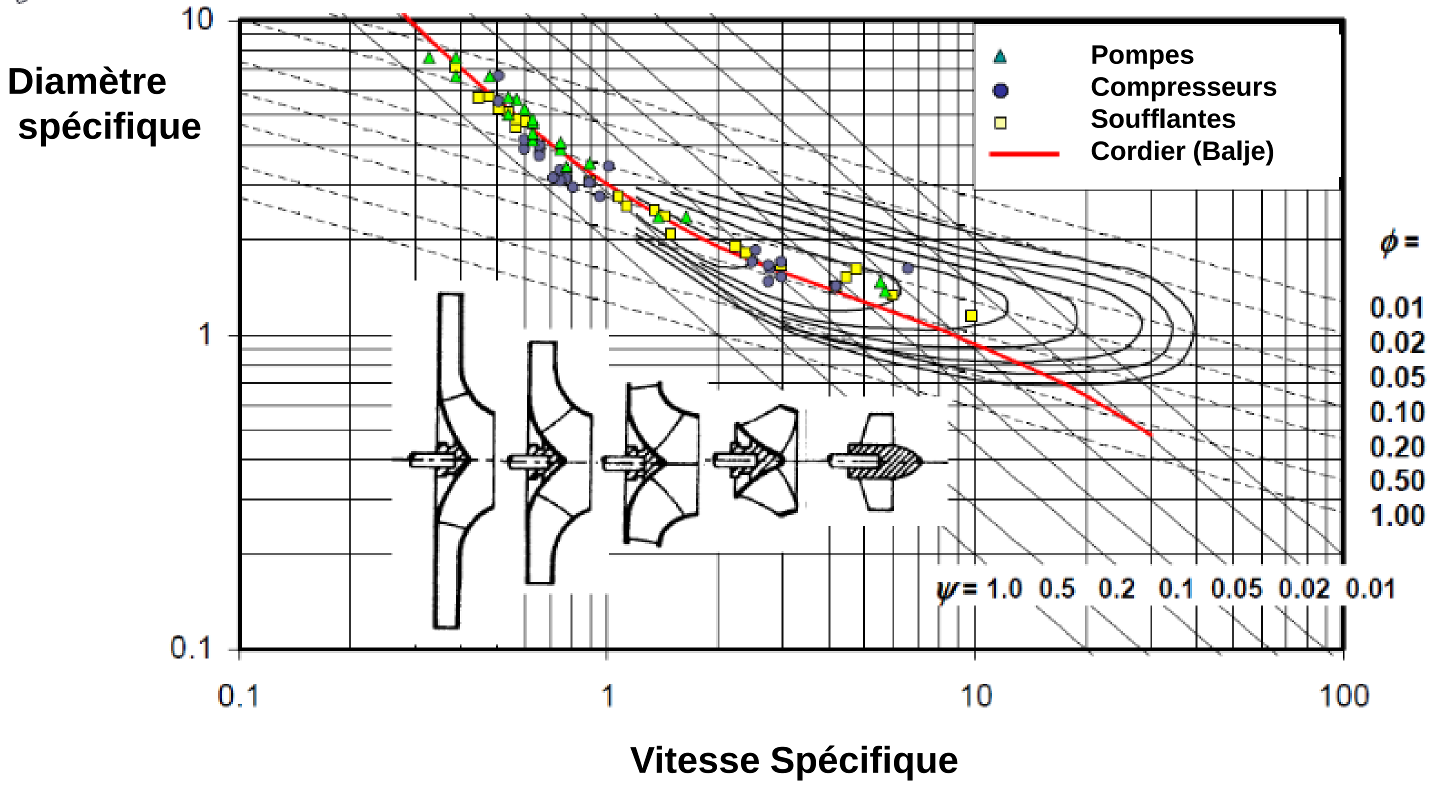


Diagramme de Cordier:Balje 1981



Pompes

$$N_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

Sélection

Pour sélectionner une machine pour une tâche donnée, on considère **le débit, la charge et la vitesse de rotation**

Ces trois variables permettent de calculer la vitesse spécifique $\boldsymbol{N_s}$

Avec $\boldsymbol{N_s}$ et l'utilisation du diagramme de Cordier, on détermine le diamètre spécifique $\boldsymbol{D_s}$

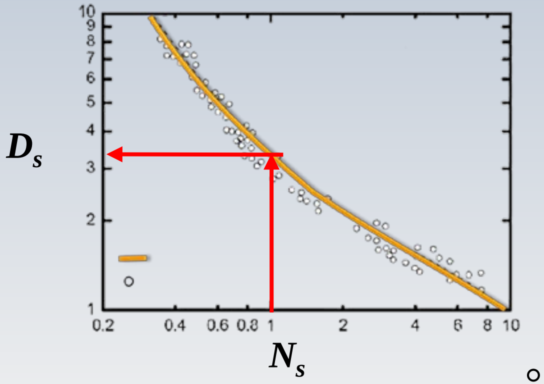
Finalement, à partir du $\boldsymbol{D_s}$, on trouve une valeur du diamètre $\boldsymbol{D}$ de la machine

Sélection

$$N_s = \left(\frac{\Phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}\right) \qquad D_s = \left(\frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}\right)$$

N, Q, ΔP, H $\Rightarrow$

$$\begin{cases} N_S = \dfrac{NQ^{1/2}}{\left(gH\right)^{3/4}} & \textbf{pompe} \\[2ex] N_S = \dfrac{NQ^{1/2}}{\left(\Delta P_0 / \rho\right)^{3/4}} & \textbf{ventilateur} \end{cases} \Rightarrow N_s$$



$D_s \Rightarrow$

$$D_S = \frac{D\left(\Delta P_0 / \rho\right)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

$$D_S = \frac{D\left(gH\right)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

$\Rightarrow D$

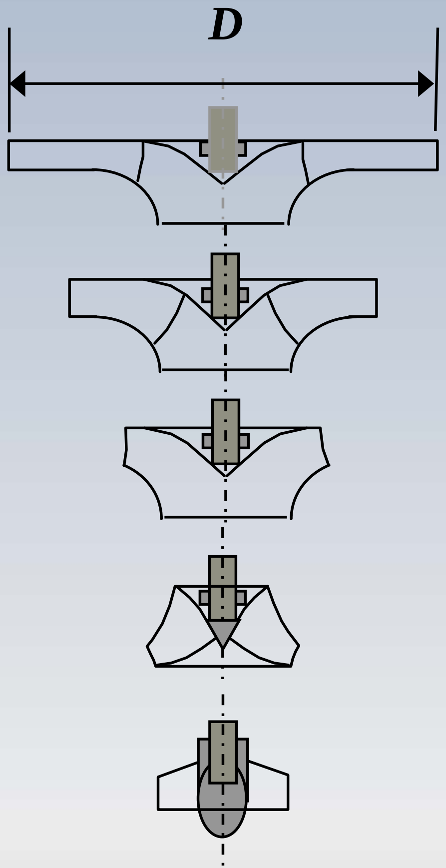
Facteur de forme S

Le facteur de forme n'est que le concept nord-américain pour la **vitesse spécifique adimensionnelle**, Il est défini pour le point nominal η_{max} , et l'on note par le symbole S

C'est la vitesse spécifique adimensionnelle

$$S = \frac{\omega\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}$$

Pompes



n_q	S	
500	0.18	radial: pression élevée faible débit
1000	0.36	radial
3400	1.23	mixte
6400	2.31	mixte
10000	3.61	axial: débit élevé faible pression

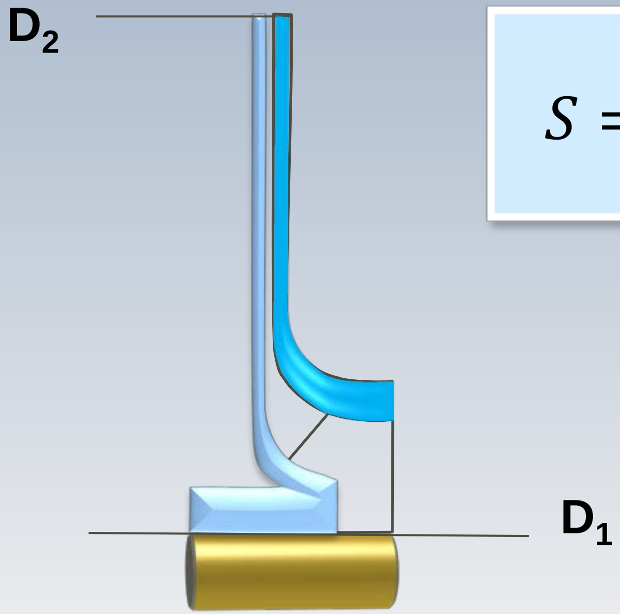
*N en rpm, Q en gpm, H en pi

$n_q = 2766S$

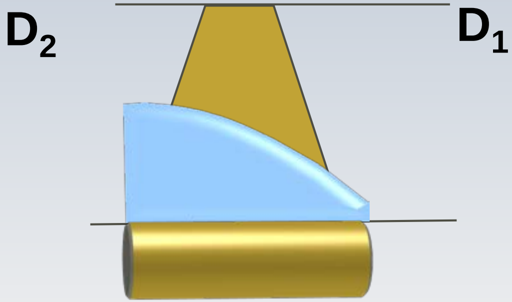
$S=N_s$: Haute et basse

$$S = N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}$$

$$N\left(\frac{rad}{s}\right)$$

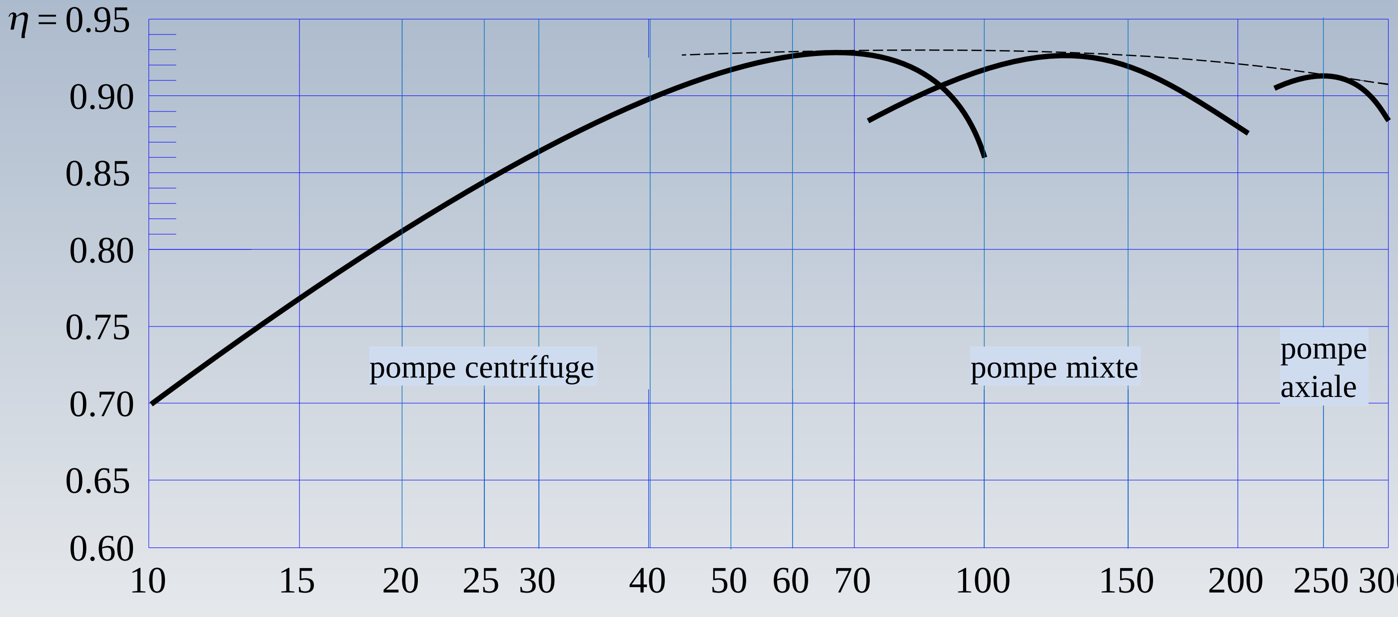


N_s basse



N_s haute

Plage d’utilisation



Centrifuges: $n_q =$ 10 -100

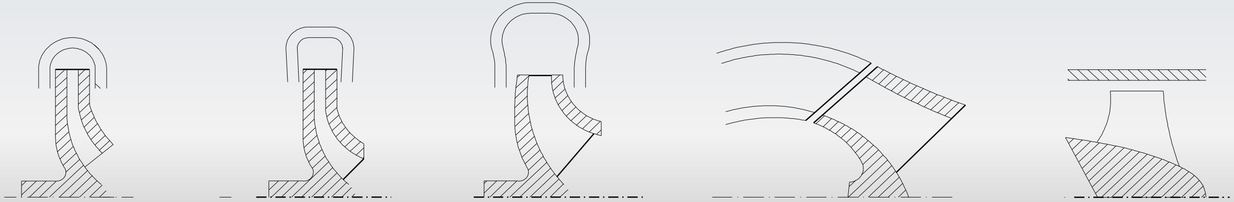
(η_{max} pour $n_q \approx 50$)

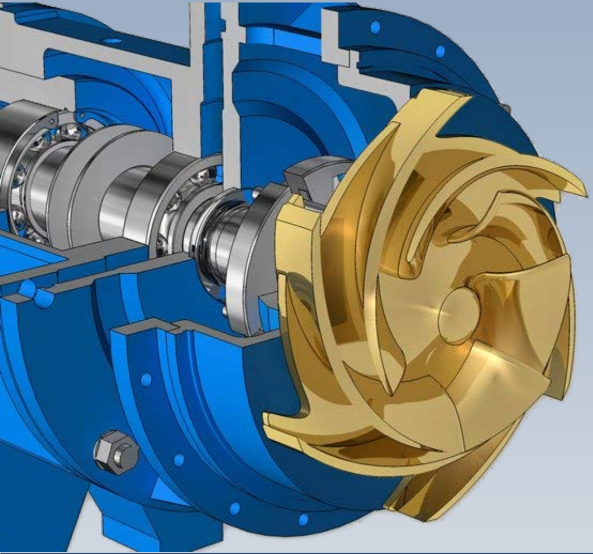
Mixtes: $n_q =$ 75 - 200

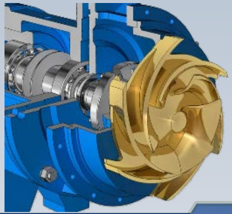
(η_{max} pour $n_q \approx 130$)

Axiales $n_q =$ 200 - 320

(η_{max} pour $n_q \approx 250$)

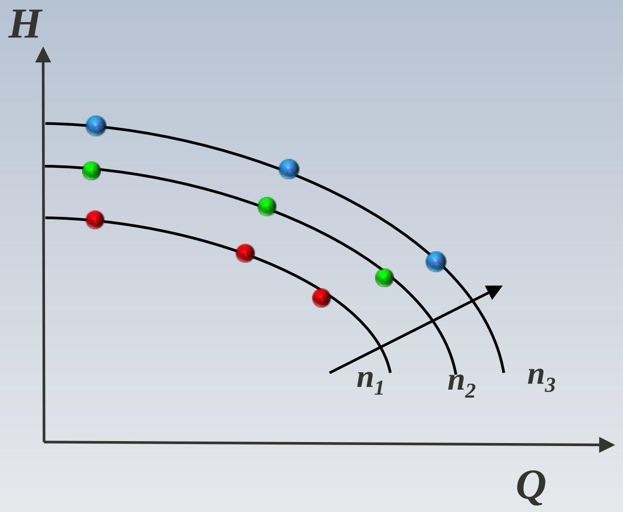




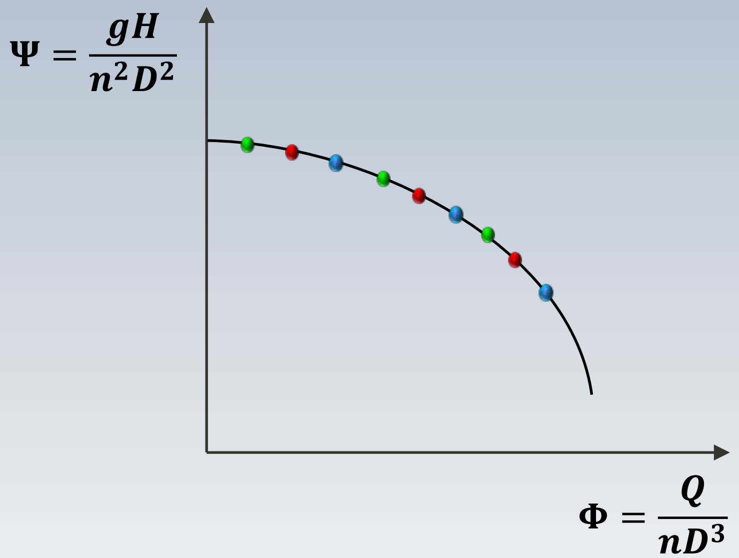


Similitude dans les pompes

Tous pour un



Abaque industriel



Graphique scientifique

Vitesses de rotation différentes

Si on compare une pompe avec elle même pour différentes vitesses de rotation $\boldsymbol{N_0}$ et $\boldsymbol{N}$, on a

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \underset{1}{\underbrace{\cancel{\left(\frac{D}{D_0}\right)^2}}} \qquad \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \underset{1}{\underbrace{\cancel{\left(\frac{D}{D_0}\right)^3}}} \left(\frac{N}{N_0}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2 \qquad \Rightarrow \quad H = \left(\frac{H_0}{Q_0^2}\right) Q^2$$

$$\boxed{H = k_0 Q^2}$$

$$\Psi = \frac{gH}{n^2 D^2}$$

$$\Phi = \frac{Q}{n D^3}$$

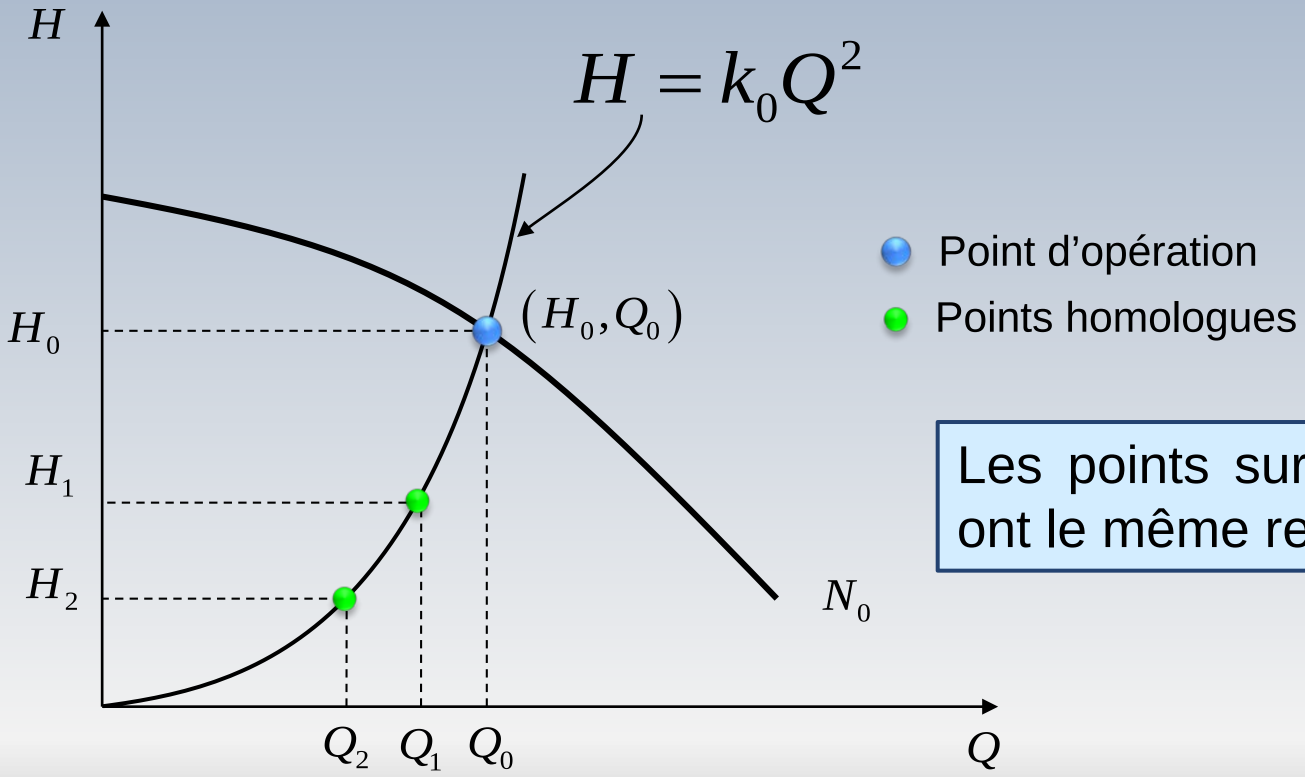
Vitesses de rotation différentes

$$H = k_0 Q^2$$

$$k_0 = \left(\frac{H_0}{Q_0^2}\right)$$

Pour une pompe qui tourne à une vitesse N_0 et qui opère au point (Q_0, H_0), il existe un ensemble de points ayant le ***même rendement*** sur la parabole $H = k_0 Q^2$. Ces points correspondent à vitesses de rotation différentes et reçoivent le nom de ***points homologues***

Vitesses de rotation différentes



Les points sur la courbe $\boldsymbol{H=k_0Q^2}$ ont le même rendement

Pompes différentes, même rpm

Si on compare différentes pompes similaires qui tournent à la même vitesse de rotation ***N*= *N*₀**

$$\frac{H}{H_0} = \left(\cancel{\frac{N}{N_0}}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \qquad \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \left(\frac{D}{D_0}\right)^3 \left(\cancel{\frac{N}{N_0}}\right)$$

1 1

$$\Rightarrow \frac{H}{H_0} = \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{2/3} \Rightarrow H = \left(\frac{H_0}{Q_0^{2/3}}\right) Q^{2/3}$$

$$\Psi = \frac{gH}{n^2 D^2}$$

$$\boxed{H = K_0 Q^{2/3}}$$

$$\Phi = \frac{Q}{nD^3}$$

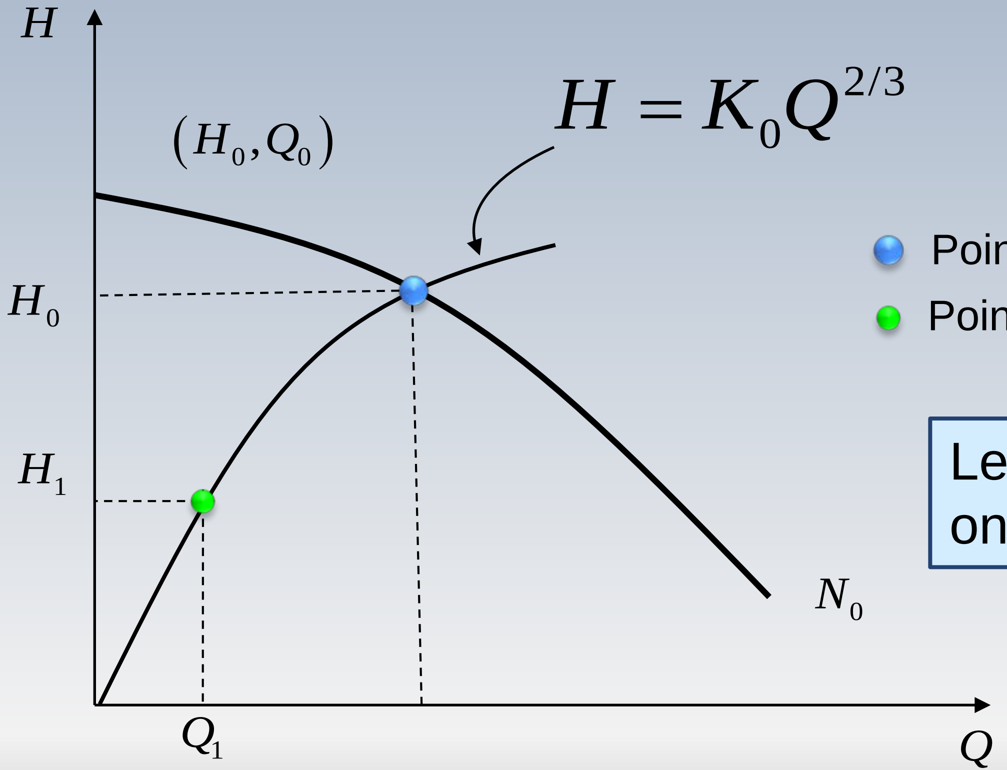
Pompes différentes, même rpm

$$H = K_0 Q^{2/3}$$

$$K_0 = \left(\frac{H_0}{Q_0^{2/3}} \right)$$

Pour une pompe opérant sur un point ***(Q_0,H_0)*** à une vitesse de rotation N_0, il existe un ensemble de points sur la courbe $H=K_0Q^{2/3}$ qui ont ***le même rendement***. Ces ***points homologues*** correspondent à des pompes similaires avec des diamètres différents, mais qui tournent à **la même vitesse de rotation** N_0

Diamètre différent, même rpm



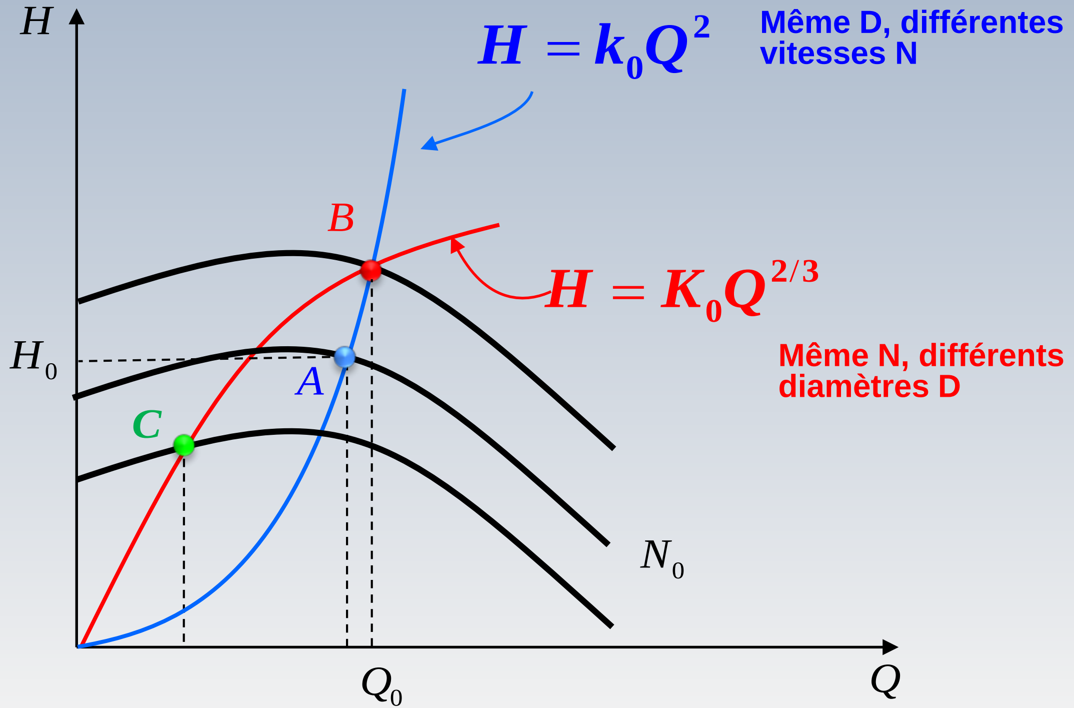
- Point d'opération
- Points homologues

Les points sur la courbe $\boldsymbol{H=K_0Q^{2/3}}$ ont le même rendement

Diamètres et vitesses différents

Lorsque le diamètre ainsi que la vitesse de rotation changent, on passe du point d'opération **A** au nouveau point **C** suivant les parcours:

A→B, B→C



Les points sur la courbe $H=K_0Q^{2/3}$ ont le même rendement

Les points sur la courbe $H=k_0Q^2$ ont le même rendement

À venir