Caractéristiques des flux de circulation

Hamzeh Alizadeh, Ph.D.

Directeur – Recherches et valorisation des données
ARTM

Introduction

- La circulation routière peut être directement observée
  - Par ex. des caméras en haut d'un grand bâtiment ou monté sur un avion.
- Selon leurs mécanismes de rapport et les données récoltées, les capteurs peuvent être classés en trois catégories: les capteurs mobiles, les capteurs fixes et les capteurs spatiaux.
- Un capteur mobile réside dans un véhicule, se déplace avec le véhicule et enregistre l'emplacement de ce véhicule particulier au fil du temps.
- Un capteur fixe se trouve à un emplacement fixe sur une chaussée, observe le passage des véhicules et ne rapporte les données de trafic qu'à cet endroit particulier au fil du temps.
- Un capteur spatial vole dans le ciel, observe le trafic sur un tronçon de route et enregistre les positions des véhicules à un instant donné sur ce tronçon de route particulier.
- Nous discuterons à quoi ressemblent les données de trafic rapportées par ces types de capteurs et comment les caractéristiques des flux de circulation sont déterminées à partir de ces données.

Données des capteurs mobiles

- Si un véhicule est équipé d’un système GPS, l’appareil peut signaler la position du véhicule au fil du temps.

- Supposons que les données GPS soient reçues toutes les secondes, elles peuvent ressembler aux données indiquées dans le tableau.

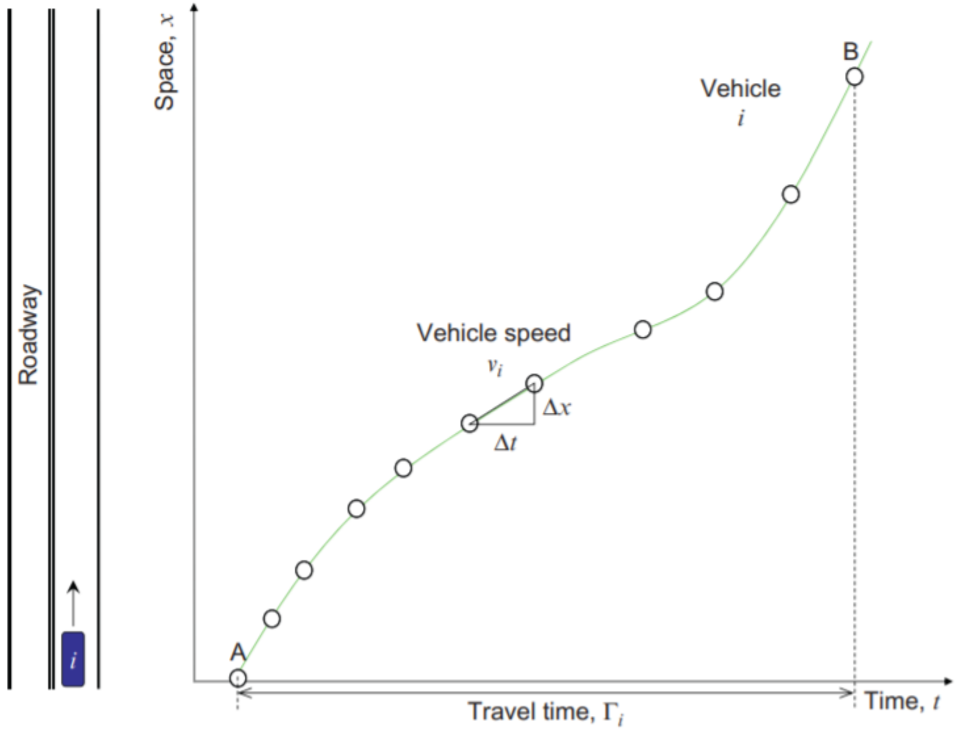
- La position du véhicule est définie par les coordonnées horodatées (longitudes x et latitudes y).

- Dans la figure, chaque cercle représente un enregistrement GPS.

- Si on relie ces cercles, on obtient la trajectoire de ce véhicule, c'est-à-dire la localisation du véhicule en fonction du temps.

Time	*x* (feet)	*y* (feet)	*x* (m)	*y* (m)
09:00:00	0	0	0.0	0.0
09:00:01	3	0	0.9	0.0
09:00:02	5	0	1.5	0.0
09:00:03	7	0	2.1	0.0
09:00:04	10	1	3.0	0.3
09:00:05	15	4	4.6	1.2
09:00:06	18	9	5.5	2.7
09:00:07	21	12	6.4	3.7
09:00:08	23	12	7.0	3.7
09:00:09	27	12	8.2	3.7
09:00:10	30	12	30	12

Données GPS



Trajectoire du véhicule

Données des capteurs mobiles

- Pour calculer la vitesse du véhicule:

$$\dot{x}_i = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

- Si la trajectoire du véhicule est connue et en forme d'une courbe lissée, nous pouvons déterminer $\dot{x}_i$ en prenant la première dérivée de la trajectoire:

$$\dot{x}_i = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.$$

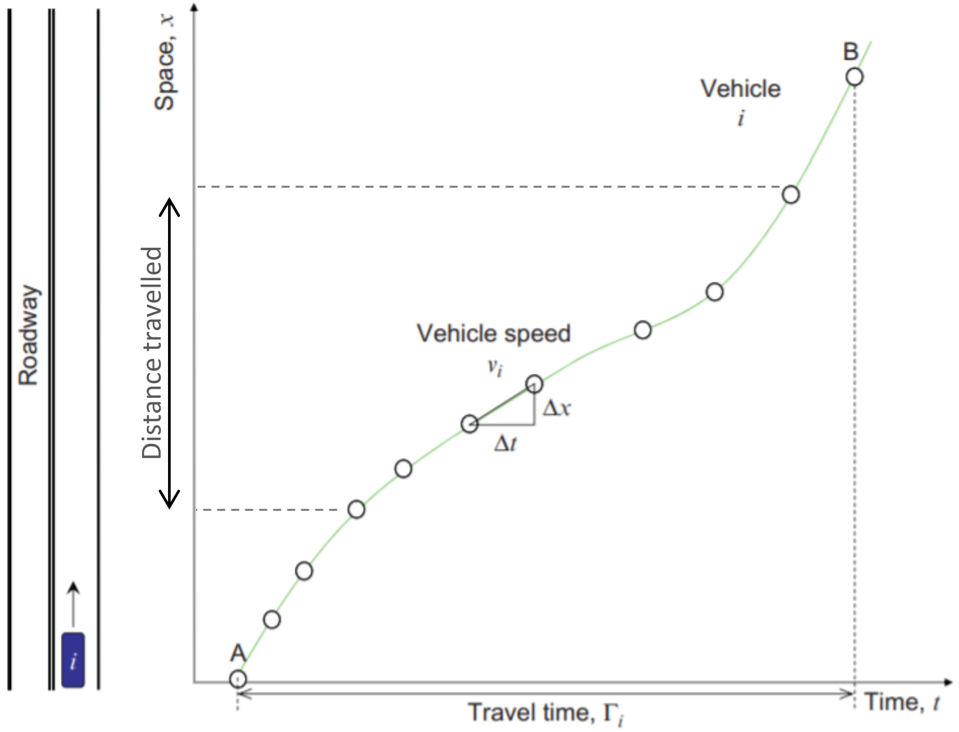
- Le temps de parcours du véhicule, entre deux points A et B peut être lu directement sur la trajectoire:

$$\Gamma_i = t_i^{\mathrm{B}} - t_i^{\mathrm{A}}$$

- Distance parcourue?

Time	x (feet)	y (feet)	x (m)	y (m)
09:00:00	0	0	0.0	0.0
09:00:01	3	0	0.9	0.0
09:00:02	5	0	1.5	0.0
09:00:03	7	0	2.1	0.0
09:00:04	10	1	3.0	0.3
09:00:05	15	4	4.6	1.2
09:00:06	18	9	5.5	2.7
09:00:07	21	12	6.4	3.7
09:00:08	23	12	7.0	3.7
09:00:09	27	12	8.2	3.7
09:00:10	30	12	30	12

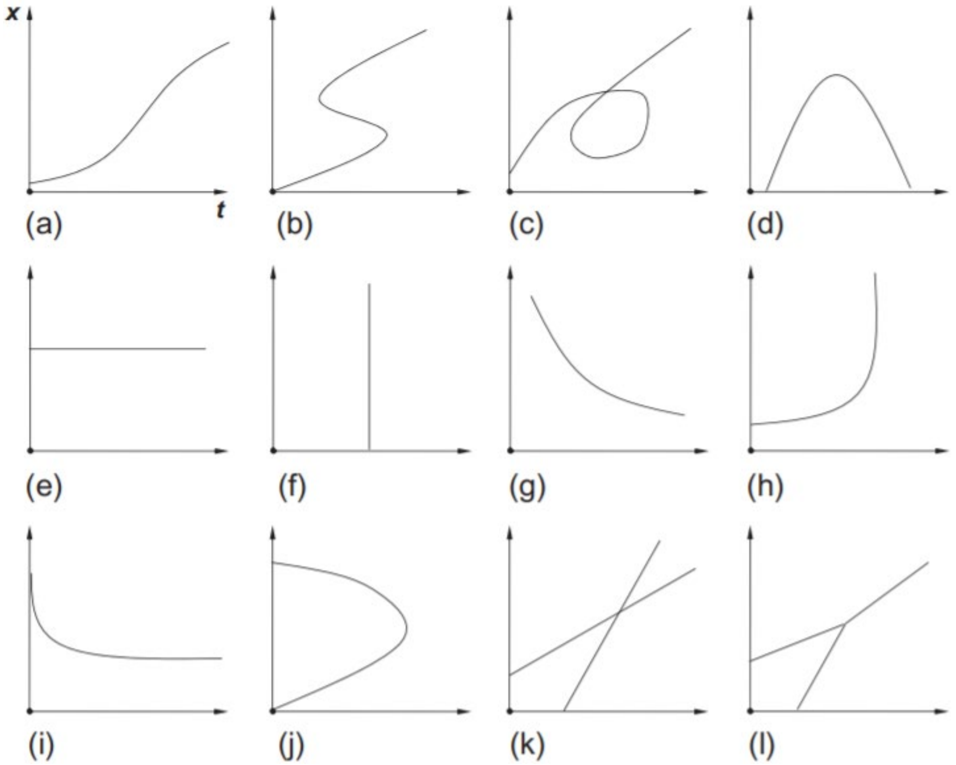
GPS data



Trajectoire du véhicule

Données des capteurs mobiles

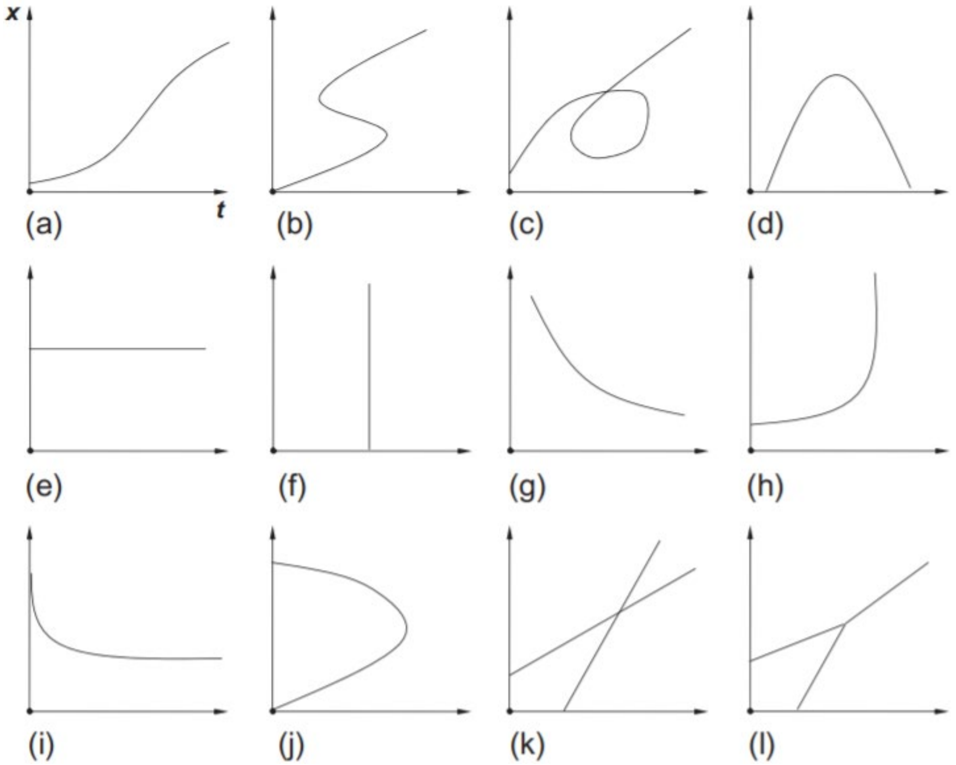
- Le tracé (a) est valide et montre un véhicule se déplaçant dans la direction x positive au fil du temps.
- Le tracé (b) n'est pas une trajectoire valide. Si on trace une ligne verticale, elle peut croiser la trajectoire plusieurs fois. Cela signifie qu'à un instant donné, le véhicule peut apparaître à plusieurs endroits simultanément, ce qui est impossible.
- Pour la même raison, les tracés (c) et (j) ne sont pas valides non plus.
- Le tracé (d) est valide, et la trajectoire suggère que le véhicule avance d'abord (c'est-à-dire dans la direction x positive) puis, à un moment donné, recule.
- Le tracé (e) est valide et suggère simplement que le véhicule ne bouge pas (peut-être stationné).
- Le tracé (f) est impossible, car il suggère une vitesse infinie (c'est-à-dire la tangente de la trajectoire).



Trajectoires hypothétiques des véhicules

Données des capteurs mobiles

- Le tracé (g) est valide puisque le véhicule recule simplement.
- Le tracé (h) est très inhabituel / impossible, car le véhicule se déplace d'abord à des vitesses raisonnables, puis la vitesse augmente à l'infini vers la fin.
- Le tracé (i) est valide et le véhicule s'arrête progressivement.
- Le graphique (k) peut être interprété de deux manières:
    - L'un est un scénario à deux voies où un véhicule rapide dépasse un véhicule lent;
    - L'autre est un scénario à une voie où le véhicule rapide entre en collision avec le véhicule lent.
- Le tracé (l) est très improbable et suggère qu'un véhicule rapide rattrape un véhicule lent, puis se déplace comme une seule unité par la suite.
- Il est à noter que le véhicule est considéré comme un point (n'ayant aucune longueur) dans ces figures.



Trajectoires hypothétiques des véhicules

Données des capteurs fixes

- Si un capteur ponctuel (tel qu'une boucle inductive) est installé sur la route à l'emplacement x, ce capteur pourra observer les véhicules passant au-dessus ou en dessous.

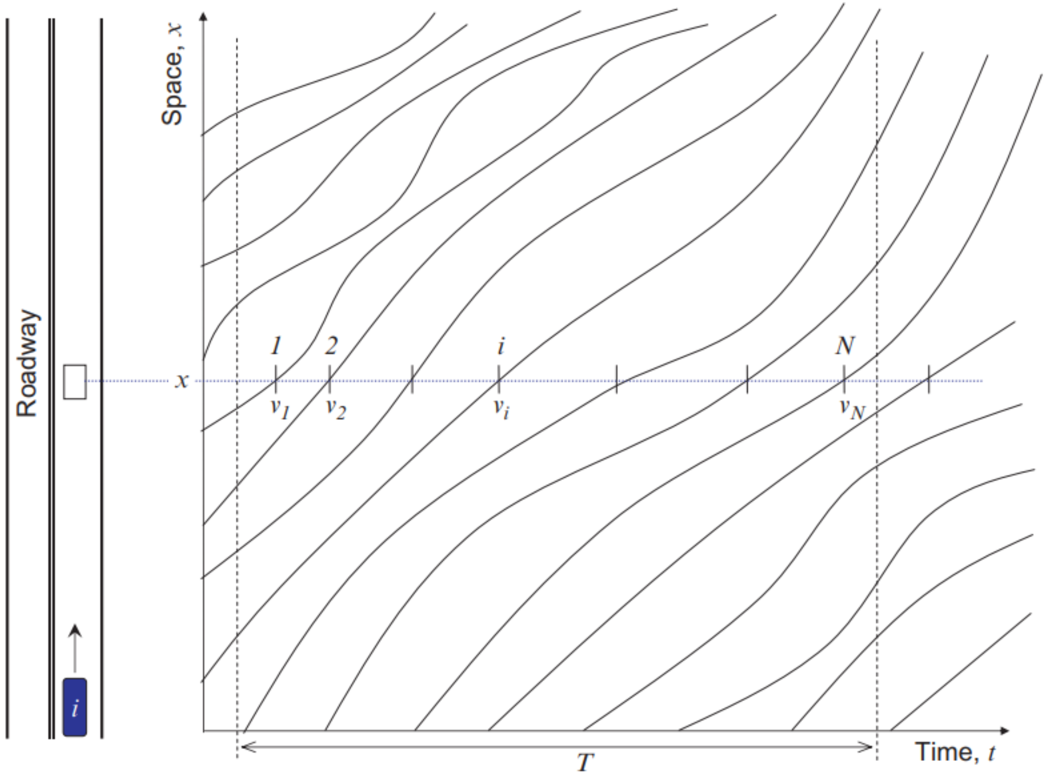
- Dans un diagramme espace-temps, chaque véhicule sera compté à cet endroit.

- Lors d'une période d'observation T, un total de N véhicules sont comptés par le capteur.

- N est appelé le comptage du trafic routier.

- Ce comptage peut être converti en débit horaire équivalent (q) :

$$q = \frac{N}{T}$$



Données d'un capteur fixe

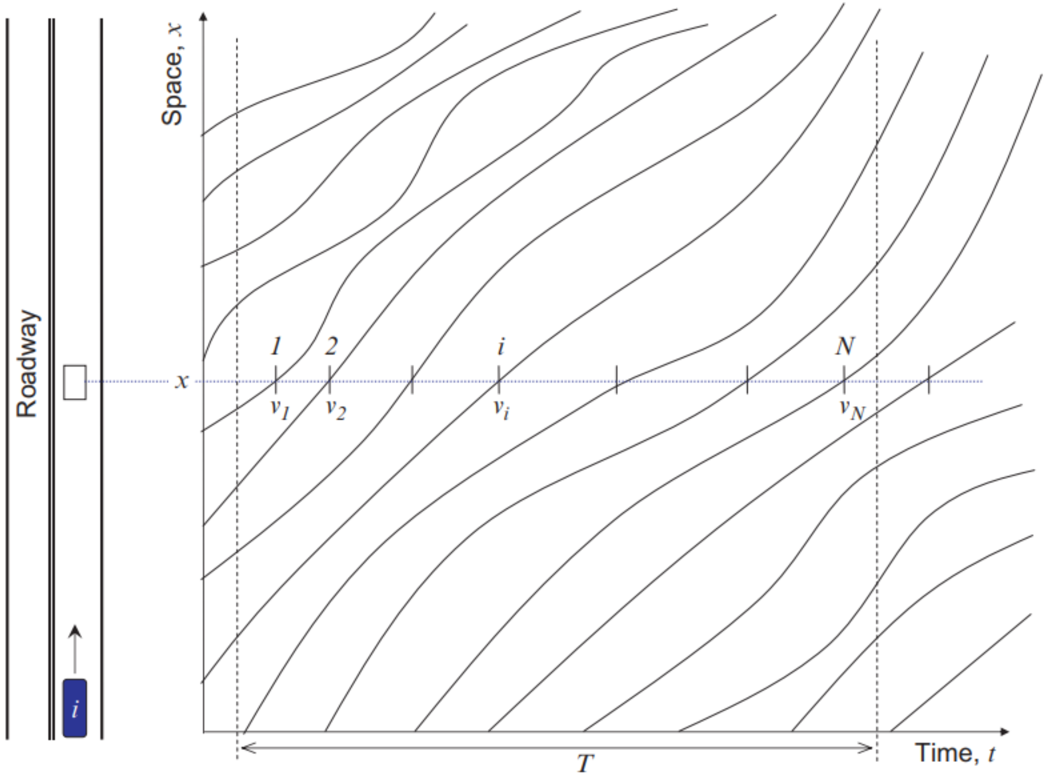
Données des capteurs fixes

- Le temps inter véhiculaire h_i est définie comme la séparation temporelle entre deux véhicules consécutifs et peut être déterminé comme suit:

$$h_i = t_i - t_{i-1}$$

- Si l'erreur due à des temps inter véhiculaires incomplets des premier et dernier véhicules est ignorée, la durée d'observation T peut être exprimée comme:

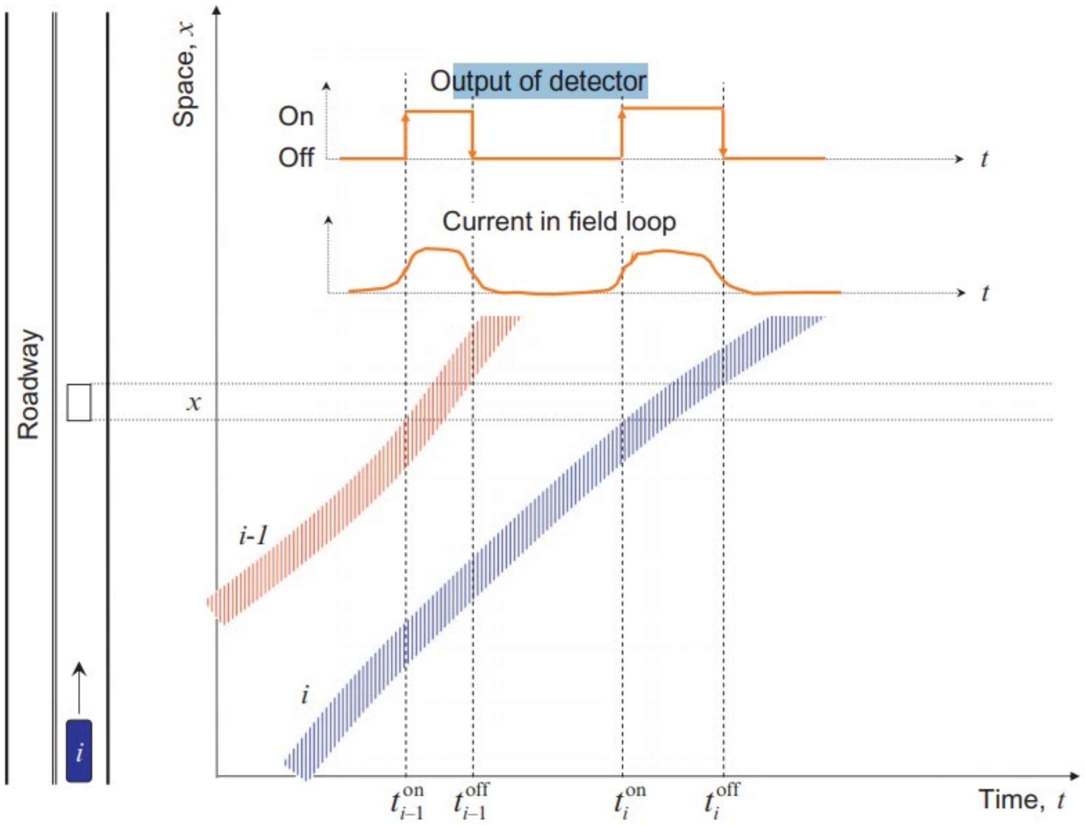
$$T = \sum_{i=1}^{N} h_i$$



Données d'un capteur fixe

Données des capteurs fixes

- Les véhicules et les capteurs fixes ont des dimensions physiques.
- Si les tailles des véhicules et des capteurs sont prises en compte, plus d'informations peuvent être obtenues à partir du diagramme espace-temps.
- Lorsque le pare-chocs avant d'un véhicule entre dans la zone de détection d'une boucle inductive, un signal de détection est généré dans le détecteur.
- Lorsque le pare-chocs arrière du véhicule sort de la zone de détection, le signal retombe à son état normal.
- Si un seuil est correctement défini, le détecteur émet deux états:
  - «on» lorsqu'un véhicule est au-dessus de la boucle, et
  - «off» lorsque la boucle ne détecte aucun véhicule dessus.



Données d'une boucle inductive

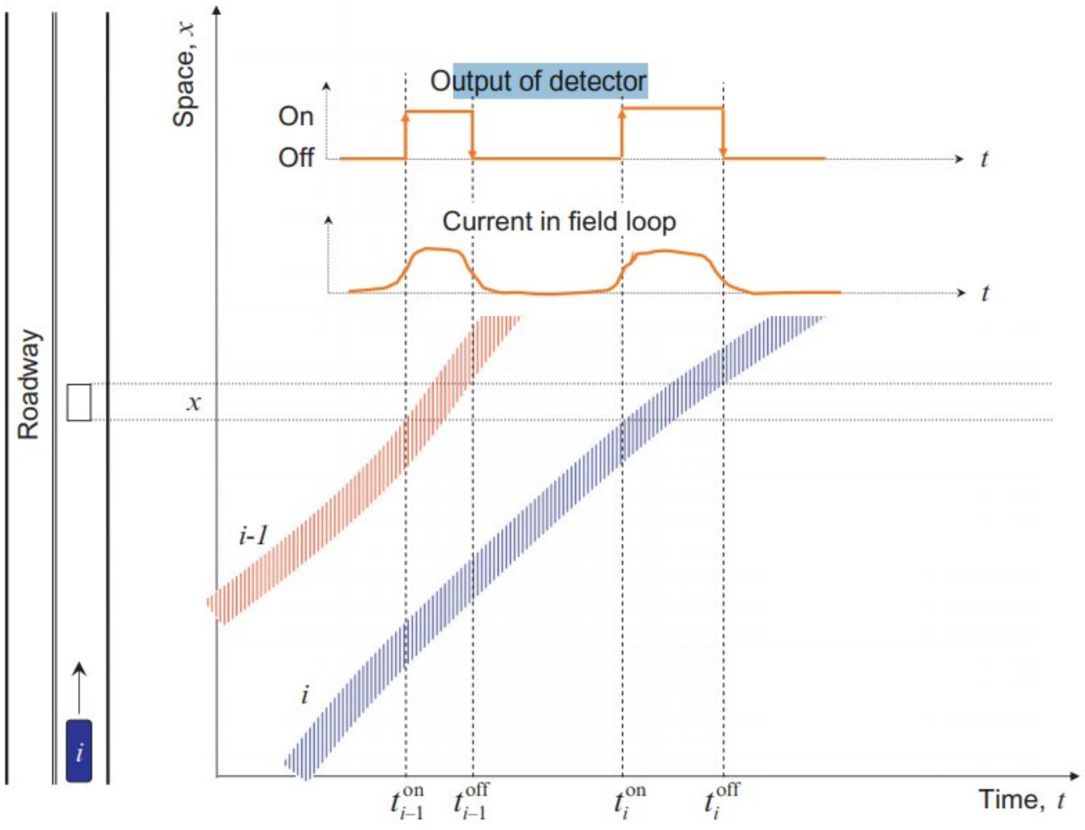
Données des capteurs fixes

- Étant donné que l'état « on » consiste en une transition vers le haut et une transition vers le bas, il suffit de compter soit la transition vers le haut, soit la transition vers le bas pour tous les véhicules détectés afin d'obtenir le comptage du trafic.
- Si on choisit de manière cohérente les points de référence sur tous les véhicules (par exemple, les pare-chocs avant), l'écart entre les véhicules $i-1$ et i peut être calculé comme suit:

$$h_i = t_i^{\text{on}} - t_{i-1}^{\text{on}}$$

- La durée entre le moment où le pare-chocs avant d'un véhicule entre dans la zone de détection et le moment où le pare-chocs arrière du véhicule sort de la zone de détection est appelée le « temps actif », ξ_i.

$$\xi_i = t_i^{\text{off}} - t_i^{\text{on}}$$



Données d'une boucle inductive

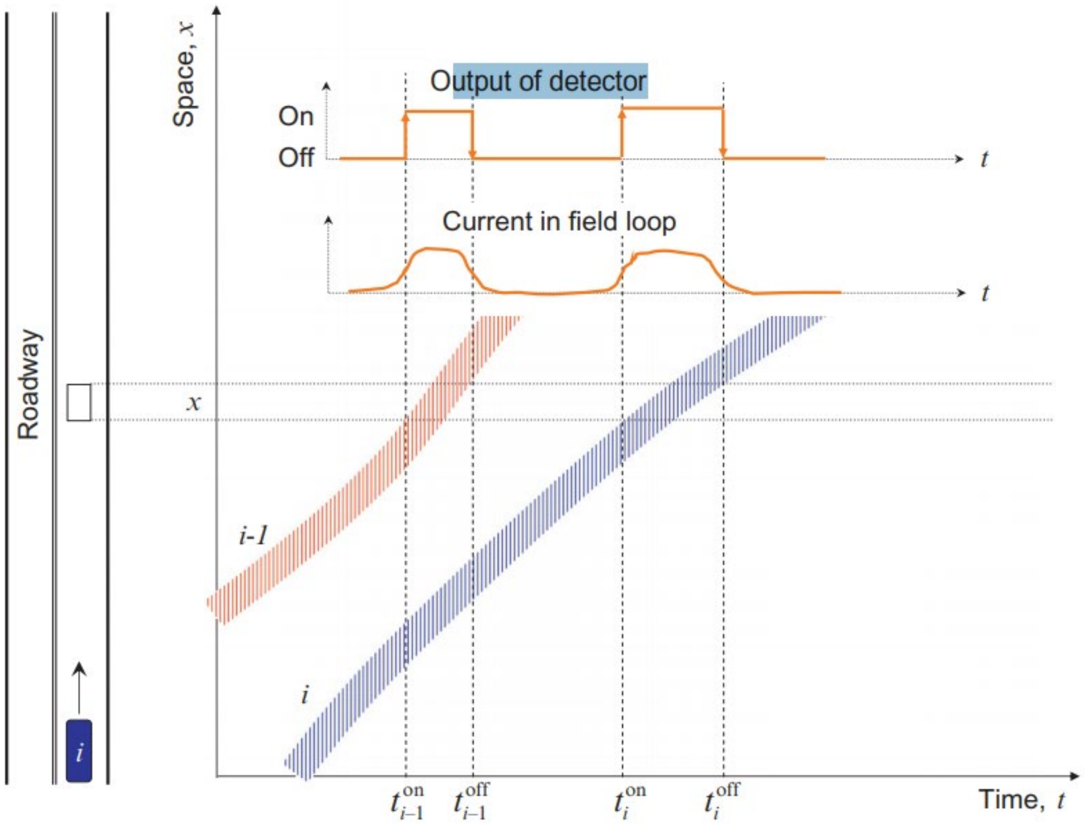
Données des capteurs fixes

- Pendant le « temps actif », le véhicule i parcourt une distance de $d + l_i$ où d est la largeur de la boucle (généralement 6 pieds ou 1,8 m pour les petites boucles) et l_i est la longueur du véhicule. Donc, la vitesse instantanée du véhicule peut être déterminée comme suit:

$$\dot{x}_i = \frac{d + l_i}{\xi_i} = \frac{d + l_i}{t_i^{\text{off}} - t_i^{\text{on}}}$$

- L'occupation est définie comme le pourcentage de temps pendant lequel une boucle est occupée, c'est-à-dire lorsque la boucle détecte des véhicules au-dessus. Donc, si la période d'observation est T, pendant laquelle N véhicules sont détectés, le temps total d'activation est $\sum_{i=1}^{N} \xi_i$ et l'occupation est déterminée comme suit:

$$o = \frac{\sum_{i=1}^{N} \xi_i}{T}$$



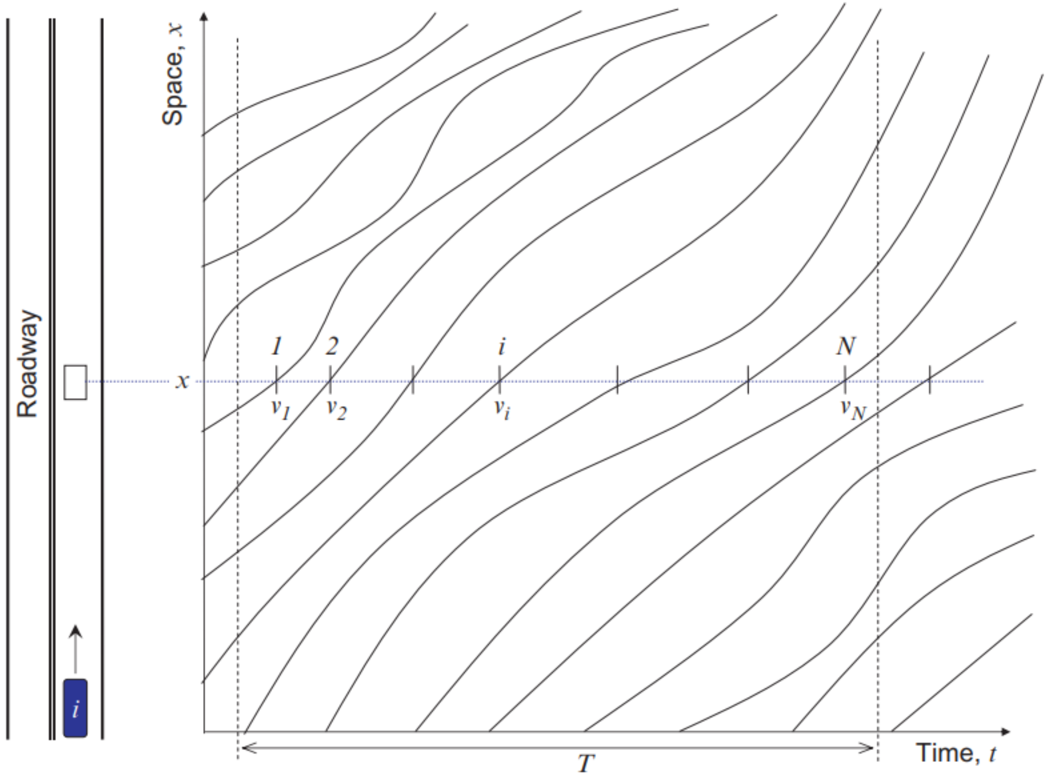
Données d'une boucle inductive

Données des capteurs fixes

- Si on calcul la moyenne des vitesses des véhicules, observées en un point de la chaussée (par un capteur fixe), on obtient une vitesse moyenne dans une période de temps, et donc une telle vitesse moyenne est appelée «vitesse moyenne temporelle».

$$v_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \dot{x}_i$$

- La vitesse moyenne temporelle est la moyenne arithmétique des vitesses instantanées de N véhicules traversant un point donné de la route pendant un intervalle de temps donné.



Données d'un capteur fixe

Données des capteurs spatiaux

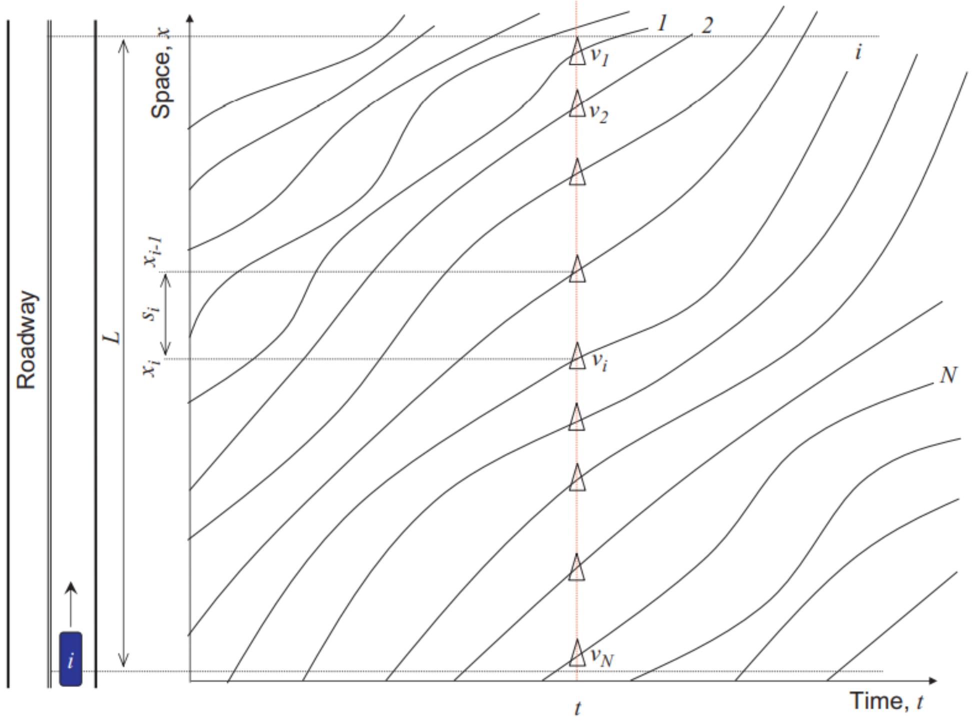
- Si l'on prend des photos aériennes d'une route depuis un hélicoptère, les véhicules peuvent être localisés dans chacune des photos.
- La figure illustre une photo prise au temps t. Les véhicules sont étiquetés comme des triangles.
- La séparation spatiale, s_i entre deux véhicules consécutifs est appelée espacement:

$$s_i = x_{i-1} - x_i$$

- La densité k est définie comme le nombre de véhicules observés sur une longueur unitaire de la route:

$$k = \frac{N}{L}$$

où L est la longueur du tronçon de route observé et N est le nombre de véhicules observés sur ce tronçon de route.



Données d'un capteur spatial (Une photo de la route)

Données des capteurs spatiaux

- Si l'on ignore l'erreur due à des espacements incomplets des premier et dernier véhicules, la longueur de chaussée L peut être exprimée comme:

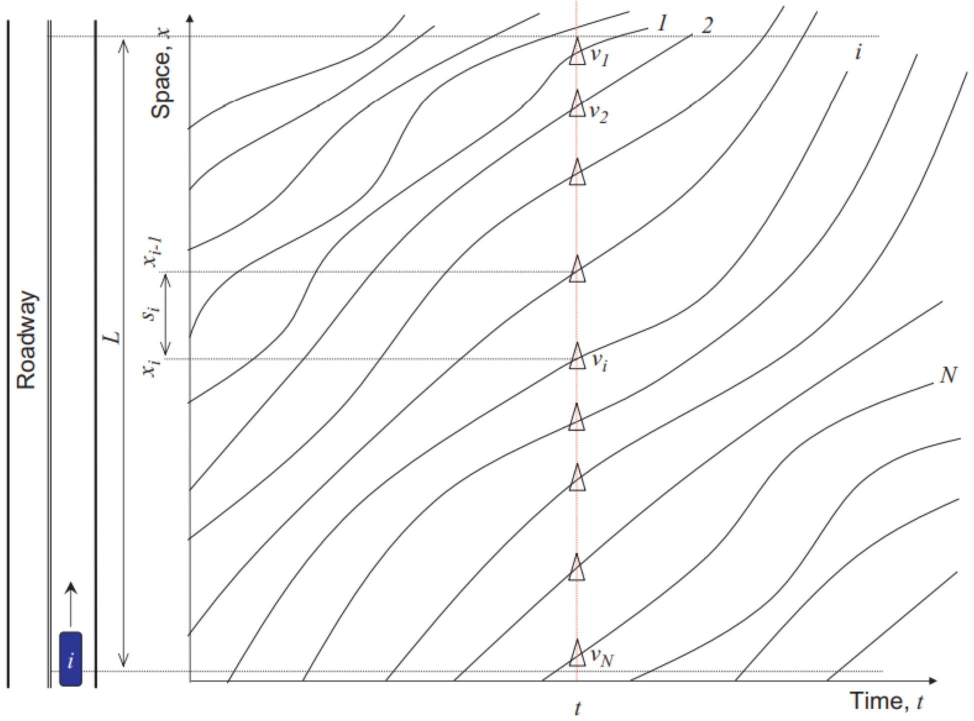
$$L = \sum_{i=1}^{N} s_i.$$

- Avec deux photos (à t1 et t2), on est capable de comparer les positions des véhicules et de trouver la distance parcourue par chaque véhicule. Puisque le temps entre les deux photos est connu, la vitesse de chaque véhicule peut être déterminée en conséquence:

$$v_i(t) = \frac{\Delta x_i}{\Delta t}.$$

- Si l'on fait la moyenne des vitesses des véhicules obtenues à partir de photos aériennes, on obtient une vitesse moyenne dans un espace, et donc une telle vitesse moyenne est appelée «vitesse moyenne spatiale».

$$v_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \dot{x}_i$$



Données d'un capteur spatial
(Une photo de la route)

Diagramme espace-temps

- La figure illustre un diagramme espace-temps avec des trajectoires de véhicules avec les données récoltées par les trois types de capteurs.
- Les caractéristiques de la circulation sont considérées à deux niveaux de détail:
  - *Les caractéristiques microscopiques* sont spécifiques au véhicule et portent donc un indice i,
  - *Les caractéristiques* macroscopiques sont des mesures agrégées et l'agrégation peut être effectuée sur des véhicules, dans le temps ou dans l'espace.

Category	Sensors	Microscopic characteristics	Macroscopic characteristics
Flux	Mobile	–	–
	Point	h_i	N, q
	Space	–	–
Speed	Mobile	$\dot{x}_i$	–
	Point	$\dot{x}_i$	v_t
	Space	$\dot{x}_i$	v_s
Concentration	Mobile	–	–
	Point	ξ_i	o
	Space	s_i	N, k

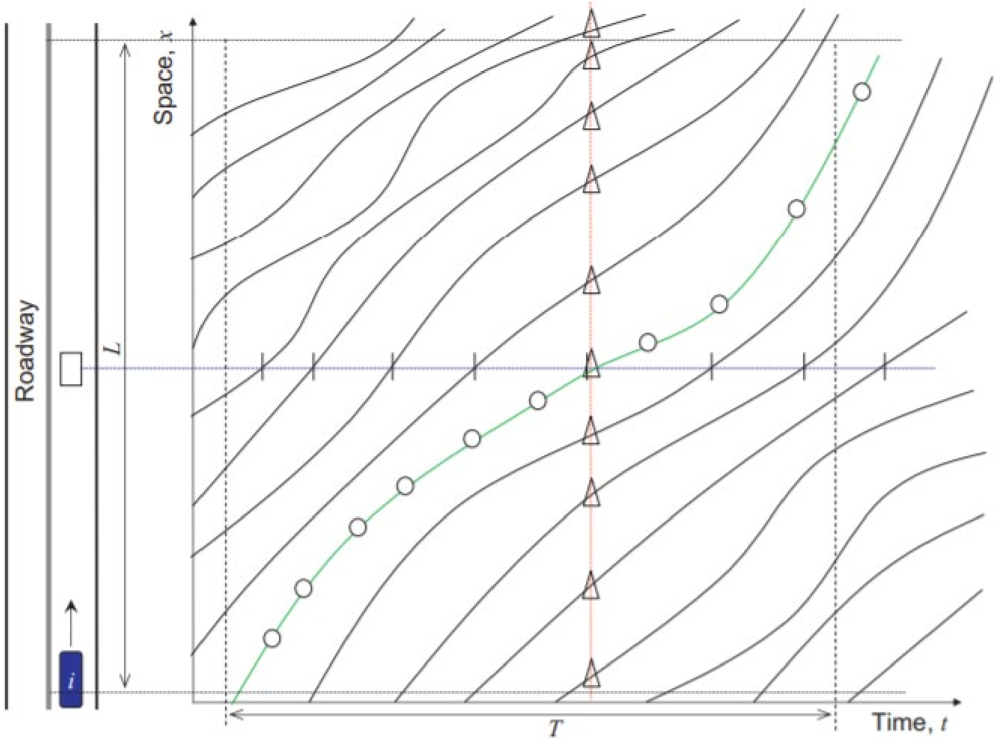


Diagramme espace-temps et données des trois types de capteurs

Équation de Wardrop

- Wardrop a démontré (à partir de données réelles) que la relation suivante entre la vitesse moyenne temporelle et la vitesse moyenne spatiale est toujours valable:

$$v_t = v_s + \frac{\sigma^2}{v_s}$$

- Où σ^2 est la variance des vitesses.
- La vitesse moyenne dans le temps v_t est toujours supérieure ou égale à la vitesse moyenne spatiale v_s.
- Ils ne sont égaux que si le trafic est uniforme, c'est-à-dire que tous les véhicules roulent à la même vitesse ($\sigma = 0$).
- La différence entre ces vitesses diminue à mesure que les valeurs absolues des vitesses augmentent.

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

- La vitesse moyenne temporelle ($\bar{v}_t$) est la moyenne arithmétique des vitesses des véhicules passant un point (une section) sur une autoroute pendant un intervalle de temps.

$$\bar{v}_t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i$$

- Où :
  - n = Nombre de véhicules passant un point (une section) sur l'autoroute
  - v_i = La vitesse du $i^{ème}$ véhicule (m/s)

- La vitesse moyenne spatiale ($\bar{v}_s$) est la moyenne harmonique des vitesses des véhicules passant un point (une section) sur une autoroute pendant un intervalle de temps.

$$\bar{v}_s = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{v_i})} = \frac{nL}{\sum_{i=1}^{n} t_i}$$

- Où :
  - n = Nombre de véhicules
  - v_i = La vitesse du $i^{ème}$ véhicule (m/s)
  - t_i = Temps nécessaire au $i^{ème}$ véhicule pour traverser une section d'autoroute (s).
  - L = Longueur du tronçon d'autoroute (m)

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

Exemple 1

Si les vitesses ponctuelles sont de 50, 40, 60, 54 et 45 km/h, trouvez la vitesse moyenne temporelle, la vitesse moyenne spatiale et vérifiez la relation de Wardrop.

$$v_t = \frac{45 + 50 + 60 + 55 + 40}{5} = 50\ km/h$$

$$v_s = \frac{5}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{55} + \frac{1}{40}} = 48.98\ km/h$$

Note that $v_s < v_t$

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{5}((45 - 48.98)^2 + (50 - 48.98)^2 + (60 - 48.98)^2 + (55 - 48.98)^2 + (40 - 48.98)^2) = 51.02$$

$$v_t = 48.98 + \frac{51.02}{48.98} \approx 50\ km/hr$$

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

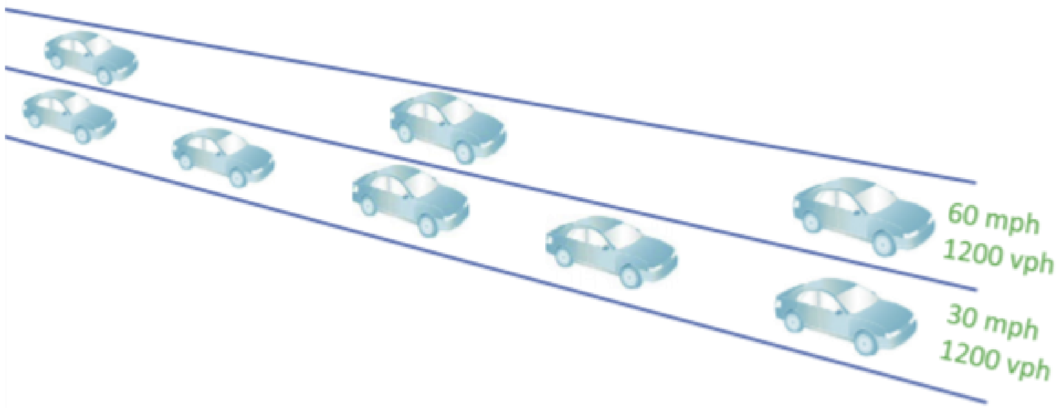
Exemple 2

Considérons deux voies de circulation parfaitement contrôlées pour qu'il n'y ait que deux flux de trafic:

- les véhicules rapides voyagent tous à 60 miles par heure dans la voie gauche
- les véhicules lents se déplacent tous à 30 miles par heure dans la voie droite.

La circulation de chaque voie est de 1 200 véhicules par heure et le changement de voie est interdit.

Quelle est la vitesse moyenne temporelle et la vitesse moyenne spatiale de la circulation dans les deux voies?



Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

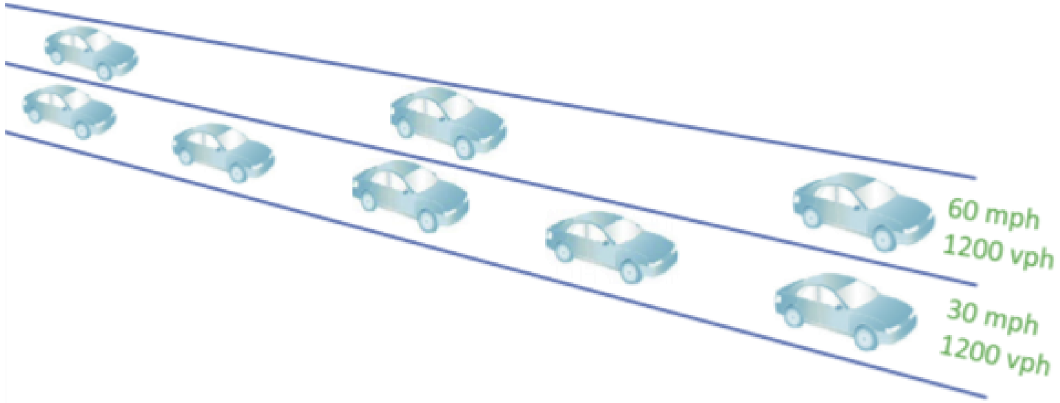
Exemple 2

Considérons deux voies de circulation parfaitement contrôlées pour qu'il n'y ait que deux flux de trafic:

- les véhicules rapides voyagent tous à 60 miles par heure dans la voie gauche
- les véhicules lents se déplacent tous à 30 miles par heure dans la voie droite.

La circulation de chaque voie est de 1 200 véhicules par heure et le changement de voie est interdit.

Quelle est la vitesse moyenne temporelle et la vitesse moyenne spatiale de la circulation dans les deux voies?



Dans 1 mile de la route, on observe un total de 60 véhicules, dont 20 véhicules sur la voie intérieure (1200 véhicules par heure / 60 miles par heure) et 40 véhicules sur la voie extérieure (1200 véhicules par heure / 30 miles par heure). Par conséquent, la vitesse moyenne spatiale est déterminée comme suit:

$$v_s = \frac{20 \times 60\,\mathrm{mi/h} + 40 \times 30\,\mathrm{mi/h}}{60} = 40\,\mathrm{mi/h}.$$

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

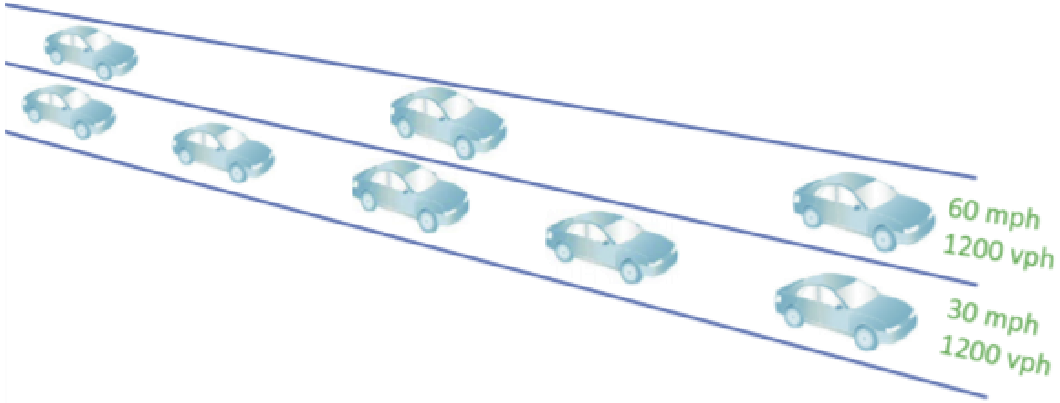
Exemple 2

Considérons deux voies de circulation parfaitement contrôlées pour qu'il n'y ait que deux flux de trafic:

- les véhicules rapides voyagent tous à 60 miles par heure dans la voie gauche
- les véhicules lents se déplacent tous à 30 miles par heure dans la voie droite.

La circulation de chaque voie est de 1 200 véhicules par heure et le changement de voie est interdit.

Quelle est la vitesse moyenne temporelle et la vitesse moyenne spatiale de la circulation dans les deux voies?

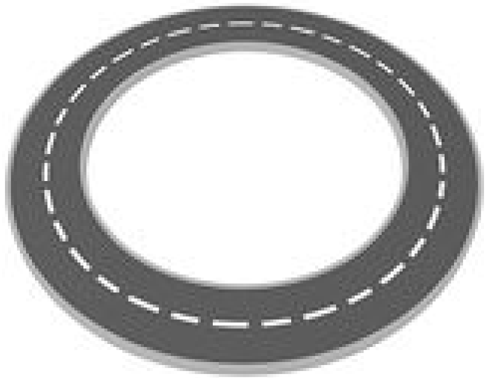


Pour la vitesse moyenne temporelle, il faut imaginer un observateur debout au bord de la route en train d'observer les véhicules qui passent devant lui. L'observateur enregistre 2400 véhicules en 1 h, dont 1200 véhicules sont dans la voie intérieure et 1200 véhicules sont dans la voie extérieure. Donc, par définition, la vitesse moyenne dans le temps est:

$$v_t = \frac{1200 \times 60\,\mathrm{mi/h} + 1200 \times 30\,\mathrm{mi/h}}{2400} = 45\,\mathrm{mi/h}$$

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

Example 3



- Piste circulaire de 2 km de longueur.
- 3 véhicules circulent respectivement à 100, 120 et 140 km/h
- Déterminer la densité, le débit horaire, les vitesses moyennes spatiale et temporelle et vérifier l'inégalité de Wardrop.

- Densité: $k = \frac{3}{2}\frac{veh}{km}$

- En un point de la piste, durant une heure, le véhicule roulant à 100 km/h passera 50 fois, le second roulant à $120\frac{km}{h}$, 60 fois et le troisième 70 fois. D'où
  - $q = 50 + 60 + 70 = 180\ veh/h$
  - $v_s = \frac{100+120+140}{3} = 120\ km/h$, aussi : $v_s = \frac{180}{\frac{50}{100}+\frac{60}{120}+\frac{70}{140}} = 120\ km/h$
  - $v_t = \frac{50\times100 + 60\times120 + 70\times140}{180} = 122\frac{km}{h}$

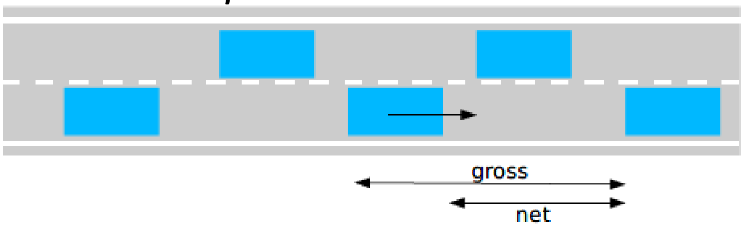
- Note that $v_s < v_t$

Niveaux de description – microscopique vs macroscopique

Microscopique

- Dans une description microscopique de la circulation, les combinaisons véhicule-conducteur (souvent appelées «véhicule») sont décrites individuellement.
- Toutes les informations d'un véhicule sont accessibles à partir de sa trajectoire, c'est-à-dire la spécification de la position du véhicule à tout moment.
- Les variables de base de la représentation microscopique sont la vitesse, le temps inter-véhiculaire et l'espace inter-véhiculaire.

Temps inter-véhiculaire



Macroscopique

- Dans une description macroscopique de la circulation, on décrit pour chaque tronçon de route les variables agrégées.
- La densité k, le débit q et la vitesse moyenne u sont les variables de base de la représentation macroscopique de la circulation.

Liens microscopiques – macroscopiques

Débit et le temps inter véhiculaire

Le débit q est l'inverse du temps inter-véhiculaire moyen h:

$$q = \frac{N}{T} \qquad T = \sum_{i=1}^{n} h_i \qquad \longrightarrow \qquad q = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} h_i} = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} h_i} = \frac{1}{h}$$

Par exemple, un débit de 1200 véhicules par heure suggère un temps inter-véhiculaire moyen de :

$$\frac{1}{1200 \text{ vehicles per hour}} = \frac{3600 \text{ s/h}}{1200 \text{ vehicles per hour}} = 3 \text{ s.}$$

Densité et espacement:

Densité k est l'inverse de l'espacement moyen s:

$$k = \frac{N}{L} \qquad L = \sum_{i=1}^{n} s_i \qquad \longrightarrow \qquad k = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} s_i} = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} s_i} = \frac{1}{s}$$

Par exemple, une densité de 25 véhicules par kilomètre suggère un espacement moyen de:

$$\frac{1}{25 \text{ vehicles per kilometer}} = \frac{1000 \text{ m/km}}{25 \text{ vehicles per kilometer}} = 40\text{m}$$

Liens microscopiques – macroscopiques

Occupation et densité

- L'utilisation d'une boucle a entraîné l'introduction du taux d'occupation.
- Un véhicule passant sur une boucle «l'occupe» temporairement, à peu près à partir du moment où l'avant de la voiture est au début de la boucle jusqu'à ce que son arrière se trouve au bout de la boucle.
- Le signe approximativement égal dans l'équation est basé sur l'hypothèse d'une longueur uniforme du véhicule, $l_i = l$.
- L'occupation o est proportionnelle à la densité k et le coefficient de proportion c_k est la somme de la largeur de la boucle d et d'une longueur moyenne des véhicules l.
- Si un mélange de voitures particulières et de camions est présent, la signification de c_k est moins évidente.
- Si l'on utilise deux boucles, il vaut mieux calculer la densité k à partir du débit q et la moyenne harmonique des vitesses locales.

$$
\begin{aligned}
o &= \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N}\tau_i = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N}\frac{d+l_i}{\dot{x}_i} \approx \frac{d+l}{T}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\dot{x}_i} \\
&= (d+l)\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\dot{x}_i} = (d+l)\left(\frac{N}{T}\right)\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\dot{x}_i}\right) \\
&= (d+l)q\frac{1}{v_s} = (d+l)k = c_k k
\end{aligned}
$$

Conditions d'écoulement homogène vs stationnaire

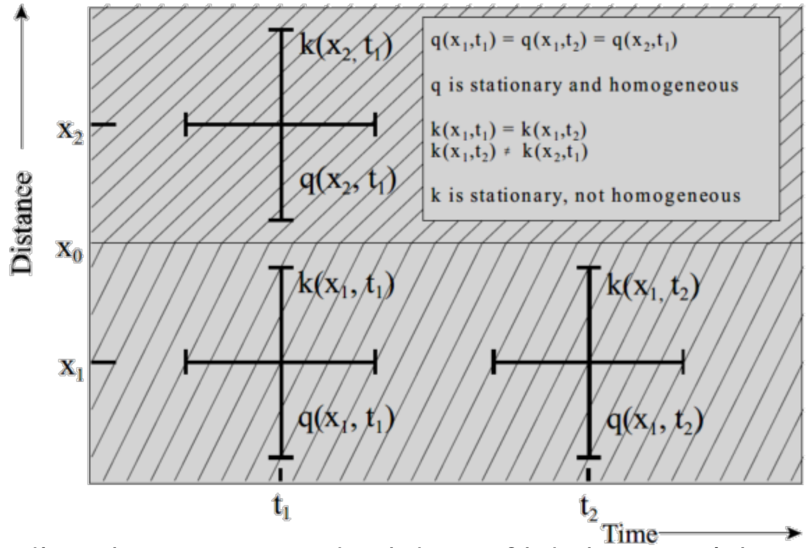
- Un flux de trafic est composé de véhicules. Les mouvements des différents véhicules sont fonction de la position et du temps (chaque véhicule a sa propre trajectoire).

- Les caractéristiques d'un flux de trafic, telles que le débit, la densité et la vitesse moyenne, sont une agrégation des caractéristiques des véhicules individuels et peuvent dépendre de la position et du temps.

- Considérons une variable $z(x, t)$. Nous définissons cette variable z comme étant:
  - Homogène, si $z(x, t) = z(t)$; c'est-à-dire que la variable z ne dépend pas de la position.
  - Stationnaire, si $z(x, t) = z(x)$; c'est-à-dire que la variable z est indépendante du temps.

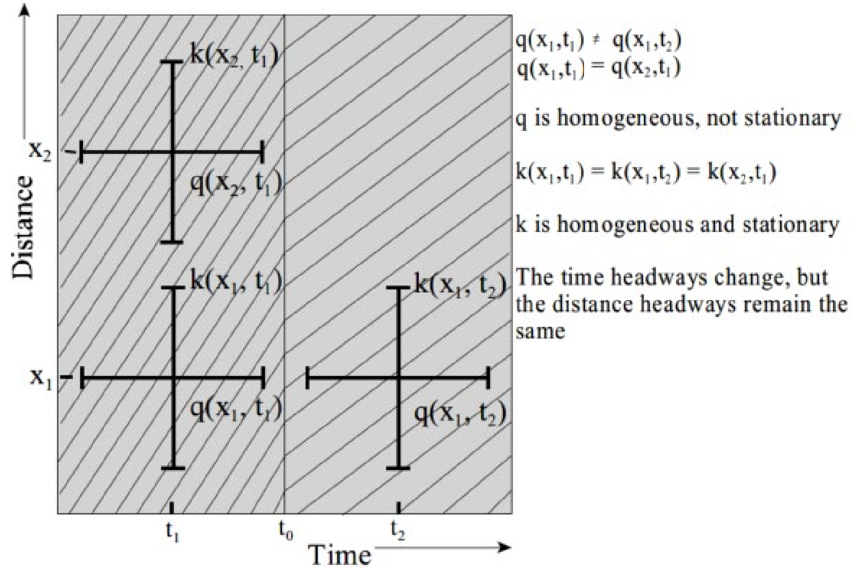
Conditions d'écoulement homogène vs stationnaire

- Au point $x = x_0$ le profil de la route change, et donc, tous les véhicules réduisent leur vitesse lorsqu'ils dépassent x_0.
- Dans ce cas, les distance inter-véhiculaires changent mais les temps inter-véhiculaires restent les mêmes.
- Cela signifie que le débit q est stationnaire et homogène et que la densité k est stationnaire mais non homogène.



Effets d'un changement radical du profil de la route à la position x_0

- Au moment t_0, les conditions météorologiques changent.
- Tous les véhicules réduisent leur vitesse.
- Dans ce cas, les temps inter-véhiculaires changent mais les distances inter-véhiculaires restent les mêmes.
- Cela signifie que le débit q est homogène mais non stationnaire et que la densité k est stationnaire et homogène.



Effets d'un changement climatique important au moment t_0

Liens microscopiques – macroscopiques

Débit, vitesse et densité

- Considérant une circulation dans un «état» stationnaire et homogène, la relation suivante, appelée «relation fondamentale», est valide:

$$q = k \times v_s$$

- Le débit q est le produit de la densité k et de la vitesse moyenne spatiale v_s.
- Il est important de comprendre que les trois variables varient simultanément.
- Par exemple, lorsque la vitesse moyenne augmente, la distance inter-véhiculaire (l'espacement) augmente et donc la densité diminue.

Vitesse moy. temporelle et vitesse moy. spatiale

Exemple 4

- Considérez le cas illustré dans la figure ci-dessous. Quelle est la vitesse moyenne temporelle et la vitesse moyenne spatiale de la circulation?

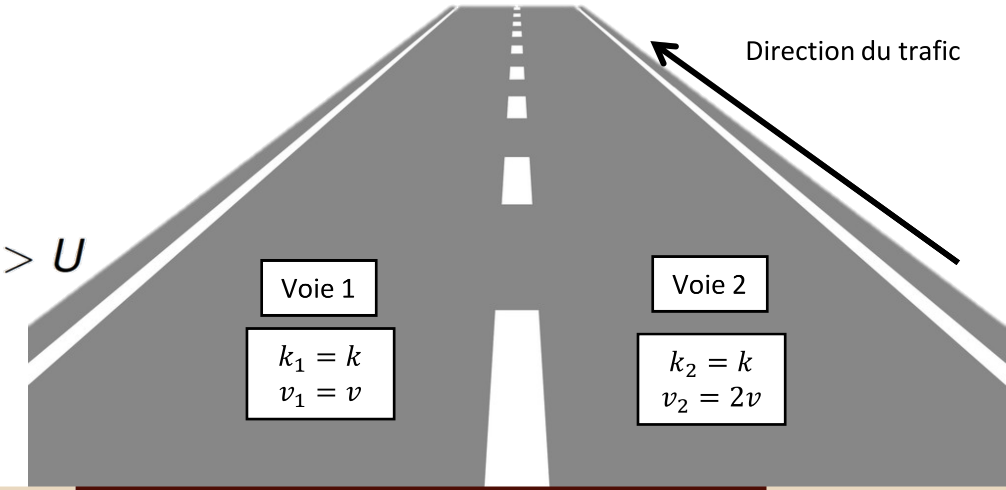
$$Q = q_1 + q_2 = 3kv \qquad K = 2k \quad \rightarrow \quad U = 3v/2$$

La vitesse moyenne spatiale v_s des $K\Delta x$ véhicules présents sur une section de longueur x est:

$$v_s = \frac{1}{K\Delta x}\sum_{i=1}^{K\Delta x} v_i = \frac{k_1 \Delta x v_1 + k_2 \Delta x v_2}{\Delta x (k_1 + k_2)} = \frac{kv + 2kv}{k + 2k} = \frac{3}{2}v = U$$

La vitesse moyenne temporelle v_t des $Q\Delta t$ véhicules qui passent pendant Δt est:

$$v_t = \frac{1}{Q\Delta t}\sum_{i=1}^{Q\Delta t} v_i = \frac{q_1 \Delta t v_1 + q_2 \Delta t v_2}{\Delta t (q_1 + q_2)} = \frac{kv \times v + 2kv \times 2v}{3kv} = \frac{5}{3}v > U$$



Définition généralisée

$$q = \frac{N}{T} = \frac{N \times \mathrm{d}x}{T \times \mathrm{d}x}$$

- dx est une petite distance.
- Le sens physique du numérateur est la somme des distances parcourues par tous les véhicules dans la zone A pendant la période de temps T

$$\underbrace{\mathrm{d}(A)}_{\textit{Distance totale parcourue}} = N \times \mathrm{d}x = \sum_{i=1}^{N} \Delta x_i$$

- Le dénominateur signifie simplement l'aire du rectangle espace-temps A délimitée par T et dx.
- Donc, la définition de q peut également être exprimée comme la distance totale parcourue par tous les véhicules à l'intérieur de A divisée par l'aire de A.

$$q = \frac{\mathrm{d}(A)}{|A|}$$

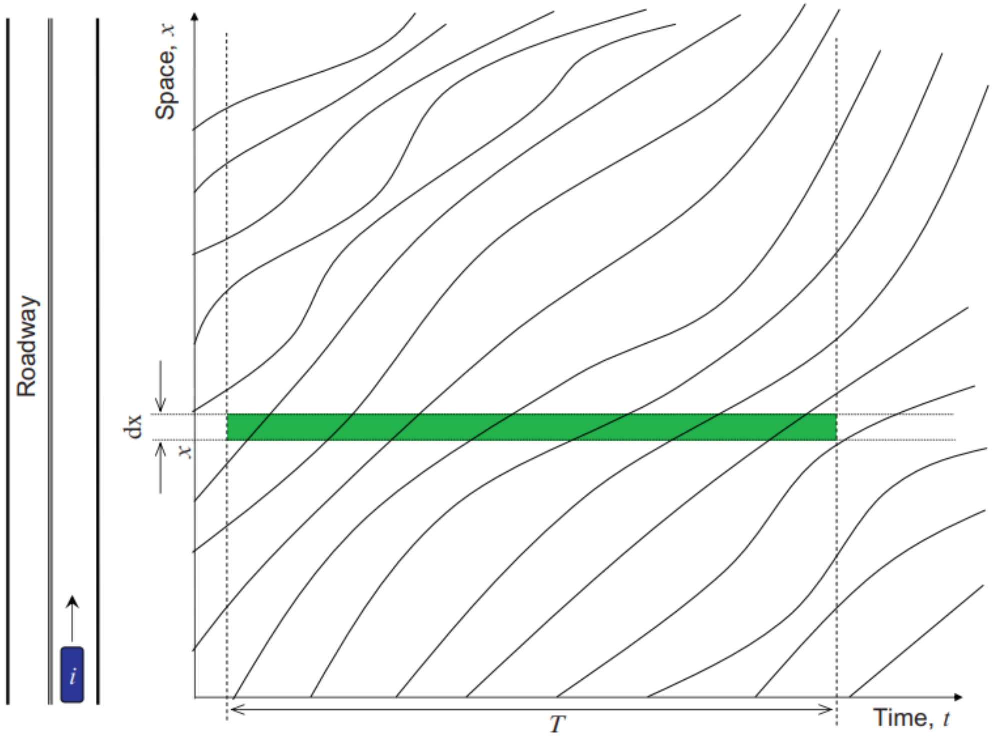


Diagramme espace-temps

Définition généralisée

- Selon le HCM, la vitesse moyenne des véhicules est la distance totale parcourue par tous les véhicules divisée par le temps de parcours total de ces véhicules.
- La distance totale parcourue par tous les véhicules dans le rectangle A est:

$$\mathrm{d}(A) = N \times \mathrm{d}x$$

- Le temps total passé par tous les véhicules dans A est

$$t(A) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathrm{d}x}{\dot{x}_i}$$

- Donc :

$$v = \frac{\mathrm{d}(A)}{t(A)} = \frac{N \times \mathrm{d}x}{\sum_{i=1}^{N} \frac{\mathrm{d}x}{\dot{x}_i}} = \frac{N \times \mathrm{d}x}{\mathrm{d}x \times \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\dot{x}_i}} = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\dot{x}_i}}$$

- Ceci est la moyenne harmonique, qui correspond à la vitesse moyenne spatiale présentée précédemment.

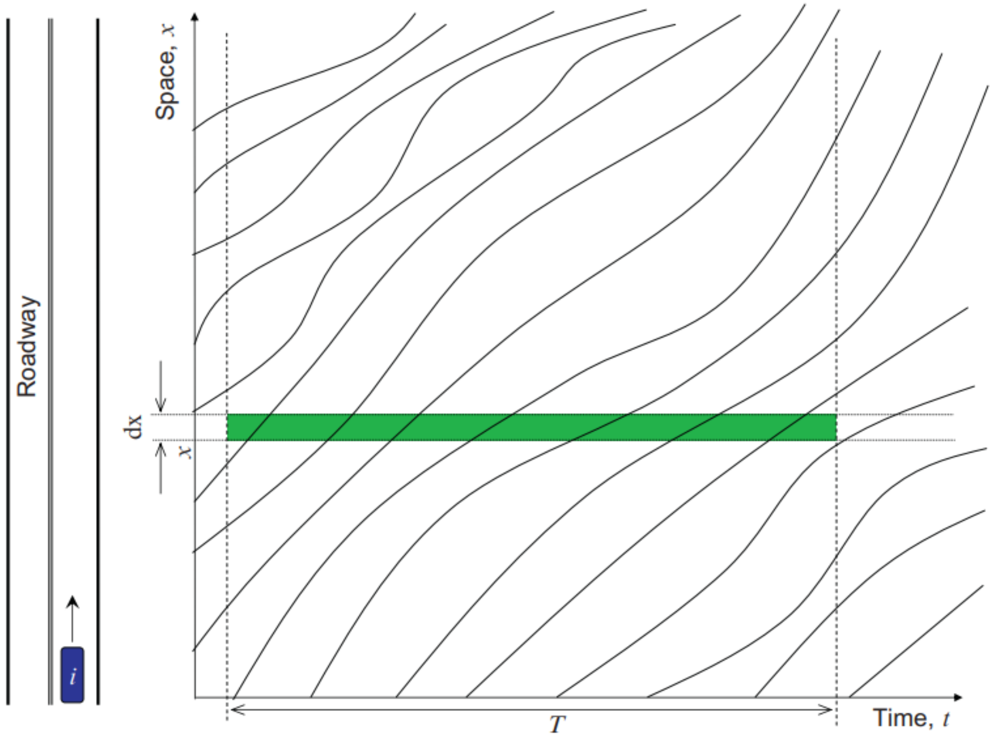


Diagramme espace-temps

Liens microscopiques – macroscopiques

$$k = \frac{N}{L} = \frac{N \times \mathrm{d}t}{L \times \mathrm{d}t}$$

- dt est une très courte durée.
- L et dt définissent un rectangle d'espace-temps A.
- Le numérateur est la somme des temps passés par tous les véhicules à l'intérieur de A, $t(A)$.
- Le dénominateur est l'aire du rectangle, $|A|$:

$$t(A) = N \times \mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{d}t_i \quad \text{, and} \quad |A| = L \times \mathrm{d}t$$

- Donc : $k = \dfrac{t(A)}{|A|}$
- La distance totale parcourue par tous les véhicules dans A : $\sum_{i=1}^{N} \mathrm{d}t \times v_i$
- Alors, la vitesse moyenne : $v = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} \mathrm{d}t \times v_i}{N \times \mathrm{d}t} = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \dot{x}_i$.
- Ceci est la moyenne harmonique, qui correspond à la vitesse moyenne temporelle présentée précédemment.

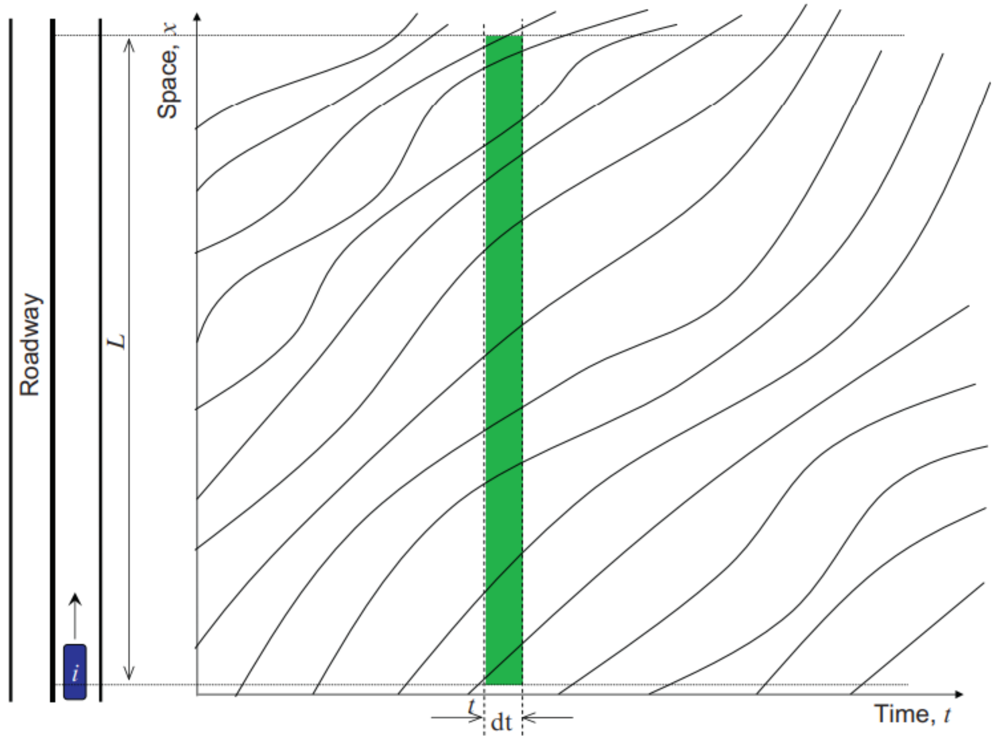


Diagramme espace-temps

Liens microscopiques – macroscopiques

- Alors, un rectangle d'espace-temps peut servir de base commune pour unifier la définition du débit q, de la vitesse moyenne v et de la densité k.
- Un rectangle d'espace-temps A couvrant la longueur L (délimité par un emplacement en amont x_{lo} et un emplacement en aval x_{hi}) et la durée T (délimité par les instants t_{lo}et t_{hi}).
- En se basant sur A, les trois caractéristiques de la circulation peuvent être définies comme suit:

$$q(A) = \frac{d(A)}{|A|} \qquad k(A) = \frac{t(A)}{|A|} \qquad v(A) = \frac{d(A)}{t(A)}$$

- La définition généralisée du débit, de la vitesse moyenne et de la densité basée sur une région d'espace-temps a été initialement proposée par Edie.

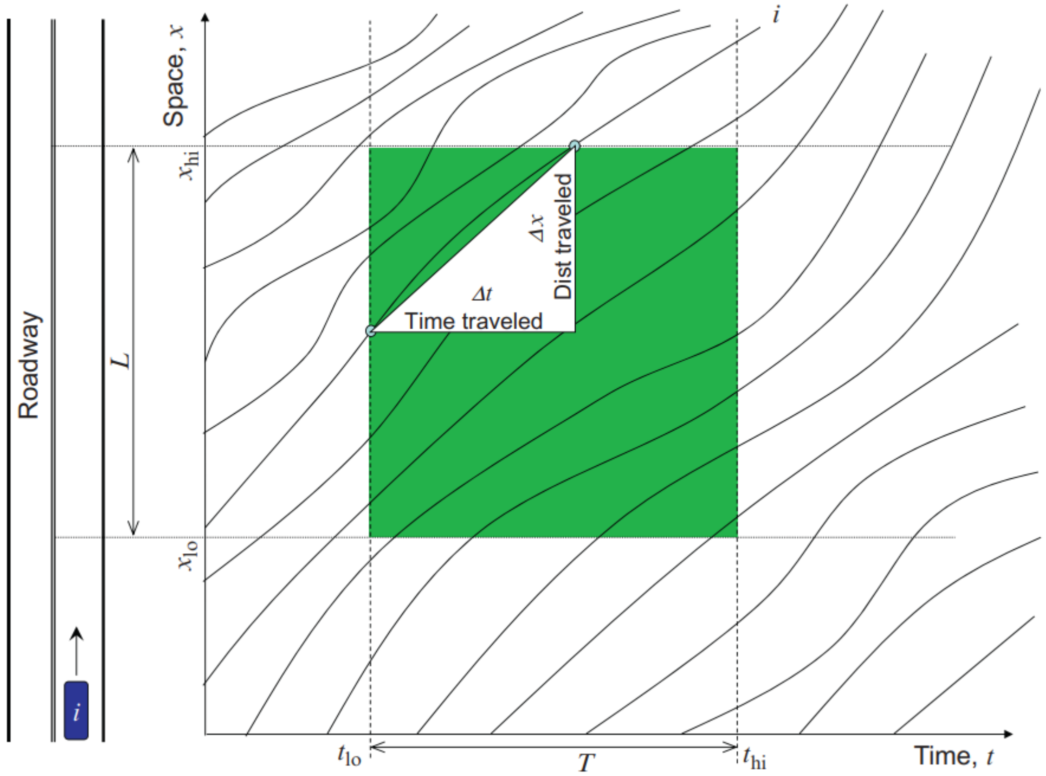
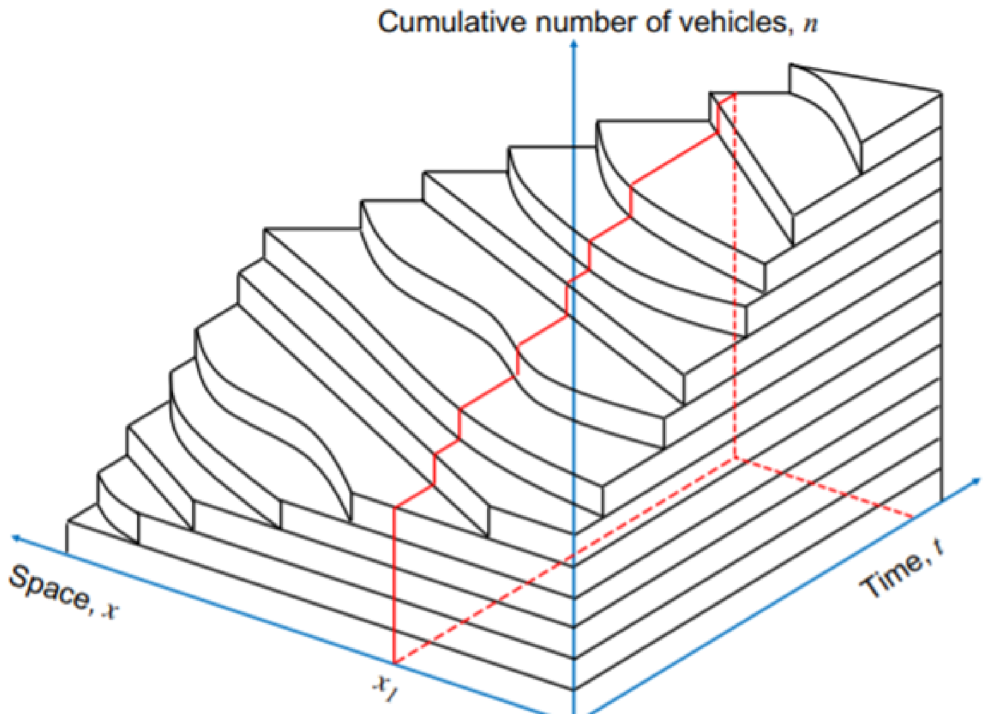


Diagramme espace-temps

Représentation tridimensionnelle

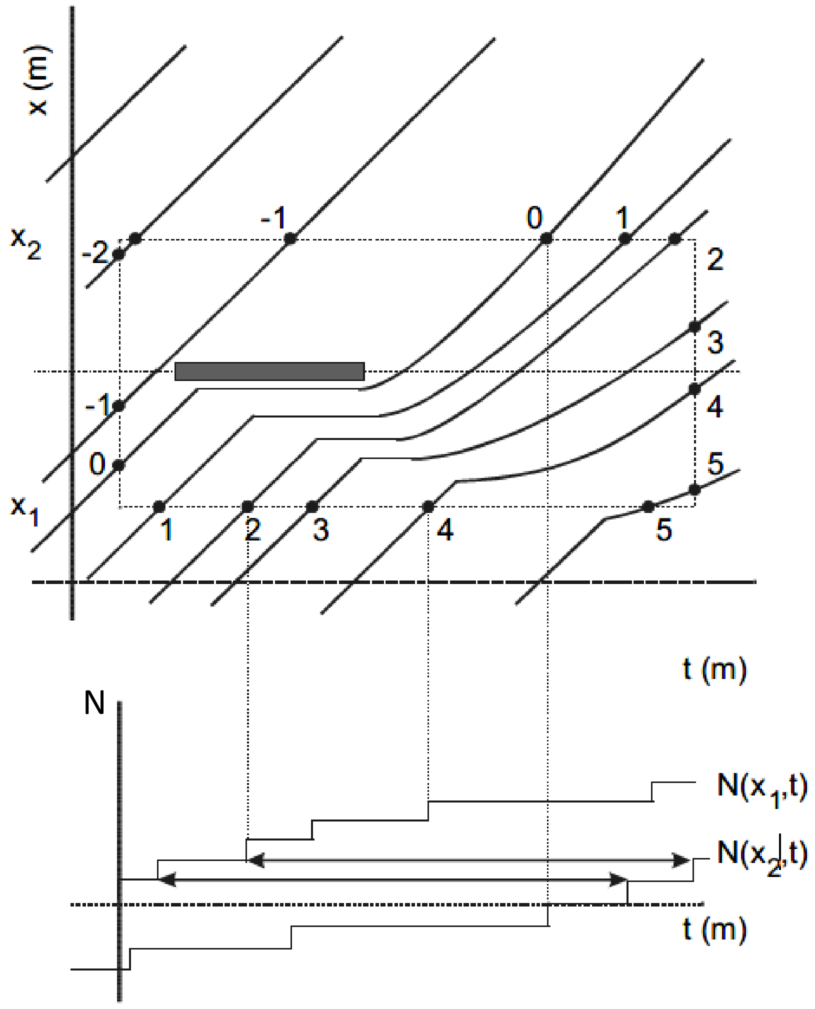
- Un diagramme espace-temps est une représentation bidimensionnelle, et il peut être plus informatif si nous adoptons une perspective tridimensionnelle.
- Supposons que les véhicules soient numérotés de façon cumulative (c'est-à-dire ID = 1, 2, 3,…) dans l'ordre dans lequel ils apparaissent sur la route.
- Dans une représentation tridimensionnelle, chaque véhicule est élevé le long de la troisième dimension jusqu'à la hauteur correspondant au ID du véhicule (c'est-à-dire, véhicule 1 élevé à la hauteur 1, véhicule 2 élevé à 2, et ainsi de suite).
- Appelons la troisième dimension le nombre cumulé de véhicules (N) et désignons la surface qui traverse ces trajectoires N (x, t).



Représentation tridimensionnelle incluant le nombre cumulé de véhicules

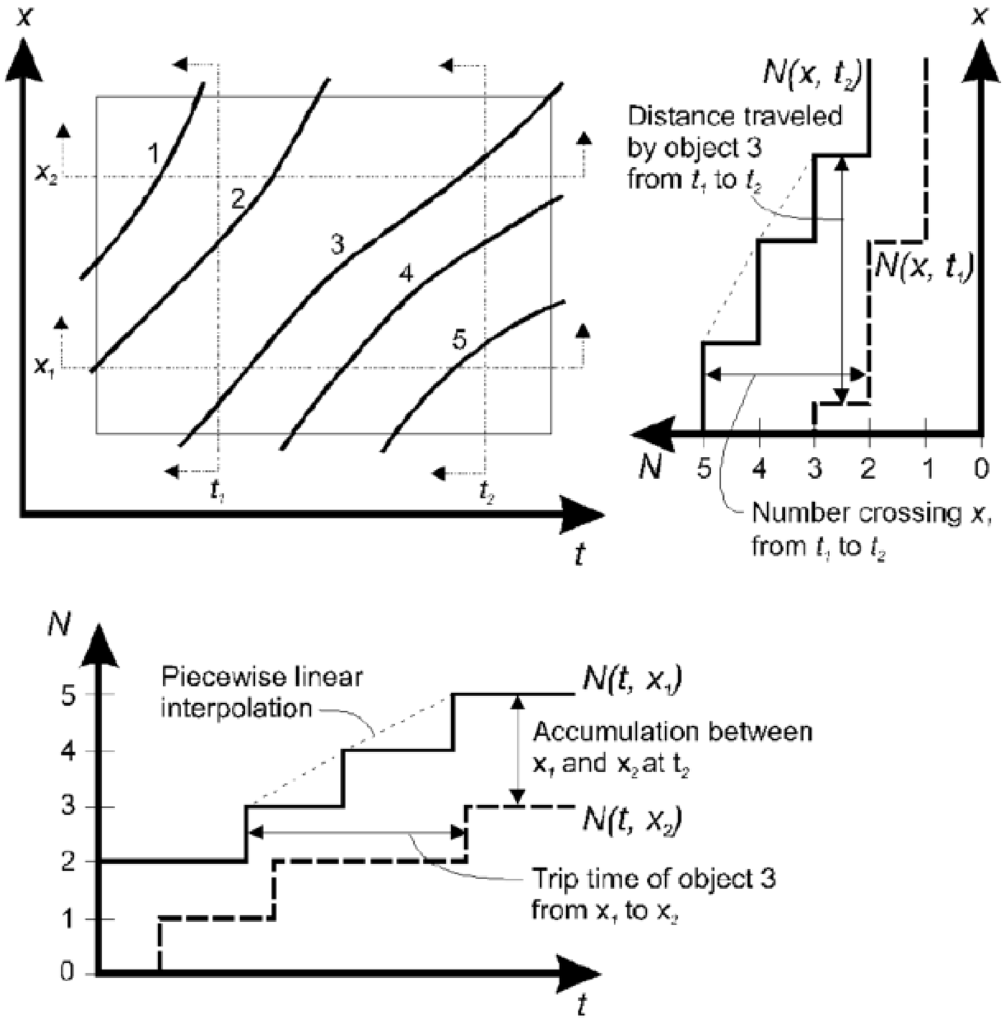
Représentation tridimensionnelle

- Un diagramme du nombre cumulé de véhicules est une fonction $N\ (x,\, t)$ qui représente le nombre de véhicules qui ont traversé une section transversale x à partir d'un moment arbitraire.
- L'exemple montre des véhicules arrêtés à une intersection signalisée.
- Elle montre quelques trajectoires de véhicules numérotées par ordre croissant.
- Les diagrammes du nombre cumulé de véhicules $N(x_1, t)$ and $N(x_2, t)$ sont déterminées pour deux sections x_1 and x_2 en fonction du temps.
- Les flèches de la figure inférieure indiquent les temps de parcours des véhicules 1 et 2, y compris leur retard dû au feu rouge.



Représentation bidimensionnelle incluant le nombre cumulé de véhicules

Représentation tridimensionnelle



Diagrammes cumulés, débit, densité et vitesse

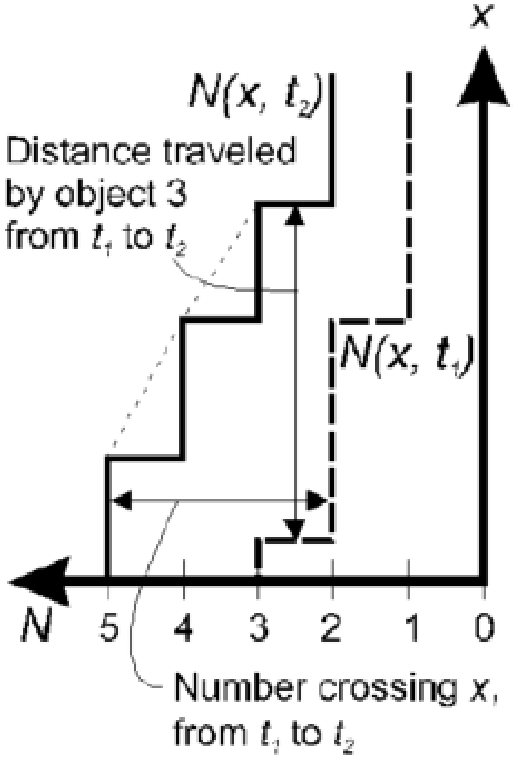
- Le débit mesuré à une certaine section x pendant la période t_1 à t_2 est égal à :

$$q(x, t_1 \text{ to } t_2) = \frac{N(x,t_2) - N(x,t_1)}{t_2 - t_1}$$

- Puisque les véhicules sont des objets indivisibles, $N\ (x, t)$ est une fonction échelonnée.
- Cependant, dans la plupart des problèmes pratiques, il n'est pas nécessaire d'avoir des solutions avec une précision à l'échelle d'un véhicule.
- Ceci nous permet d'approximer la fonction échelonnée $N(x, t)$ par une fonction lissée $\widetilde{N}(x, t)$ qui est continue et dérivable.
- Prendre la limite pour $(t_2 - t_1) \rightarrow 0$ donne:

$$q(x,t) = \frac{\partial \tilde{N}(x,t)}{\partial t}$$

- Étant donné que la x est une variable continue, nous avons maintenant introduit un concept de débit local et instantané.



diagrammes du nombre cumulé de véhicules $N(x, t)$

Diagrammes cumulés, débit, densité et vitesse

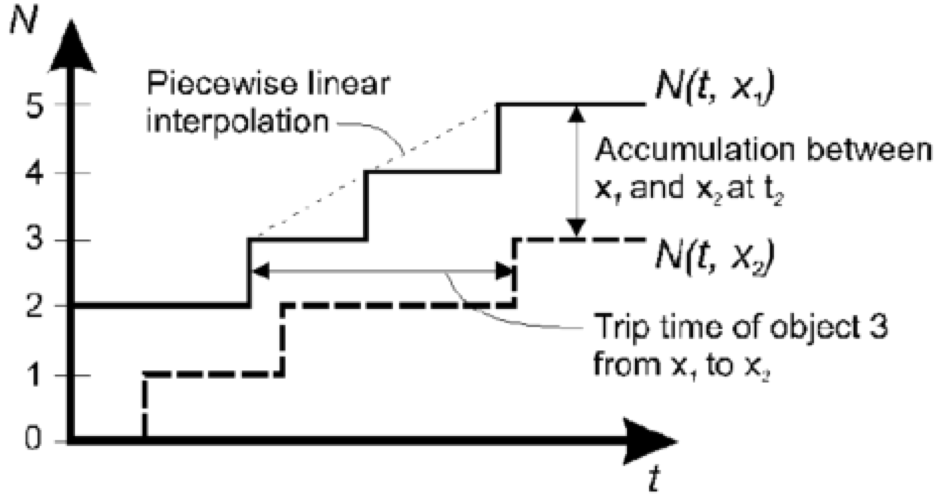
- Considérons maintenant deux diagrammes cumulatifs aux positions x_1 et x_2. Alors à l'instant t, la densité moyenne est:

$$k(x_1 \text{ to } x_2, t) = \frac{N(x_1, t) - N(x_2, t)}{x_2 - x_1}$$

- Prendre la limite pour $(x_2 - x_1) \rightarrow 0$ donne:

$$k(x, t) = -\frac{\partial \tilde{N}(x, t)}{\partial x}$$

- Étant donné que la x est une variable continue, nous avons maintenant introduit un concept de densité local et instantané.



diagrammes du nombre cumulé de véhicules $N(x, t)$

Diagrammes cumulés, débit, densité et vitesse

- Enfin, nous pouvons définir la vitesse moyenne au point x et à l'instant t comme:

$$u(x,t) = q(x,t)/k(x,t)$$

- De cette manière, les trois principales caractéristiques macroscopiques d'un flux de circulation peuvent être traitées comme des fonctions continues de la position x et du temps t.

- Cette propriété sera très utile lors de la description des modèles macroscopiques de la circulation.

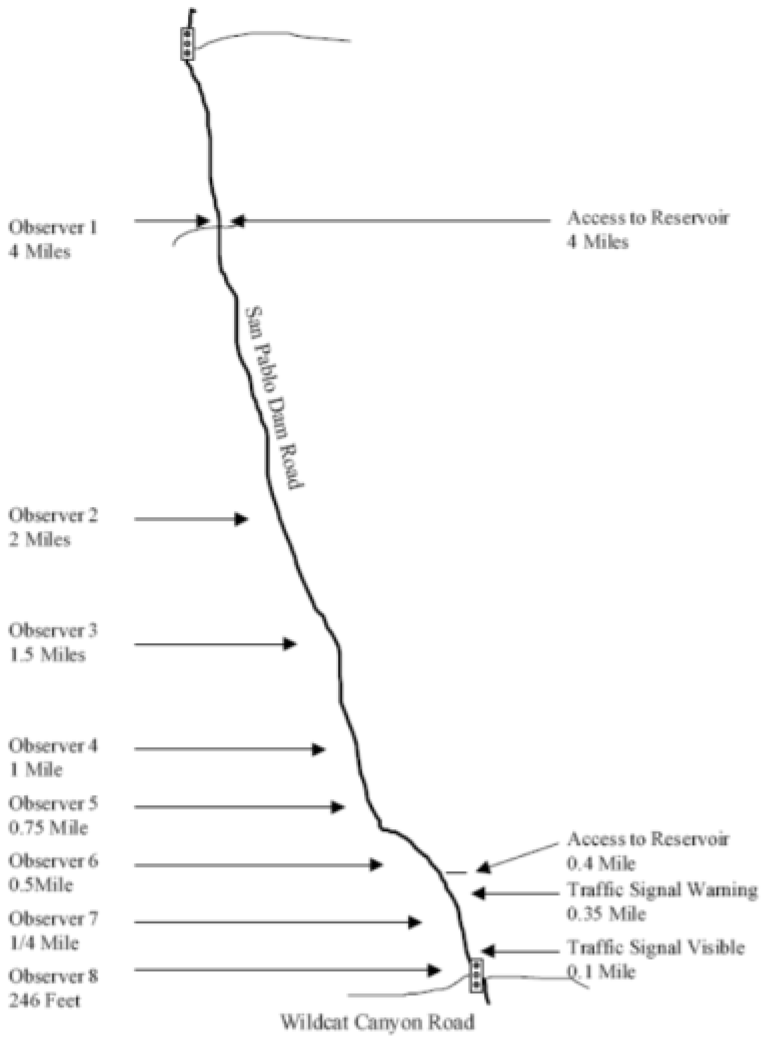
Diagrammes cumulatifs - Exemple

- Le site de collecte de données est une route rurale à deux voies en Californie, avec une intersection contrôlée à son extrémité (Wildcat Canyon Road).

- Le site a des possibilités de dépassement limitées. Il n'y a pas de points d'entrée et de sortie.

- Les temps de passage des véhicules ont été collectés et stockés à 8 endroits sur la route.

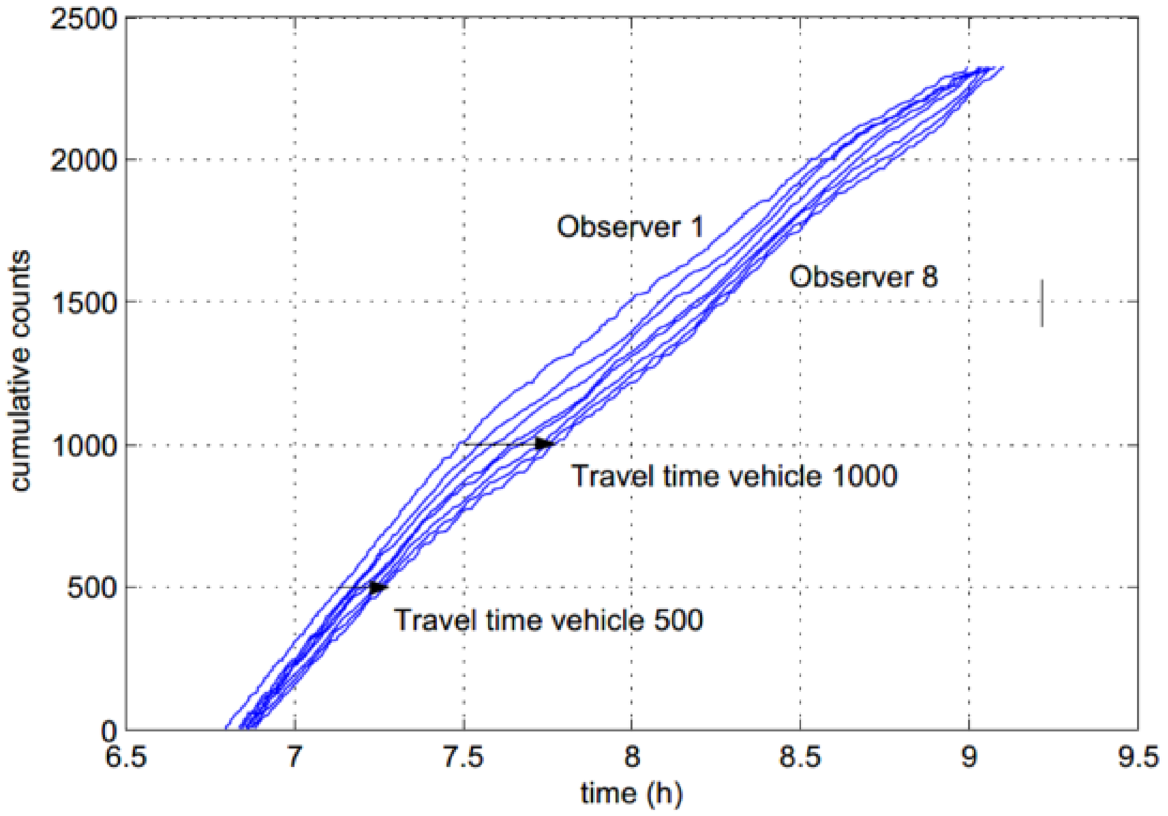
- Notez qu'au site d'observateur 8, un feu de circulation adapté est présent.



Sites de collecte de données

Diagrammes cumulatifs - Exemple

- En utilisant les données collectées, des courbes cumulatives ont été déterminées.
- Sur la même figure, les temps de parcours sont également indiqués.
- Il est illustré comment le véhicule 1000 expérience un temps de parcours plus élevé que le véhicule 500, par exemple.
- Remarquez comment le gradient de la courbe cumulative de l'observateur 8 diminue après un certain temps (environ à 7:20).
- La raison est la croissance des flux de trafic conflictuels à l'intersection de Wildcat Canyon Road.



Comptages cumulés

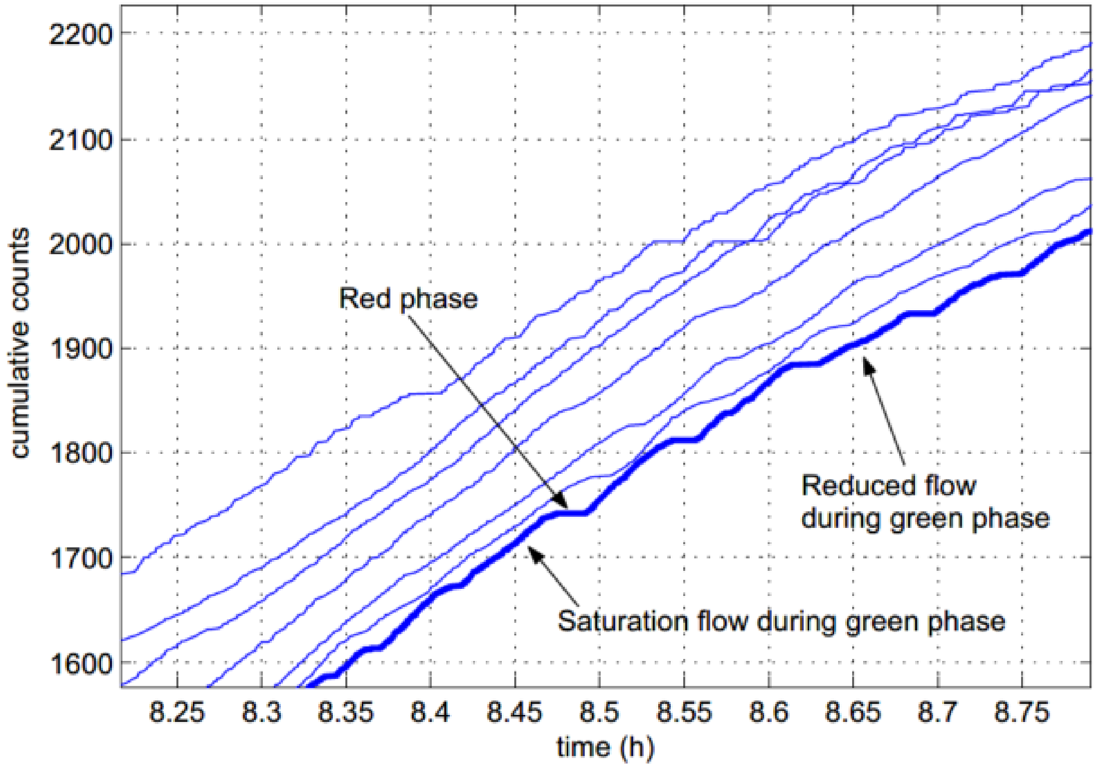
Diagrammes cumulatifs - Exemple

- Les courbes cumulées plus en détail

- On observe clairement l'écoulement pendant la phase verte et le débit nul pendant la phase rouge.

- La réduction du débit moyen est causée par une réduction de la longueur de la phase verte en raison du flux de trafic conflictuel. (Plus de temps consacré aux flux conflictuels)

- Les véhicules en aval de l'intersection s'accumulent durant la phase rouge.



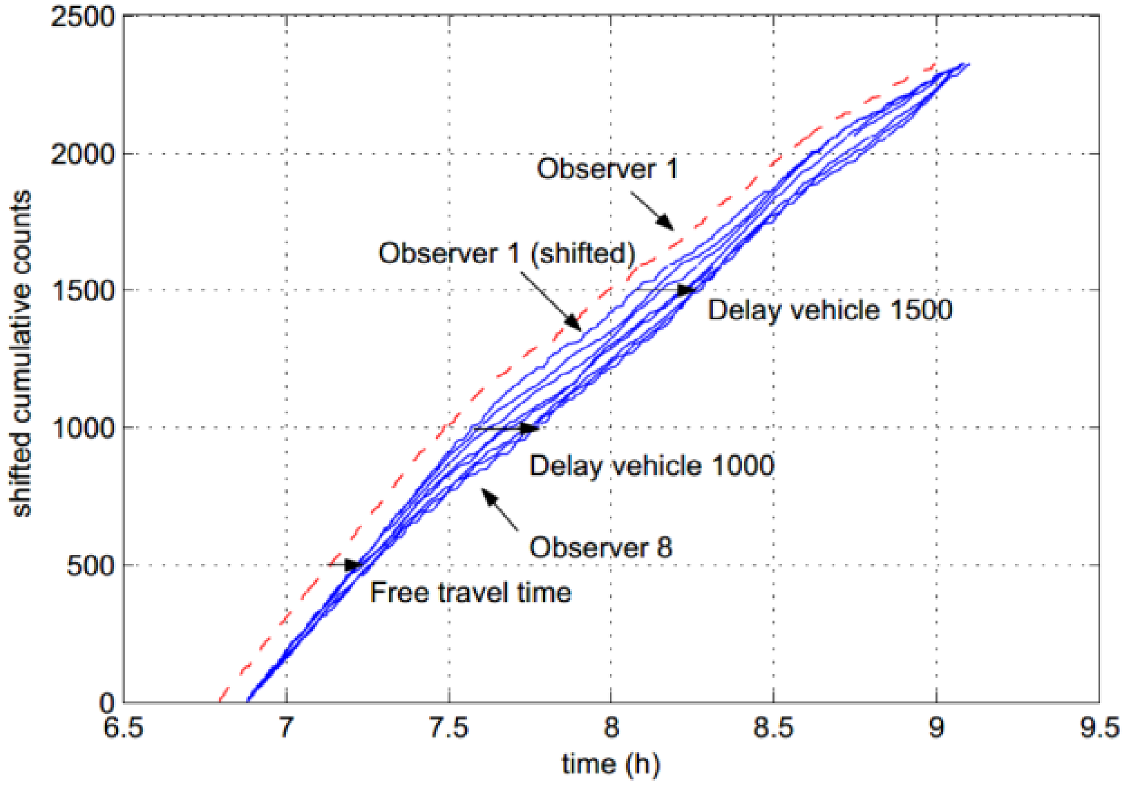
Comptages cumulés

Diagrammes cumulatifs - Exemple

- Les courbes cumulatives décalées sont tracées.

- Pourquoi?

- Les courbes sont décalées le long de l'axe des temps en fonction du temps de parcours en écoulement libre. Les courbes résultantes peuvent être utilisées pour déterminer les retards par véhicule, ainsi que les retards totaux et moyens.



Courbes cumulées décalées

Références

- May, A. D. (1990). *Traffic flow fundamentals*.
- Gartner, N. H., Messer, C. J., & Rathi, A. (2002). Traffic flow theory-A state-of-the-art report: revised monograph on traffic flow theory.
- Ni, D. (2015). *Traffic flow theory: Characteristics, experimental methods, and numerical techniques*. Butterworth-Heinemann.
- Kessels, F., Kessels, R., & Rauscher. (2019). *Traffic flow modelling*. Springer International Publishing.
- Treiber, M., & Kesting, A. (2013). Traffic flow dynamics. *Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*.
- Garber, N. J., & Hoel, L. A. (2014). *Traffic and highway engineering*. Cengage Learning.
- Elefteriadou, L. (2014). *An introduction to traffic flow theory* (Vol. 84). New York: Springer.
- Victor L. Knoop (2017), Introduction to Traffic Flow Theory, Second edition
- Serge P. Hoogendoorn, Traffic Flow Theory and Simulation
- Nicolas Saunier, Course notes for “Traffic Flow Theory – CIV6705”
- Mannering, F., Kilareski, W., & Washburn, S. (2007). *Principles of highway engineering and traffic analysis*. John Wiley & Sons.
- Haight, F. A. (1963). *Mathematical theories of traffic flow* (No. 519.1 h3).


Thank
you
ЯСЕНЕВО