



# Production de puissance



**NRJ EN ROTATION**

# Introduction

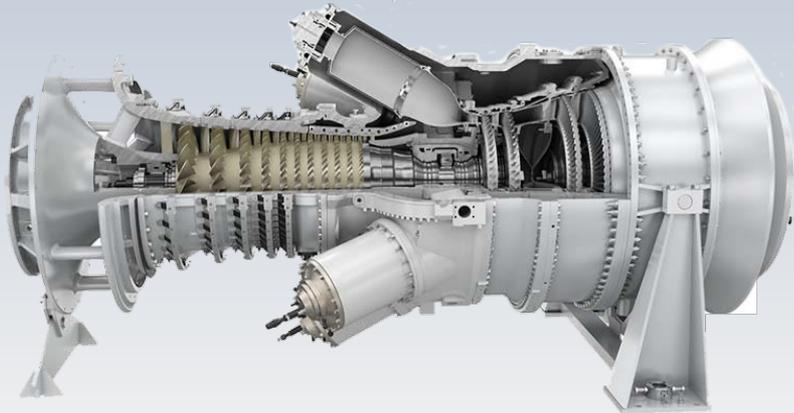
Dans cette section nous regarderons la théorie de base associée aux cycles classiques des turbines à gaz utilisés dans le domaine de génération de puissance

# OBJECTIFS

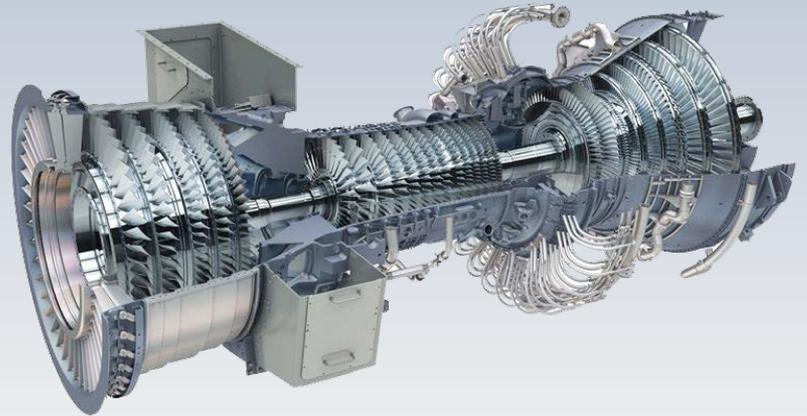
- Revoir le cycle idéal de Brayton
- Trouver les rapports de températures (compresseur et turbine) qui maximisent le travail produit par un cycle idéal
- Présenter une formule simple pour le calcul du  $\eta$  d'un cycle réel
- Regarder des modifications du cycle réel pour accroître le  $\eta$
- Présenter des agencements d'arbres concentriques et séparés

# Types de turbines

Dans le domaine de génération de puissance on distingue deux types de turbines à gaz: aérodérivées et industrielles pures



SGT-400 industrielle



GE LM6000 aérodérivée

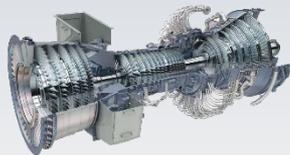
# Types de turbines

Alliages minces et légers, matériaux coûteux

Accélération rapide associée à un faible moment d'inertie.

Chambre de combustion compacte et optimisée pour un seul carburant

Entretien plus fréquent



Aérodérivée

Matériaux plus économiques, mais plus lourds.

Accélération lente due à un plus grand moment d'inertie

Chambre de combustion sans contraintes d'espace et permet l'utilisation de différents carburants

Ces machines requièrent moins d'entretien

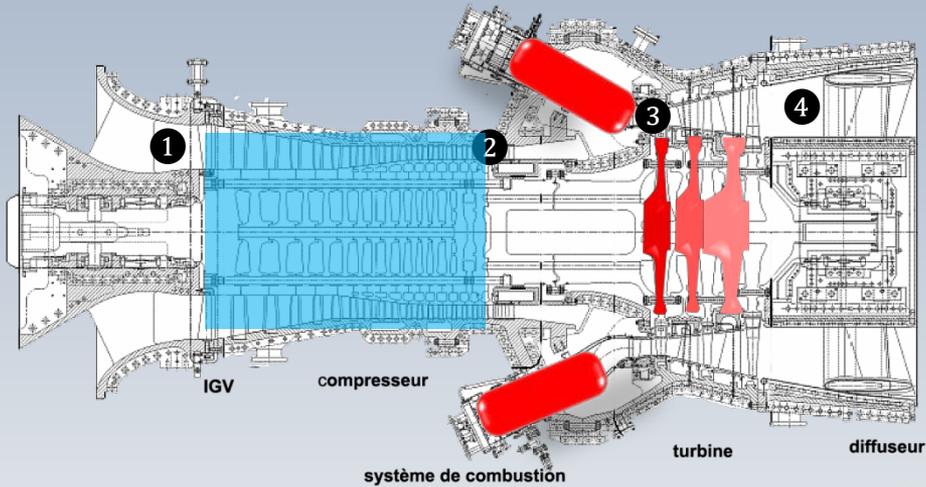


Industrielle

# Le cycle idéal

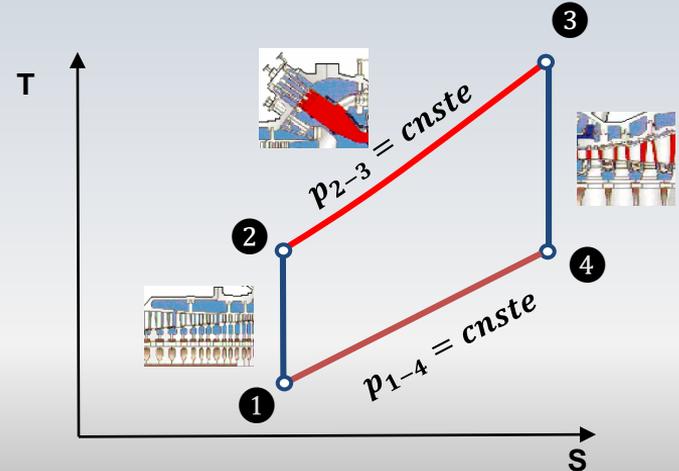
Pour débiter l'étude des cycles des turbines à gaz dans l'optique de génération de puissance (production d'électricité), il est convenable de reprendre **le cycle théorique de Brayton** qui fournit le portait thermodynamique d'une turbine à gaz élémentaire

# Cycle idéal de G. Brayton



- 1-2 compression isentropique
- 2-3 addition d'énergie à  $p = \text{cnste}$
- 3-4 détente isentropique,
- 4-1 retour au point initial à  $p = \text{cnste}$

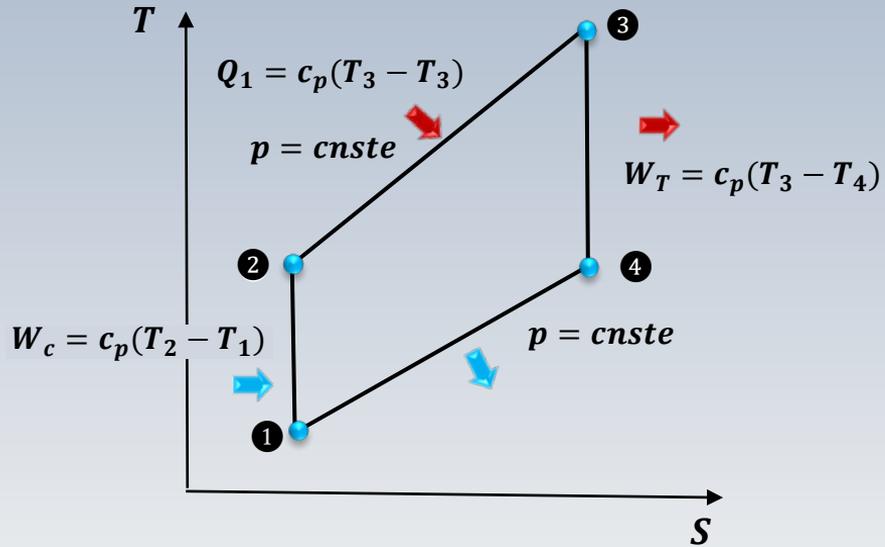
George Brayton (1830-1892): Ingénieur mécanicien né aux États-Unis



# Le cycle idéal

L'indice  $s$ , couramment utilisé pour désigner une température obtenue par un processus isentropique, est omis pour **le cycle idéal de Brayton** à capacité calorifique constante ( $c_p = \text{cnste}$ )

# Cycle idéal



$$W_e = W_T - W_C \quad \text{Travail produit}$$

$$Q_1 = c_p(T_3 - T_2) \quad \text{Chaleur fournie}$$

$$\eta = \frac{W_e}{Q_1} \quad \text{Rendement}$$

$$\eta = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

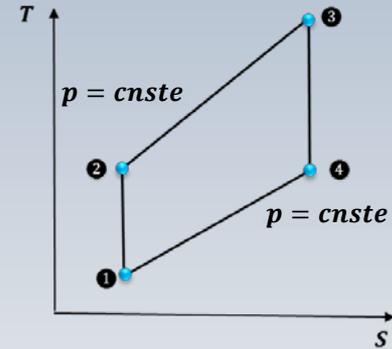
$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

# Formules compactes ( $c_p = \text{cnste}$ )

En génération de puissance, il est d'usage d'introduire deux paramètres clés:

- $\Delta$ , le rapport de compression (implicite)

$$\Delta = \left( \frac{T_3}{T_4} \right) = \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$



- $\Phi$ , le rapport entre la température maximale et minimale du cycle

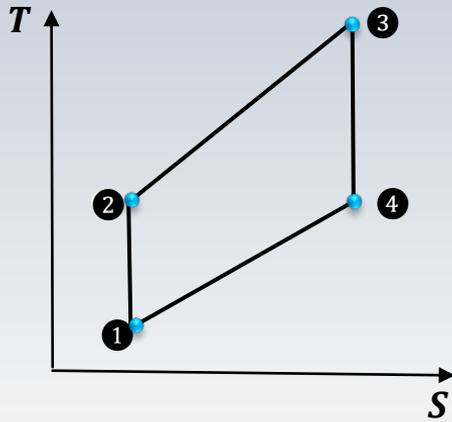
$$\Phi = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)$$

# $\Delta$ et $\Phi$

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \Phi$$

Les quantités  $\Delta$  et  $\Phi$  sont employées dans l'ensemble de formules que nous verrons par la suite.

Pour le rendement:



$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

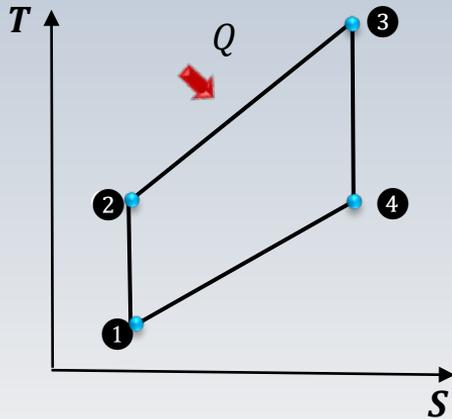
$$\eta = 1 - \left(\frac{T_4 - T_1}{T_4\Delta - T_1\Delta}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\Delta}$$

# $\Delta$ et $\Phi$

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \Phi$$

Pour la chaleur fournie



$$Q = c_p(T_3 - T_2)$$

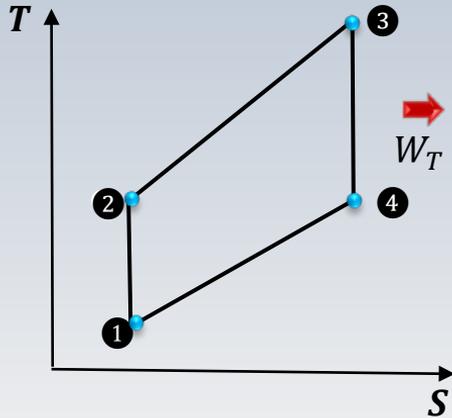
$$= c_p \left( \left(\frac{T_3}{T_1}\right) T_1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right) T_1 \right)$$

$$Q = c_p T_1 (\Phi - \Delta)$$

# $\Delta$ et $\Phi$

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \Phi$$

Pour le travail effectué par la turbine



$$W_T = c_p T_1 \left( \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_4}{T_1} \right)$$

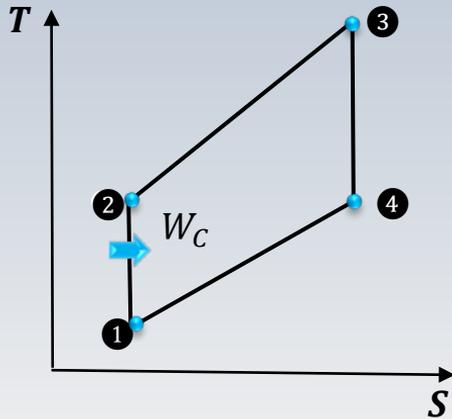
$$= c_p T_1 \left( \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_3/T_1}{T_3/T_4} \right)$$

$$W_T = c_p T_1 \Phi \left( \frac{\Delta - 1}{\Delta} \right)$$

# $\Delta$ et $\Phi$

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \Phi$$

Pour le travail consommé par le compresseur



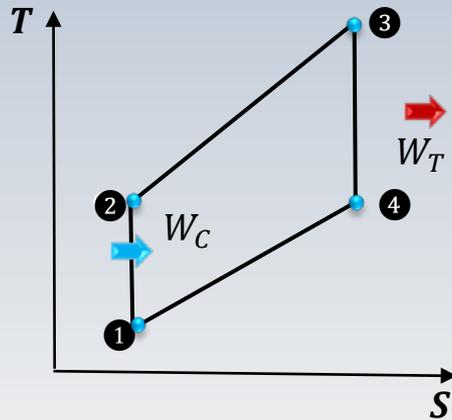
$$W_C = c_p T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

$$W_C = c_p T_1 (\Delta - 1)$$

# $\Delta$ et $\Phi$

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \Phi$$

Pour le travail produit (utile)



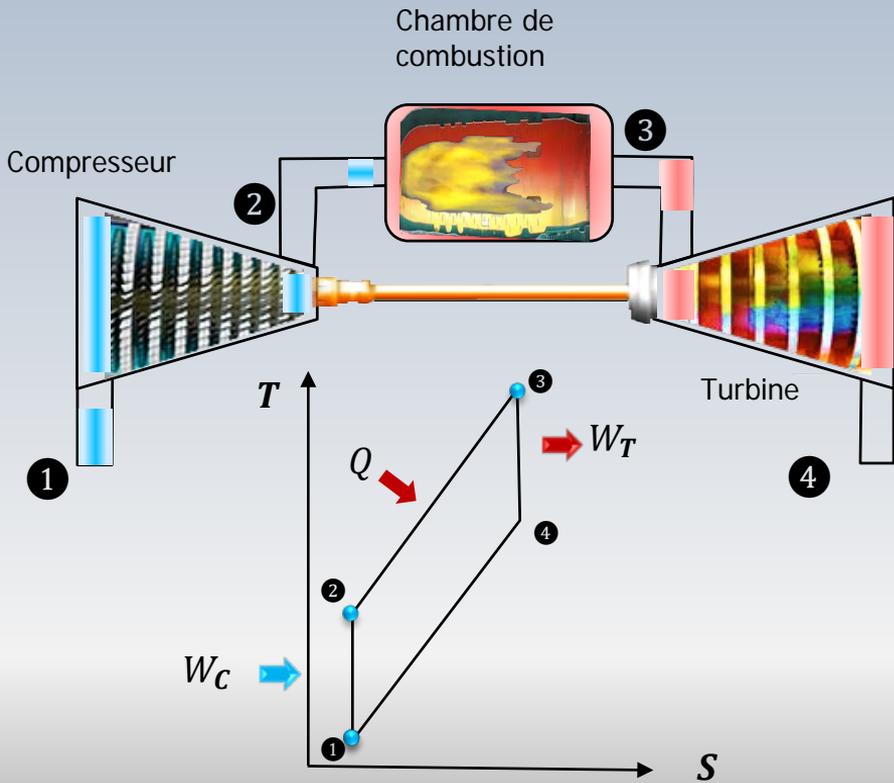
$$W_e = W_T - W_C$$

$$W_e = c_p T_1 \left( \Phi \left( \frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - (\Delta - 1) \frac{\Delta}{\Delta} \right)$$

$$W_e = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

**Travail utile idéal (isentropique)**

# Cycle idéal



# Optimisation

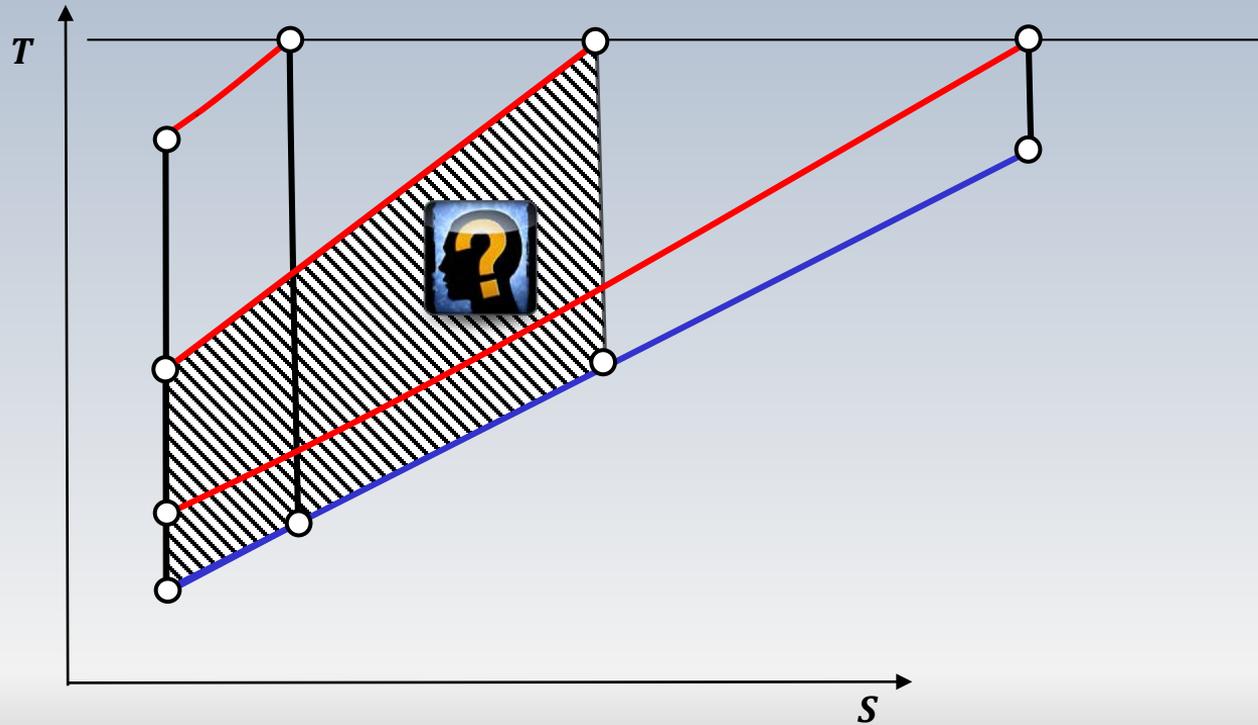
$$W_e = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

La formule précédente, indique que **le travail produit** dépend du **rapport de compression** et du **rapport entre la température maximale**, à la sortie de la chambre de combustion, et de **la température minimale du cycle**, à l'entrée du compresseur

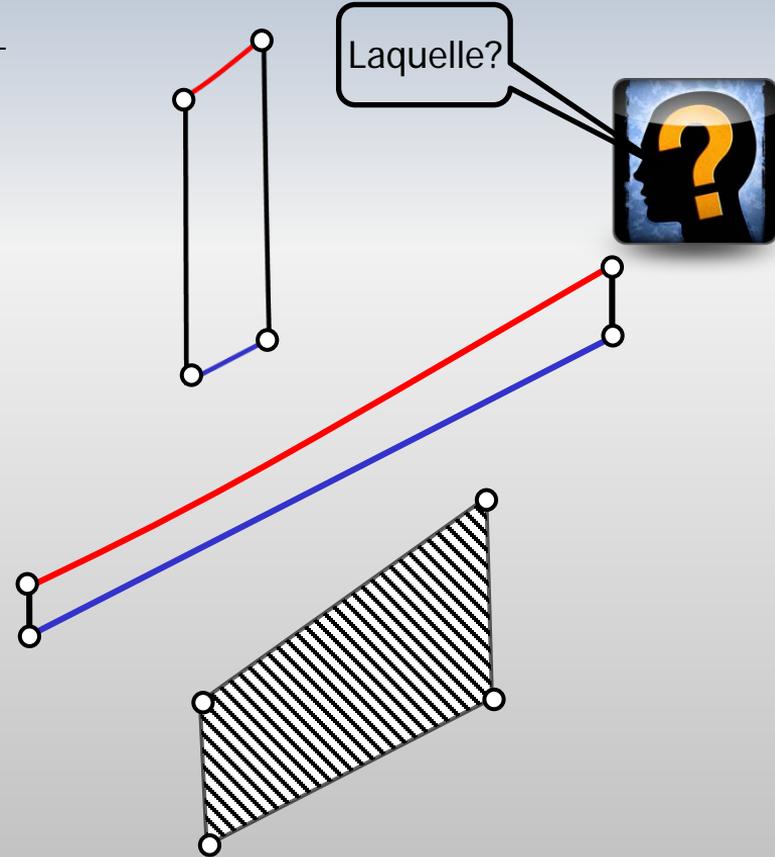
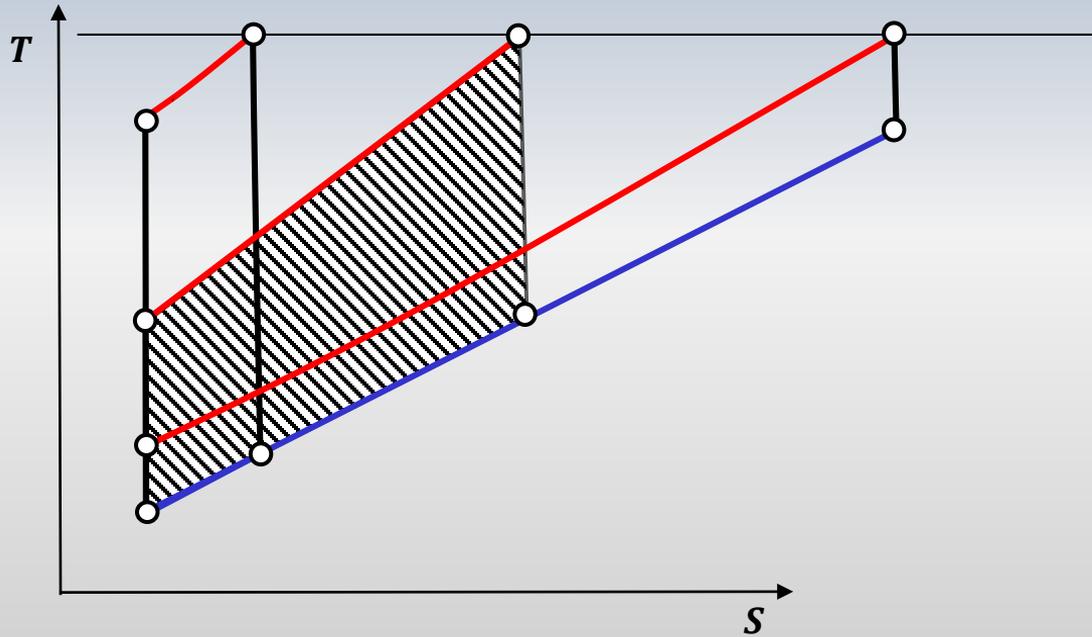
Pouvons nous optimiser ces rapports afin de maximiser le travail produit ?

Par exemple, un fort versus un faible rapport de compression avec une même température maximale?

# Optimisation



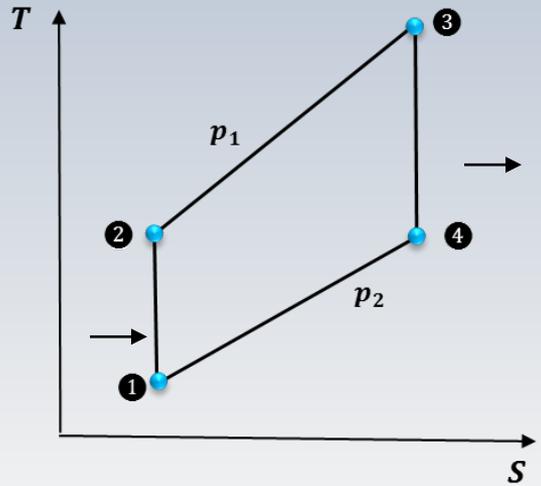
# Optimisation



# Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Nous reprenons l'expression pour le cycle idéal décrivant le travail utile en fonction de  $\Phi$  et  $\Delta$



$$W_e = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1)$$

- Lorsque  $\Delta = 1$  le travail  $W_e = 0$
- Lorsque  $\Delta > 1$ ,  $W_e \neq 0$  et on peut se demander si cette équation a un maximum ou un minimum

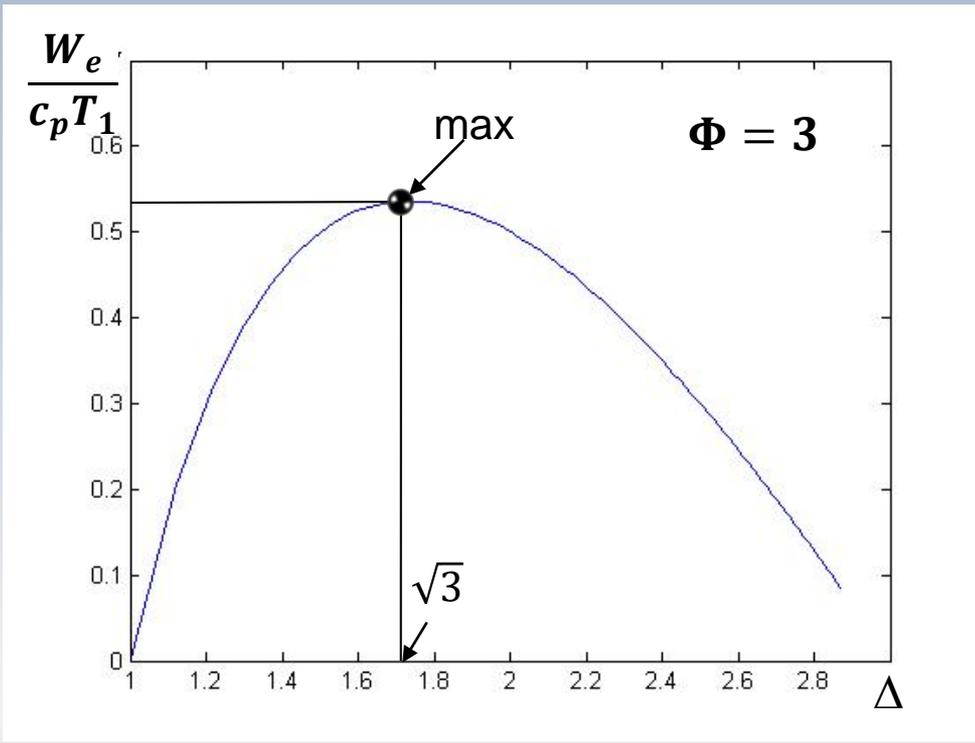
# Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Le travail à l'échelle  $W_e/c_p T_1$ , calculé pour  $\Phi = 3$ , et pour des rapports de pression  $r_p = [1:40]$ ,  $\gamma = 1.4$  est affiché

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1)$$

Il y a un maximum "aux alentours" de  $\Delta = 1.73$  ( $\sqrt{3}$  ?)



# Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

En réalité on peut chercher analytiquement une relation entre  $\Delta$  et  $\Phi$  pour optimiser le travail du cycle. Notamment avec:

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1) \Rightarrow \frac{d}{d\Delta} \left(\frac{W_e}{c_p T_1}\right) = \left(\frac{\Phi}{\Delta^2}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = \sqrt{\Phi}$$

alors,

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \sqrt{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)}$$



$$T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

$$T_4 = \sqrt{T_1 T_3}$$

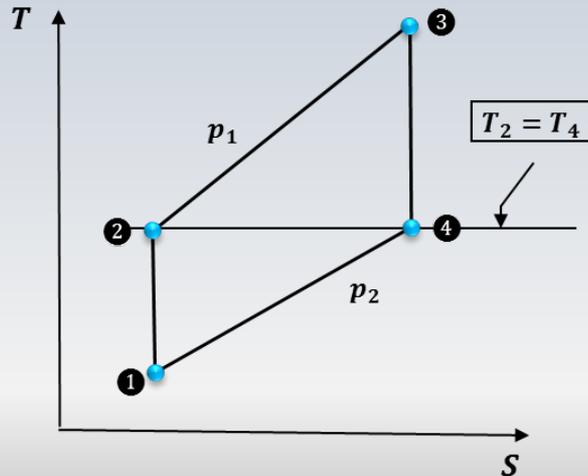


$$T_2 = T_4$$

# Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

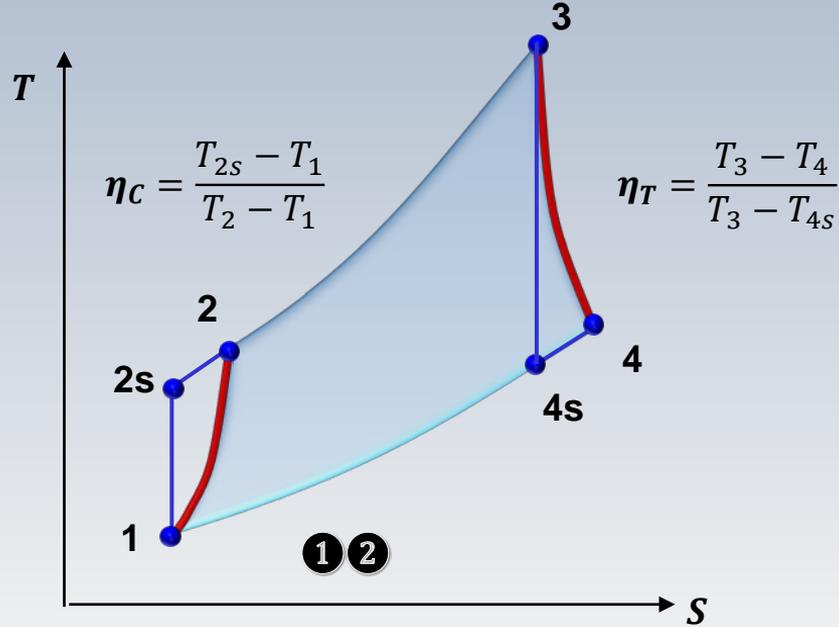
En pratique, la relation résultante entre  $\Delta$  et  $\Phi$  indique que  $W_e$  est **maximal** lorsque la température de sortie du compresseur  $T_2$  est **égale** à celle de sortie de la turbine  $T_4$ ,



Si  $T_4 > T_2$  ( $1 \leq \Delta < \sqrt{\Phi}$ ) on vise à augmenter la température de  $T_2$  pour se rapprocher du point optimal d'opération. C'est le rôle du *cycle avec régénération*

# Cycle réel

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$



Le cycle réel fait intervenir les rendements  $\eta_T$  de la turbine et  $\eta_c$  du compresseur

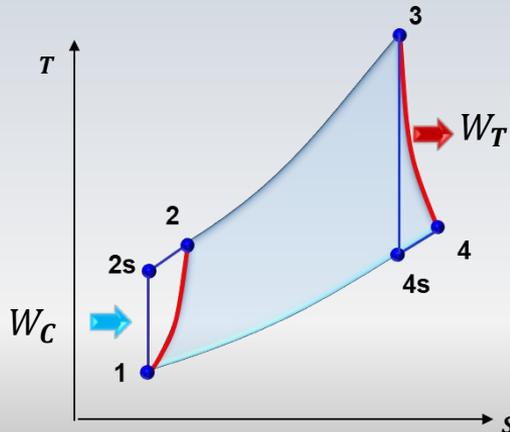
# Cycle réel: We

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Idéal

$$W_C = c_p T_1 (\Delta - 1)$$

$$W_T = c_p T_1 \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)$$



Réal

$$W_C = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)}{\eta_C}$$

$$W_T = \eta_T c_p T_1 \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)$$

$$W_e = W_T - W_C$$

$$W_e = c_p T_1 \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) \left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

# Cycle réel: Q

$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\eta_C = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$$

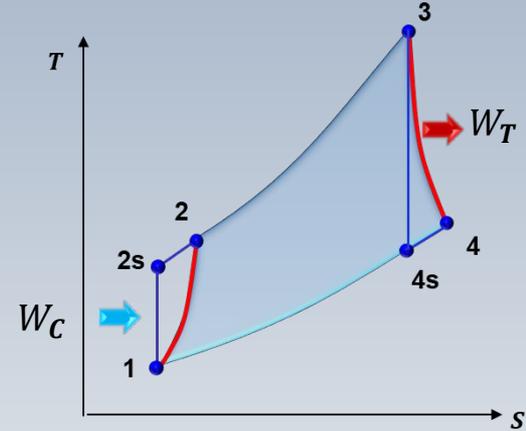


$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_C}$$

$$T_2 = T_1 \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)$$

$$Q_{2-3} = c_p(T_3 - T_2) = c_p \left( \left(\frac{T_3}{T_1}\right) T_1 - T_1 \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right) \right)$$

$$Q_{2-3} = c_p T_1 \left( \Phi - 1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \right)$$

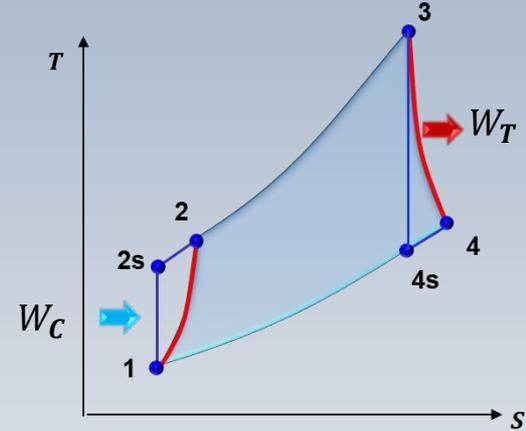


# Cycle réel: $\eta$

$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\eta = \frac{W_e}{Q_{2-3}}$$
$$= \frac{c_p T_1 \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) \left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)}{c_p T_1 \left(\Phi - 1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)}$$

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi \eta_T \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1) \eta_C - (\Delta - 1)}$$



**Rendement thermique  
du cycle réel**

# Cycle réel : $W_e/\eta$

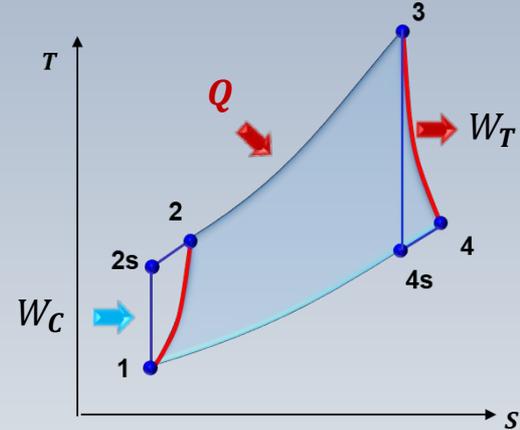
$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

On remarque que pour  $\eta_T = 1$  et  $\eta_C = 1$ , l'expression:

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi \eta_T \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1) \eta_C - (\Delta - 1)}$$

devient

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{\Delta}$$



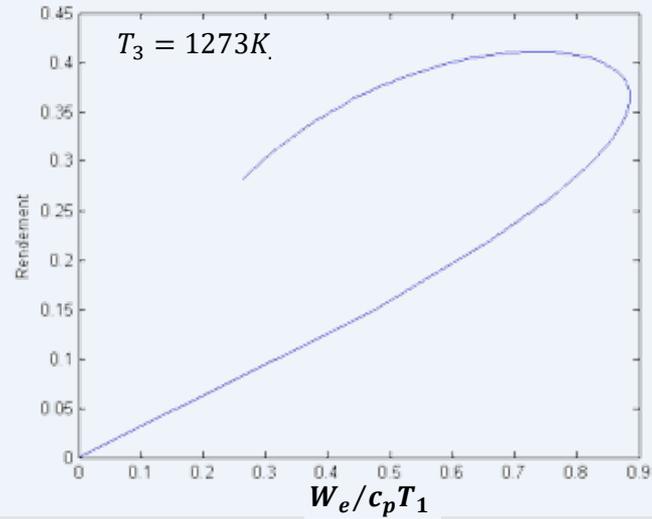
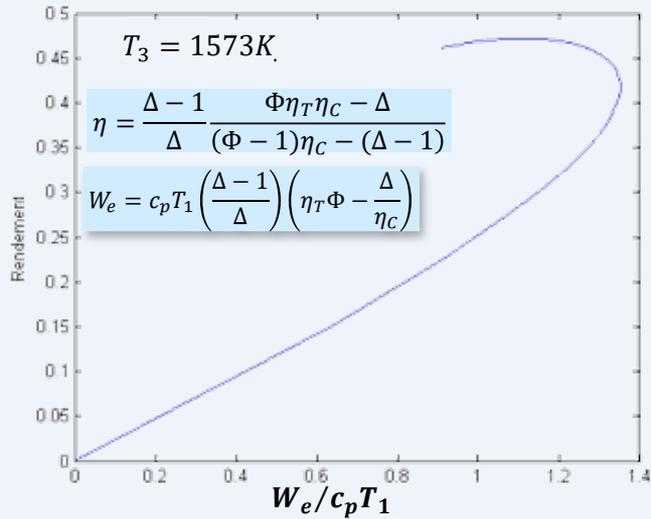
# Cycle réel: $W_e, \eta$

Idéalement nous voudrions produire le maximum de puissance avec le meilleur rendement possible. Cependant ces deux maximums ne coïncident pas

Dans cette optique, il est pratique d'afficher ces quantités l'une contre l'autre

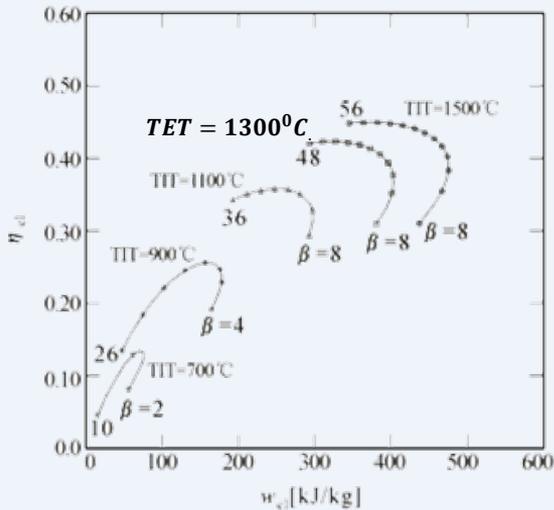
À titre d'exemple, les figures suivantes illustrent cette idée pour deux températures maximales

# Cycle réel



Travail spécifique vs. rendement à deux températures TET (Température à l'Entrée de la Turbine) avec  $\eta_c=0.85$ ,  $\eta_t=0.85$  utilisant la formule précédente. Le rapport de compression évolue sur les lignes en partant de la gauche

# Cycle réel



À TET = 1300 °C, il est possible de trouver une efficacité maximale (42.3%) pour un rapport de compression de 38. Par contre, le travail spécifique maximal s'obtient pour un rapport de compression de 14 à la même température [ ].

La turbine Rolls-Royce Trent 60, avec TET = 1288 °C et  $\beta = 35$  (rapport de compression), affiche un rendement de 41.3%

# Cycle réel: $\Phi$ et $\Delta$

Pour un cycle réel, avec  $f \ll 1$  et pour une capacité calorifique constante, le travail spécifique utile à l'échelle par rapport à  $c_p T_1$  est donné par:

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left( \frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) \left( \eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_c} \right)$$

De manière similaire à celle illustrée pour le cycle idéal, il est possible de trouver le rapport de compression  $r^*$  qui maximise le travail, notamment:

$$r^* = (n_c \eta_t T_3 / T_1)^{\gamma/2(\gamma-1)} \quad \text{ou encore}$$

$$\Delta = \sqrt{\eta_c \eta_t \Phi}$$

# Cycle réel

Une règle du pouce établie que pour chaque  $55^{\circ}\text{C}$  d'augmentation de température dans le bruleur, on obtient un accroissement de 1-3% de puissance et un gain de 2-4% de rendement

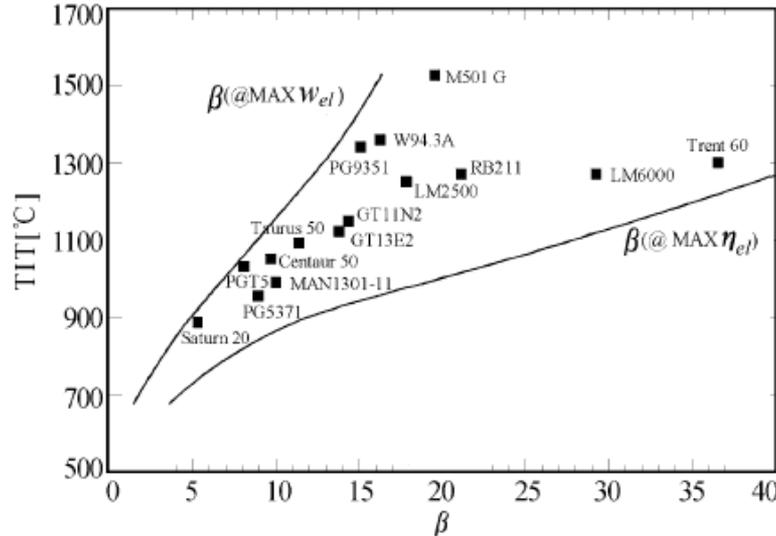
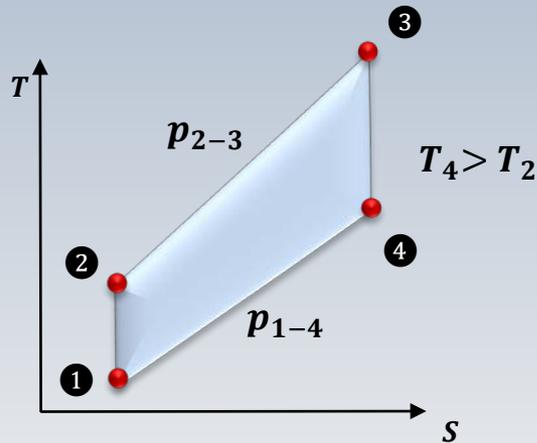


Fig.1 Cycle pressure ratio ( $\beta$ ) and TIT for commercially available gas turbines with Brayton cycle

# Modifications

- Améliorer un cycle thermodynamique implique:
  - Augmenter le travail utile
  - Augmenter le rendement
- Dans une turbine à gaz on utilise
  - **Régénération**: préchauffement de l'air à l'entrée de la chambre de combustion.
  - **Refroidissement intermédiaire** (réduction du travail demandé au compresseur)
  - **Surchauffe** (postcombustion)

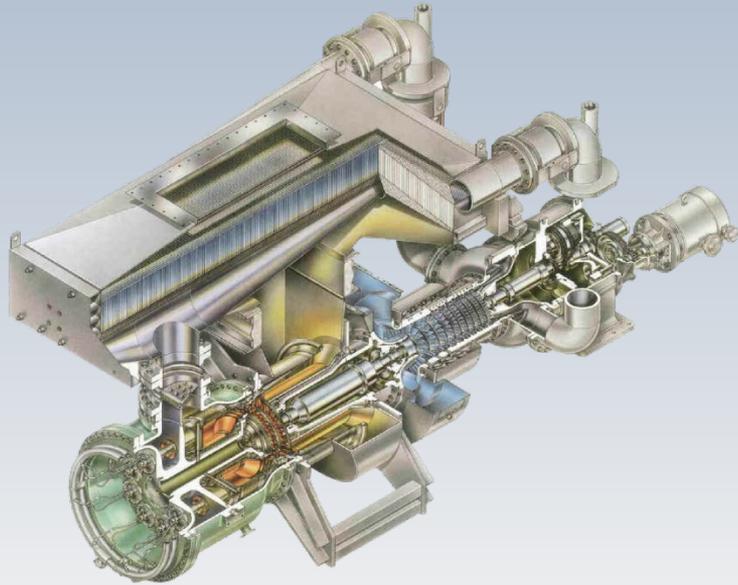
# Cycle avec régénération



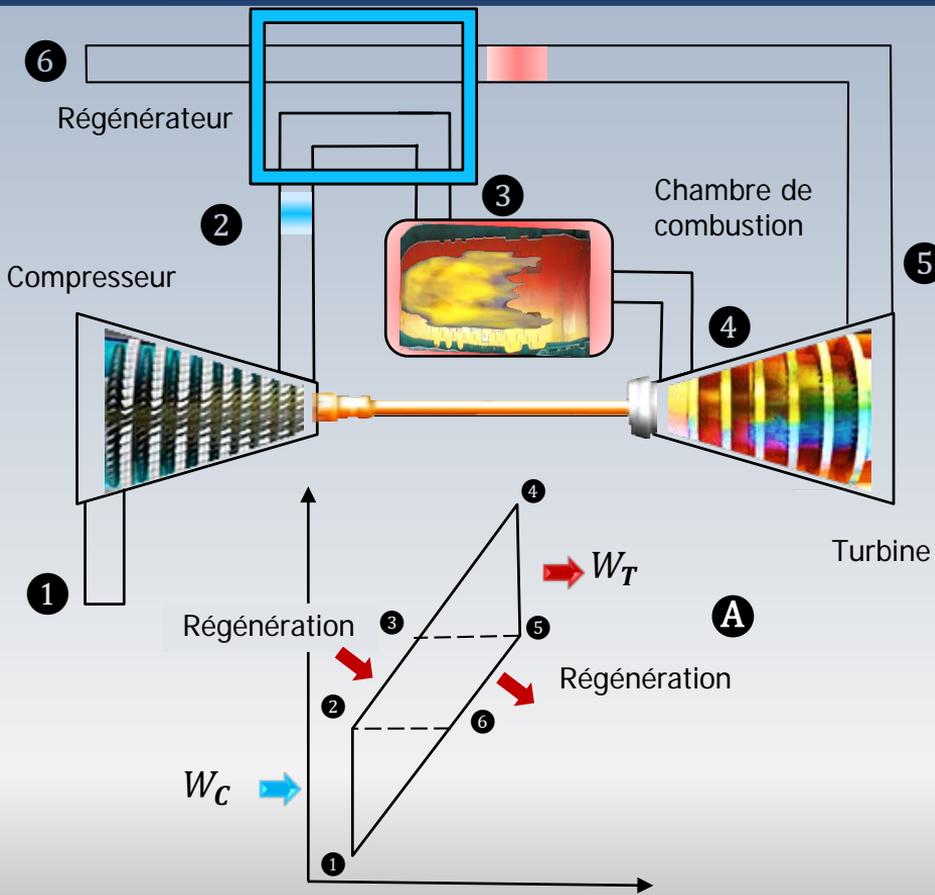
Pour le cycle idéal de Brayton, le travail maximal est trouvé lorsque  $T_4 = T_2$  ( $\Delta = \sqrt{\Phi}$ ). Si  $T_4 > T_2$ , soit  $1 \leq \Delta < \sqrt{\Phi}$ , on peut chercher à **augmenter la température  $T_2$**  pour se rapprocher du point optimal d'opération.

Le cycle avec régénération vise cette amélioration

# Cycle avec régénération

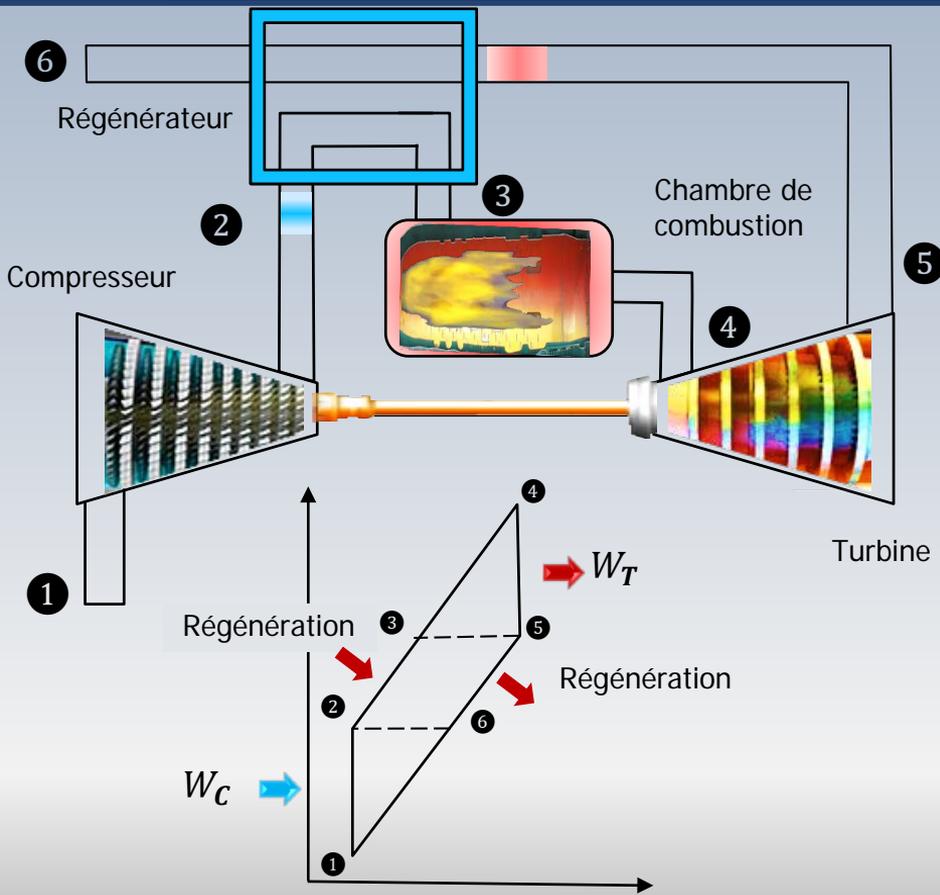


Pour ce faire, dans les turbines à gaz terrestres, on bonifie le rendement en préchauffant l'air avant la chambre de combustion



En pratique, on ajoute un **échangeur de chaleur** qui récupère une partie de la chaleur dans les gaz d'échappement de la turbine, pour la transférer à l'air sortant du compresseur

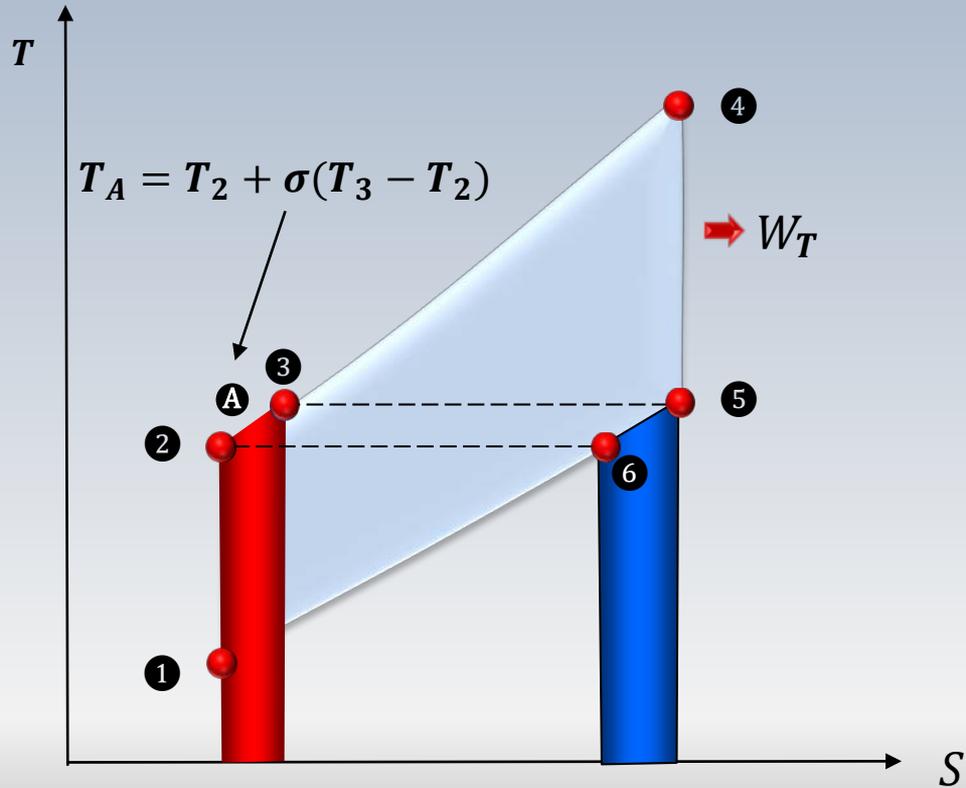
L'apport énergétique dû à la combustion est ainsi diminué, et le rendement thermique du moteur est alors amélioré



Le **régénérateur** (l'échangeur de chaleur) rend le système plus encombrant, de sorte qu'il est exclu du domaine aéronautique

Pour mesurer l'efficacité de l'échangeur de chaleur, on introduit un **coefficient  $\sigma$**

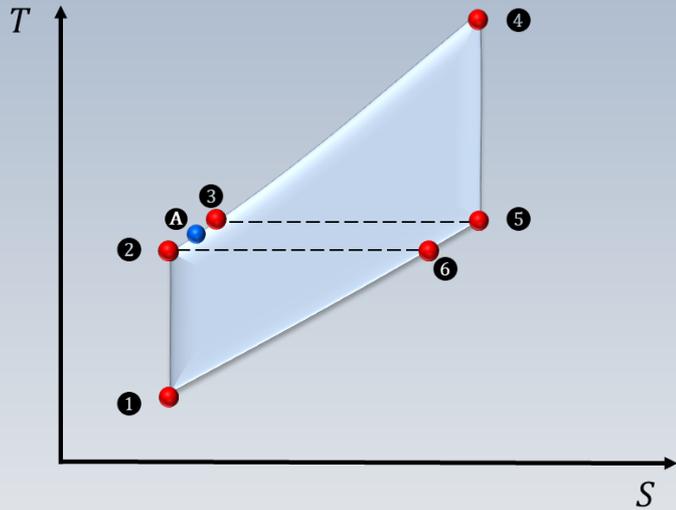
# Cycle avec régénération



Le **coefficient**  $\sigma$  est défini comme le rapport entre l'enthalpie réelle transmise et celle théoriquement récupérable. Lorsque  $c_p = cnste$ :

$$\sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

# Cycle idéal + régénération



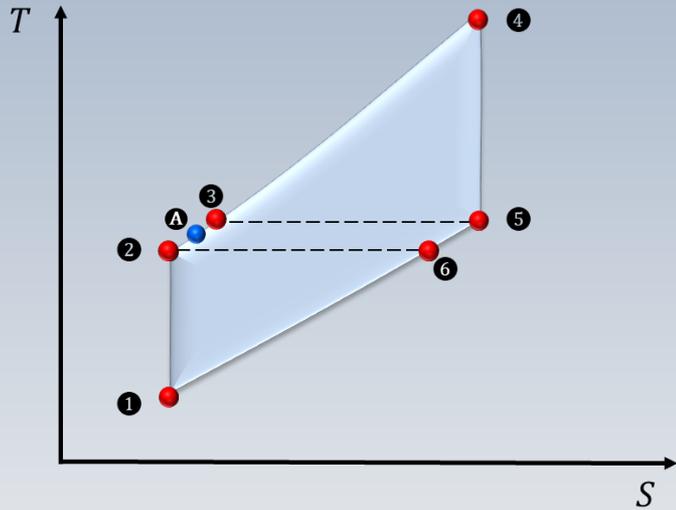
$$\Delta = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad \Phi = \left(\frac{T_4}{T_1}\right) \quad \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

**Le travail** du cycle idéal avec, régénération est donné par

$$W_e = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

Le travail utile demeure celui du cycle de base. La régénération n'affecte ni la turbine, ni le compresseur

# Cycle idéal + régénération

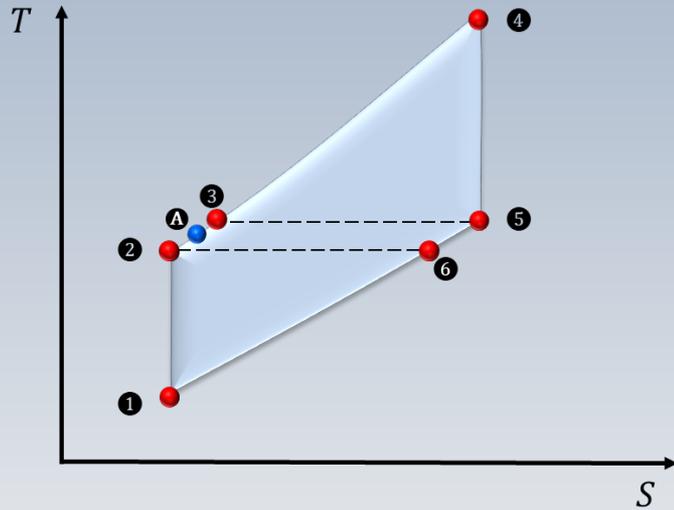


$$\Delta = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad \Phi = \left(\frac{T_4}{T_1}\right) \quad \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

Le rendement du cycle idéal avec, régénération en fonction de  $\Delta$ ,  $\Phi$ ,  $\sigma$  est donné par

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi - \Delta}{\Phi - \Delta - \sigma \frac{\Phi - \Delta^2}{\Delta}}$$

# Remarque

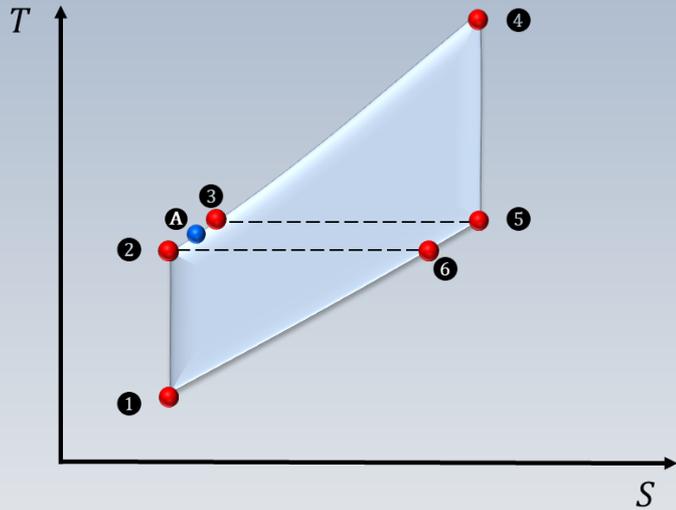


Pour  $\sigma = 0$ , la formule précédente devient celle du cycle idéal de base

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad \Phi = \left(\frac{T_4}{T_1}\right) \quad \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

# Remarque



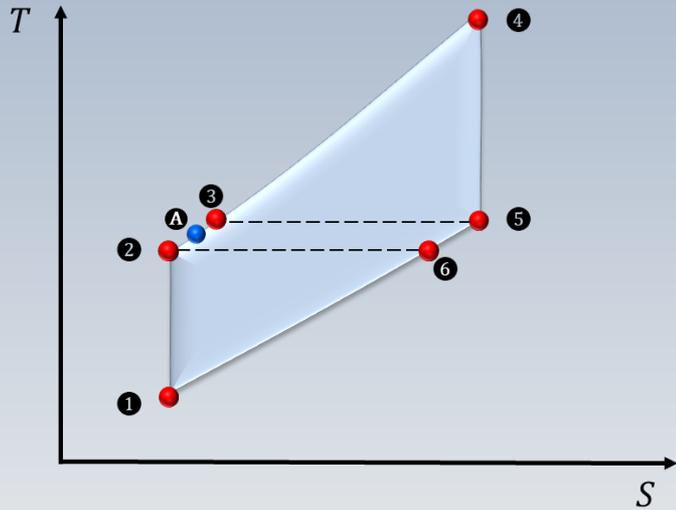
$$\Delta = \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \quad \Phi = \left( \frac{T_4}{T_1} \right) \quad \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

Pour  $\sigma = 1$ : une régénération parfaite, la formule indique que

$$\eta = 1 - \frac{\Delta}{\Phi}$$

- le rendement dépend maintenant de la température maximale du cycle

# Remarque

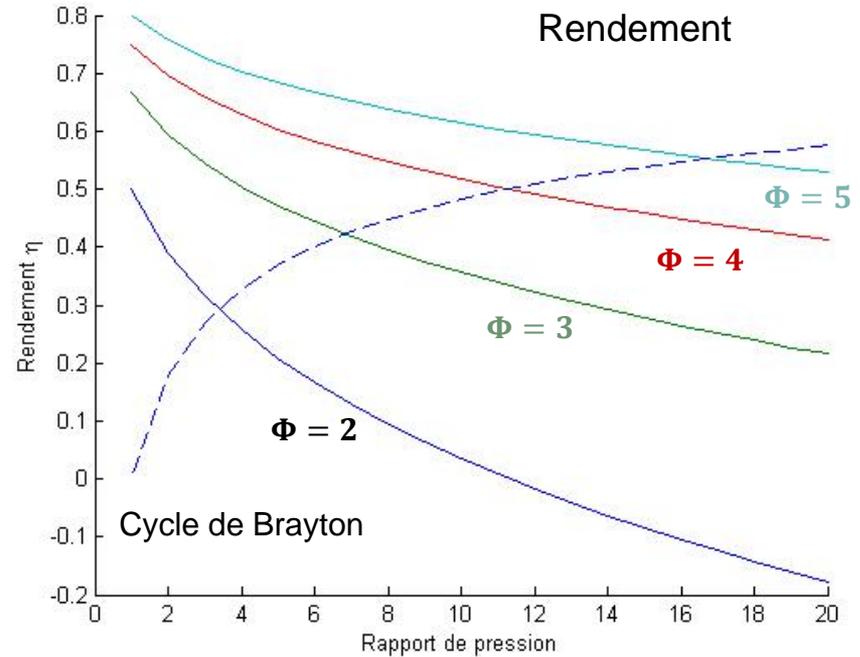
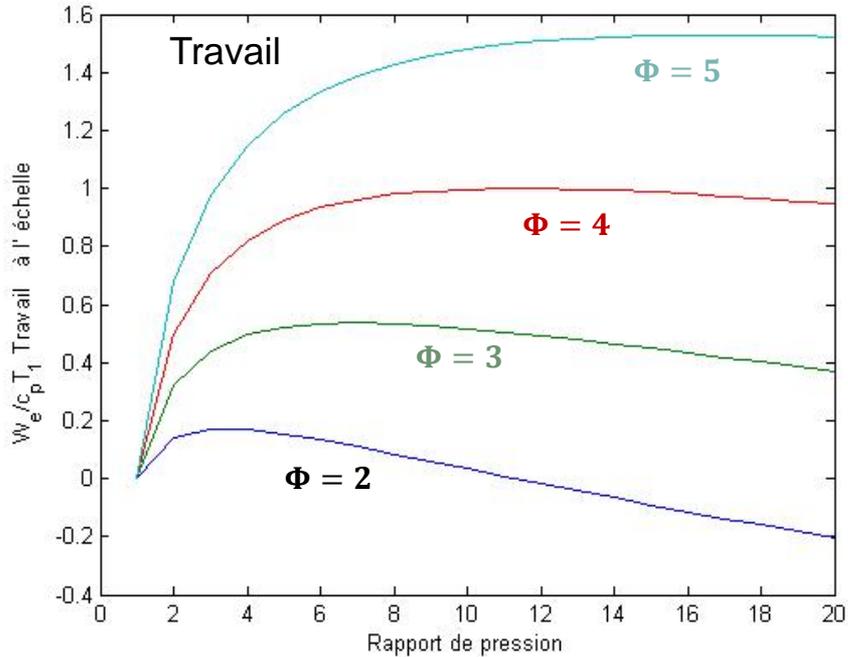


$$\Delta = \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \quad \Phi = \left( \frac{T_4}{T_1} \right) \quad \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_5 - T_2}$$

- contrairement au cycle de base, pour un rapport  $\Phi$  donné, le rendement du cycle **augmente avec une diminution du rapport de compression**

Les figures suivantes illustrent pour le cycle régénératif idéal, le travail et le rendement, en fonction du rapport de pression

# L'effet de la régénération



$$\Phi = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{W_e}{c_p T_1} \approx 1.55 \quad \eta \approx 0.52$$

$$r_p = 20$$



# Cycle réel + régénération

Le rendement du cycle réel avec, régénération est donné par

$$\eta = \frac{\Phi \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_c}}{\frac{\Delta - 1}{\Delta} \sigma \Phi \eta_T + (1 - \sigma) \left[ \left( \Phi - 1 \right) - \frac{\Delta - 1}{\eta_c} \right]} \frac{\Delta - 1}{\Delta}$$