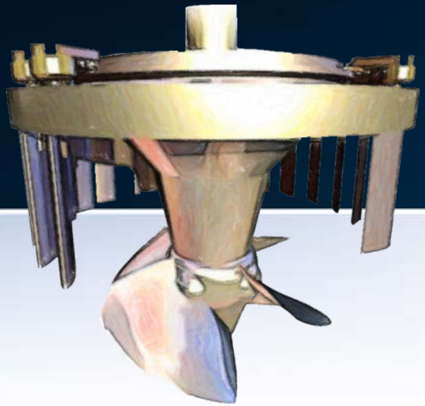
Turbomachines



NRJ EN ROTATION

TurboFluids

Normalisation, essais et mariage de composantes

OBJECTIFS

- Présenter le concept de normalisation utilisé dans les TG

- Regarder des éléments de mariage de composantes dans une TG

Normalisation

Pour la caractérisation des turbines et des compresseurs opérant dans les aéronefs, on **normalise la température et la pression** par rapport à des **conditions standards**

Cette pratique permet l'obtention de variables dites **réduites ou corrigées** (débit et vitesse de rotation)

L'objecitf c'est l'obtention de **cartes indépendantes des conditions d'alimentation (entrée):** température de l'air pour le compresseur et, température du gaz à la sortie de la chambre de combustion, pour la turbine

Les cartes

Pour les compresseurs et les turbines, la carte est sous la forme de l'évolution du **rapport de pression en fonction du débit**

Sur celle-ci, on représente des courbes pour différents valeurs de **vitesses de rotation** (iso-régime), parfois accompagnées des courbes de niveaux **d'iso-rendement**

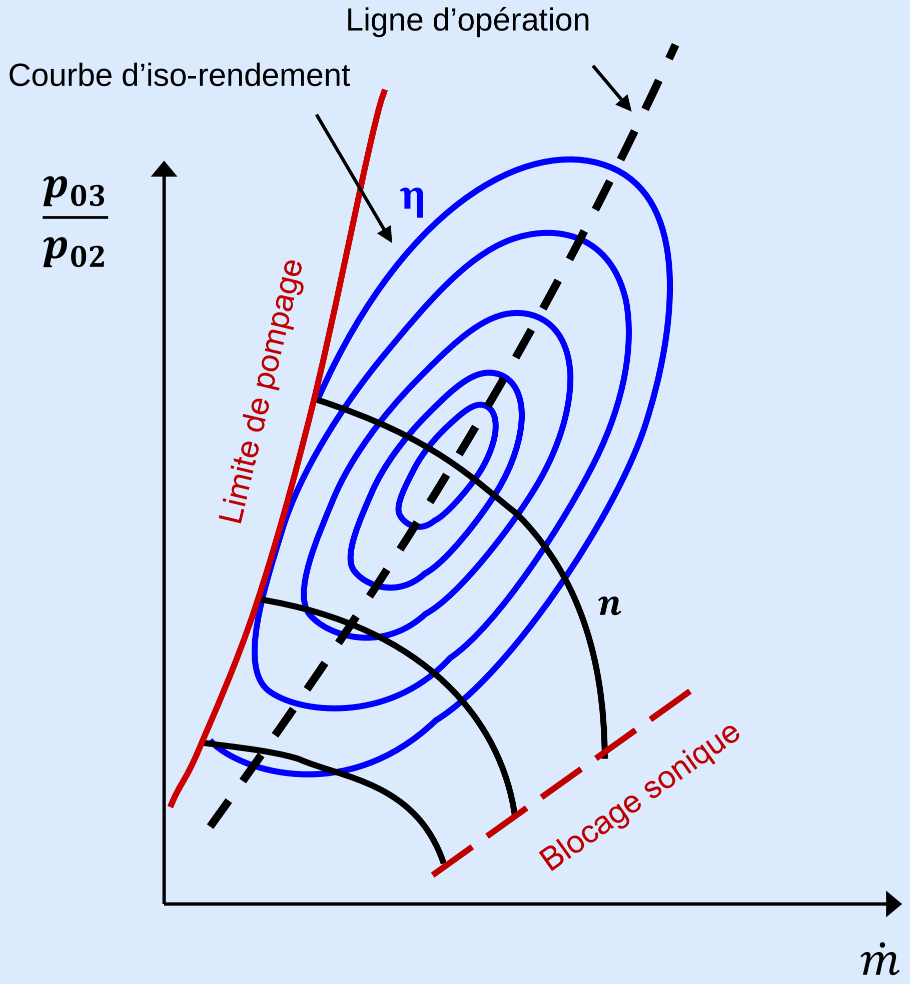
La carte, est une sorte "d'empreinte digitale" de la turbomachine

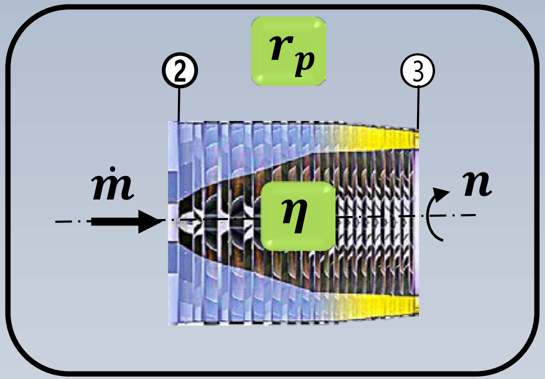
Normalisation

Pour un **compresseur**, les courbes, pour les diverses vitesse de rotation, du rapport de compression au débit, sont **bornées** par un **débit minimal** dit de **pompage** et par un **débit maximal** dit de **blocage**

Pour une **turbine** la borne naturelle c’est le **débit de blocage**

Voici la carte d’un compresseur entre les point 2 et 3





n: vitesse de rotation

$\dot{m}$: débit massique

η: rendement

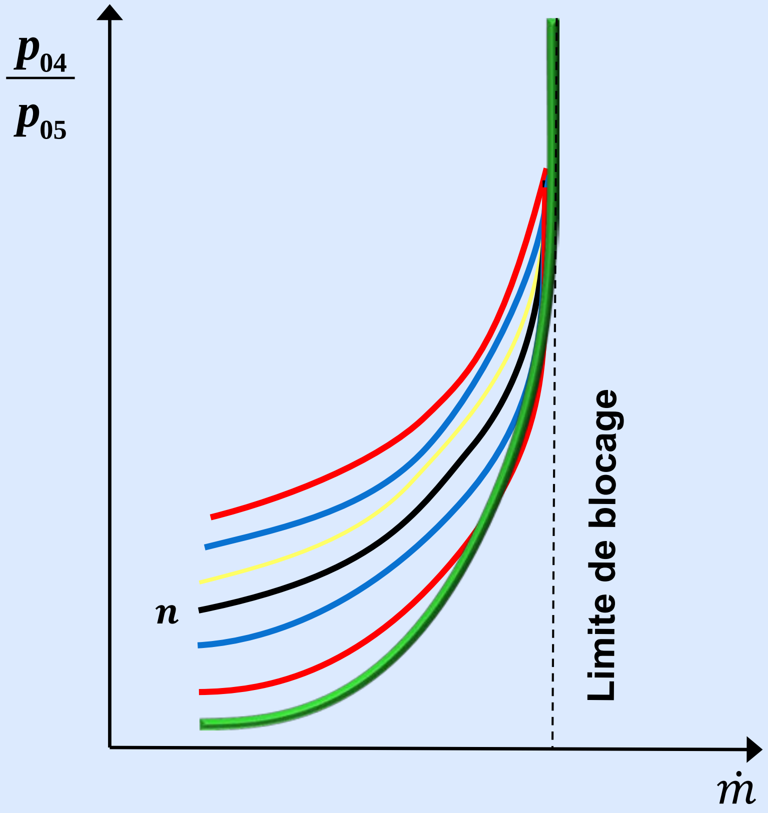
$r_p = p_{03}/p_{02}$

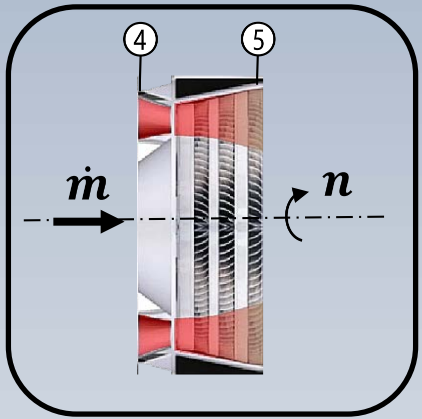
Normalisation

Comme pour les compresseurs, les caractéristiques des **turbines** ne sont fonction que du **débit et du taux de détente** pour chaque vitesse

L’inspection d’une carte type d’une turbine (figure suivante) révèle qu’à partir d’un certain rapport de détente le débit devient constant

L’écoulement est alors bloqué (écoulement sonique), ce qu’en général arrive dans le premier étage de la turbine


$\frac{p_{04}}{p_{05}}$
n
Limite de blocage
$\dot{m}$


4
5
$\dot{m}$
n

Normalisation

Les **quantités standard** $p_s = 1bar, T_s = 288.15K$ sont utilisées pour normaliser la pression et la température.

On définit alors deux quantités adimensionnelles

$$\boldsymbol{\theta = \frac{T_0}{T_s}}$$

$$\boldsymbol{\delta = \frac{p_0}{p_s}}$$

Elles sont employées par la suite pour définir les variables réduites ou corrigées

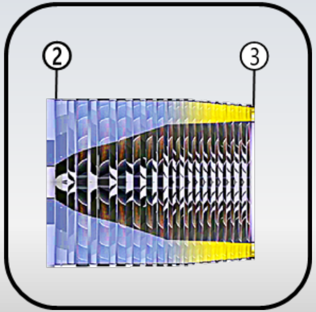
Quantités corrigées

Les **quantités corrigées** permettent de comparer deux points d'opération ayant lieu à des **conditions ambiantes différentes** tout en gardant les dimensions physiques

Nombre de Mach

$$M_{s2} = \frac{U_{ref}}{\sqrt{\gamma R T_s}} = \frac{\pi D n_c}{\sqrt{\gamma R T_s}}$$

$$M_2 = \frac{U_2}{\sqrt{\gamma R T_{02}}} = \frac{\pi D n_2}{\sqrt{\gamma R T_{02}}}$$



Nous définissons d'abord un nombre de Mach M_{s2} , référé à une vitesse de rotation n_c, et un diamètre D représentatif de la machine, utilisant la température standard T_s

Par similitude, nous allons égaliser M_{s2} avec une quantité M_2, calculée avec une vitesse n_2 et une température T_{02}

$$M_{s2} = M_2$$

Vitesse corrigée

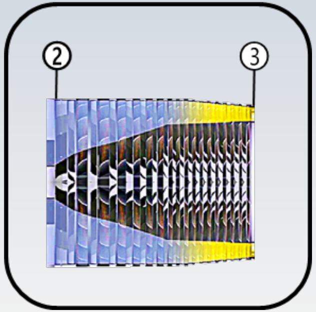
$$\boldsymbol{\theta = \frac{T_0}{T_s}}$$

$$\frac{\pi D n_1}{\sqrt{\gamma R T_{02}}} = \frac{\pi D n_c}{\sqrt{\gamma R T_s}}$$

$$n_c = \frac{n\sqrt{T_s}}{\sqrt{T_{02}}}$$

$$\boldsymbol{\frac{n}{\sqrt{\theta_2}} = n_c(rpm)}$$

Après quelques manipulations, nous trouvons une **vitesse dite corrigée $\boldsymbol{n_c}$, en $\boldsymbol{rpm}$,** référée à l'entré du **compresseur (θ_2** est adimensionnelle)

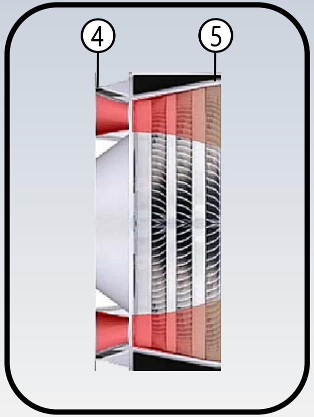


Vitesse corrigée

$$\frac{\boldsymbol{n}}{\sqrt{\boldsymbol{\theta_4}}} = \boldsymbol{n_c}(\boldsymbol{rpm})$$

Un développement similaire conduit à une vitesse corrigée référée à l'entré de la turbine

$$\theta_4 = \frac{T_{04}}{T_s}$$



Débit corrigé

Pour les compresseurs et des turbines, il est possible de trouver que le coefficient **adimensionnel** de débit est $\boldsymbol{\Phi = \dot{m}\sqrt{T_0}/D^2 p_0}$. $\boldsymbol{D}$ étant le diamètre de référence de la machine

Pour l'instant, nous ne faisons qu'accepter ce résultat. Les paramètres adimensionnels utilisées dans les turbomachines, seront présentés plus tard dans un cadre général

Débit corrigé $\dot{m}_c$

$$\delta = \frac{p_0}{p_s}, \theta = \frac{T_0}{T_s}$$

Pour une **même machine** on peut s'affranchir du diamètre D et Φ devient $\dot{m}\sqrt{T_0}/p_0$. Bien que cette nouvelle expression soit dimensionnelle, elle demeure un paramètre caractéristique

Pour le rendre plus pratique, on réfère la température ainsi que la pression à des quantités standards. On trouve alors:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \ (kg/s)$$

Resumé

$$\delta = \frac{p_0}{p_s}, \theta = \frac{T_0}{T_s}$$

Nous avons alors deux paramètres normalisés, débit et vitesse corrigés, qui sont utilisés dans les cartes des compresseurs et des turbines

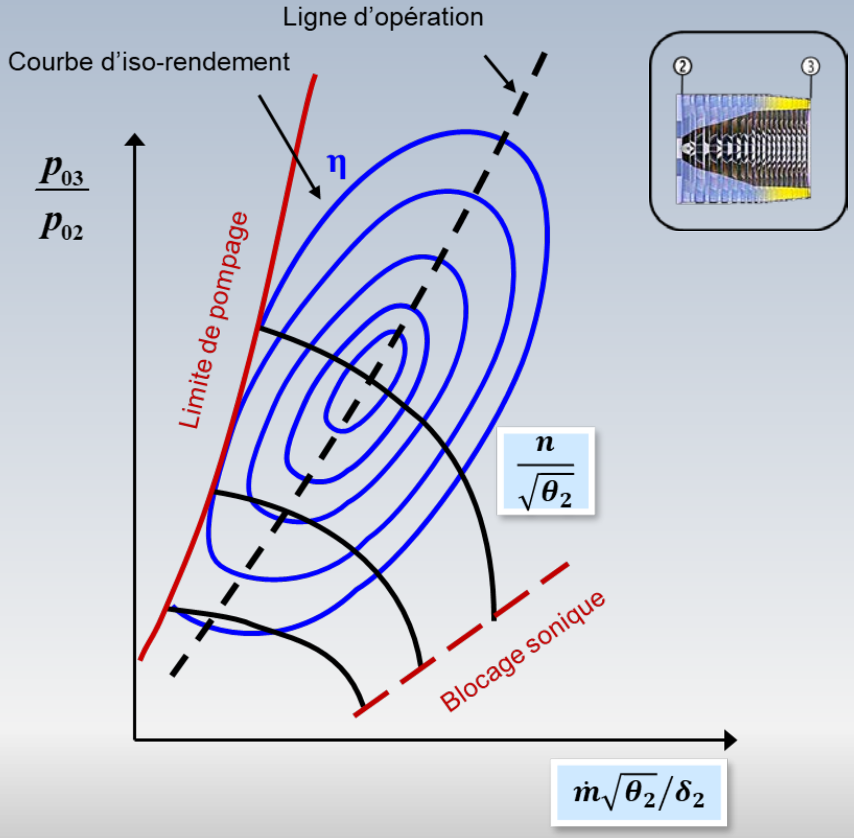
$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \qquad n_c = \frac{n}{\sqrt{\theta}}$$

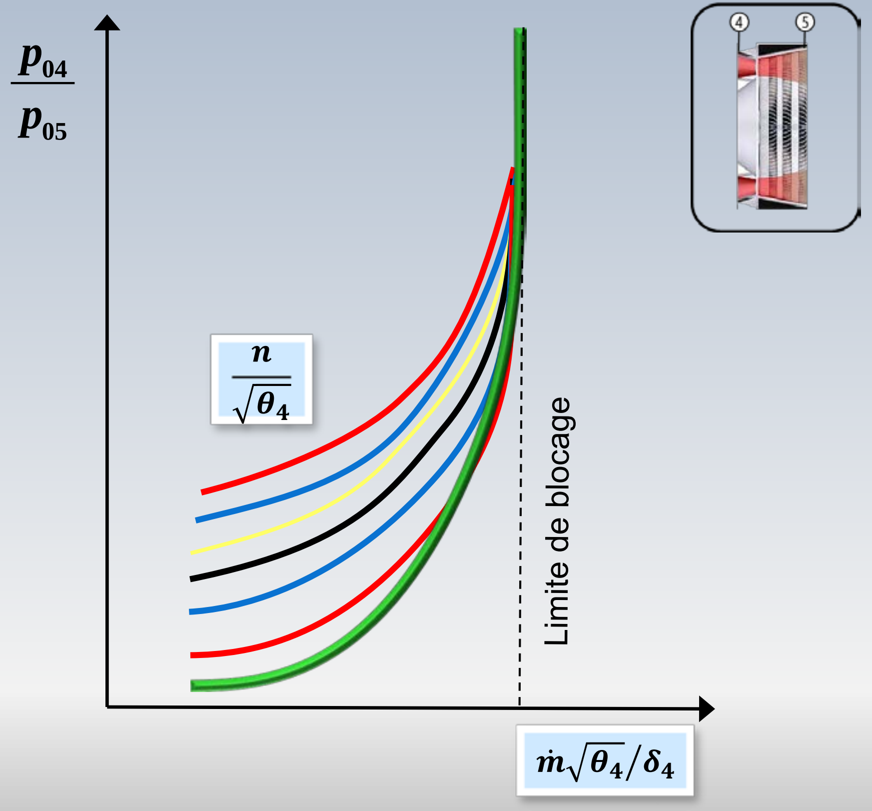
Débit corrigé

Vitesse corrigée

Cartes normalisées

Compresseur-Turbine





Remarques

- Souvent l'indice "0", pour les variables d'arrêt, n'est pas utilisé explicitement dans les quantités corrigées
- La vitesse corrigée $\boldsymbol{n_c}$ et le débit massique corrigé $\dot{\boldsymbol{m}}_{\boldsymbol{c}}$ sont mesurés en $\boldsymbol{rpm}$ et en $\boldsymbol{kg/s}$, respectivement
- Les symboles $\dot{\boldsymbol{m}}$ et $\boldsymbol{n}$ dénotent des “quantités physiques ”

Turbine

Compresseur

Mariage de composantes

Individuel/équipe

Les compresseurs et les turbines sont conçus sur la base d'analyses et des tests individuels effectués sur chaque machine

Lorsque ces composantes sont intégrées dans une turbine à gaz leur plage d'opération se voit affectée

La question c'est alors de trouver des points de fonctionnement correspondants dans chacune des cartes lorsque le turboréacteur est à l'équilibre

Individuel/équipe

Les conditions à imposer pour trouver les points de correspondance entre la turbine et le compresseur dépendent de la configuration de la machine (un arbre, deux arbres)

Dans la suite nous ne regarderons que des **éléments de calcul pour le cas d'un seul un arbre**

La méthodologie complète du mariage de composantes est en dehors du cadre de ce cours

Le mariage (un arbre)

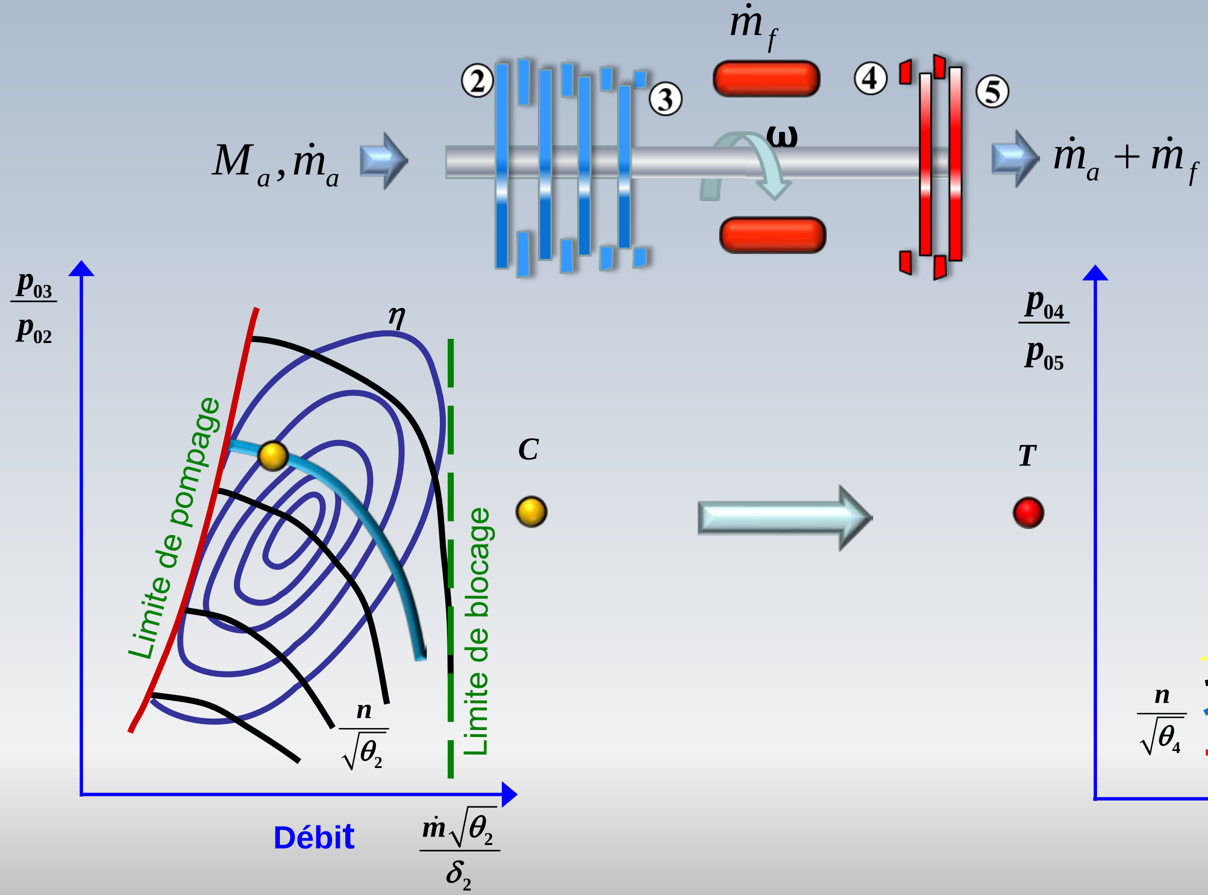
L’agencement à un seul arbre satisfait les conditions suivantes:

- Vitesse de rotation du compresseur = Vitesse de rotation de la turbine liée
- Débit massique passant par la turbine = Débit massique circulant par le compresseur + débit massique de carburant – prélèvement d'air (bleeding)
- Puissance du compresseur < Puissance de la turbine

Correspondance

L’idée de la correspondance entre un point d’opération du compresseur et un point d’opération de la turbine, est illustrée à la figure suivante

Mariage de composantes



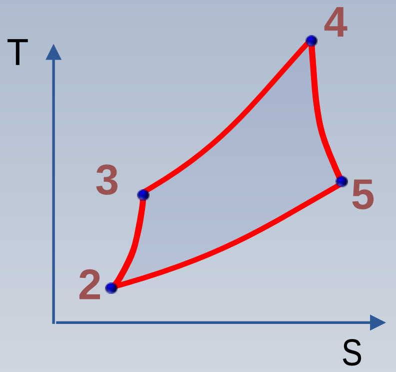
Correspondance

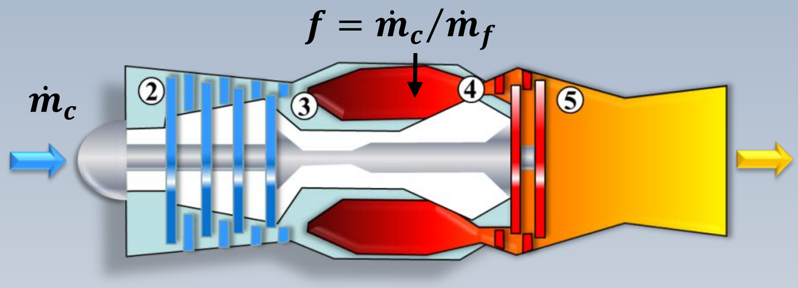
Dans la suite, nous présentons le développement permettant de trouver une équation de mariage entre le rapport de température T_{05}/T_{04} dans la turbine et le rapport T_{03}/T_{02}, dans le compresseur

Mariage de composantes

$$n_t = n_c$$
$$\dot{m}_t = (1+f)\dot{m}_c$$
$$W_c = \eta_m(1+f)W_t$$

η_m : rendement mécanique de la transmission





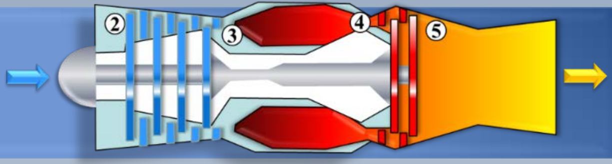
$$W_c = \frac{1}{\eta_c} c_{p|c} T_{02}\left[\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma_c - 1/\gamma_c} - 1\right]$$ **Compresseur**

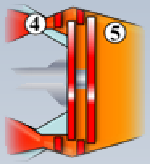
$c_{p|c}$ capacité calorifique de l'air dans le compresseur

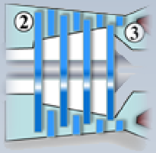
$c_{p|t}$ capacité calorifique du gaz dans la turbine

$$W_t = \eta_t c_{p|t} T_{04}\left[1 - \left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{\gamma_t - 1/\gamma_t}\right]$$ **Turbine**

Mariage de composantes



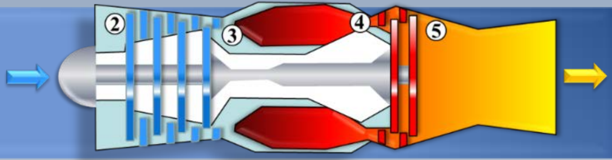


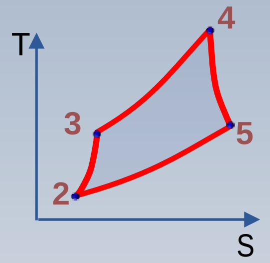


$$\eta_m(1+f)\eta_t c_{p|t} T_{04}\left[1-\left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{\gamma_t-1/\gamma_t}\right] = \frac{1}{\eta_c} c_{p|c} T_{02}\left[\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma_c-1/\gamma_c} - 1\right]$$

$$\eta_t = \frac{T_{05}-T_{05}}{T_{05s}-T_{04}} \qquad \frac{T_{05s}}{T_{04}} = \left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{\gamma-1/\gamma} \qquad \eta_c = \frac{T_{03s}-T_{02}}{T_{03}-T_{02}} \qquad \frac{T_{03s}}{T_{02}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma-1/\gamma}$$

Équation de mariage

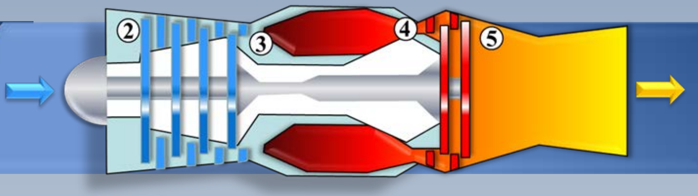




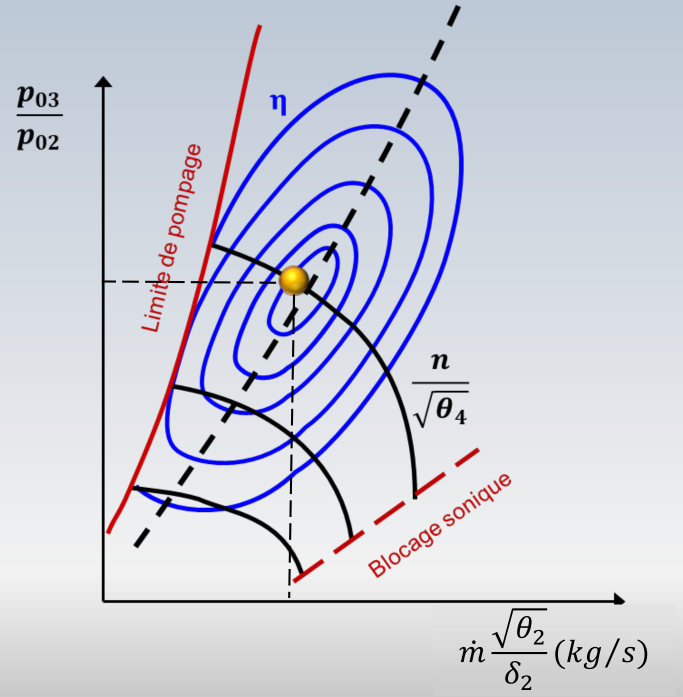
$$\frac{T_{05}}{T_{04}} = 1 - \frac{1}{\eta_m(1+f)} \frac{c_{p|c}}{c_{p|t}} \frac{T_{02}}{T_{04}} \left[\left(\frac{T_{03}}{T_{02}} \right) - 1 \right]$$

Cette équation permet de calculer le rapport de température dans la turbine, T_{05}/T_{04}, connaissant le rapport de température à travers le compresseur, T_{03}/T_{02}, modulé par l'intensité des températures à l'entrée du compresseur T_{02} et de la turbine T_{04}

Le problème



Connaissant le point d'opération du **compresseur (turbine)**: comment trouver le point d'opération de la **turbine (compresseur?)**

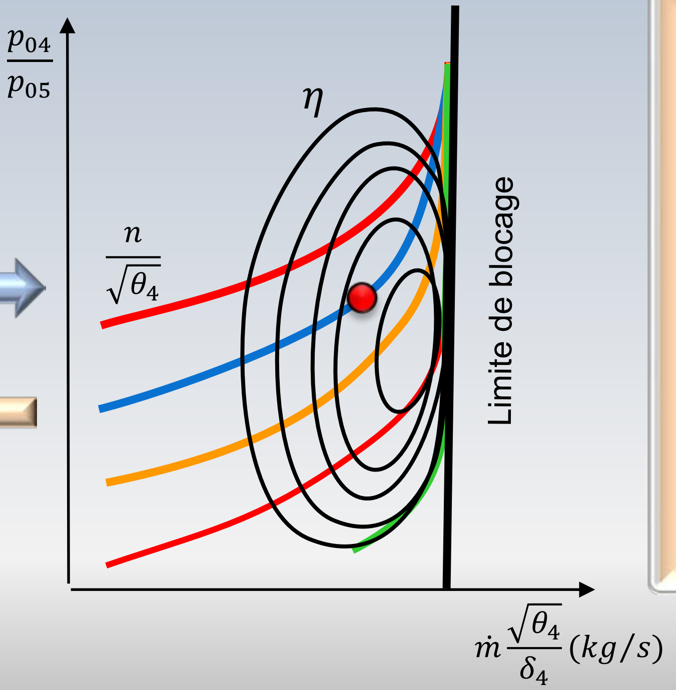


$$\frac{\dot{m}\sqrt{\theta_2}}{\delta_2}$$

$$\frac{n}{\sqrt{\theta_2}}$$

$$\frac{p_{03}}{p_{02}}$$

$$\eta$$



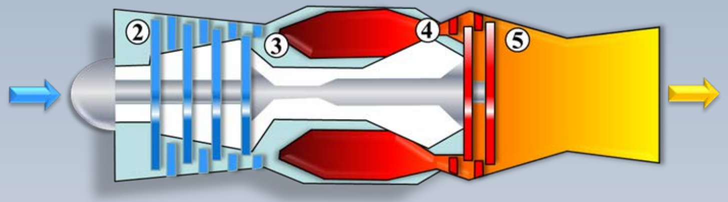
$$\frac{\dot{m}\sqrt{\theta_4}}{\delta_4}$$

$$\frac{n}{\sqrt{\theta_4}}$$

$$\frac{p_{04}}{p_{05}}$$

$$\eta$$

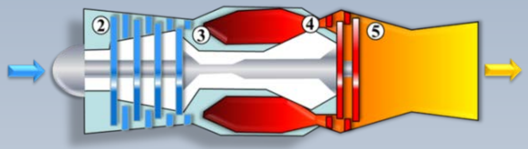
Les données



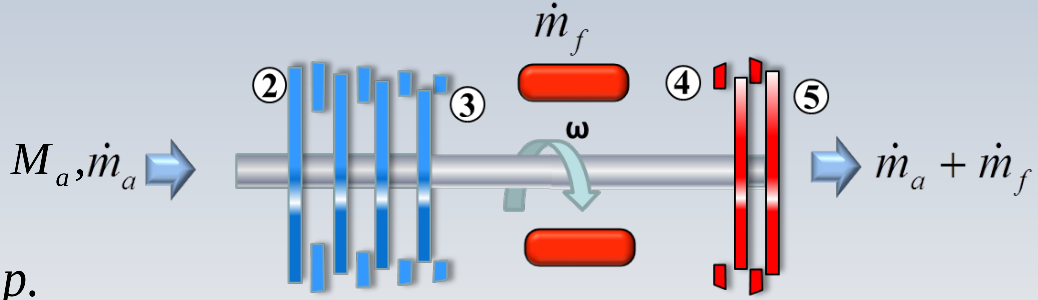
- Les conditions ambiantes $\boldsymbol{p_a, T_a}$
- Le nombre de Mach $\boldsymbol{Ma}$
- Le débit massique $\boldsymbol{\dot{m}}$
- Le rapport de compression $\boldsymbol{r_p = p_{03}/p_{02}}$
- Le rapport entre le débit de carburant et le débit d'air $\boldsymbol{f}$
- La température à l'entrée de la turbine $\boldsymbol{T_{04}}$

- Opération sur la limite de blocage de la turbine

Les équations



$$\left.\begin{aligned} T_{02} &= T_1\left[1+\left(\frac{\gamma_c-1}{2}\right)Ma^2\right] \\ p_{02} &= p_1\left[1+\left(\frac{\gamma_c-1}{2}\right)Ma^2\right]^{\gamma/\gamma-1} \end{aligned}\right\} \textit{Entrée du Comp.}$$



$r_p = p_{03}/p_{02}$

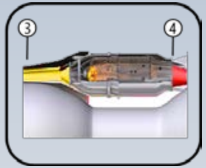
$$\left.\frac{T_{03}}{T_{02}} = 1+\frac{1}{\eta_c}\left[\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]\right\} \textit{Comp.}$$

$$\left.\frac{T_{05}}{T_{04}} = 1-\frac{1}{\eta_m(1+f)}\frac{c_{p|c}}{c_{p|t}}\frac{T_{02}}{T_{04}}\left[\left(\frac{T_{03}}{T_{02}}\right)-1\right]\right\} \textit{Mariage}$$

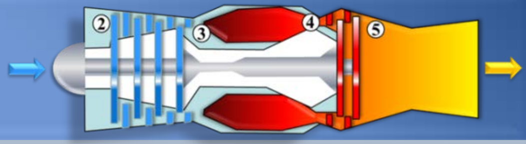
Trois cas

Nous analyserons trois situations possibles

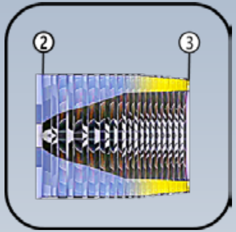
- $p_{03} - p_{04}$ est connue
- $p_{03} - p_{04}$ est inconnue
- opération sur la limite de blocage



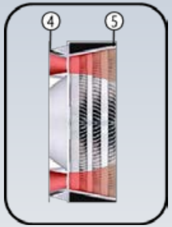
a) p_{03}-p_{04} est connue



$$n_{c2} = \left(\frac{n}{\sqrt{\theta_2}}\right)$$



$$n_{c4} = \left(\frac{n}{\sqrt{\theta_4}}\right)$$

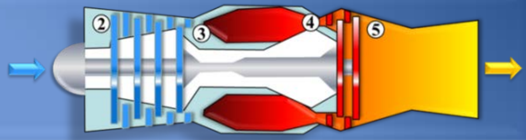


Nous connaissons les températures $\boldsymbol{T_{02}}$ ($\boldsymbol{\theta_2}$) et $\boldsymbol{T_{04}}$ ($\boldsymbol{\theta_2}$) , ainsi que la vitesse de rotation de l'arbre $\boldsymbol{n}$

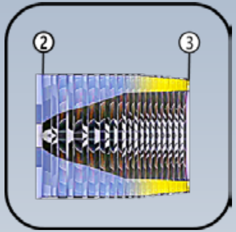
À partir d'une même vitesse $\boldsymbol{n}$

$$\boxed{n_{c4} = n_{c2}\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{04}}}}$$

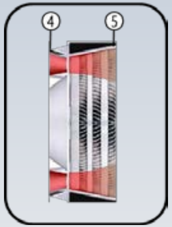
a) p_{03}-p_{04} est connue



$$\dot{m}_{c2} = \left(\frac{\dot{m}\sqrt{\theta_{02}}}{\delta_{02}}\right)$$



$$\dot{m}_{c4} = \left(\frac{\dot{m}\sqrt{\theta_{04}}}{\delta_{04}}\right)$$



$$\Delta = p_{03} - p_{04}$$

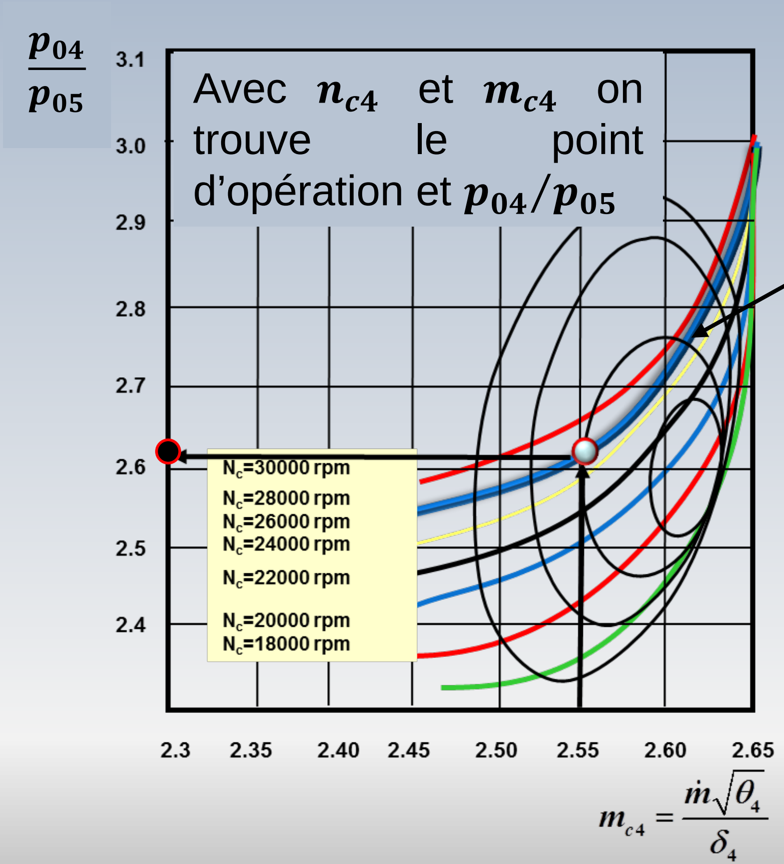
Nous connaissons également la pression $\boldsymbol{p_{02}}$ $(\boldsymbol{\delta_2})$, le taux de compression $\boldsymbol{p_{03}/p_{02}}$ et la variation de pression $\boldsymbol{p_{03} - p_{04}}$.

$\boldsymbol{p_{04}}$ $(\boldsymbol{\delta_4})$, est alors connue, et utilisant un débit $\dot{m}$ commun (f est négligé)

$$\boxed{\dot{m}_{c4} = \dot{m}_{c2}\sqrt{\frac{T_{04}}{T_{02}}\frac{p_{02}}{p_{04}}}}$$

Turbine

Avec $\boldsymbol{n_{c4}}$ et $\boldsymbol{m_{c4}}$ on trouve le point d'opération et $\boldsymbol{p_{04}/p_{05}}$

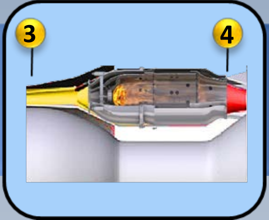


$$\boldsymbol{n_{c4}} = \frac{n_4}{\sqrt{\theta_4}}$$

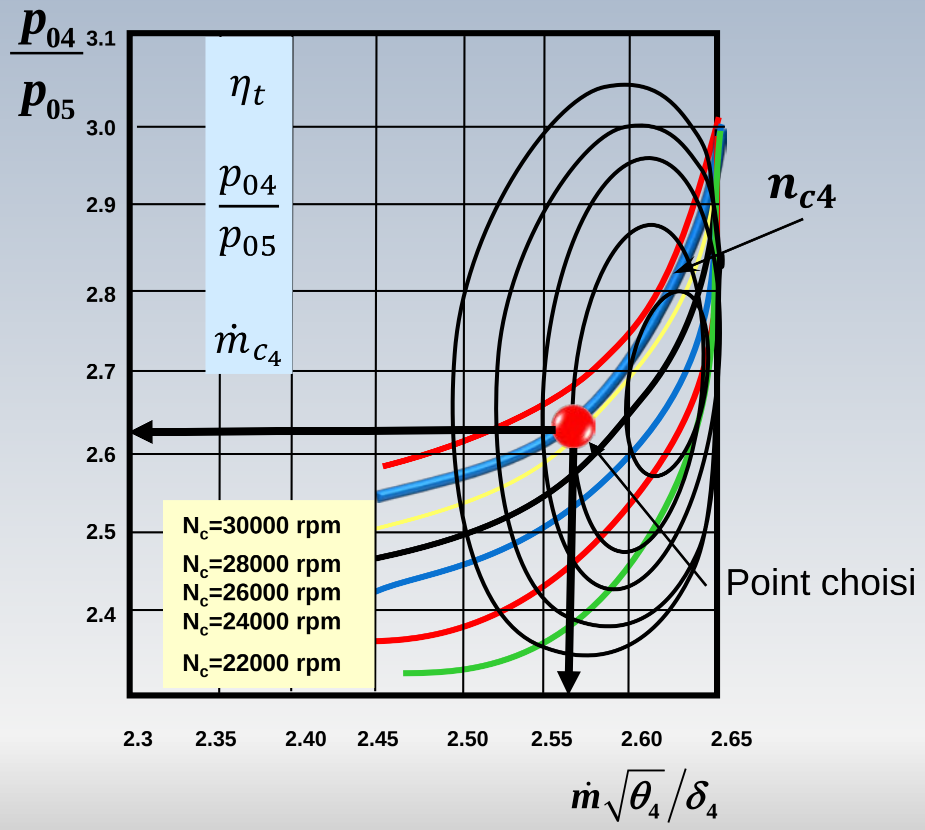
$$\boldsymbol{n_{c4}} = n_{c2}\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{04}}}$$

$$\boldsymbol{\dot{m}_{c4}} = \dot{m}_{c2}\sqrt{\frac{T_{04}}{T_{02}}}\frac{p_{02}}{p_{04}}$$

b) p_{03}-p_{04} n'est pas connue



?

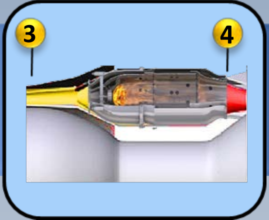


Tel que précédemment, nous pouvons calculer la valeur de $n_{c4} = n_{c2}\sqrt{T_{02}/T_{04}}$ et par la suite, **choisir** un point sur cette courbe

Nous pourrons lire alors des valeurs pour $\dot{\boldsymbol{m}}_{c4}$, $\boldsymbol{p_{04}/p_{05}}$, $\boldsymbol{\eta}$

Avec cette information, nous calculerons le rapport $\boldsymbol{T_{05}/T_{04}}$ avec deux formules

b) p_{03}-p_{04} n'est pas connue



?

1 ⇨ $$\frac{T_{05}}{T_{04}} = 1 - \eta_t \left[1 - \left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{\gamma-1/\gamma}\right]$$

À partir du rendement de la turbine

2 ⇨ $$\frac{T_{05}}{T_{04}} = 1 - \frac{1}{\eta_m(1+f)} \frac{c_{p|c}}{c_{p|t}} \frac{T_{02}}{T_{04}} \left[\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]$$

Mariage

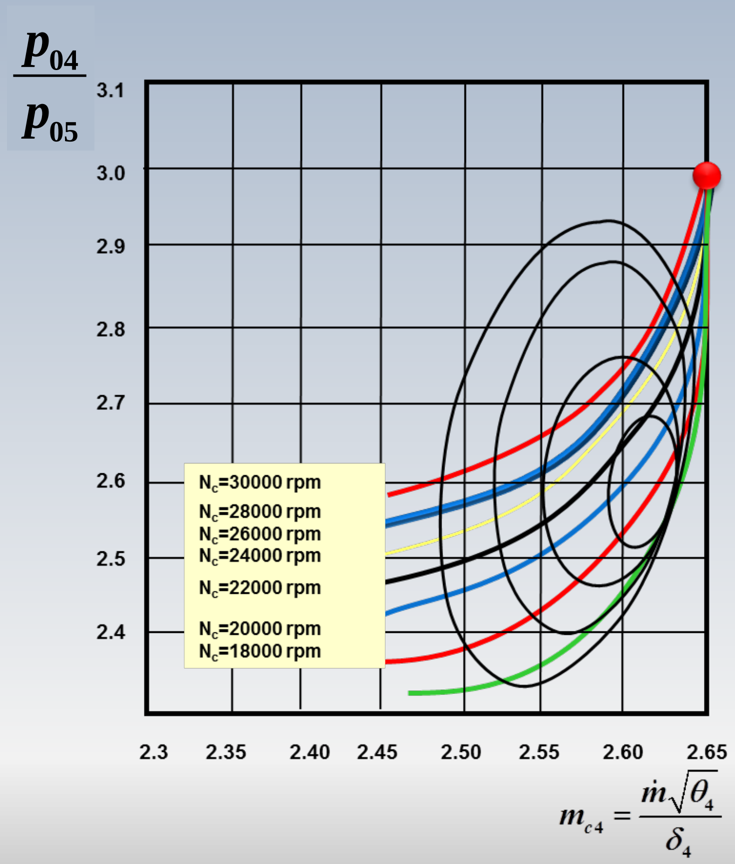
η_m : rendement mécanique de la transmission

b) p_{03}-p_{04} n'est pas connue

Le point choisi sur la carte est arbitraire, ainsi, la valeur calculée de $\boldsymbol{T_{05}/T_{04}}$ par l'équation 1, ne correspond pas nécessairement à celui obtenue par l'équation 2

Il faudra alors ajuster la position du point choisi, jusqu'à ce que les rapports de $\boldsymbol{T_{05}/T_{04}}$, obtenus par chacune des équations, soient "suffisamment" proches

c)Opération sur la limite de blocage



Le mariage entre le compresseur et la turbine requiert d'une attention particulière lorsque cette dernière opère sur la limite de blocage

Sur ce point les lignes de vitesse corrigée sont confondues

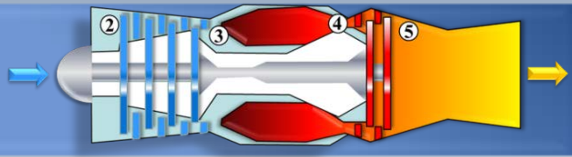
c)Opération sur la limite de blocage

Nos connaissons $\boldsymbol{T_{02}(\theta_2), T_{04}(\theta_2), n, \dot{m}, f, p_{02}\ (\delta_2), p_{03} - p_{04,}\dot{m}_{c4}}$

Nous voulons trouver le point d'opération du compresseur

$$\left.\begin{aligned} \dot{m}_{c2} &= \left(\frac{\dot{m}\sqrt{\theta_{02}}}{\delta_{02}}\right) \\[2em] \dot{m}_{c4} &= \left(\frac{\dot{m}(1+f)\sqrt{\theta_{04}}}{\delta_{04}}\right) \end{aligned}\right\} \quad \dot{m} = \dot{m}_{c2}\left(\frac{\delta_{02}}{\sqrt{\theta_{02}}}\right) = \dot{m}_{c4}\left(\frac{\delta_{04}}{(1+f)\sqrt{\theta_{04}}}\right)$$

Alors...



$$\left(\frac{p_{04}}{p_{02}}\right) = \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}\right)\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)$$

$$\dot{m}_{c2} = \dot{m}_{c4} \frac{1}{(1+f)} \left(\frac{p_{04}}{p_{02}}\right) \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{04}}}$$

$$\dot{m}_{c2} = \left[\dot{m}_{c4} \frac{1}{(1+f)} \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}\right) \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{04}}}\right] \left(\frac{\boldsymbol{p_{03}}}{\boldsymbol{p_{02}}}\right)$$

Paramètre

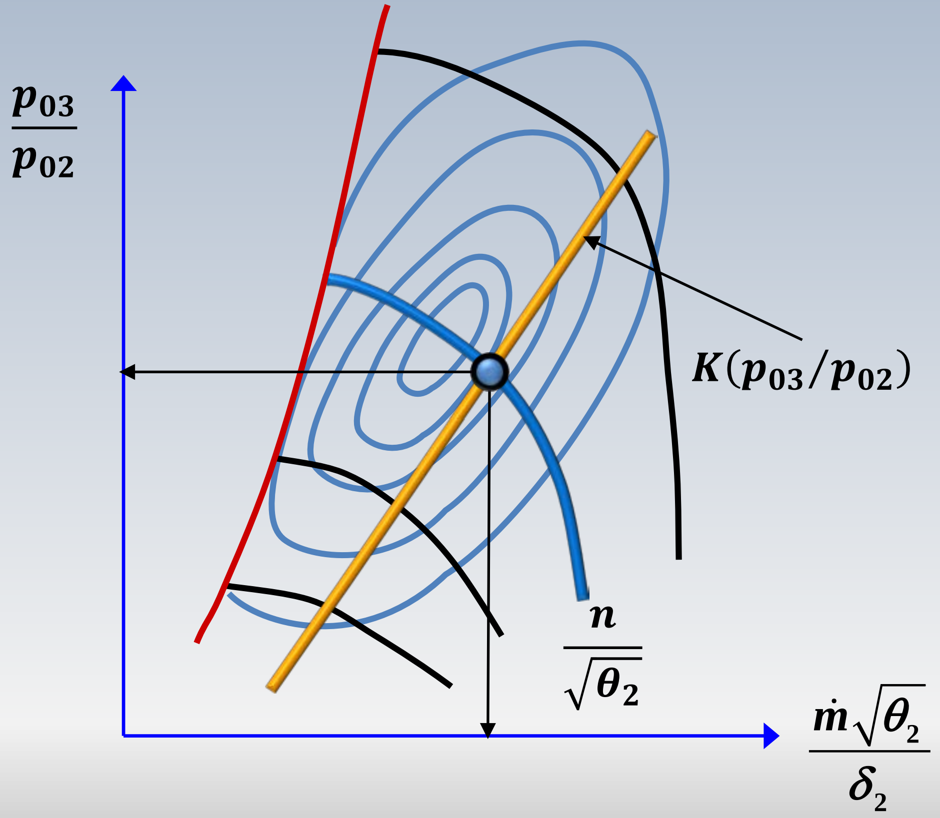
Le lieu géométrique

$$\dot{m}_{c2} = \left[\dot{m}_{c4} \frac{1}{(1+f)} \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}\right) \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{04}}}\right] \left(\frac{\boldsymbol{p_{03}}}{\boldsymbol{p_{02}}}\right)$$

Les termes entre les crochets sont tous connus, de sorte que nous pouvons les représenter par une constante K, alors:

$$\dot{m}_{c2} = K \left(\frac{\boldsymbol{p_{03}}}{\boldsymbol{p_{02}}}\right) \longrightarrow \text{Une droite}$$

Le point d'opération



L'intersection entre la droite $\dot{m}_{c2} = K(p_{03}/p_{02})$ et la courbe $n_{c2} = n/\sqrt{\theta_2}$ permet la définition du point d'opération du compresseur

À venir

À venir:
Génération de puissance

Les turbines à gaz sont aussi utilisées pour...