Département de mathématiques et de génie industriel
École Polytechnique de Montréal

CALCUL SCIENTIFIQUE POUR INGÉNIEURS
LABORATOIRE IV

Directives : *Cette séance de laboratoire vous permettra d'observer les instabilités numériques dues à l'interpolation polynômiale. Vous devrez utiliser les fonctions* `lagrange.m` *et* `splinc.m` *de la bibliothèque numérique* MATLAB *disponible sur le site Internet du cours. Rédigez et présentez votre rapport en utilisant la fonction* `publish` *de* MATLAB*. Voir le fichier* `DocdeTravailLab4.m`

Mesures expérimentales et oscillations numériques

1. Le tableau suivant donne la valeur de la pression à la sortie d'un filtre en forme de panier en fonction du débit :

Debit l/s	*Pression* Kpa
0,00	0,000
10,80	0,299
16,03	0,576
22,91	1,036
32,56	1,781
36,76	2,432
39,88	2,846
43,68	3,304

   (a) Écrire un programme MATLAB qui permet de réaliser les instructions suivantes :
      i. Faire un graphique des points d'interpolation de coordonnées (débit, pression) du tableau précédent en utilisant le symbole $\circ$ pour identifier chaque point.
      ii. En utilisant la fonction `lagrange.m`, calculer le polynôme d'interpolation de degré 7 passant par les données du tableau et tracer sur le même graphique le polynôme obtenu et les données expérimentales.
      iii. Utiliser le polynôme obtenu en (ii) pour estimer la valeur de la pression pour un débit de 5 l/s.

   (b) En vous servant du polynôme d'interpolation obtenu en prenant seulement les 3 premières données expérimentales, calculer une approximation de la pression pour un débit de 5 l/s .

   (c) Quelles conclusions peut-on tirer des résultats obtenus en (a) et (b) ?

   Le rapport doit contenir : le programme MATLAB*, le graphique et la valeur de la pression produits par ce programme à la question (a); le programme* MATLAB*, la pression produite par ce programme à la question (b) et finalement la discussion de la question (c).*

Le phénomène de Runge

2. Considérons la fonction
$$u(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}.$$

   (a) Écrire une fonction Matlab qui permet de calculer la fonction $u(x)$. L'argument en entrée sera x, le(s) point(s) où l'on veut évaluer la fonction.

   (b) En utilisant la fonction `lagrange.m` de la bibliothèque numérique Matlab du cours, calculer les polynômes d'interpolation de degré $n = 6, 8, 10$ passant par les $n + 1$ points d'interpolation $(x_i, u(x_i))$ choisis de telle sorte que les abscisses x_i soient équidistantes dans l'intervalle $[-1, 1]$. Tracer sur le même graphique le graphe de la fonction $u(x)$ et les graphes des polynômes d'interpolation obtenus.

   (c) Reprendre la question (b) en utilisant des points d'interpolation $(x_i, u(x_i))$ aux abscisses de Chebyshev :
$$x_i = \cos\left(\frac{(2i + 1)\pi}{2(n + 1)}\right) \quad \text{pour} \quad i = 0, 1, 2, \cdots, n.$$
   Ces abscisses ne sont pas équidistantes mais sont concentrées aux extrémités de l'intervalle $[-1, 1]$.

   (d) En utilisant la fonction `splinc.m` de la bibliothèque numérique Matlab du cours, calculer pour $n = 6, 8, 10$, les splines cubiques naturelles passant par les $n + 1$ points d'interpolation $(x_i, u(x_i))$ choisis de telle sorte que les abscisses x_i soient équidistantes dans l'intervalle $[-1, 1]$. Tracer sur le même graphique le graphe de la fonction $u(x)$ et les graphes des splines cubiques obtenues.

   (e) Que peut-on conclure des résultats obtenus en (b), (c) et (d) ?

Le rapport doit contenir : la fonction Matlab *de la question (a) ; les programmes* Matlab*, les graphiques produits par ces programmes aux questions (b), (c), (d) et finalement la discussion de la question (e).*

Donatien N'Dri & Steven Dufour