

---

# **Modèles microscopiques de la circulation – A**

---

**Hamzeh Alizadeh, Ph.D.**

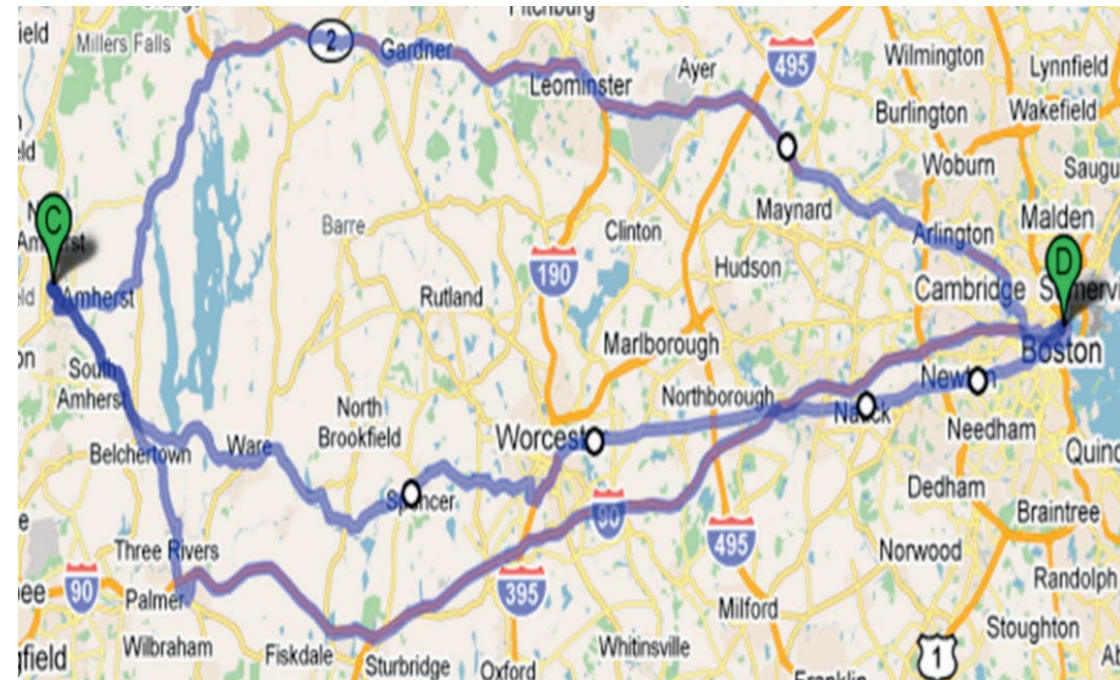
Directeur – Recherches et valorisation des données  
ARTM

# Introduction

- Les modèles présentés précédemment mettent l'accent sur le comportement collectif et moyen des véhicules: débit, vitesse et densité
- Ils considèrent le flux de trafic comme un fluide compressible.
- Au cœur de ces modèles se trouvent les relations entre le débit, la vitesse et la densité, ainsi que la façon dont ils varient dynamiquement dans le temps et dans l'espace.
- Ces modèles sont appelés macroscopiques et sont capables de capturer le nombre de véhicules entrant et sortant d'un segment de route dans une période de temps, plutôt que de suivre chaque véhicule à mesure qu'il se déplace le long de la route.
- En revanche, les modèles microscopiques mettent l'accent sur le comportement de véhicules individuels et sont capables de capturer le mouvement et les interactions entre ces véhicules.
- Contrairement aux modèles macroscopiques, qui traitent les véhicules comme un fluide, les modèles microscopiques représentent une unité conducteur-véhicule comme une particule sans masse.
- Cette particule est parfois appelée une particule «active», car elle est capable de prendre des décisions basées sur des règles spécifiées dans les modèles microscopiques.

# Introduction

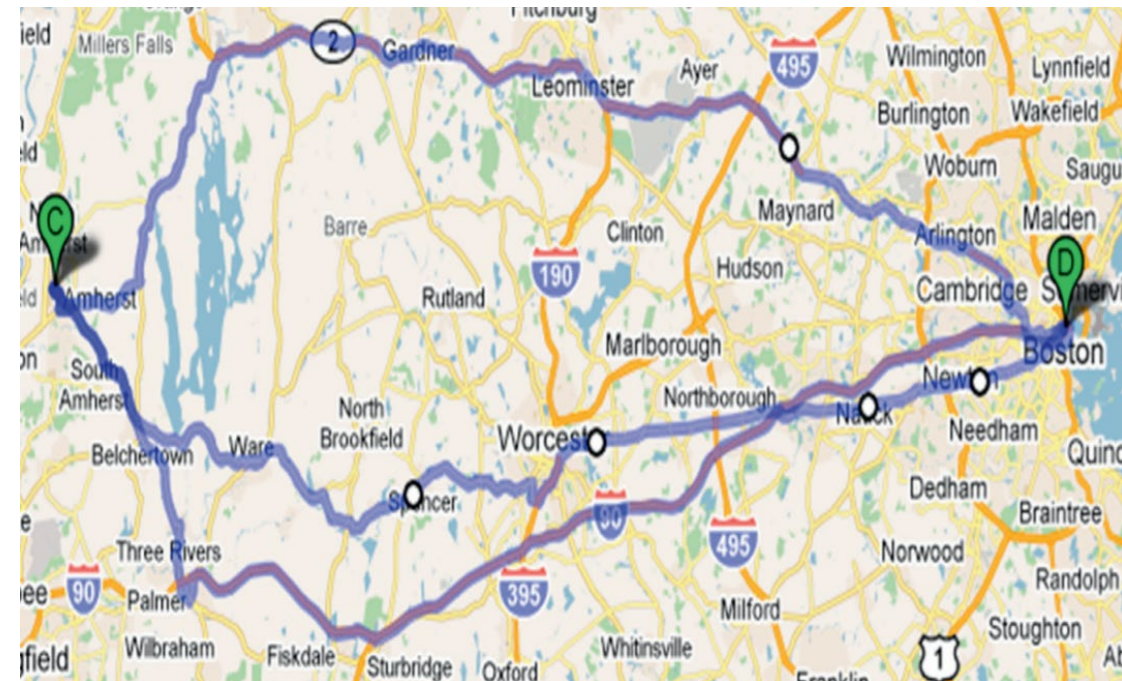
- En fonction de la portée géographique et la période de temps nécessaire, les décisions de conduite peuvent être classées à trois niveaux
  - Stratégique,
  - Tactique et
  - Opérationnel.
- Les décisions de conduite au niveau stratégique impliquent une large portée géographique et un horizon de temps long.
- Par exemple, l'image illustre le scénario de prise de décision auquel est confronté un conducteur qui souhaite se rendre de l'Université du Massachusetts d'Amherst (point C) à Boston (point D).



*Niveau stratégique de prise de décision*

# Introduction

- Le conducteur a au moins trois options:
  - L'itinéraire en bas, qui est l'itinéraire le plus rapide s'il n'y a pas de congestion, et le péage est d'environ 5 \$.
  - L'option en haut, qui est une route pittoresque et rurale rarement congestionnée.
  - L'option du milieu, qui est l'itinéraire le plus court, mais qui traverse de nombreux centres-villes et feux de circulation.
- Ce scénario constitue une décision de choix d'itinéraire qui implique une portée géographique d'environ 100 km et une période de temps de quelques heures.
- Un modèle microscopique qui décrit comment les conducteurs prennent une décision de choix d'itinéraire est appelé un **modèle de choix d'itinéraire**.
- Un tel modèle est généralement un modèle de choix discret qui choisit l'une d'un ensemble d'options en fonction d'une certaine fonction d'utilité et certaines contraintes.

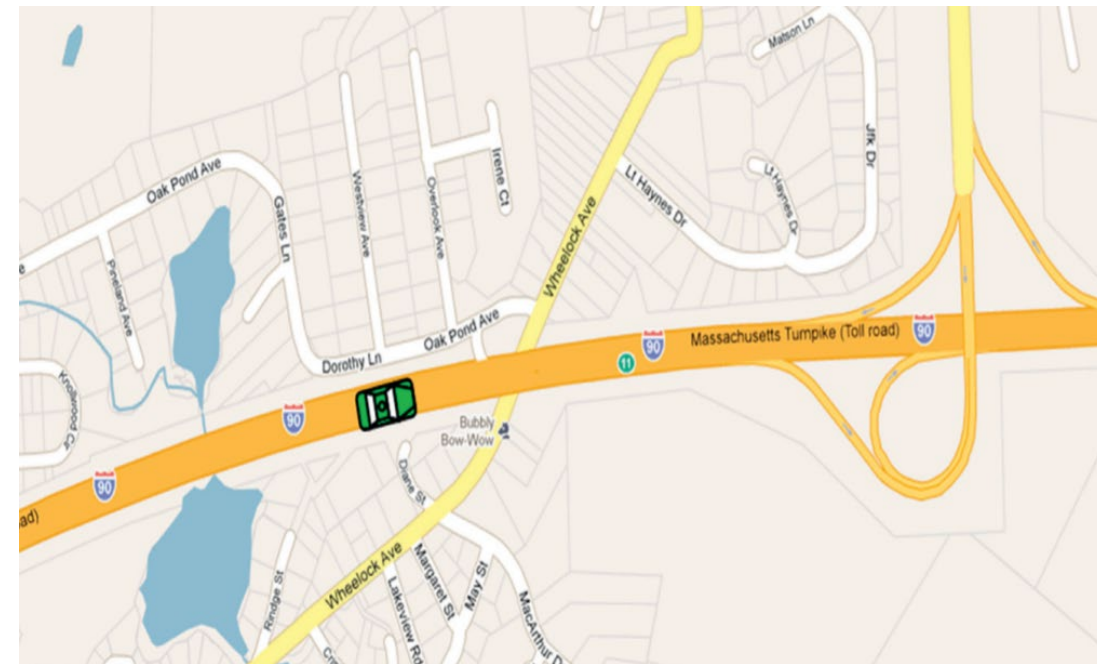


*Niveau stratégique de prise de décision*



# Introduction

- Une fois que le conducteur a choisi un itinéraire et se déplace sur la route, une décision tactique devra être prise tôt ou tard qui implique une portée géographique et une période de temps moyenne.
- Par exemple, le conducteur doit décider quand et où changer de voie pour prendre la bonne sortie de l'autoroute.
- Un tel cas constitue une décision de changement de voie avec une portée géographique de quelques kilomètres et une période de temps de quelques minutes.
- Un modèle de **changement de voie** est généralement un modèle de choix discret qui détermine le choix d'une voie cible parmi les options disponibles en fonction de l'objectif et des contraintes du conducteur.



*Niveau tactique de prise de décision*

# Introduction

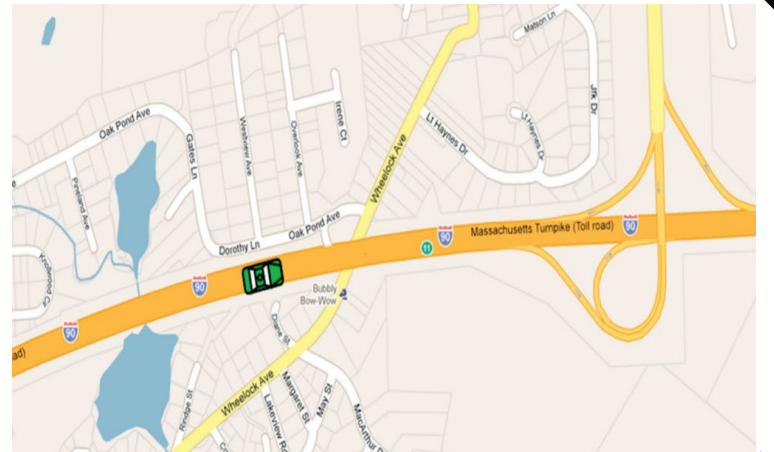
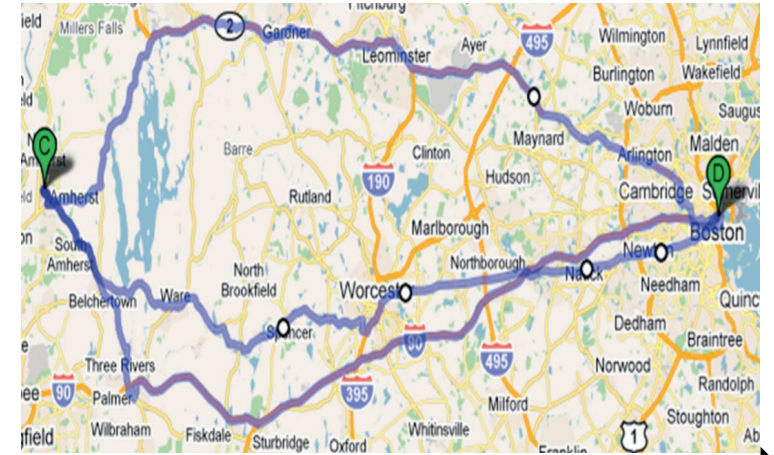
- Une décision opérationnelle implique le contrôle opérationnel du véhicule par le conducteur afin d'assurer la sécurité et implique une portée géographique limitée et une courte période de temps.
- Par exemple, le conducteur du véhicule encerclé sur la figure suit un autre véhicule dans une portée géographique de quelques dizaines de mètres et d'une période de temps de quelques secondes.
- Le conducteur doit prendre des décisions sur la façon de conduire son véhicule et de **poursuite (car following)**, par exemple, déterminer la vitesse et l'accélération dans la seconde suivante afin d'éviter d'entrer en collision avec le véhicule en avant.
- En même temps, si le conducteur se sent stressé en poursuivant un véhicule lent, il peut changer de voie pour améliorer ses conditions de mobilité.
- Ainsi, le conducteur cherche les espaces et créneaux disponibles dans les voies adjacentes prend une décision d'acceptation de créneaux lorsqu'un espace acceptable devient disponible.



*Niveau opérationnel de prise de décision*

# Introduction

- Donc, sur la base de la portée géographique et de la période de temps impliquées, les modèles microscopiques peuvent appartenir à l'une des trois grandes catégories suivantes:
  1. au niveau stratégique: modèles de choix d'itinéraire;
  2. au niveau tactique: modèles de changement de voie;
  3. au niveau opérationnel: modèles de poursuite et d'acceptation des créneaux.
- Nous introduisons d'abord des modèles de poursuite.
- Plus précisément, le contrôle opérationnel du conducteur lorsqu'il suit un autre véhicule sur une autoroute à une seule voie sera pris en compte là où aucun dépassement n'est autorisé.
- Nous introduisons ensuite les modèles de choix d'itinéraire pour aborder le niveau stratégique.



---

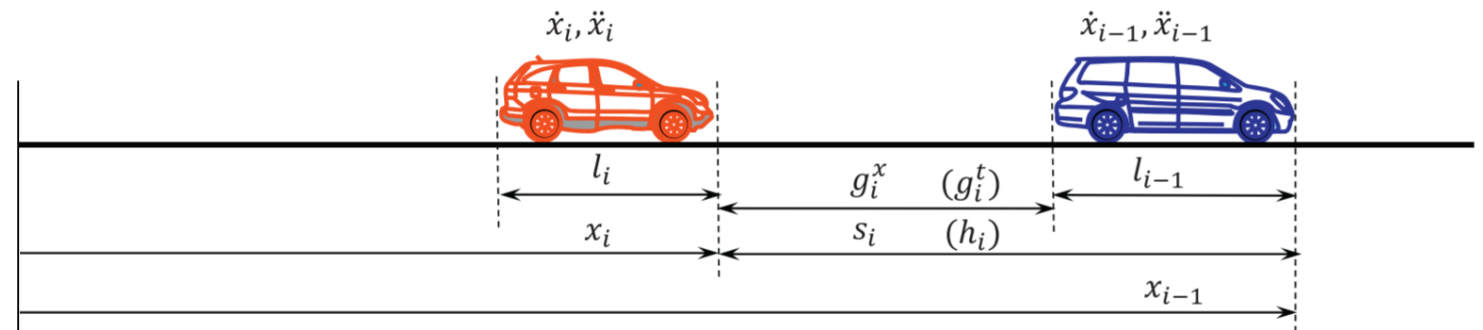
# Modèles de poursuite

---



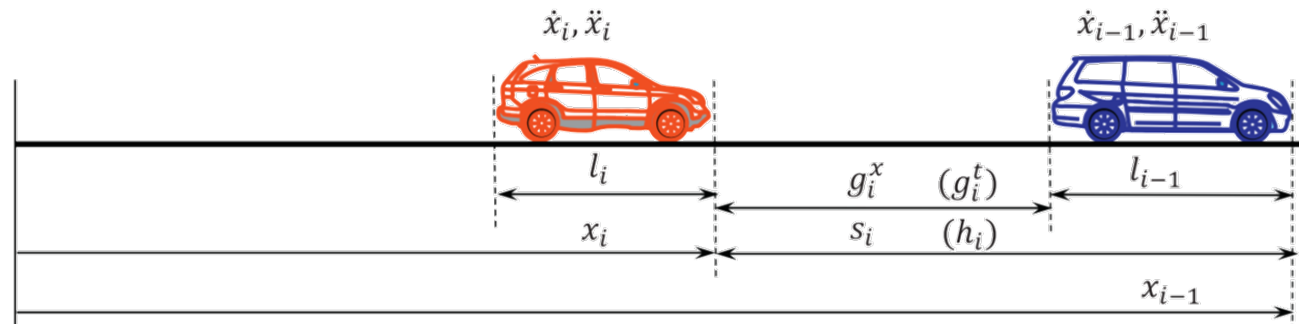
# Notation

- Avant la discussion formelle sur les modèles de poursuite, il est utile de résumer la notation qui sera utilisée.
- Deux véhicules circulant sur une autoroute à une voie sont représentés.
- Ces véhicules ( $1, 2, \dots, i - 1, i, i + 1, \dots, I$ ) sont numérotés de manière cumulative avec les véhicules de numéro inférieur à l'avant - par exemple, le véhicule 1 est en tête (devant) du véhicule 2.
- Les emplacements et déplacements des véhicules sont mesurés à partir d'un point de référence commun mais arbitraire.



# Notation

- $i$  identifiant du véhicule,  $i = 1, 2, \dots, I$ .
- $x_i(t)$  l'emplacement du véhicule  $i$  au moment  $t$ .
- $\dot{x}_i(t)$  la vitesse du véhicule  $i$  au moment  $t$ .
- $v_i$  vitesse souhaitable à laquelle le conducteur  $i$  souhaite se déplacer (dans la mesure du possible).
- $\ddot{x}_i(t)$  l'accélération du véhicule  $i$  au temps  $t$ .
- $A_i$  l'accélération maximale que le véhicule  $i$  peut appliquer.  $A_i > 0$ .
- $B_i$  la décélération maximale que le véhicule  $i$  peut appliquer.  $B_i < 0$ .
- $l_i$  la longueur du véhicule  $i$ .
- $\tau_i$  le temps de perception-réaction du conducteur  $i$ .
- $s_i(t)$  l'espacement entre le véhicule  $i$  et le véhicule devant lui  $i - 1$  au temps  $t$ .
- $g_i^x(t)$  la distance entre le véhicule  $i$  et le véhicule devant lui au moment  $t$ .
- $h_i(t)$  le temps inter véhiculaire entre le véhicule  $i$  et le véhicule devant lui  $i - 1$  au temps  $t$ .
- $g_i^t(t)$  l'intervalle de temps entre le véhicule  $i$  et le véhicule qui le précède au moment  $t$ .

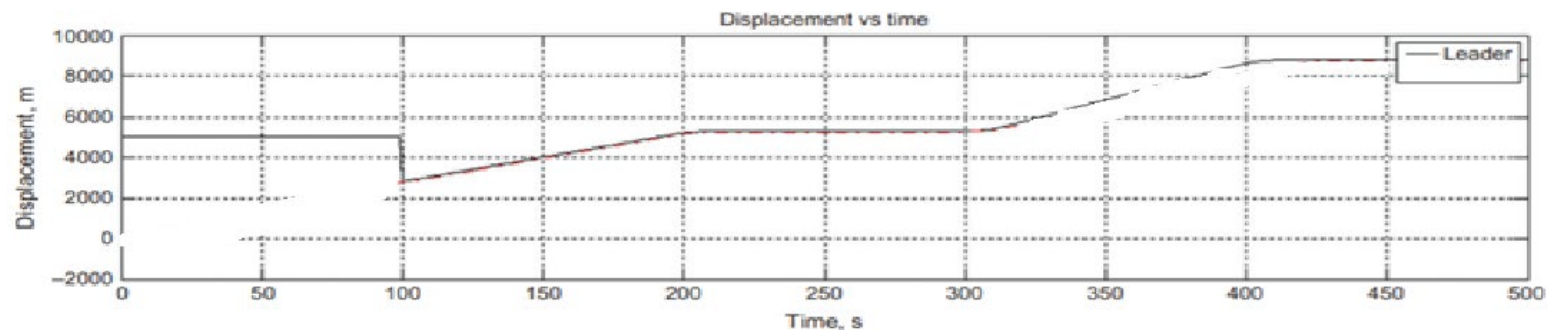


# Scénarios d'analyse comparative

- Divers modèles microscopiques de poursuite seront discutés.
- Ces modèles ont été formulés sur la base de diverses philosophies de modélisation et apparaissent sous différentes formes.
- Il serait très intéressant et instructif que ces modèles puissent être comparés à partir d'une base commune.
- Un tel processus s'appelle l'analyse comparative.
- Nous allons comparer les modèles à partir de deux scénarios: l'un microscopique et l'autre macroscopique.
- L'analyse comparative microscopique a pour but d'illustrer les performances des modèles de poursuite dans différents régimes afin d'examiner leur contrôle opérationnel dans diverses conditions de conduite.

# Analyse comparative microscopique

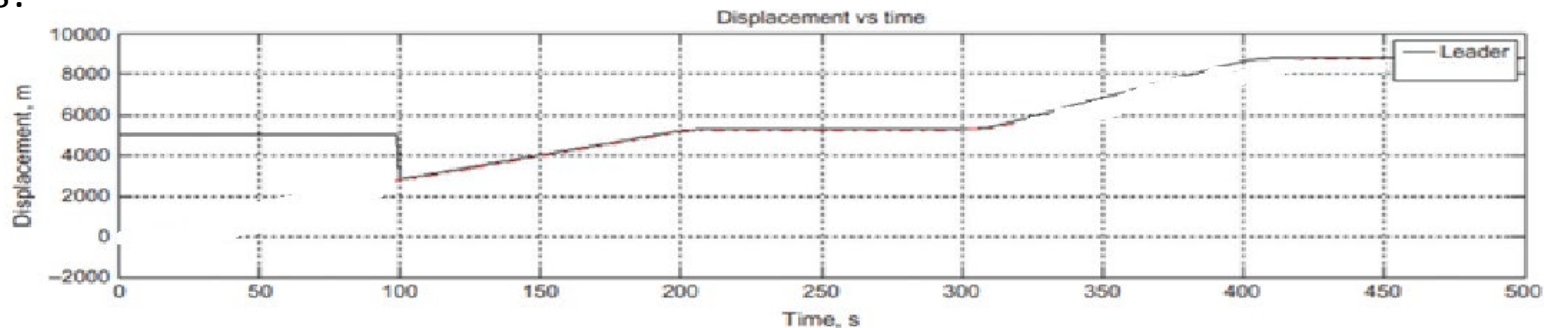
- Pour l'analyse comparative microscopique, nous utilisons un exemple concret constitué d'un ensemble de régimes de conduite hypothétiques.
- L'exemple concerne deux véhicules: un véhicule de tête (leader)  $i - 1$  et un véhicule suiveur (follower)  $i$ .
- Le mouvement du premier véhicule est prédéterminé et celui du suiveur est déterminé par le modèle de poursuite en étude.
- Initialement ( $t = 0$ ), le véhicule  $i - 1$  s'arrête à  $5000\text{ m}$  du point de référence ( $x_{i-1}(0) = 5000\text{ m}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(0) = 0\text{ m/s}$ , et  $\ddot{x}_{i-1}(0) = 0\text{ m/s}^2$ ).
- Le véhicule  $i$ , qui est également immobile ( $\dot{x}_i(0) = 0\text{ m/s}$  and  $\ddot{x}_i(0) = 0\text{ m/s}^2$ ), se trouve quelque part près du point de référence. L'emplacement exact est déterminé cas par cas dans différents modèles de poursuite.
- Lorsque le scénario commence ( $t > 0$ ), le véhicule  $i - 1$  reste immobile, tandis que le véhicule  $i$  commence à se déplacer.
- Étant donné que le véhicule  $i - 1$  se trouve loin du véhicule  $i$ , ce dernier accélère librement.





# Analyse comparative microscopique

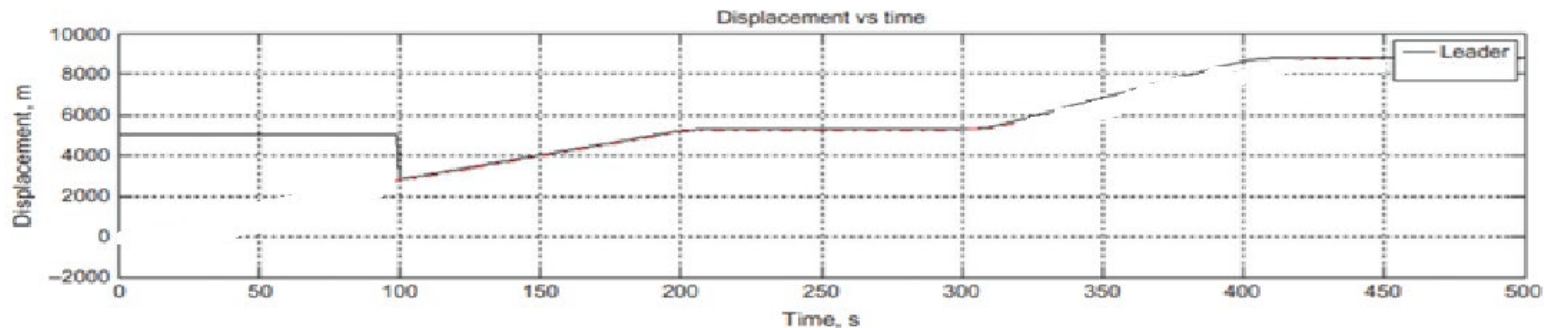
- Au temps  $t = 100 \text{ s}$ , le véhicule  $i$  se trouve quelque part à environ  $x_i(100) \approx 2770 \text{ m}$ .
- À ce moment, un troisième véhicule se déplaçant dans la voie adjacente à  $24 \text{ m/s}$  change de voie (se déplace vers la voie en question) à l'emplacement  $2810 \text{ m}$  et prend le relais en tant que nouveau véhicule de tête, en supposant que l'ID  $i - 1$  — c'est-à-dire,  $x_{i-1}(100) = 2810 \text{ m}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(100) = 24 \text{ m/s}$ , et  $\ddot{x}_{i-1}(100) = 0 \text{ m/s}^2$ .
- Ce changement de condition reproduit l'effet qu'un véhicule coupe devant un autre véhicule avec un espacement d'environ  $40 \text{ m}$ .
- Pendant ce temps, l'ancien véhicule de tête stationnaire est retiré de la route.
- Le nouveau véhicule de tête continue de se déplacer à cette vitesse jusqu'à  $t = 200 \text{ s}$ , puis décélère avec un taux de  $\ddot{x}_{i-1} = -3 \text{ m/s}^2$  jusqu'à ce qu'il s'arrête complètement.
- Après cela, le véhicule  $i - 1$  reste immobile jusqu'à  $t = 300 \text{ s}$ .
- Ensuite, il commence à accélérer à une vitesse constante de  $\ddot{x}_{i-1} = 2 \text{ m/s}^2$ , et finit par se stabiliser à sa vitesse maximale de  $\dot{x}_{i-1} = 36 \text{ m/s}$ .



# Analyse comparative microscopique

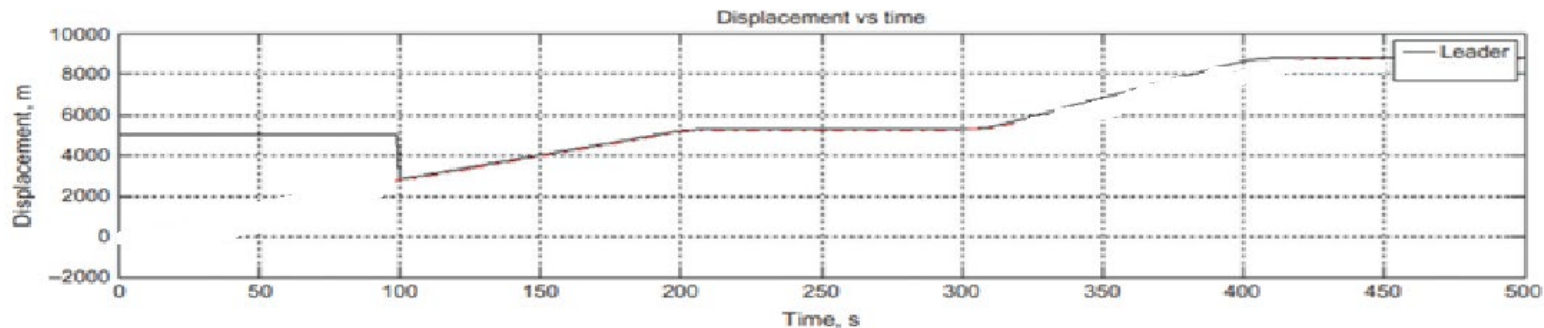
- Au temps  $t = 400 \text{ s}$ , le véhicule recommence à décélérer à un taux constant de  $\ddot{x}_{i-1} = -3 \text{ m/s}^2$  jusqu'à ce qu'il arrive à un autre arrêt complet, et reste immobile.
- Pendant tout ce temps, le mouvement du suiveur  $i$  est entièrement déterminé par le modèle de poursuite en étude.
- Le scénario ci-dessus est formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_{i-1} = 5000 \text{ m}, \dot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}, \ddot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}^2 & \text{when } 0 \text{ s} \leq t < 100 \text{ s}, \\ x_{i-1} = 2810 \text{ m}, \dot{x}_{i-1} = 24 \text{ m/s} & \text{when } t = 100 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}^2 & \text{when } 100 \text{ s} \leq t < 200 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = -3 \text{ m/s}^2 & \text{when } 200 \text{ s} \leq t < 208 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}^2 & \text{when } 208 \text{ s} \leq t < 300 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = 2 \text{ m/s}^2 & \text{when } 300 \text{ s} \leq t < 318 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}^2 & \text{when } 318 \text{ s} \leq t < 400 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = -3 \text{ m/s}^2 & \text{when } 400 \text{ s} \leq t < 412 \text{ s}, \\ \ddot{x}_{i-1} = 0 \text{ m/s}^2 & \text{when } t \geq 412 \text{ s}. \end{array} \right.$$



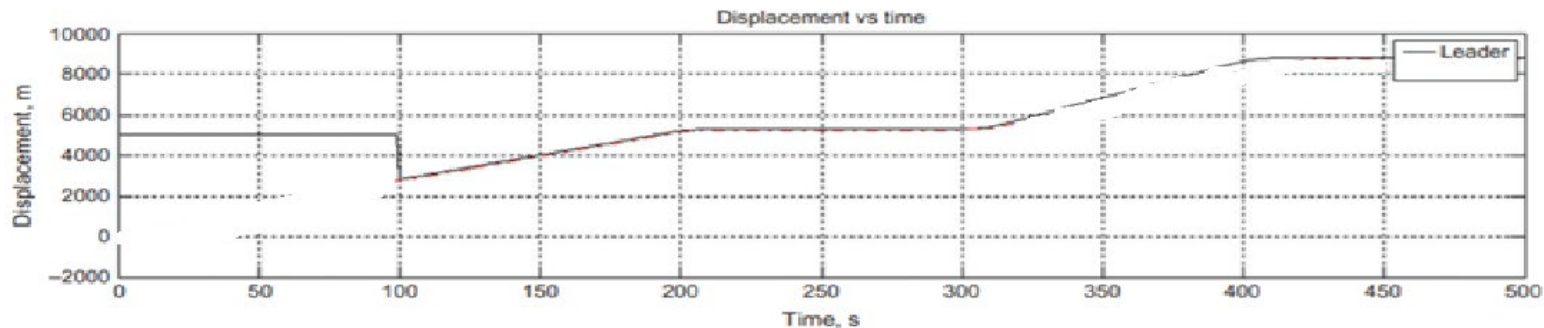
# Analyse comparative microscopique

- Les régimes de conduite impliqués dans le processus ci-dessus sont les suivants:
  - Démarrage: le véhicule  $i$  commence à se déplacer de l'arrêt, lorsque le processus commence ( $t > 0$  s).
  - Accélération: après le démarrage, le véhicule  $i$  continue d'accélérer à des vitesses plus élevées ( $0$  s  $< t < 100$  s).
  - Écoulement libre: Au fur et à mesure que le véhicule  $i$  accélère, il se stabilise à sa vitesse souhaitée s'il n'est pas bloqué ( $0$  s  $< t < 100$  s).
  - Coupure: Une diminution soudaine de l'espacement en raison de l'intervention du nouveau véhicule en avant  $i - 1$  à ( $t = 100$  s).
  - Poursuite 1: Le véhicule  $i$  doit adopter la vitesse du véhicule  $i - 1$  pour éviter une collision ( $100$  s  $< t < 200$  s).
  - Stop and go: Le véhicule  $i$  est obligé de s'arrêter et de redémarrer en raison du bref arrêt du premier véhicule ( $200$  s  $\leq t \leq 300$  s).
  - Poursuite 2 : Le véhicule  $i$  suit son prédécesseur qui roule trop vite ( $300$  s  $< t < 400$  s).
  - Approche: Le véhicule  $i$  se rapproche de son prédécesseur plus lent ou immobile ( $400$  s  $\leq t < 420$  s).
  - Arrêt: Le véhicule  $i$  s'arrête derrière un véhicule immobile en conservant un espacement minimum ( $t \geq 420$  s).



# Analyse comparative microscopique

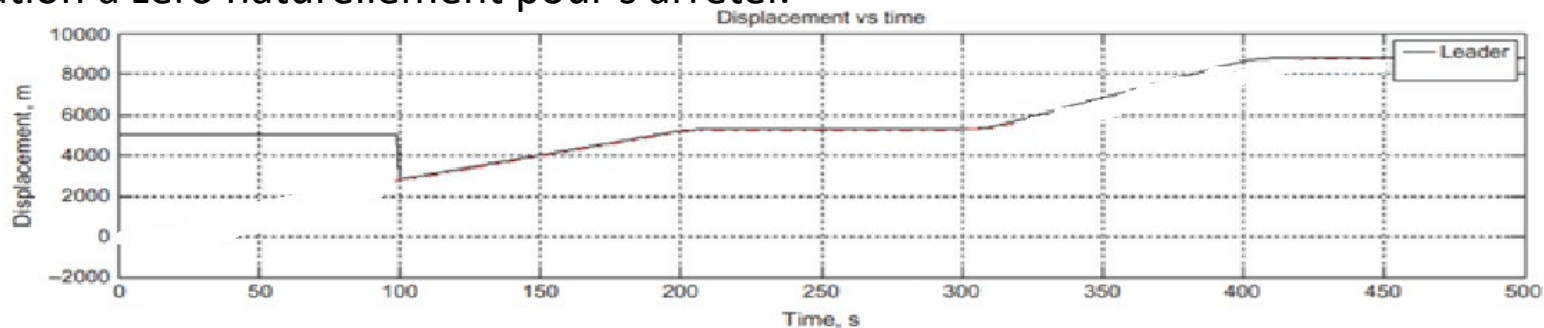
- En d'autres termes, nous devons tester les modèles proposés pour analyser comment un modèle se comporte face aux situations suivantes:
  - Démarrage: si le modèle lui-même est suffisant pour démarrer le véhicule sans impliquer de logique externe supplémentaire.
  - Accélération: si le modèle génère des profils de vitesse et d'accélération qui sont acceptables.
  - Écoulement libre: si le modèle se stabilise à la vitesse souhaitée sans dépassement ni sous-estimation.
  - Coupure: si le modèle perd le contrôle ou répond avec une manœuvre de contrôle raisonnable.
  - Poursuite 1: si le modèle est capable d'adopter la vitesse du leader et de le suivre à une distance raisonnable.





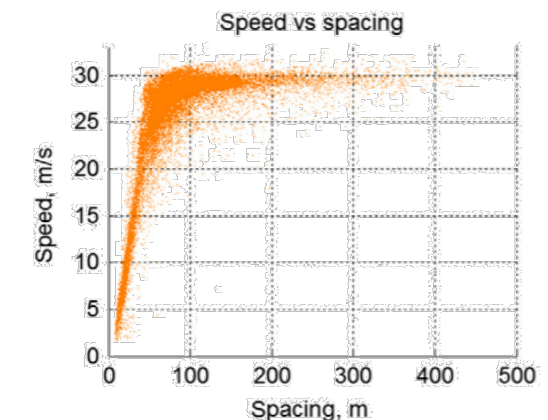
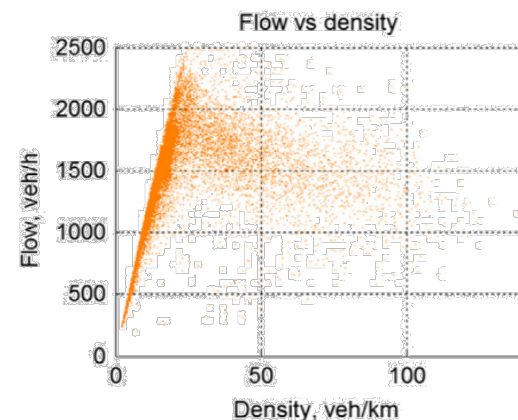
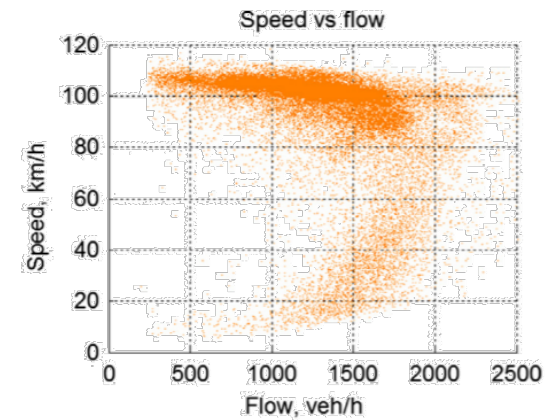
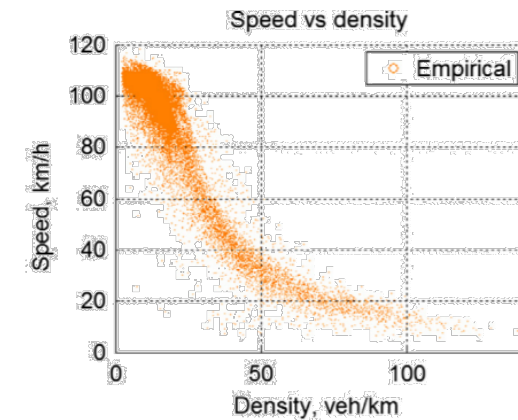
# Analyse comparative microscopique

- En d'autres termes, nous devons tester les modèles proposés pour analyser comment un modèle se comporte face aux situations suivantes:
  - Stop and go: si le modèle est capable d'arrêter le véhicule en toute sécurité derrière le premier véhicule et de recommencer le mouvement lorsque le premier véhicule redémarre.
  - Poursuite 2: si le modèle est capable d'accélérer sans être tenté d'accélérer excessivement par son leader, c'est-à-dire si le suiveur est attiré par des vitesses trop élevées de son leader.
  - Approche: si le modèle est capable d'ajuster correctement la vitesse du suiveur lorsqu'il se rapproche au premier véhicule.
  - Arrêt: si le modèle est capable d'arrêter correctement le véhicule derrière un objet immobile séparé par un espacement minimum, sans sous-estimer ou sur estimer la distance requise, et faisant diminuer la vitesse et l'accélération à zéro naturellement pour s'arrêter.



# Analyse comparative macroscopique

- L'analyse comparative macroscopique utilise un ensemble de données empiriques obtenues d'une autoroute à péage située à Atlanta, en Géorgie, aux États-Unis (Georgia 400).
- Les données contiennent 1 an d'observations collectées à partir d'une station sur l'autoroute à quatre voies.
- La figure contient un ensemble de quatre graphiques illustrant les relations vitesse-densité, vitesse-débit, débit-densité et vitesse-espacement.
- Le «nuage» contient des observations du débit, de la vitesse et de la densité agrégées à des intervalles de  $\approx 5$  minutes.



# Modèle de Pipe

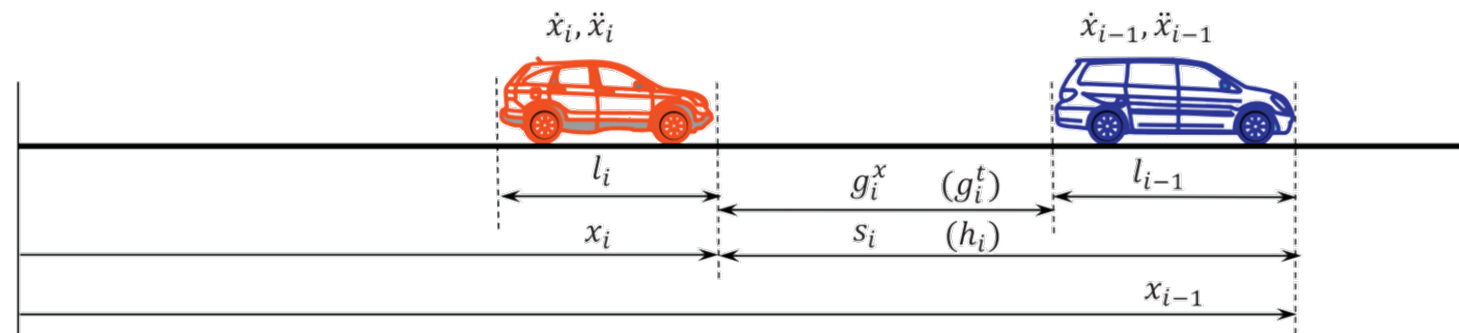
- Le modèle Pipes est basé sur une règle de conduite sécuritaire du code de conduite de la Californie:

Une bonne règle pour suivre un autre véhicule à une distance de sécurité est d'accorder au moins la longueur d'une voiture entre votre véhicule et le véhicule qui vous précède pour tous les dix miles par heure de vitesse à laquelle vous conduisez.

- En mettant cela en langage mathématique, nous obtenons

$$g_i^x(t)_{\min} = [(x_{i-1}(t) - x_i(t)) - l_{i-1}]_{\min} = (s_i(t) - l_{i-1})_{\min} = \frac{\dot{x}_i(t)}{0.447 \times 10} l_i$$

- où  $\dot{x}_i(t)$  est en mètres par seconde, et  $g_i^x(t)$ ,  $x_{i-1}(t)$ , et  $x_i(t)$  sont mesurés en mètres.



# Modèle de Pipe

- Le modèle Pipes est formulé comme

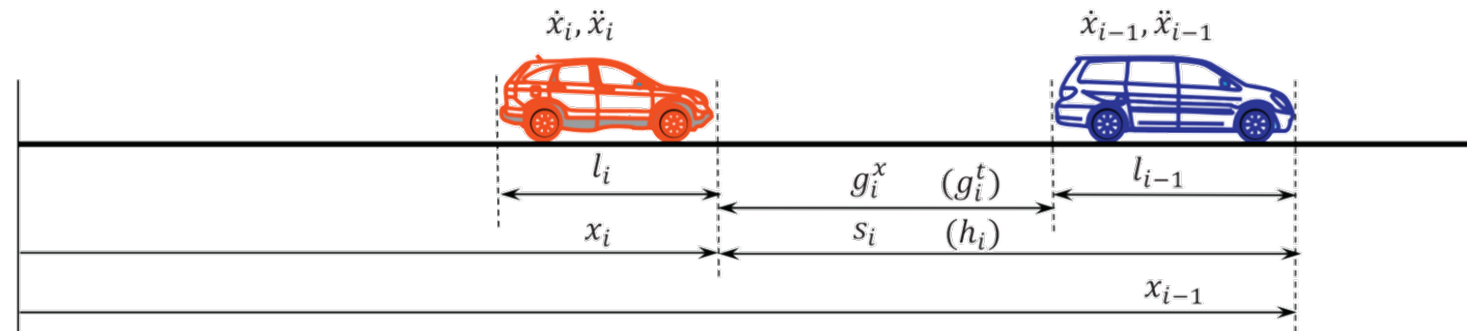
$$s_i(t)_{\min} = \frac{l_i}{4.47} \dot{x}_i(t) + l_{i-1}$$

- Si nous supposons une longueur de véhicule de 6 m, le modèle devient:

$$s_i(t)_{\min} = 1.34 \dot{x}_i(t) + 6$$

- ou

$$h_i(t)_{\min} = 1.34 + \frac{6}{\dot{x}_i(t)}$$





# Cruise Control (Régulateur de vitesse)

- Le régulateur de vitesse est peut-être la forme la plus simple de conduite autonome.
- En tant que système embarqué, le régulateur de vitesse contrôle automatiquement la vitesse d'un véhicule afin qu'il maintienne une vitesse constante définie par son conducteur.
- Le cruise control facilite la conduite sur les longs trajets → Une fonction populaire.
- Alors que de plus en plus de véhicules rejoignent la circulation et que la route devient congestionnée, le conducteur doit fréquemment activer et désactiver le cruise control → Le cruise control devient moins utile.
- Pour s'adapter à la dynamique du véhicule qui précède, il est souhaitable que le système puisse régler la vitesse en conséquence pour maintenir une distance de suivi sécuritaire.
- Donc, un système de régulateur de vitesse adaptatif ou autonome (adaptive or autonomous cruise control) a été développé.
- À l'aide de capteurs de distance tels que des capteurs radar ou laser, le régulateur de vitesse adaptatif permet au véhicule de ralentir à l'approche d'un autre véhicule et d'accélérer à la vitesse prédéfinie lorsque les conditions de circulation le permettent.

# Cruise Control et le Modèle de Pipe

- Pour ce faire, le système nécessite une logique interne qui relie la vitesse du véhicule à la distance au véhicule qui précède.
- Des modèles simples de suivi de voiture tels que le modèle de Pipes peuvent être utilisés comme base d'une telle logique interne.
- Plus précisément, l'équation de Pipes peut être réarrangée comme suit:

$$\dot{x}_i(t) \leq \frac{0.447 \times 10}{l_i} g_i^x(t)$$

- Pour une longueur de véhicule de 6 m, la logique ci-dessus devient  $\dot{x}_i(t) \leq 0.745 g_i^x(t)$ .
- Par conséquent, le régulateur de vitesse autonome fonctionne comme suit.
  - A tout moment  $t$ , le capteur de distance mesure l'écart entre les deux véhicules  $g_i^x(t)$ .
  - Ensuite, la vitesse cible à laquelle le véhicule doit s'adapter est fixée à  $0.745 g_i^x(t)$  ou moins.

# Cruise Control et le Modèle de Pipe

- Compte tenu de ce modèle, la vitesse cible peut facilement sortir de la limite lorsque l'écart  $g_i^x(t)$  devient suffisamment grand.
- Alors, il est nécessaire de fixer une limite supérieure à la vitesse cible (vitesse souhaitable)  $v_i$ .
- Donc, la vitesse cible est en fait le minimum de (1) la vitesse souhaitable  $v_i$  et (2) la vitesse contrainte par le véhicule qui précède  $\dot{x}_i(t)$  :

$$\dot{x}_i(t) \leq \min\left\{v_i, \frac{0.447 \times 10}{l_i} g_i^x(t)\right\}$$

# Propriétés du modèle de Pipes

- En modélisation mathématique, il est toujours intéressant de comprendre comment le comportement microscopique d'un système est lié à son comportement macroscopique, ou bien d'interpréter la base microscopique d'un phénomène macroscopique.
- Dans les théories de la circulation, les modèles microscopiques de poursuite sont généralement liés aux relations macroscopiques vitesse-densité et aux diagrammes fondamentaux.
- En règle générale, le lien entre les modèles microscopiques et macroscopiques peut être abordé de deux manières.
- Une approche consiste à exécuter une simulation basée sur le modèle microscopique.
- Une telle simulation microscopique implique généralement des variables aléatoires telles que le temps de perception-réaction, la vitesse souhaitée et le taux d'accélération.
- En conséquence, les résultats de la simulation varient selon les exécutions.
- Le comportement macroscopique impliqué par le modèle microscopique peut être obtenu par une analyse statistique de ces résultats de simulation.



# Propriétés du modèle de Pipes

- L'autre approche est analytique, c'est-à-dire que l'on essaie d'agrèger ou d'intégrer le modèle microscopique sous certaines hypothèses d'équilibre ou d'état stationnaire.
- Si un système est en régime permanent (steady state), toute propriété du système est inchangée dans le temps.
- Plus précisément, un système de circulation en régime permanent (steady state) serait constitué de véhicules homogènes qui présentent un comportement uniforme dans le temps et dans l'espace.
- Par conséquent, dans une circulation en régime permanent :
  - Les véhicules perdent leur identité (e.g.,  $l_i \rightarrow l$ ),
  - Les véhicules circulent à vitesse uniforme (i.e.,  $\dot{x}_i = \dot{x}_j \rightarrow v$  et  $\ddot{x}_i \rightarrow 0$ ),
  - Les vitesses souhaitées par les conducteurs convergent vers la vitesse d'écoulement libre (i.e.,  $v_i \rightarrow v_f$ ),
  - L'espacement des véhicules  $s_i(t)$  se réduit à  $s$ , qui, à son tour, est remplacé par l'inverse de la densité de la circulation  $1/k$ .
  - La longueur uniforme du véhicule  $l$  équivaut à l'inverse de la densité de congestion (jam density)  $k_j$ , c'est-à-dire,  $1/k_j$ .

# Propriétés du modèle de Pipes

- Par conséquent, le modèle Pipes se réduit à:

$$\frac{k_j}{k} = \frac{v}{4.47} + 1 \text{ or } v = 4.47 \left( \frac{k_j}{k} - 1 \right)$$

où  $k$  est mesuré en véhicules par mètre et  $v$  est mesuré en mètres par seconde.

- Avec  $q = k \times v$ , la relation vitesse-densité ci-dessus donne lieu aux relations débit-densité et vitesse-débit suivantes:

$$q = 4.47(k_j - k) \quad \rightarrow \quad v = \frac{q}{k_j - 0.22q}$$

- Ces équations constituent la représentation mathématique des diagrammes fondamentaux impliqués par le modèle de Pipes.

# Forbes Model

- Plutôt que d'assurer une distance de sécurité entre les véhicules comme le fait le modèle Pipes, le modèle Forbes exige que:  
Pour assurer la sécurité, l'intervalle de temps entre un véhicule et le véhicule qui le précède doit toujours être supérieur ou égal au temps de réaction.

- Cette règle de sécurité peut être formulée comme suit:

$$g_i^t(t) = h_i(t) - \frac{l_i}{\dot{x}_i} \geq \tau_i$$

- Pour un temps de réaction de 1.5 s et une longueur de véhicule de 6 m, le modèle devient:

$$h_i(t) \geq 1.5 + \frac{6}{\dot{x}_i} \quad \rightarrow \quad s_i(t) \geq 1.5\dot{x}_i + 6$$

- Ceci est très similaire au modèle Pipes à l'exception d'une légère différence dans le coefficient du terme de vitesse, qui est interprété comme le temps de perception-réaction  $\tau_i$ .

# Forbes Model

- Par conséquent, le modèle Pipes et le modèle Forbes sont essentiellement équivalents et peuvent être exprimés de manière générique comme

$$s_i(t) \geq \tau_i \dot{x}_i + l_i$$

- où  $\tau_i$  et la longueur du véhicule  $l_i$  sont des paramètres du modèle.
- Notez que les applications et les propriétés du modèle Pipes discutés précédemment s'appliquent également au modèle Forbes.
- De plus, le diagramme fondamental impliqué par les modèles Pipes et Forbes peut être exprimé de manière générique comme suit:

$$v = \frac{1}{\tau k} - \frac{l}{\tau} \quad , \quad q = \frac{1}{\tau} - \frac{l}{\tau} k \quad , \quad v = \frac{ql}{1 - \tau q}$$

où  $\tau$  est le temps moyen de perception-réaction et  $l$  est la longueur moyenne du véhicule.

# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

- Étant donné que les modèles Pipes et Forbes sont essentiellement équivalents, la discussion suivante ne traite que le modèle Pipes → le résultat s'applique également au modèle Forbes.

$$\dot{x}_i(t + \Delta t) = \frac{s_i(t) - l_i}{\alpha}$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps (time step) de la simulation et  $\alpha$  est une constante résultant de la conversion d'unité ( $\alpha = 1.34$  si la vitesse est en mètres par seconde et  $l_i = 6 \text{ m}$ ).  $s_i(t)$  est l'espacement entre le véhicule  $i$  et le véhicule précédent au temps  $t$ .



# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

## Accélération du véhicule

- Le modèle a un problème d'accélération du véhicule.
- Supposons qu'au départ, le premier véhicule se trouve à  $x_{i-1}(0) = 5000 \text{ m}$  et que le véhicule suiveur soit à  $x_i(0) = -102 \text{ m}$  et que les deux véhicules sont à l'arrêt.
- Lorsque la simulation commence, le véhicule  $i$  commence à se déplacer selon le modèle Pipes.
- Un espacement de  $s_i(0) = 5102 \text{ m}$  donne une vitesse d'environ  $3800 \text{ m/s}$  au pas de temps suivant (en supposant  $t = 1 \text{ s}$ ), ce qui nécessite une accélération de  $3800 \text{ m/s}^2$ .
- On pourrait obtenir une vitesse et une accélération infinies s'il n'y a pas de véhicule *leader* devant.
- Alors, la logique externe suivante doit être imposée au modèle Pipes afin de limiter son accélération maximale:

$$\ddot{x}_i(t) = \frac{\dot{x}_i(t + \Delta t) - \dot{x}_i(t)}{\Delta t} \leq A_i$$

où  $A_i$  est l'accélération maximale du véhicule  $i$ , par exemple,  $A_i = 4 \text{ m/s}^2$ .

# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

## Vitesse du véhicule

- Même si une logique externe est ajoutée pour limiter l'accélération maximale du véhicule, le modèle Pipes a toujours un problème avec la vitesse maximale.
- Il est vrai que l'accélération ne peut plus dépasser  $A_i$ , mais le véhicule peut encore atteindre des vitesses irréalistes.
- Par conséquent, une autre logique externe doit être imposée pour limiter la vitesse

$$\dot{x}_i \leq v_i$$

où  $v_i$  est la vitesse souhaitée par le conducteur  $i$ .

# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

## Décélération du véhicule

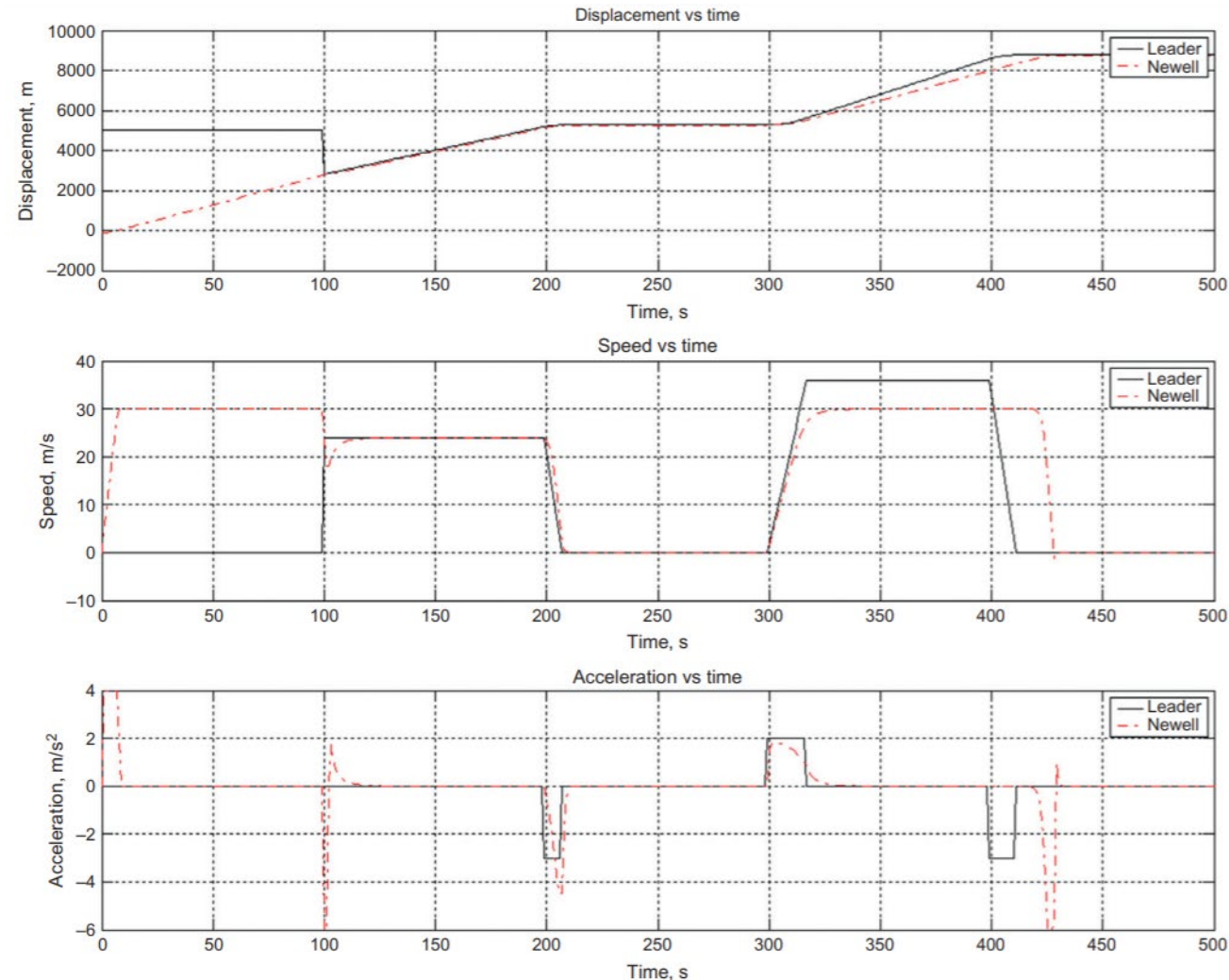
- Le troisième problème est la décélération irréaliste.
- Par exemple, au temps  $t = 424$ , le véhicule  $i$  est situé à environ  $x_i = 8734 \text{ m}$  se déplaçant à la vitesse  $\dot{x}_i(t) = 30 \text{ m/s}$ , tandis que le véhicule  $i - 1$  s'arrête à  $x_{i-1} = 8762 \text{ m}$ .
- Selon le modèle Pipes, la vitesse du véhicule  $i$  à l'étape suivante serait de  $\dot{x}_i(t) \approx 16.42 \text{ m/s}$ . Alors, le taux de décélération est  $\ddot{x}_i(t) = -13.58 \text{ m/s}^2$ .
- Par conséquent, une troisième logique externe doit être imposée pour limiter la décélération maximale  $B_i$  (e.g.,  $-6 \text{ m/s}^2$ ):
$$\ddot{x}_i(t) = \frac{\dot{x}_i(t + \Delta t) - \dot{x}_i(t)}{\Delta t} \geq B_i$$
- Cet ajout introduit un nouveau problème. Par exemple, la vitesse du véhicule  $i$  à l'étape suivante devient  $\dot{x}_i(t) = 30 - 6 = 24 \text{ m/s}$  et son emplacement est  $x_i = 8758 \text{ m}$ . Cela laisserait un espacement de  $s_i = 4 \text{ m}$ , ce qui est inférieur à une longueur de véhicule  $l_{i-1} = 6 \text{ m}$ , c'est-à-dire que le véhicule  $i$  est entré en collision avec le véhicule  $i - 1$ .
- Malheureusement, il n'y a pas de solution facile au problème si ce n'est d'accepter le comportement de décélération irréaliste.

# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

- La performance de la version contrainte du modèle Pipes est résumée comme suit.
- **Démarrage:** Le modèle est capable de démarrer le véhicule à partir de l'arrêt. Voir  $t > 0$  s.
- **Accélération:** le modèle est capable d'accélérer le véhicule. Cependant, son profil d'accélération (c'est-à-dire l'accélération en fonction de la vitesse) est irréaliste, car le véhicule est capable de conserver une accélération maximale à des vitesses élevées. Normalement, l'accélération maximale n'est disponible que lorsqu'un véhicule démarre. À mesure que le véhicule accélère, l'accélération diminue. Voir  $0 \text{ s} < t < 100 \text{ s}$ .

$l_j$	$v_j$	$\tau_j$	$\alpha$	-
6 m	30 m/s	1.0 s	1.34	-
$A_j$	$B_j$	$x_j(0)$	$\dot{x}_j(0)$	$\ddot{x}_j(0)$
4.0 m/s <sup>2</sup>	6.0 m/s <sup>2</sup>	-120 m	0 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



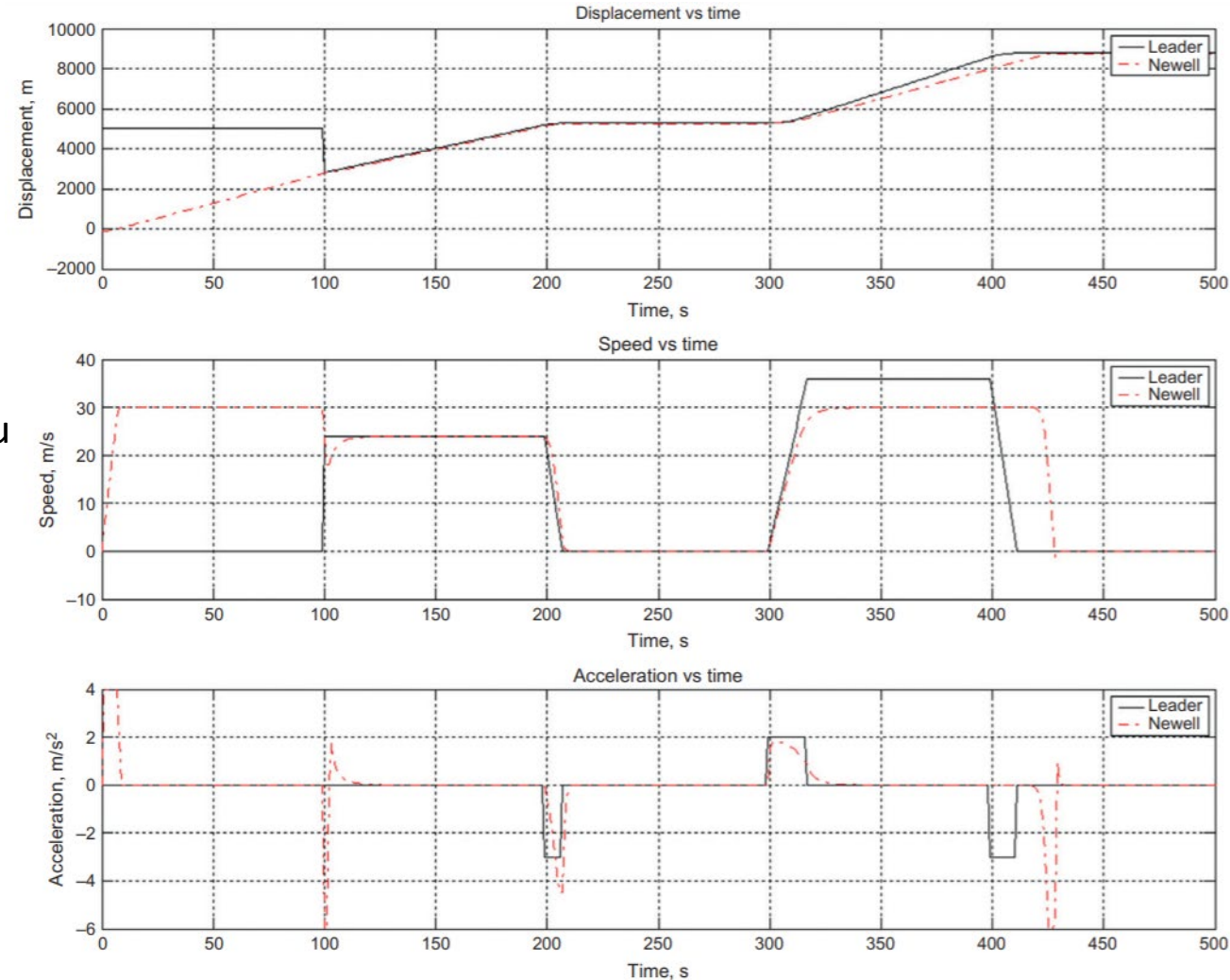
Analyse comparative microscopique du modèle de Pipes

# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

- **Écoulement libre:** Une logique externe doit être imposée pour limiter la vitesse maximale en condition d'écoulement libre. Voir  $0s < t < 100 s$ .
- **Coupure:** le modèle conserve le contrôle et réagit raisonnablement lorsqu'un véhicule se place devant. Voir autour de  $t = 100 s$ .
- **Poursuite 1:** Le modèle est capable d'adopter la vitesse du premier véhicule et de le suivre à une distance raisonnable. Voir  $100 s < t < 200 s$ .
- **Stop and go:** Le modèle est capable d'arrêter le véhicule en toute sécurité derrière le premier véhicule et de commencer à bouger lorsqu'il redémarre. Voir  $200 s \leq t \leq 300 s$ .

$l_i$	$v_i$	$\tau_i$	$\alpha$	-
6 m	30 m/s	1.0 s	1.34	-
$A_i$	$B_i$	$x_i(0)$	$\dot{x}_i(0)$	$\ddot{x}_i(0)$
4.0 m/s <sup>2</sup>	6.0 m/s <sup>2</sup>	-120 m	0 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



Analyse comparative microscopique du modèle de Pipes

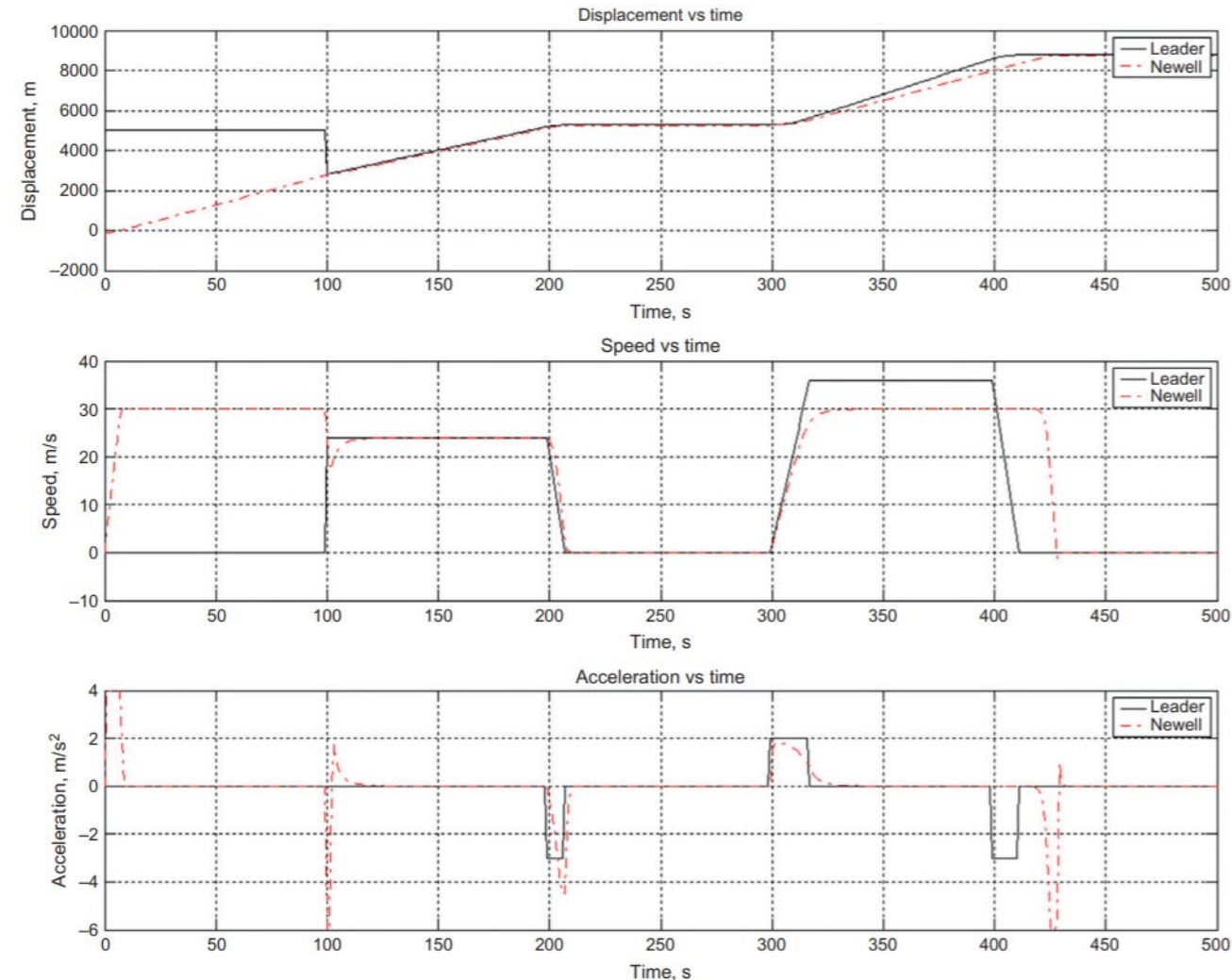


# Analyse comparative microscopique – Modèle de Pipes

- **Poursuite 2:** Le modèle est capable d'accélérer normalement sans être tenté d'accélérer par le premier véhicule. Voir  $300\text{ s} < t < 400\text{ s}$ .
- **Approche:** Le modèle est incapable de décélérer correctement à l'approche d'un véhicule à l'arrêt (à distance). Le véhicule pourrait entrer en collision avec son leader lorsque la décélération maximale est imposée. Voir  $400\text{ s} < t < 420\text{ s}$ .
- **Arrêt:** Cette partie n'est pas valide, car l'approche a échoué. Voir  $t \geq 420\text{ s}$ .

$l_j$	$v_j$	$\tau_j$	$\alpha$	-
6 m	30 m/s	1.0 s	1.34	-
$A_j$	$B_j$	$x_j(0)$	$\dot{x}_j(0)$	$\ddot{x}_j(0)$
4.0 m/s <sup>2</sup>	6.0 m/s <sup>2</sup>	-120 m	0 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



Analyse comparative microscopique du modèle de Pipes



# Analyse comparative macroscopique – Modèle de Pipes

- Le nuage contient des observations empiriques agrégées aux 5 minutes.
- Les courbes sont les relations d'équilibre impliquées par le modèle Pipes.
- Ces courbes correspondent à peu près aux données empiriques dans la fourchette moyenne à supérieure de densité (par exemple,  $k > 20$  véh/km), mais ne s'appliquent pas à la plage de faible densité (par exemple,  $k < 20$  véh/km).
- Le modèle Pipes prédit que la vitesse de la circulation augmenterait à l'infini lorsque la densité se rapproche de zéro.

$\alpha$ ( $\tau$ )	$l$
1.34 s	6 m

Paramètres d'analyse comparative macroscopique

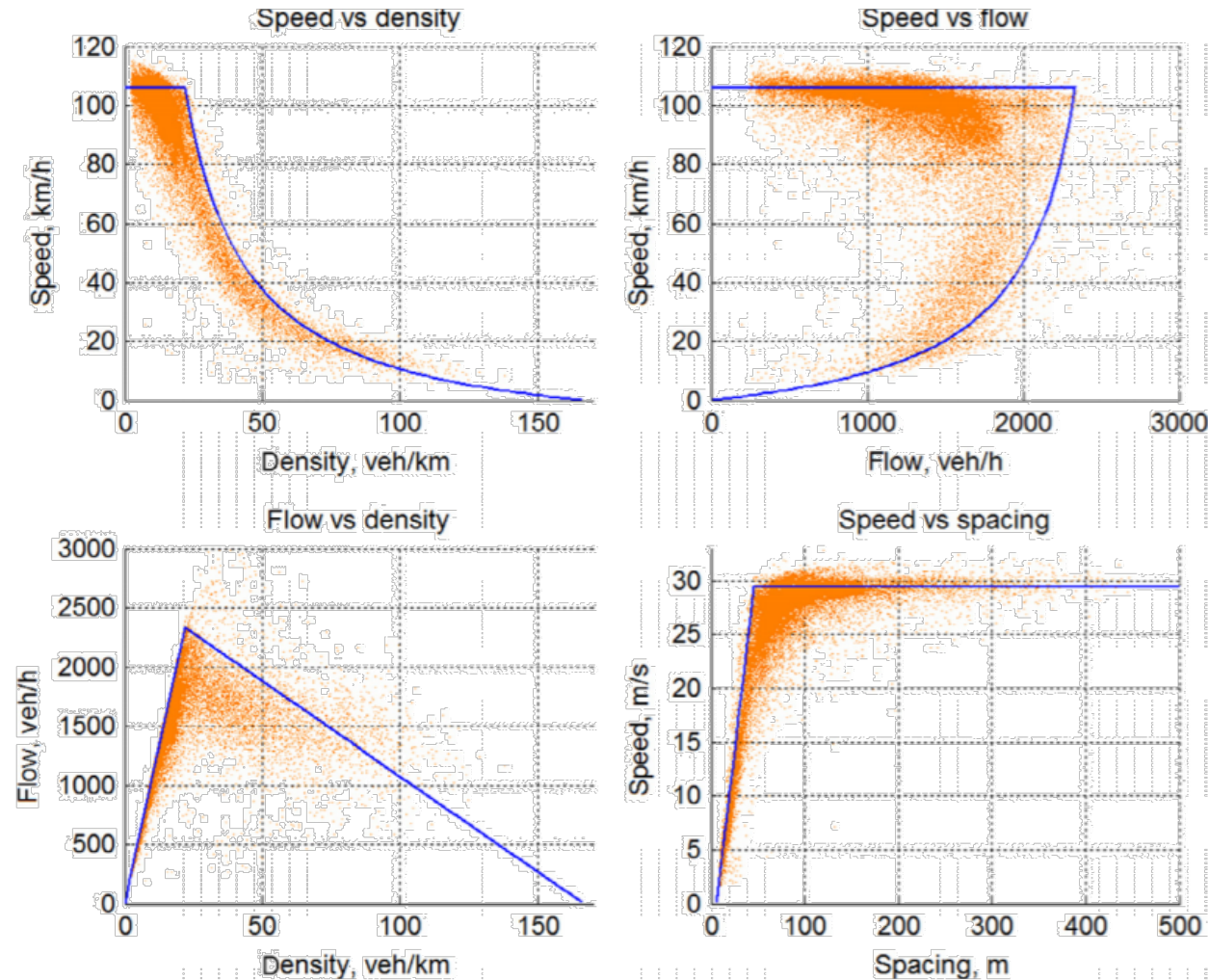


Diagramme fondamental impliqué par le modèle Pipes

# Modèles de General Motors

- Les modèles GM ont engendré et inspiré de nombreux efforts de recherche qui ont fondé les théories actuelles de la circulation routière, et leur importance ne peut donc être surestimée.
- Les modèles GM supposent que les manœuvres de contrôle d'un conducteur sont le résultat non seulement de stimuli externes tels que la dynamique du véhicule suiveur et de son prédécesseur, mais aussi de la sensibilité du conducteur.
- Donc, une telle relation peut être exprimée comme suit:  $Response = f(sensitivity, stimuli)$
- Lors de la formulation de la relation ci-dessus, les chercheurs de GM ont choisi l'accélération du véhicule suiveur (la décélération est une accélération négative) produite après un temps de réaction,  $\ddot{x}_i(t + \tau)$ , comme la réponse.
- La prise en compte des stimuli et de la sensibilité a évolué avec le temps et a abouti à une famille de modèles.

# GM1

- Au début, les chercheurs de General Motors ont observé que les conducteurs réagissaient à la vitesse relative entre leur véhicule  $i$  et le véhicule leader  $i - 1$ ,  $\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)$ .
- Si la sensibilité est traitée comme un coefficient multiplicatif par rapport au stimulus, la réponse (le contrôle opérationnel) du conducteur suiveur peut être formulée comme suit:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

- Le modèle ci-dessus est le premier modèle de GM qui peut être utilisé pour interpréter efficacement certains phénomènes de poursuite.
- Par exemple, lorsque le véhicule suiveur s'approche de son leader (par exemple,  $\dot{x}_i(t) = 120 \text{ km/h}$  et  $\dot{x}_{i-1}(t) = 100 \text{ km/h}$ ), la vitesse relative est négative, et donc le conducteur va décélérer :  $\ddot{x}_i(t + \tau_i) < 0$  (en supposant que  $\alpha$  est une constante positive).
- En revanche, si le véhicule suiveur prend de la distance par rapport à son véhicule leader (par exemple,  $\dot{x}_i(t) = 100 \text{ km/h}$  et  $\dot{x}_{i-1}(t) = 120 \text{ km/h}$ ), le véhicule suiveur accélérera, car la vitesse relative devient maintenant positive.

# GM1

- Cependant, le modèle a du mal à distinguer les scénarios avec des distances de suivi grandes et petites.
- Par exemple, le modèle prédit la même réponse de décélération aux deux scénarios suivants:
  - Scénario 1:  $\dot{x}_i(t) = 120 \text{ km/h}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(t) = 100 \text{ km/h}$ , et  $s_i(t) = 50 \text{ m}$
  - Scénario 2:  $\dot{x}_i(t) = 120 \text{ km/h}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(t) = 100 \text{ km/h}$ , et  $s_i(t) = 5000 \text{ m}$
- Puisque les deux scénarios ont une différence de vitesse de  $-20 \text{ km/h}$ , intuitivement, le conducteur sujet dans le scénario 1 freinerait beaucoup plus fort que le conducteur dans le scénario 2 parce que le premier est confronté à une collision imminente.

# GM2

- L'effet de l'espacement a motivé les chercheurs de General Motors à choisir différents coefficients de sensibilité, d'où le modèle de deuxième génération:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

- Des expériences sur le terrain ont révélé que le coefficient de sensibilité  $\alpha$  se situe entre 0.17 et 0.74.
- Dans ce modèle, une valeur de sensibilité élevée  $\alpha_1$  est choisie lorsque les deux véhicules sont proches, tandis qu'une valeur de sensibilité faible  $\alpha_2$  est utilisée lorsque les deux véhicules sont éloignés.

# GM3

- L'effet de l'espacement a été partiellement abordé dans GM2, car il faut fréquemment calibrer le coefficient de sensibilité en fonction des distances de suivi.
- L'inconvénient semble suggérer que l'espacement doit être explicitement inclus dans le modèle, ce qui a conduit à la formulation du modèle de troisième génération:
- Bien que la question de l'espacement ait été résolue, un autre problème apparaît. Le modèle ne peut pas prévoir de différence entre les scénarios suivants:
  - Scénario 1: Un véhicule suit un autre à un distance inter véhiculaire de 100 m avec des vitesses de  $\dot{x}_i(t) = 30 \text{ km/h}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(t) = 10 \text{ km/h}$ .
  - Scénario 2: Un véhicule suit un autre à un distance inter véhiculaire de 100 m avec des vitesses de  $\dot{x}_i(t) = 130 \text{ km/h}$ ,  $\dot{x}_{i-1}(t) = 110 \text{ km/h}$ .

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

Le conducteur du deuxième scénario est sous pression pour maintenir la sécurité pendant la poursuite.

En revanche, le conducteur du premier scénario a l'esprit tranquille, car il peut toujours freiner pour arrêter le véhicule.

Ainsi, nos expériences de conduite quotidiennes suggèrent que la réponse dans le scénario 2 soit supérieure à celle du scénario 1. Cependant, GM3 ne prédit aucune différence, car dans les deux scénarios la différence de vitesse est de 20 km/h et l'espacement est de 100 m.



# GM4

- L'incapacité de GM3 à différencier les scénarios de suivi à grande vitesse et à basse vitesse a motivé les chercheurs de General Motors à explorer davantage les facteurs inexplicés pouvant être extraits du coefficient de sensibilité.
- Une analyse dimensionnelle révèle que le coefficient de sensibilité a la même unité que la vitesse dans GM3.
- Puisqu'il est nécessaire de considérer explicitement la vitesse comme un stimulus, il semble idéal d'extraire la vitesse du coefficient de sensibilité, laissant le reste comme un nouveau coefficient sans dimension.
- Cela donne naissance au modèle de quatrième génération:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t + \tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

# GM5

- Pour généraliser les résultats des modèles GM présentés et pour faciliter la recherche du lien entre les modèles microscopiques et macroscopiques (présentée après), une forme générique de modèles GM est proposée comme cinquième modèle:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_i(t + \tau_i)]^m}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^l} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

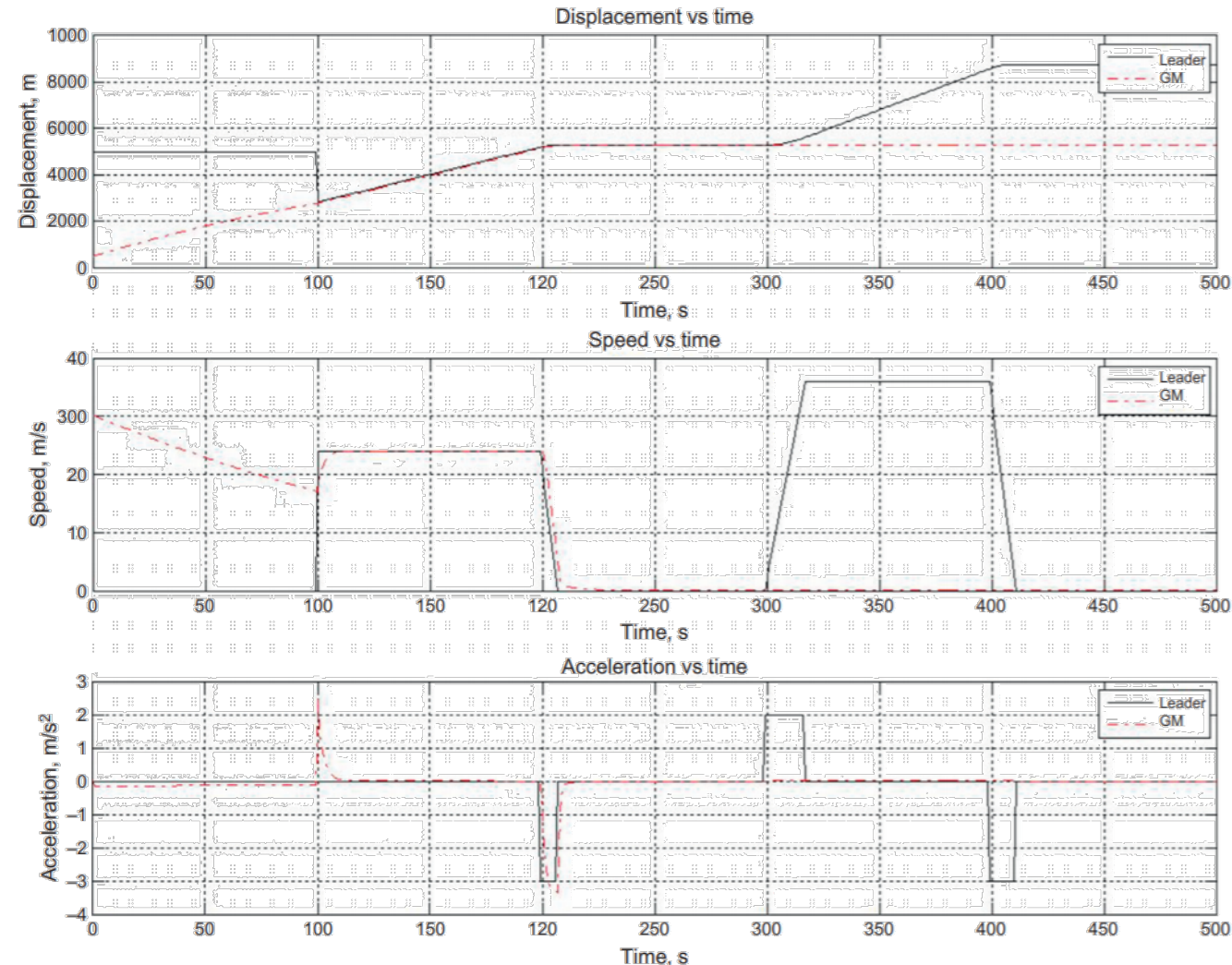
- Où  $x_i$ ,  $\dot{x}_i$ , et  $\ddot{x}_i$  sont le déplacement, la vitesse et l'accélération du véhicule suiveur  $i$ .
- Une notation similaire s'applique au véhicule leader  $i - 1$ .
- $\tau$  est le temps de perception-réaction qui s'applique à tous les conducteurs,  $\alpha$  est un coefficient de sensibilité sans dimension, et  $m$  et  $l$  sont respectivement des exposants de vitesse et d'espacement.

# Analyse comparative microscopique – GM4

- La performance du modèle GM4 est résumée comme suit.
- **Démarrage:** le modèle ne parvient pas à démarrer un véhicule à partir de l'arrêt. Par conséquent, une logique externe doit être imposée pour attribuer une vitesse initiale  $\dot{x}_i(0)$  au véhicule suiveur  $i$ .
- Notez que la vitesse initiale  $\dot{x}_i(0)$  doit être égale à la vitesse souhaitée  $v_i$ . Sinon, le véhicule  $i$  ne pourra pas atteindre cette vitesse par lui-même.
- Voir  $t > 0$  s.

$\tau_i$	$\alpha$	—
1.0 s	0.8	—
$x_i(0)$	$\dot{x}_i(0)$	$\ddot{x}_i(0)$
467 m	30 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



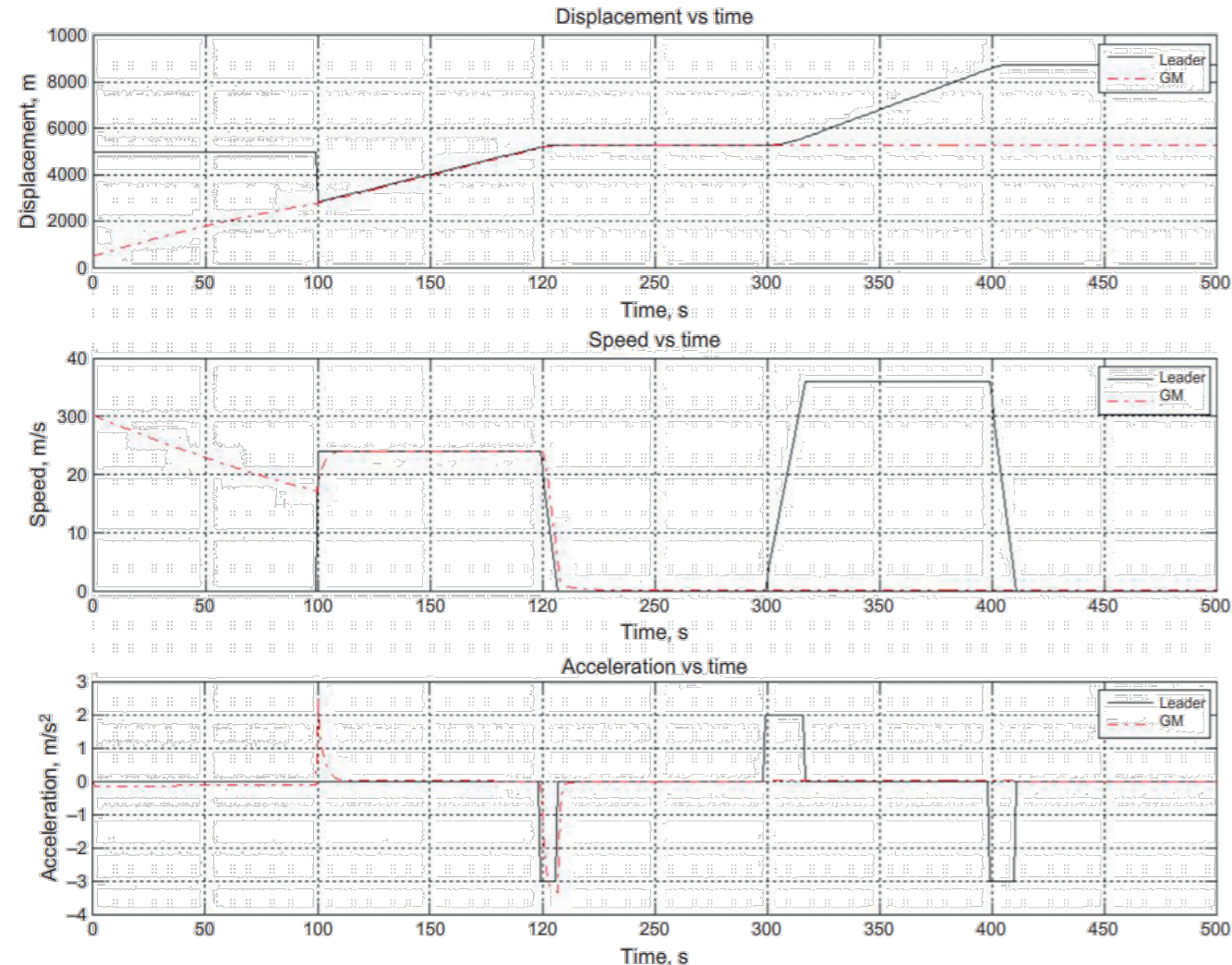
Analyse comparative microscopique du modèle de GM4

# Analyse comparative microscopique – GM4

- **Accélération:** plutôt que d'accélérer le véhicule  $i$ , le modèle prédit une décélération par le conducteur  $i$  même si son véhicule prédécesseur  $i - 1$  est à des milliers de mètres de distance. Voir  $0 s < t < 100 s$ .
- **Écoulement libre:** le modèle prédit que le véhicule  $i$  est incapable d'atteindre la condition d'écoulement libre par lui-même à moins qu'il ne soit configuré pour le faire par une logique externe.
- Tant qu'il suit un leader plus lent, le modèle ralentit constamment le véhicule jusqu'à ce qu'il adopte la vitesse du leader. Voir  $0 s < t < 100 s$ .

$\tau_i$	$\alpha$	—
1.0 s	0.8	—
$x_i(0)$	$\dot{x}_i(0)$	$\ddot{x}_i(0)$
467 m	30 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



Analyse comparative microscopique du modèle de GM4

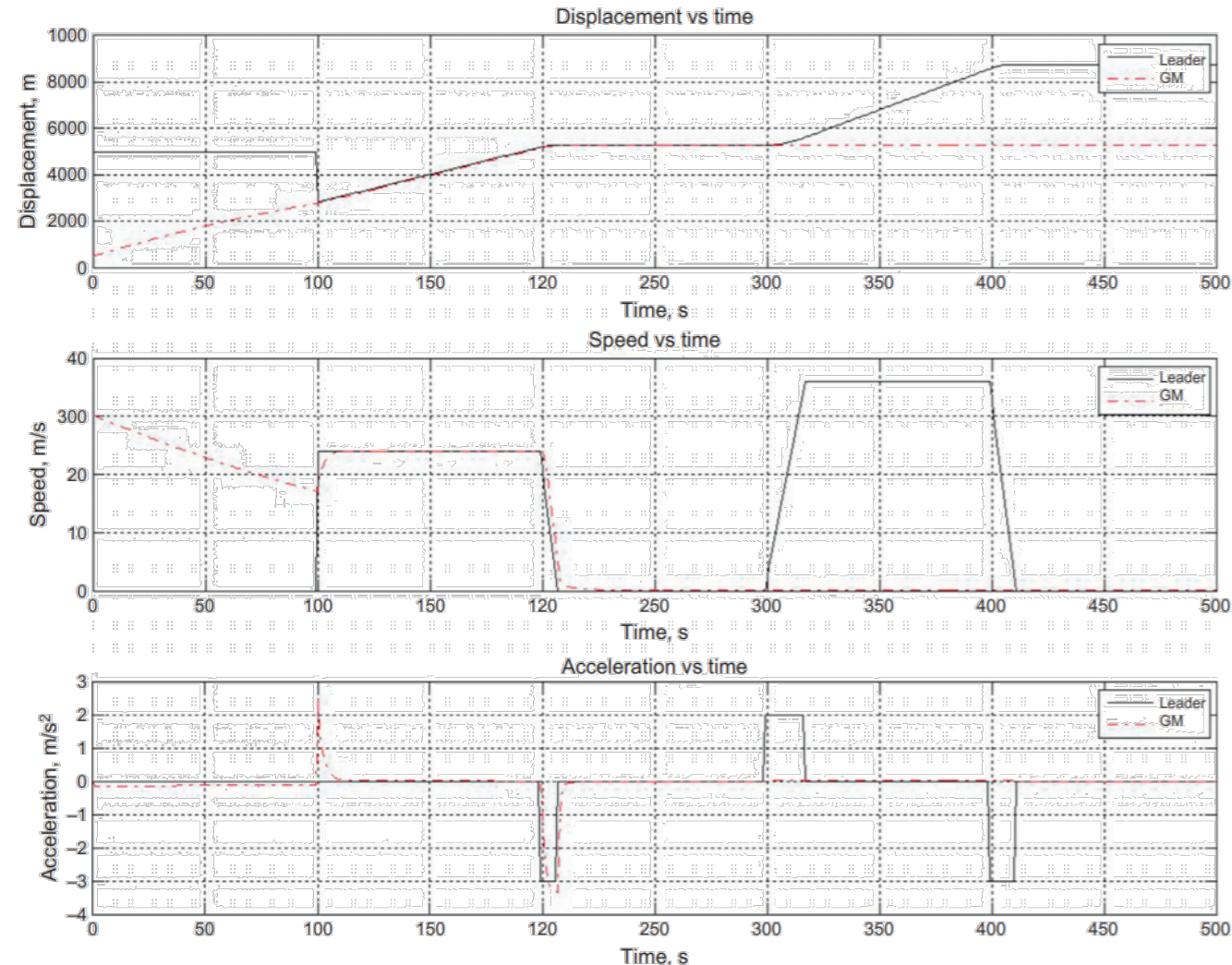


# Analyse comparative microscopique – GM4

- **Coupure:** lorsque le troisième véhicule prend soudain la relève en tant que nouveau leader 40 m devant à 24 m/s, le modèle prédit une accélération soudaine, tandis que dans le monde réel, les conducteurs ralentissent le véhicule. Voir autour de  $t = 100$  s.
- **Poursuite 1:** le modèle est capable d'adopter la vitesse du leader et de suivre le leader à une distance raisonnable. Voir  $100 \text{ s} < t < 200 \text{ s}$ .

$\tau_j$	$\alpha$	—
1.0 s	0.8	—
$x_i(0)$	$\dot{x}_i(0)$	$\ddot{x}_i(0)$
467 m	30 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



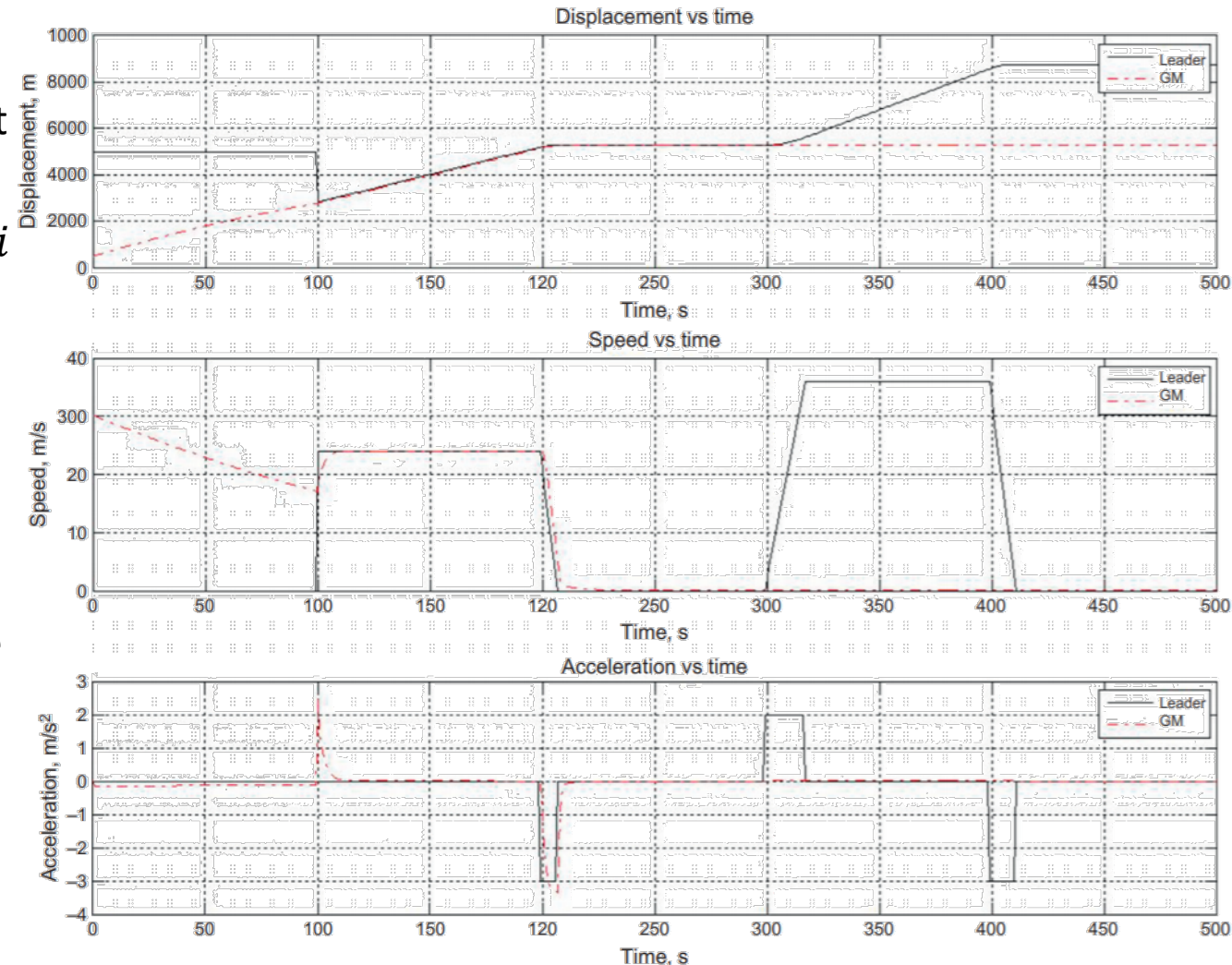
Analyse comparative microscopique du modèle de GM4

# Analyse comparative microscopique – GM4

- **Stop and go**: le modèle prédit que le véhicule  $i$  finira par entrer en collision avec son leader, car il maintient une vitesse très faible.
- Lorsque le leader reprend le mouvement, le véhicule  $i$  sera toujours presque immobile en raison de sa vitesse infiniment basse. Voir  $200\text{ s} \leq t \leq 300\text{ s}$ .
- **Poursuite 2**: le véhicule  $i$  est presque immobile et ne parvient pas à rattraper le leader, à moins qu'une autre logique ne soit imposée. Voir  $300\text{ s} < t < 400\text{ s}$ .
- **Approche et arrêt**: la simulation n'est pas raisonnable au-delà de  $t = 300\text{ s}$ .

$\tau_i$	$\alpha$	—
1.0 s	0.8	—
$x_i(0)$	$\dot{x}_i(0)$	$\ddot{x}_i(0)$
467 m	30 m/s	0 m/s <sup>2</sup>

Paramètres d'analyse comparative microscopique



Analyse comparative microscopique du modèle de GM4



# Lien Microscopique Macroscopique – GM

## Modèle de Greenberg

- Le modèle macroscopique de Greenberg peut être dérivé du modèle GM5.
- Le modèle GM :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_i(t + \tau_i)]^m}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^l} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

- Si,  $m = 0$  et  $l = 1$ , GM5 se réduit à GM3:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

- En état d'équilibre (en régime permanent), l'équation devient:

$$\ddot{x}_i = \alpha \frac{(\dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i)}{x_{i-1} - x_i} \xrightarrow{\text{intégrant les deux côtés par rapport à } t} \int \ddot{x}_i dt = \int \alpha \frac{(\dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i)}{x_{i-1} - x_i} dt \xrightarrow{\text{Changement de variable}} \begin{cases} u = x_{i-1} - x_i \\ \frac{du}{dt} = \dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i \\ du = (\dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i) dt \end{cases}$$



# Lien Microscopique Macroscopique – GM

- Pour trouver  $\alpha$ , nous prenons la dérivée du débit par rapport à la densité et égalons à zéro:

$$q = k\dot{x} = \alpha k \log\left(\frac{k_j}{k}\right)$$

$$\frac{dq}{dk} = \alpha k \left[ \frac{d}{dk} \log\left(\frac{k_j}{k}\right) \right] + \alpha \left( \log \frac{k_j}{k} \right) \quad \rightarrow \quad \frac{dq}{dk} = \alpha k \left[ \frac{d}{dk} \log k_j - \frac{d}{dk} \log k \right] + \alpha \left( \log \frac{k_j}{k} \right)$$

$$= \alpha k \left[ -\frac{1}{k} \right] + \alpha \left( \log \frac{k_j}{k} \right)$$

$$\rightarrow \log \frac{k_j}{k} = 1 \rightarrow \frac{k_j}{k} = e \rightarrow k_m = \frac{k_j}{e}$$

$$\rightarrow \dot{x}_m = \alpha \log \left( \frac{k_j}{k} \right) = \alpha \log e = \alpha$$

- On obtient donc le modèle de Greenberg:

$$\dot{x} = \dot{x}_m \log \left( \frac{k_j}{k} \right)$$

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

## Greenshields Model

- En fixant  $l = 2$  et  $m = 0$  in GM5 on obtient :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^2}$$

- On peut démontrer que ce modèle microscopique peut être transformé en modèle de Greenshields:

$$v = v_f - \frac{v_f}{k_j} k$$

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

## Underwood Model

- En fixant  $l = 2$  et  $m = 1$  in GM5 on obtient :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t + \tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^2}$$

- On peut démontrer que ce modèle microscopique peut être transformé en modèle de Underwood :

$$v = v_f e^{-k/k_m}$$

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

Drake et al. Model

➤ En fixant  $l = 3$  et  $m = 1$  in GM5 on obtient :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t + \tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^3}$$

➤ On peut démontrer que ce modèle microscopique peut être transformé en modèle de Drake et al. :

$$v = v_{fe}^{-\frac{1}{2} \left( \frac{k}{k_m} \right)^2}$$

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

## Pipes-Munjaj Model / Drew Model

- En fixant  $l = n + 1$  et  $m = 0$  in GM5 on obtient ( $n$  est l'exposant déterminé lors de la calibration du modèle) :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^{n+1}}$$

- On peut démontrer que ce modèle microscopique peut être transformé en modèle de Pipes-Munjaj :

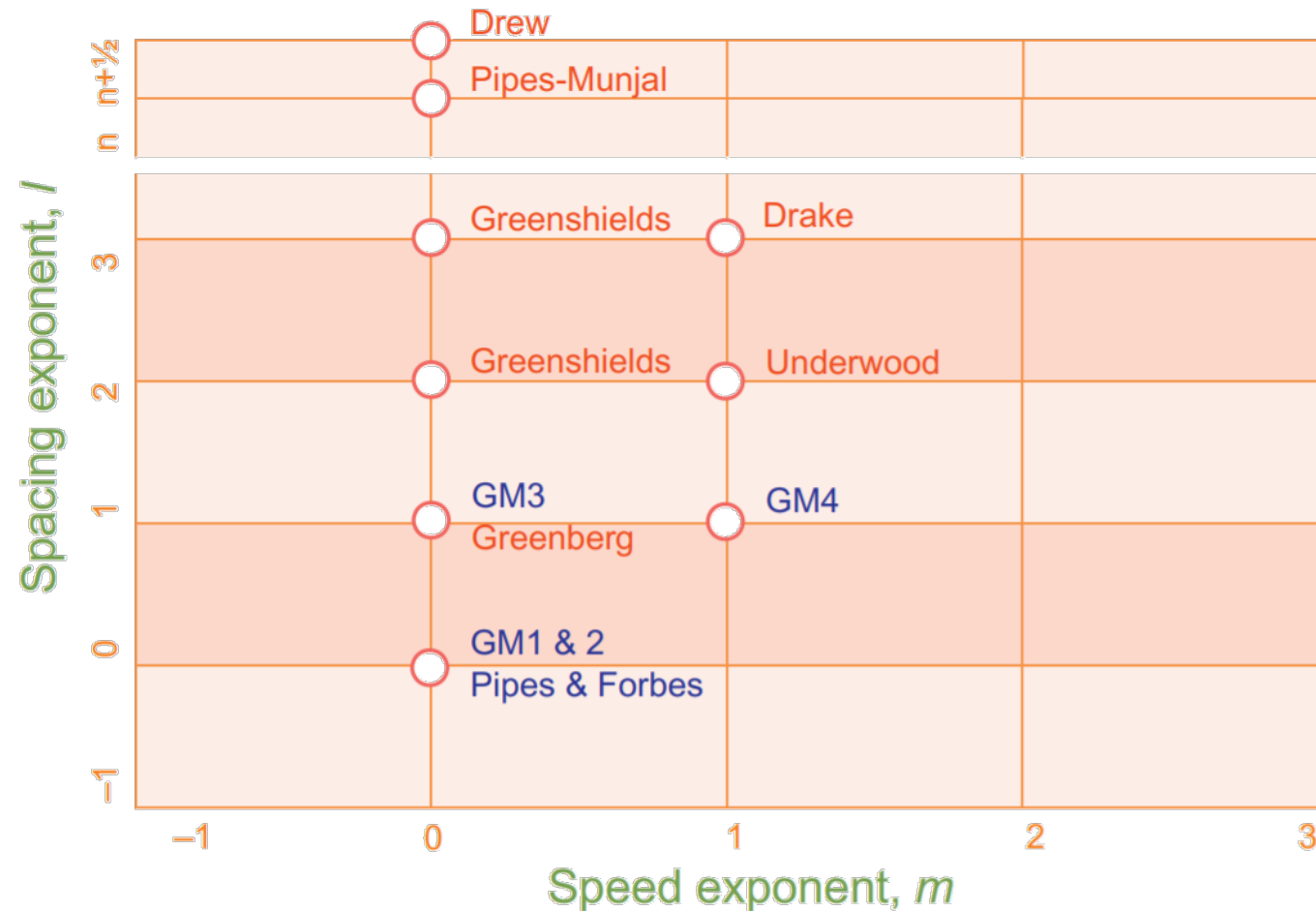
$$v = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]$$

- Le modèle de Drew et le modèle de Pipes-Munjaj sont exactement les mêmes à l'exception de leur exposant. Il suffit de remplacer  $n$  par  $n + 1/2$  dans la dérivation ci-dessus pour obtenir le modèle de Drew.
- Ainsi, le modèle de Drew correspond à GM5 avec  $l = n + 1.5$  et  $m = 0$ .



# Lien Microscopique Macroscopique – GM

- Les modèles d'équilibre macroscopique sont étiquetés en rouge et les modèles microscopiques de poursuite sont étiquetés en bleu.
- Les cercles sur la grille indiquent les modèles et leur combinaison  $m$  et  $l$  correspondant au modèle GM5.



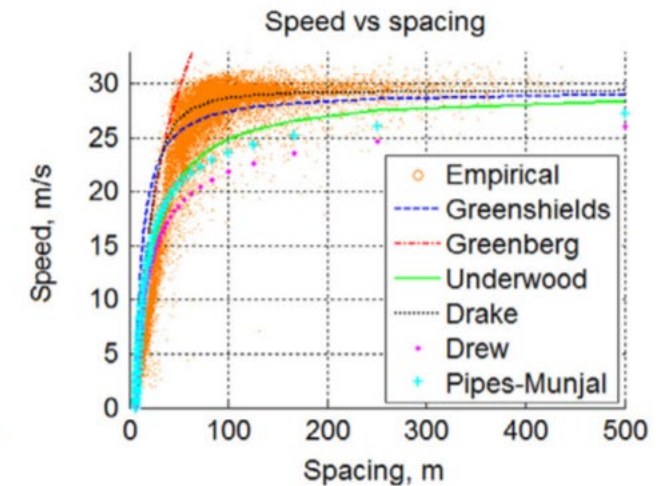
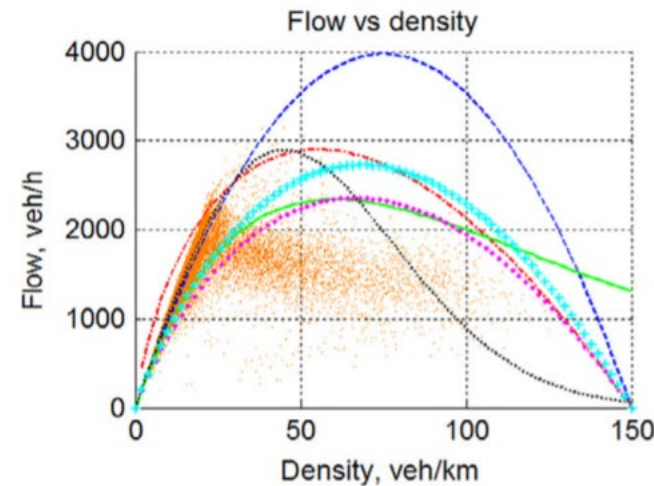
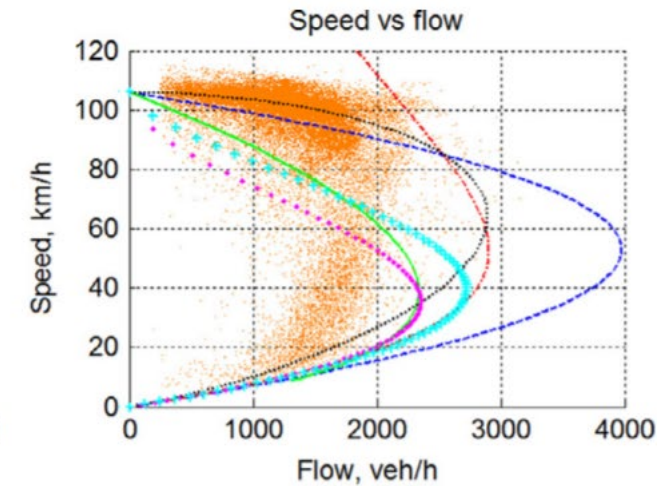
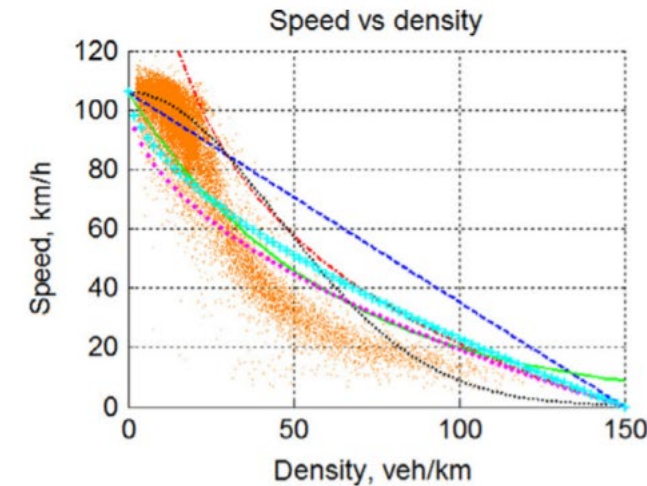
Lien microscopique-macroscopique

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

- Les diagrammes fondamentaux impliqués par les modèles GM et leurs modèles d'équilibre associés sont présentés en comparaison avec des observations empiriques.
- On peut voir que ces diagrammes fondamentaux obtiennent un succès variable dans l'ajustement des données empiriques, mais aucun d'entre eux ne correspond raisonnablement bien aux données dans toute la plage de densité.
- Ce benchmarking est basé sur l'ensemble de paramètres suivant:

Greenshields	$v_f$ 30 m/s	$k_j$ 1/6 vehicles/m	–
Greenberg	$v_m$ 10.7 m/s	$k_j$ 1/6 vehicles/m	$k_c$ 0.01 vehicles/m
Underwood	$v_f$ 30 m/s	$k_m$ 0.05 vehicles/m	–
Drake et al. (Northwestern)	$v_f$ 30 m/s	$k_m$ 0.04 vehicles/m	$n$ 2
Drew	$v_f$ 30 m/s	$k_j$ 1/6 vehicles/m	$n$ 0.1
Pipes and Munjal	$v_f$ 30 m/s	$k_j$ 1/6 vehicles/m	$n$ 0.5

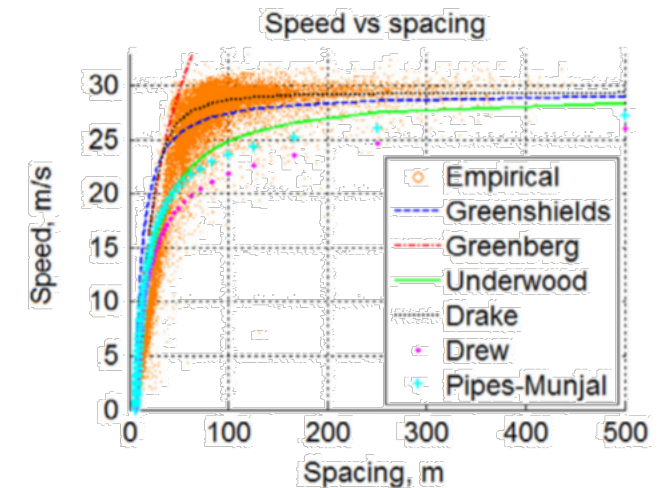
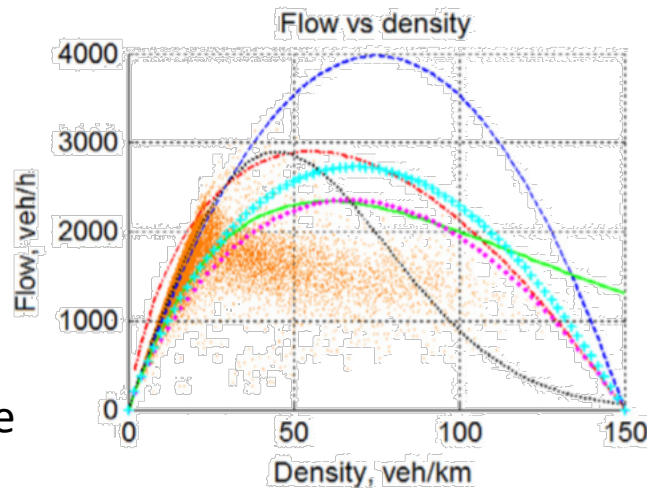
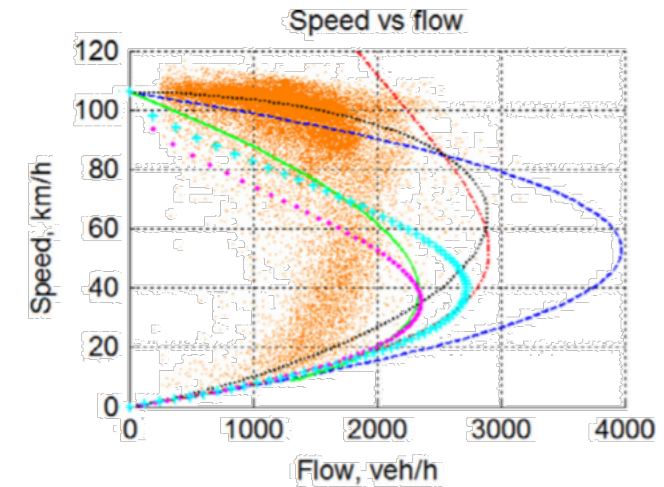
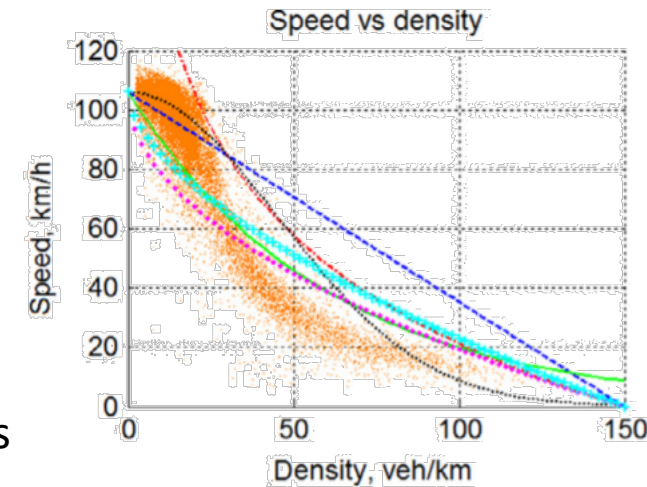
Paramètres d'analyse comparative macroscopique - Modèles GM



Diagrammes fondamentaux impliqués par les modèles GM

# Lien Microscopique Macroscopique – GM

- Le modèle Greenshields surestime la vitesse (et donc le débit) dans la majorité de la plage de densité, sauf pour les conditions d'écoulement libre (c'est-à-dire de faible densité);
- Le modèle de Greenberg ne correspond pas bien aux données dans les conditions d'écoulement libre;
- Le modèle Underwood, peut-être le meilleur parmi les modèles, sous-estime la vitesse à des faibles densités et surestime la vitesse à des densités élevées, et la capacité se produit à une vitesse beaucoup plus faible qu'elle ne le devrait;
- Le modèle de Drake et al. a une courbe de débit-densité qui est convexe dans la plage de haute densité;
- Les modèles Drew et Pipes-Munjaj, partagent le même problème que le modèle Greenshields mais dans une moindre mesure.



Diagrammes fondamentaux impliqués par les modèles GM

# Limitations des modèles GM

- D'une part, GM4 est mathématiquement attractif, car il n'a qu'une seule équation qui couvre toutes les situations.
- D'autre part, une telle propriété à régime unique stipule un suivi universel des voitures, ce qui n'est pas réaliste.
- Par exemple, le modèle prédit qu'un véhicule à Atlanta doit suivre un autre véhicule à Boston même s'ils sont distants de plus de 1000 km.
- Le modèle GM4 est très similaire à la loi de la gravitation universelle de Newton et à la loi de Coulomb:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

où  $F$  est la force entre deux masses,  $G$  est la constante gravitationnelle,  $m_1$  est la première masse,  $m_2$  est la deuxième masse et  $r$  est la distance entre les masses

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

où  $F$  est la force électrostatique entre deux charges ponctuelles,  $q_1$  est la première charge ponctuelle,  $q_2$  est la deuxième charge ponctuelle,  $r$  est la distance entre les deux charges ponctuelles et  $k_e$  est une constante de proportionnalité.

# Limitations des modèles GM

- Donc, GM4 peut être interprété comme équivalent à la loi de Coulomb comme suit.

Le véhicule  $i$  sera repoussé par son leader  $i - 1$  lorsque le véhicule  $i$  s'approche du véhicule  $i - 1$  à une vitesse plus élevée, tandis que le véhicule  $i$  sera attiré par le véhicule  $i - 1$  si le véhicule  $i$  prend du retard (s'éloigne) à cause d'une vitesse plus lente.

- Bien que la première moitié du raisonnement semble avoir un certain sens, la seconde moitié ne le fait pas.
- Par exemple, que se passe-t-il si le véhicule en question n'a pas de leader et est le premier véhicule à entrer sur l'autoroute. Le véhicule en question ne pourra pas commencer à se déplacer, car il n'y aurait aucun véhicule pour le tirer vers l'avant.
- Même si le véhicule suiveur suit un leader et que l'écart entre eux augmente, il ne semble pas que le véhicule suiveur soit attiré par le leader. En fait, le véhicule en question accélère parce qu'il aimerait atteindre la vitesse souhaitée.



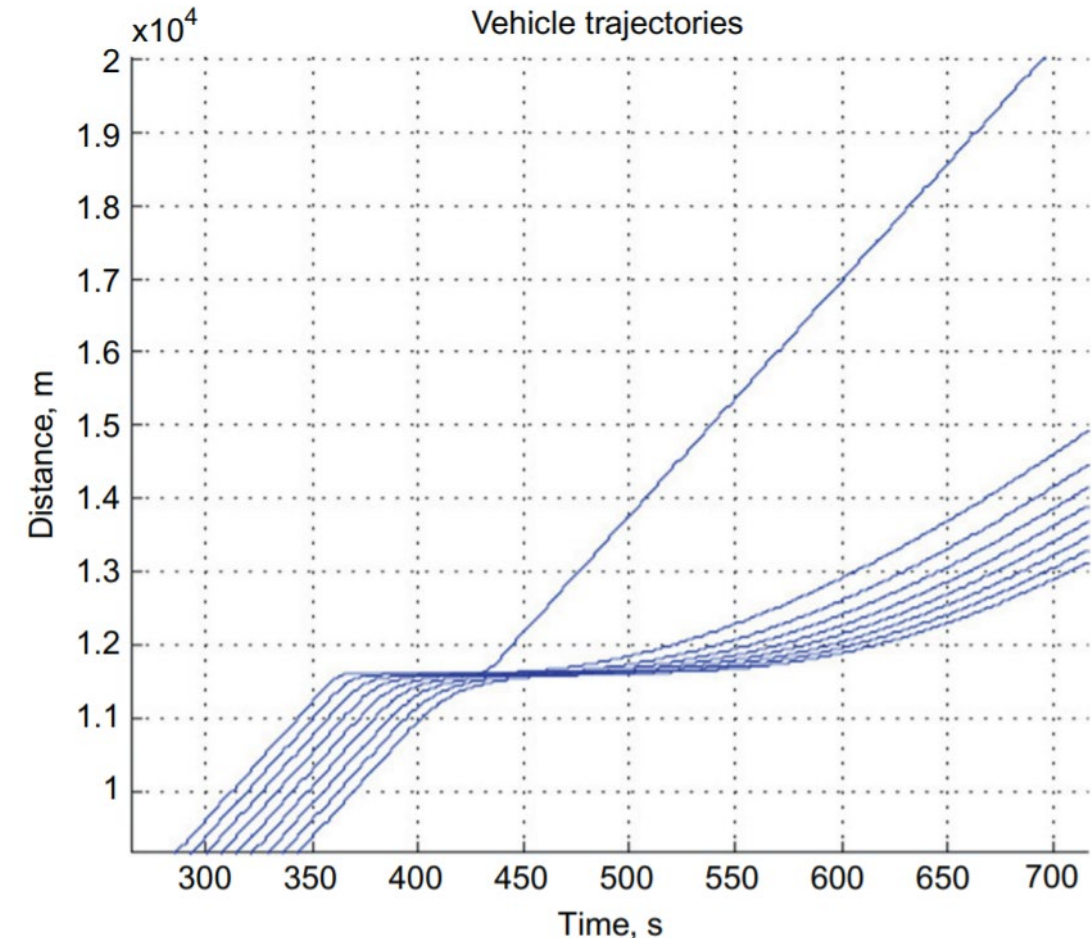
# Limitations des modèles GM

## Démarrage lent

- Selon le modèle GM4, un véhicule en position d'arrêt ne peut pas démarrer.
- En effet, la vitesse du véhicule à l'étape actuelle ( $\dot{x}_i(t) = 0$ ) détermine son accélération à l'étape suivante ( $\ddot{x}_i(t + \tau_i) = 0$ ).

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t + \tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

- Par conséquent, le véhicule doit maintenir une vitesse différente de zéro à tout moment afin d'éviter d'être immobile.

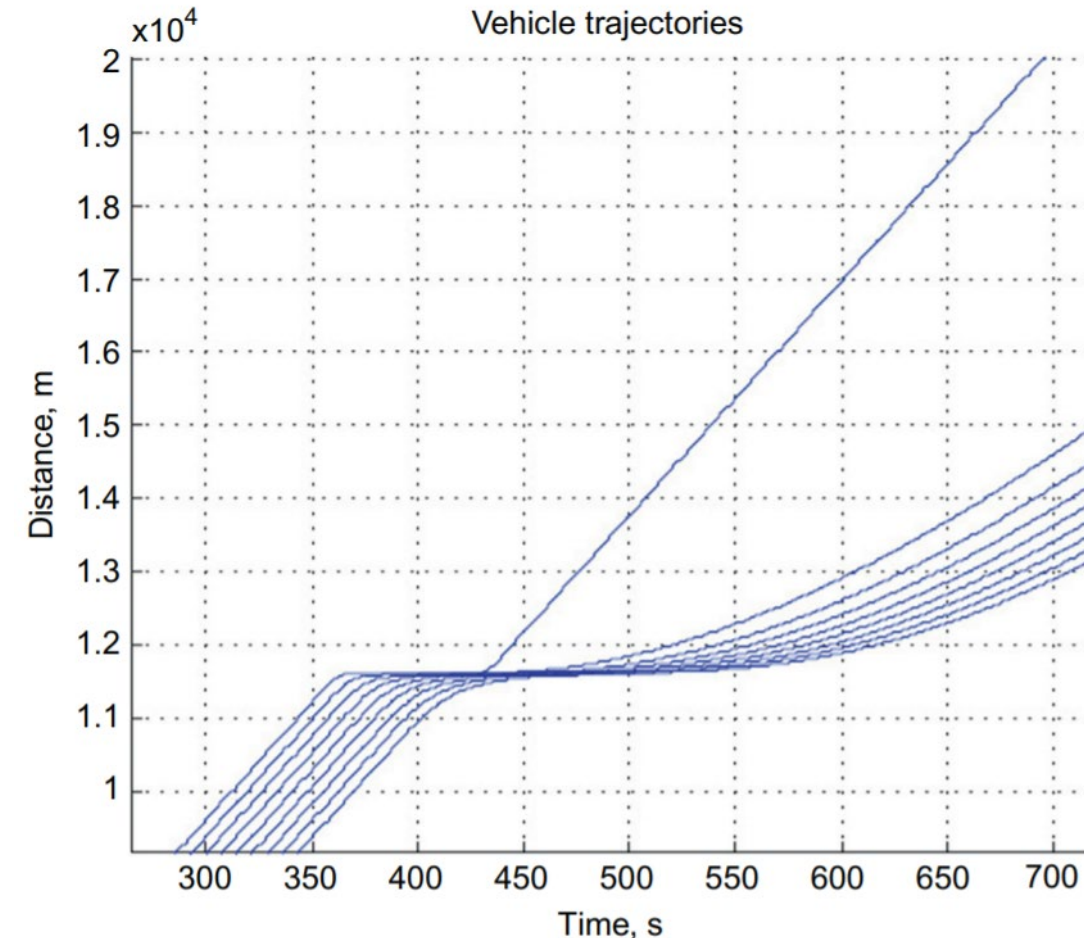


GM4 – Démarrage lent

# Limitations des modèles GM

## Démarrage lent

- En tant que tel, le modèle ne s'applique pas lorsqu'un véhicule est arrêté par un feu rouge à une intersection ou est complètement bloqué par un autre véhicule sur une autoroute.
- Le véhicule en question doit ralentir à une vitesse infinitésimale plutôt que s'arrêter.
- Lorsque le feu passe au vert ou le premier véhicule reprend le mouvement, le véhicule suiveur prendra beaucoup de temps pour rattraper la vitesse souhaitée.
- Ceci est lié à la vitesse infinitésimale du véhicule qui se traduit par une faible attraction, qui est le seul mécanisme pour accélérer le véhicule.
- Un tel scénario est illustré, où un écart notable se produit entre le premier véhicule et le deuxième véhicule.



GM4 – Démarrage lent



# Limitations des modèles GM

## Proximité

- Selon GM4, deux véhicules peuvent se rapprocher arbitrairement l'un de l'autre tant qu'ils roulent à la même vitesse.
- Il n'est certainement pas raisonnable de supposer que deux véhicules se suivront avec un écart de 1 pouce entre eux à 120 km/h!
- La raison pour laquelle GM4 autorise une telle distance de poursuite est que, quelle que soit la proximité des deux véhicules, le modèle ne prédit aucune réponse tant que les deux véhicules se déplacent à la même vitesse.

# Références

- May, A. D. (1990). *Traffic flow fundamentals*.
- Gartner, N. H., Messer, C. J., & Rathi, A. (2002). Traffic flow theory-A state-of-the-art report: revised monograph on traffic flow theory.
- Ni, D. (2015). *Traffic flow theory: Characteristics, experimental methods, and numerical techniques*. Butterworth-Heinemann.
- Kessels, F., Kessels, R., & Rauscher. (2019). *Traffic flow modelling*. Springer International Publishing.
- Treiber, M., & Kesting, A. (2013). Traffic flow dynamics. *Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*.
- Garber, N. J., & Hoel, L. A. (2014). *Traffic and highway engineering*. Cengage Learning.
- Elefteriadou, L. (2014). *An introduction to traffic flow theory* (Vol. 84). New York: Springer.
- Victor L. Knoop (2017), Introduction to Traffic Flow Theory, Second edition
- Serge P. Hoogendoorn, Traffic Flow Theory and Simulation
- Nicolas Saunier, Course notes for “Traffic Flow Theory – CIV6705”
- Mannering, F., Kilareski, W., & Washburn, S. (2007). *Principles of highway engineering and traffic analysis*. John Wiley & Sons.
- Haight, F. A. (1963). *Mathematical theories of traffic flow* (No. 519.1 h3).

