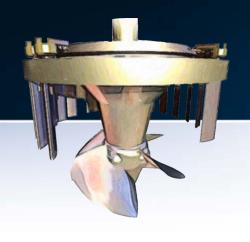




# Turbomachines



NRJ EN ROTATION



## À venir

- Analyse thermodynamique du cycle d'un turboréacteur
- Consommation spécifique

Turbosoufflante

## L'analyse du cycle

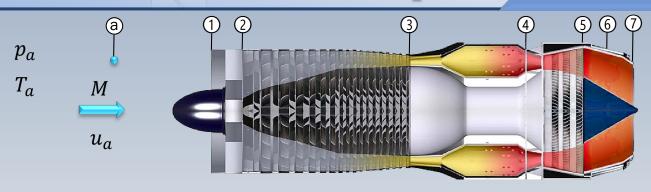
L'analyse du cycle thermodynamique qui gouverne une turbine à gaz comprend la performance des composantes avec des paramètres de conception préétablis

Souvent, ces paramètres sont fixés par des limitations technologiques, thermiques et mécaniques. Le rapport de compression du compresseur et la température d'entrée de la turbine sont les exemples le plus pertinents

Dans la suite, nous regarderons les différentes étapes du cycle d'un turboréacteur

## Analyse en subsonique

## Entrée 2 du compresseur

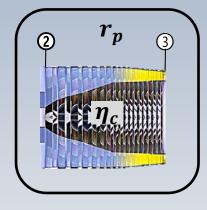


$$T_{02} = T_a \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$
  $T_{02} = T_a + \frac{u_a^2}{2c_p}$   $p_{02} = p_a \left( \frac{T_{02}}{T_a} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$ 

On considère que l'écoulement de l'air ambiant s'arrête de manière isentropique entre le point a et l'entrée 2 du compresseur

### du compresseur

 $c_n = cnste$ 



$$r_p = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)$$

Connaissant le rapport de compression,  $r_p$ , et le rendement total-à-total  $\eta_c$ , nous trouvons

$$\boldsymbol{p_{03}} = p_{02}r_p$$

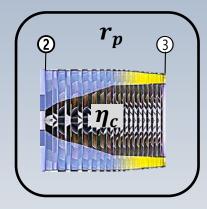
Avec

$$\eta_c = \frac{h_{03s} - h_{02}}{h_{03} - h_{02}}$$

et l'hypothèse de  $c_p = cnste o$ 

$$\eta_c = \frac{T_{03s} - T_{02}}{T_{03} - T_{02}}$$

## Sortie 3 du compresseur



$$r_p = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)$$

$$\frac{T_{03s}}{T_{02}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\gamma - 1/\gamma}$$

$$\eta_c = \frac{T_{02}(T_{03s}/T_{02} - 1)}{T_{03} - T_{02}}$$

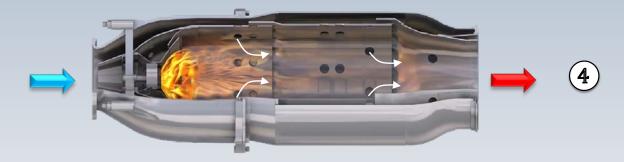
$$T_{03} = T_{02} \left[ 1 + \frac{1}{\eta_c} \left( r_p^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right) \right]$$

$$W_c = c_p (T_{03} - T_{02})$$

$$W_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_{02} \left[ \left( \frac{p_{03}}{p_{02}} \right)^{\gamma - 1/\gamma} - 1 \right]$$

## Pression à l'entrée 4 de la turbine

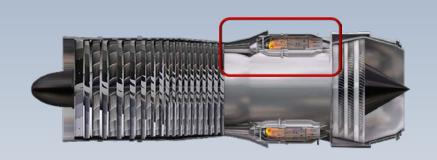
Dans une turbine à gaz la combustion est un processus continu et la chambre est un dispositif ouvert

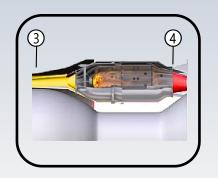


Le processus est alors approximativement à pression constante. En réalité il y a une légère perte de pression, mais dans un premier temps nous pouvons effectuer une analyse raisonnable sans considérer cette perte

### Pression à l'entrée (4) de la turbine





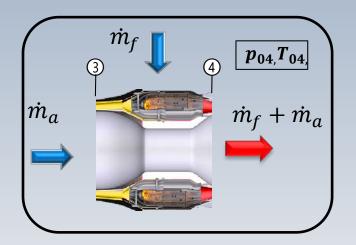


 $p_{04} \approx p_{03}$ 

La pression à la station 4, qui dénote la sortie de la chambre de combustion, ou l'entrée de la turbine, est alors connue grâce à l'hypothèse précédente,

$$p_{04} \approx p_{03}$$

## Rapport de mélange

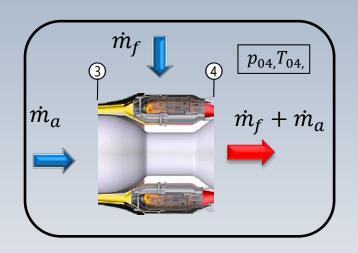


La température  $T_{04}$ , à la sortie de la chambre de combustion, est aussi connue d'après un calcul de combustion

Nous pouvons alors, faire un bilan enthalpique qui permettra de calculer le rapport de mélange

$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_g}$$

## Rapport de mélange



$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}$$

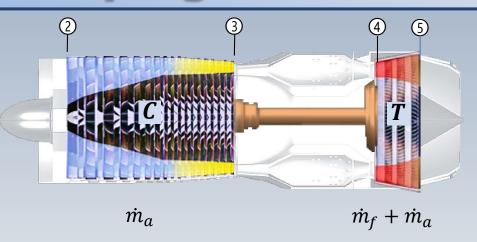
$$(\dot{m}_a + \dot{m}_f)h_{04} = \dot{m}_a h_{03} + \dot{m}_f \times LHV$$

$$\left(1 + \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}\right) h_{04} = \left(\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_a}\right) h_{03} + f \times LHV$$

$$(1+f)h_{04} = h_{03} + f \times LHV$$

$$f = \frac{T_{04}/T_{03} - 1}{LH \, V/c_p \, T_{03} - T_{04}/T_{03}}$$

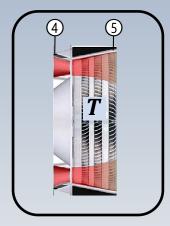
### Couplage

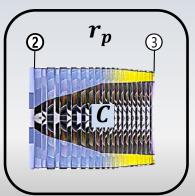


Lorsque les pertes mécaniques sont négligées, le couplage réalisé par l'arbre 3-4, implique que le travail produit par la turbine, est entièrement consommé par le compresseur Ceci est exprimé par le bilan d'enthalpie

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_f)(h_{04} - h_{05}) = \dot{m}_a(h_{03} - h_{02})$$

## Sortie 5 de la Tb de puissance





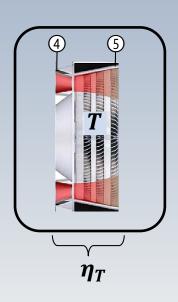
Si nous estimons que  $f=\frac{m_f}{\dot{m}_a}\ll 1$ , et que  $c_p=cnste$  , l'équation précédente conduit à

$$T_{05} = T_{04} - (T_{03} - T_{02})$$

par la suite, sachant que

$$W_T = W_C = c_p(T_{03} - T_{02})$$

## Sortie 5 de la Tb de puissance



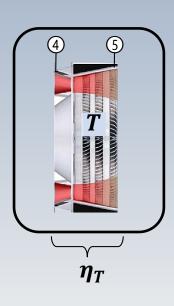
Alors,

$$T_{05} = T_{04} - \frac{W_T}{c_p}$$

Pour obtenir la pression  $p_{05}$ , nous utiliserons un chemin isentropique entre les états 4 et 5 Pour ce faire, nous calculons d'abord la température  $T_{05s}$  avec un rendement  $\eta_T$  connu

$$T_{05s} = T_{04} - \frac{W_T}{\eta_T c_p}$$

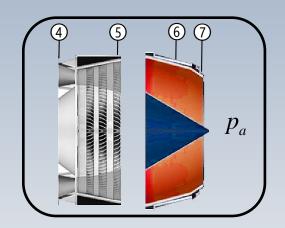
## Sortie 5 de la Tb de puissance

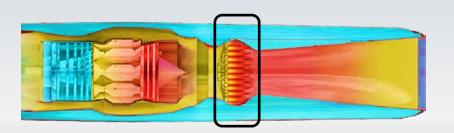


Connaissant  $T_{04}$  et  $T_{05\mathrm{s}}$ , la pression  $p_{05}$  est déterminé avec

$$\left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right) = \left(\frac{T_{05s}}{T_{04}}\right)^{\gamma/\gamma - 1}$$

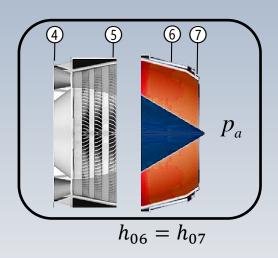
## Le point 6





Après la turbine, l'écoulement est accéléré vers la sortie 7. Le point 6 est utilisé pour indiquer si un postcombusteur, employé dans les avions militaires, serait placé dans la conduite de sortie

Ce dispositif ne fait pas partie des présents calculs. Le point 6 coïncide alors avec le point 5

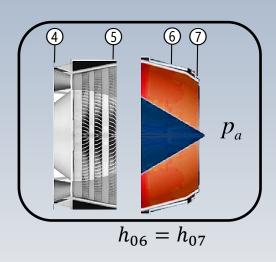


Les quantités thermodynamiques au point 6 sont celles du point 5

Le gaz est accéléré entre les points 6 et 7

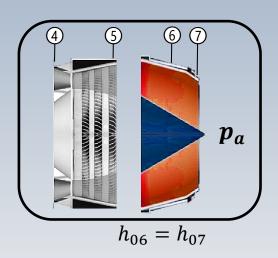
Nous supposons qu'il n'y a pas des pertes et que l'enthalpie totale est conservée, alors

$$h_{06} = h_{07}$$



Puisque l'enthalpie totale est l'addition de l'enthalpie et l'énergie cinétique, notamment

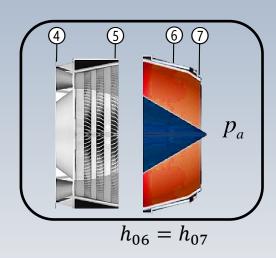
$$h_{06} = h_{07} = h_7 + \frac{u_7^2}{2}$$
d'où pour  $c_p = cnste$ 
 $T_{06} = T_{07} = T_7 + \frac{u_7^2}{2c_p}$ 
 $\frac{u_7^2}{2} = c_p(T_{06} - T_7)$ 



Cependant  $T_7$  est inconnue. Par contre,  $p_7$  est disponible puisqu'elle correspond à la pression ambiante  $p_a$ 

Si nous supposons que le processus 6-7 est isentropique (tuyère adiabatique et sans aucune perte), alors

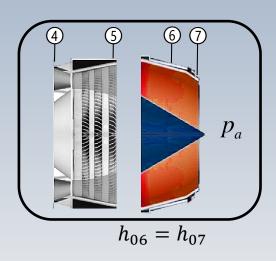
$$T_7 \rightarrow T_{7S}$$



### Nous écrivons ainsi

$$\frac{u_7^2}{2} = c_p (T_{06} - T_{7s})$$

$$\frac{u_7^2}{2} = c_p T_{06} \left( 1 - \frac{T_{7S}}{T_{06}} \right)$$



Étant donné que

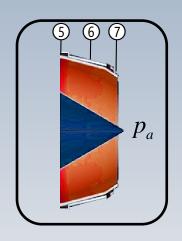
$$\frac{T_{7S}}{T_{06}} = \left(\frac{p_7}{p_{06}}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

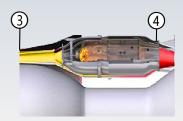
nous trouvons finalement

$$\boldsymbol{u_7} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}RT_{06}\left(1 - \left(\frac{p_a}{p_{06}}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right)}$$

$$c_p = \gamma R/\gamma - 1$$
,  $p_a = p_7$ 

## Rendement thermique





L'énergie fournie est

$$q = c_p (T_{04} - T_{03})$$

de sorte que **le rendement thermique** s'écrit

$$\eta_{th} = \frac{\frac{u_7^2}{2} - \frac{u_a^2}{2}}{c_p(T_{04} - T_{03})}$$

### Caractérisation de la performance : SFC

Afin de quantifier **l'efficacité économique** d'un turbomoteur par rapport à la poussée produite, ou la puissance développée, le concept de **consommation spécifique de carburant**, est utilisé

Spécifiquement, c'est le rapport entre le débit de carburant et la puissance ou poussée produite

### Consommation spécifique de carburant

La consommation spécifique de carburant est souvent noté par SFC (Specific Fuel Consumption)

$$SFC = \frac{D\acute{e}bit\,de\,Carburant}{Puissance} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}}$$

Dans le système SI, les unités sont kg/kWh, si l'objectif c'est la production de puissance et  $kg/(kN \cdot s)$ , lorsque le but c'est la génération de poussée

### Puissance spécifique

Associée à la *SFC* nous trouvons la puissance spécifique, définie comme le rapport entre la puissance et le débit massique d'air

$$W_{s} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}_{a}} \left[ \frac{kW}{k \, g/s} \right]$$

Plus  $W_s$  est élevée, plus la machine est compacte (légère) en raison d'un plus petit débit massique d'air

### Remarques

• La puissance spécifique  $W_s = \dot{W}/\dot{m}_a$  permet d'écrire la **SFC** en fonction du rapport f: le débit massique de carburant au débit massique d'air

$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} \qquad \qquad SFC = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}} \qquad \qquad SFC = \frac{f}{W_s}$$

### Rendement et SFC

• Le rendement thermique peut s'écrire en fonction de  $SFC = \frac{m_f}{\dot{W}}$ 

$$\eta_{th} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}_f LHV} \longrightarrow \eta_{th} = \frac{3600}{SFC(k g/k W hre)LHV(k J/k g)}$$

$$LHV = 42798 \ k J/k g$$

Valeur représentative pour le kérosène

### Caractérisation de la performance:TSFC

Lorsque la turbine à gaz est utilisé pour propulser un aéronef, la consommation de carburant est rapportée à **la poussée** générée (en *kNewtons* dans le système *SI*) et pas à la puissance produite

Ce paramètre, la masse de carburant nécessaire pour fournir une poussée pour une période donnée, est noté par *TSFC* 

En ingénierie, les unités pratiques sont  $(kg/hre \cdot kN)$ 

### Cons. spécifique basée sur la poussée



À partir de la formule précédemment développée pour la poussée,

$$T = \dot{m}_a \big[ (1+f)u_j - u_a \big]$$

une équation peut être trouvée pour la *TSFC* 

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{T} = \frac{\dot{m}_f / \dot{m}_a}{T / \dot{m}_a}$$

### Cons. spécifique basée sur la poussée

#### Dont la forme finale est



$$TSFC = \frac{f}{(1+f)u_j - u_a}$$

### Résumé

$$SFC = \frac{D\acute{e}bit\,de\,Carburant}{Puissance} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}} \qquad \frac{(kg/h)}{kW}$$

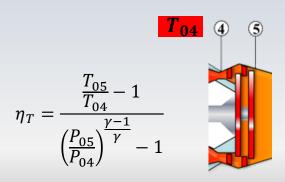
$$TSFC = \frac{D\acute{e}bit\,de\,Carburant}{Pouss\acute{e}e} = \frac{f}{(1+f)u_j - u_a} \qquad \frac{(kg/h)}{N}$$

## Contrôle du cycle

$$\eta_C = \frac{\left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{03}}{T_{02}} - 1}$$

$$p_{03}/p_{02}$$





Afin de contrôler une turbine à gaz, au niveau de la puissance produite, et du rendement obtenu, nous pouvons agir sur deux éléments :

le rapport de compression  $p_{03}/p_{02}$ 

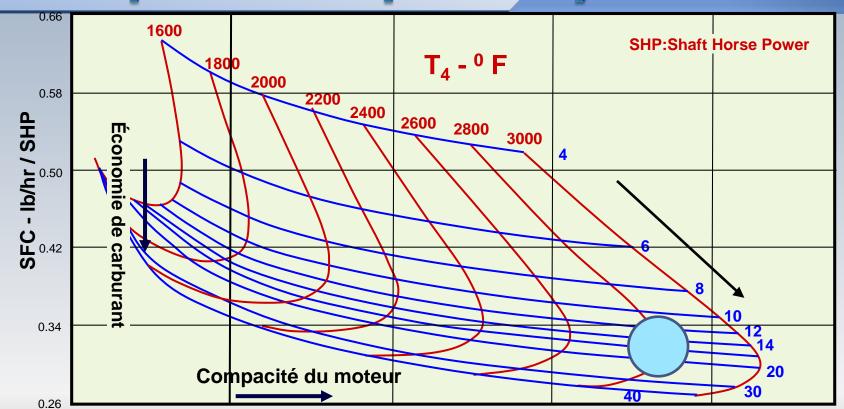
la température à l'entrée de la turbine T<sub>04</sub>

## Étude paramétrique

En pratique industrielle, plusieurs niveaux (paramètres) du rapport de pression  $p_{03}/p_{02}$  et de température à l'entrée de la turbine  $T_{04}$  sont tracés pour construire une carte basée sur la puissance spécifique versus la consommation spécifique

Voici un exemple de ce type de représentation en unités anglaises

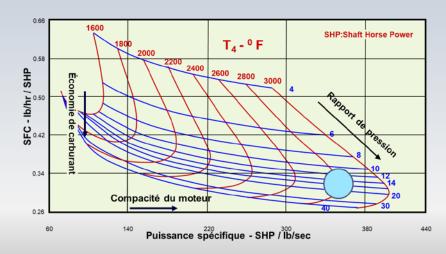
## Étude paramétrique du cycle



Puissance spécifique - SHP / lb/sec

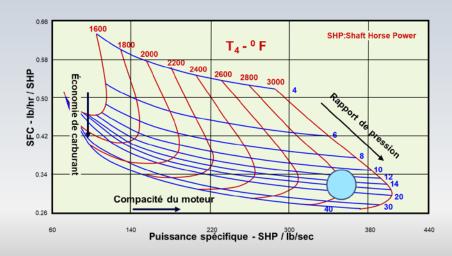
## Étude paramétrique

Nous pouvons constater qu'à rapport de pression donné (ligne bleue), une augmentation de la température à l'entrée de la turbine emmène une augmentation de la puissance spécifique, accompagnée d'une diminution de la consommation spécifique



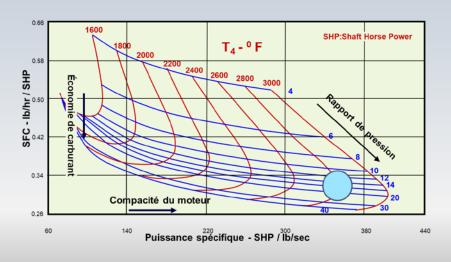
## Étude paramétrique

D'autre part, à température d'entrée de la turbine donnée (ligne rouge) on trouve, dépendent du rapport de pression, d'abord un maximum de la puissance spécifique, et par après un minimum de la consommation spécifique



### Cons. spécifique basée sur la poussée

La carte paramétrique aide au choix d'un moteur. Par exemple, si l'on veut un moteur compact, avec une puissance spécifique élevée, il faut se limiter à une consommation spécifique petite (cercle à droite)



$$SFC = \frac{f}{W_s}$$

$$W_{\rm s} = \dot{W}/\dot{m}_a$$