

GCH2535 – Modélisation numérique en génie chimique
Hiver 2020
Travaux Dirigés #3
Programmation en MATLAB de problèmes de différences finies

Consignes :

- Mettez-vous en équipe de deux.
 - Paramétrisez au début les constantes physiques, les dimensions et les données du problème de façon à ce que votre code soit le plus générique possible. L'utilisation de valeurs numériques directement dans le cœur de votre code doit être proscrite. Inspirez-vous du gabarit de la question 1.
 - Tracez des graphiques beaux et lisibles. Inspirez-vous du gabarit de la question 1.
 - N'oubliez pas en MATLAB d'initialiser tous les vecteurs ou matrices par des raisons de performance.
 - Utilisez les fonctions de débogage de l'éditeur de MATLAB au besoin.
-

- 1) À partir du gabarit fourni sur Moodle (DiffFiniesProb1GABARIT.m), programmez en MATLAB un code de différences finies résolvant le profil de température dans une tige (ou un mur en 1D) avec une source de chaleur (exemple 1 des notes MDF) à l'aide d'un schéma d'approximation centré et en utilisant les données suivantes :

```
%% Constantes physiques
Ta=20; % oC % température à gauche
Tb=-20; % oC % température à droite
k=100; % W/m.oC % conductivité thermique
f_source=1e7; % W/m^3 % terme source constant
L=0.04; % m % longueur de la tige

%% Paramètres du modèle
nn=5; % nombre de nœuds
```

- a) Amusez-vous à changer le terme source et/ou la conductivité thermique et observez l'impact sur le profil de température. Quelle est la particularité du profil lorsque le terme source est nul et pourquoi la conductivité thermique ne change plus le profil de température ?

- b) Trouvez la solution analytique à ce problème et comparez les résultats numériques avec ceux de la solution analytique. Que constatez-vous en ce qui concerne l'erreur commise? Comment l'expliquez-vous ?
- c) Si ce n'est pas déjà fait, généralisez votre code pour qu'il puisse calculer pour tout nombre de nœuds (pas seulement 5 !). Changez le nombre de nœuds et observez son impact sur la solution du profil.

2) En modifiant le code écrit à la question 1)¹, résolvez le profil de température dans une tige (ou un mur en 1D) avec convection à la paroi (exemple 2 des notes MDF) en prenant :

```
%% Constantes physiques
T(1)=20; % °C
Tinf=-20; % °C
hw=1000; %W/m^2.K
k=100 % W/m.K
L=0.04; % m % longueur de la tige

%% Paramètres du modèle
nn=5; % nombre de nœuds
```

- a) Faites varier le coefficient de convection et observez le changement dans le profil. Lorsqu'il est nul ? Lorsqu'il est très grand (p.ex. $hw=10^{12}$ W/m²·K), qu'observez-vous ? Maintenant, lorsqu'il est très très grand (p.ex. $hw=10^{32}$ W/m²·K) qu'observez-vous éventuellement encore ? Est-ce normal ? A quoi est-ce dû² et y a-t-il moyen de remédier à ceux-ci ?
- b) Obtenez la solution analytique de ce problème et comparez les résultats numériques avec ceux de la solution analytique. Que constatez-vous en ce qui concerne l'erreur commise? Comment l'expliquez-vous ? [QUESTION FACULTATIVE].

¹ N'écrasez pas le code de la question précédente. Sauvegardez-le.

² Pensez à une notion que vous avez vu dans votre cours de Calcul Scientifique pour Ingénieur.

- 3) Écrivez un code qui résout le profil de température dans une tige (ou un mur en 1D) en fonction du temps à l'aide d'un schéma de discrétisation temporel explicite d'ordre un (exemple 3 des notes MDF) en prenant :

```
%% Constantes physiques
To=20; % oC % température initiale
Tb=-20; % oC % température à droite
alpha=0.001; % m^2/s % diffusivité thermique
L=0.04; % m % longueur de la tige
tend=3; % s % temps final

%% Paramètres du modèle
nn=9; % nombre de nœuds
```

- a) Choisissez un pas de temps approprié et justifiez votre choix.
- b) Tracez vos profils de température toutes les 40 pas de temps. Pour ce faire, utilisez par exemple le bout de code suivant (initialisez le graphique avant l'entrée dans la boucle en temps avec la solution initiale) :

```
if mod(t, dt*40) == 0,
    plot(x, T, 'b-')
    hold on
    plot(x, T, 'rx', 'MarkerSize', 18)
    pause(1)
end
```

- c) Si vous avez le temps, refaites la question avec un schéma de discrétisation temporel implicite d'ordre un³.

³ Indice: vous pouvez utiliser, par exemple, la fonction *diag* de MATLAB pour remplir la matrice.