

# GLQ3205

## Géophysique appliquée 2

### Méthodes sismiques 4: MASW

---

Ahmed Mhenni  
[ahmed.mhenni@polymtl.ca](mailto:ahmed.mhenni@polymtl.ca)

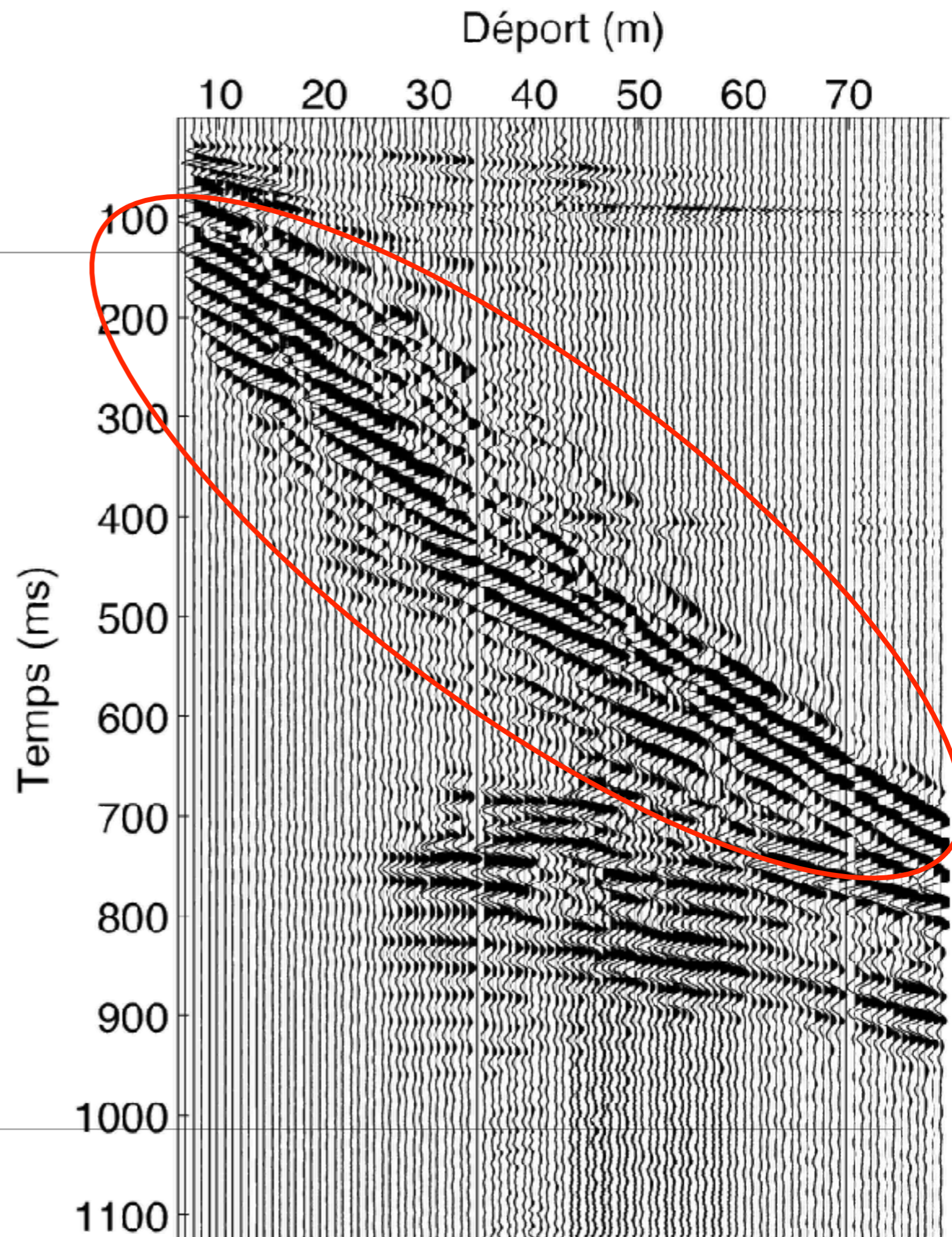
Été 2024

Plan du cours

1. Propagation des ondes de surface
2. Milieu tabulaire et dispersion
3. Estimation d'un profil de vitesse
4. Étude de cas

# Ondes de surface

- Les ondes de surface sont les arrivées prépondérantes pour les levés sismiques de faible profondeur.
- Pourquoi ? Leur amplitude décroît comme  $1/\sqrt{r}$  mais l'amplitude des ondes S et P décroît comme  $1/r$ .
- La vitesse des ondes de surface est fortement liée à la vitesse des ondes de cisaillement.



# Propagation des ondes de surface

# Ondes de Rayleigh

---

Les ondes de Rayleigh sont une solution particulière de l'équation d'onde

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^2} = (K + \mu/3) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

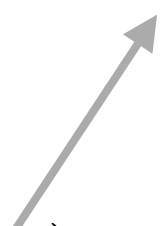
On suppose une solution de la forme:

$$u_1 = C_1 \cdot e^{-\alpha x_2} \cdot e^{ik(x_1 - ct)}$$

$$u_2 = C_2 \cdot e^{-\alpha x_2} \cdot e^{ik(x_1 - ct)}$$

$$u_3 = 0$$

vitesse de phase  
de l'onde



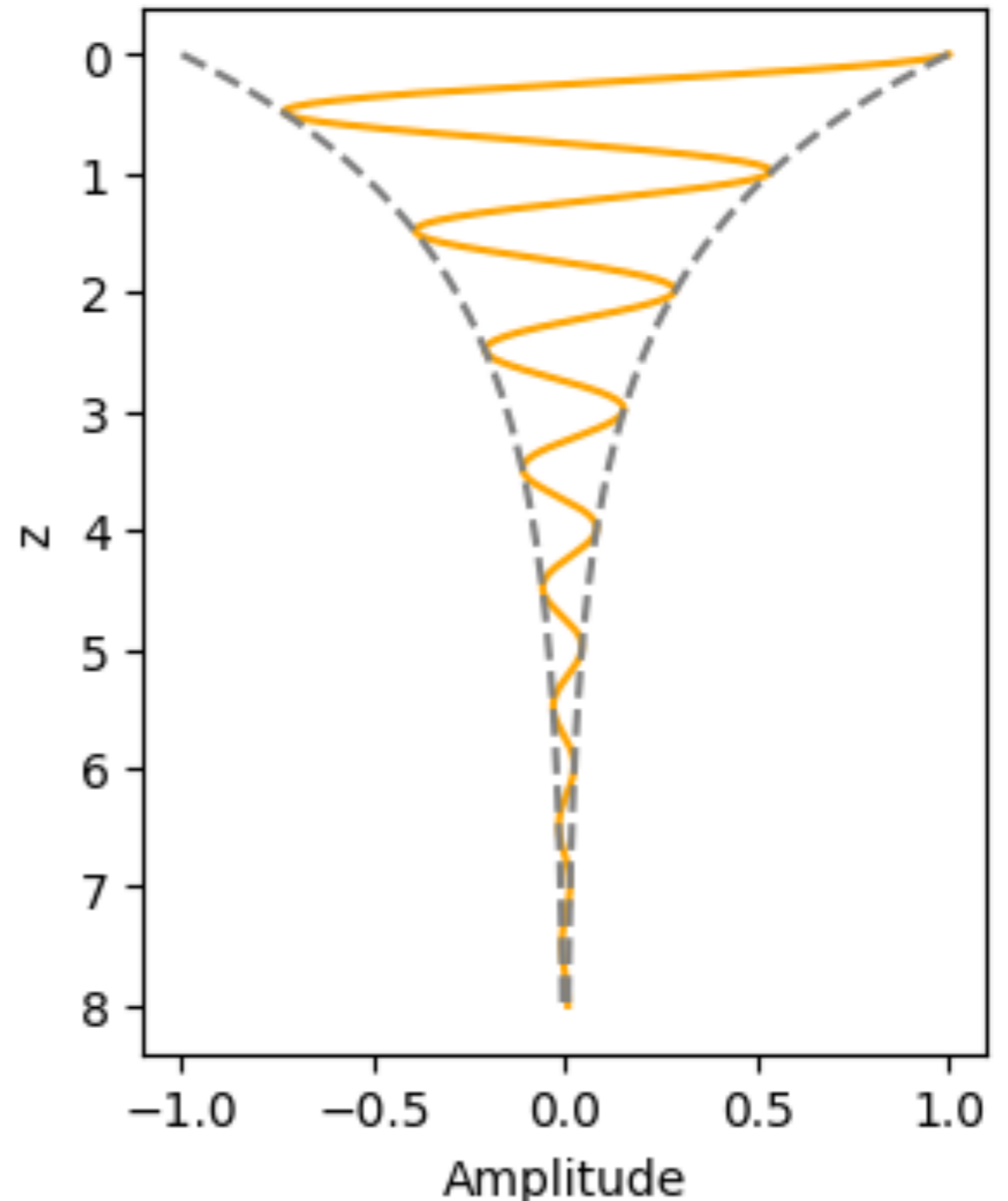
# Ondes de Rayleigh

Cette solution est une onde évanesccente: elle comprend une **décroissance exponentielle** en profondeur et une partie en **propagation en x**.

$$u_1 = C_1 \cdot e^{-\alpha x_2} \cdot e^{ik(x_1 - ct)}$$

Décroissance en z  
(partie réelle > 0)

Propagation en x





# Ondes de Rayleigh

---

La solution respectant l'équation d'onde est plus précisément:

$$u_1 = (ik \cdot Ae^{-rx_2} + s \cdot Be^{-sx_2}) \cdot e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$u_2 = (ik \cdot Be^{-sx_2} - r \cdot Ae^{-rx_2}) \cdot e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

avec

$$r^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_p^2} \quad s^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_s^2}$$

Il reste à trouver les constantes A et B.

# Ondes de Rayleigh

---

Les coefficients A et B sont obtenus en appliquant les conditions de surface libre, c'est-à-dire

$$\sigma_{22} = \sigma_{21} = 0, \quad \text{pour } x_2 = 0$$

ce qui mène (après un peu d'algèbre) à résoudre une matrice:

$$\begin{bmatrix} [r^2(K + 4/3\mu) - (K - 2/3\mu)] & -2iks\mu \\ -2rik & -(k^2 + s^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0$$

Ce système possède une solution unique seulement si son déterminant nul.

---

# Ondes de Rayleigh

---

La solution existe seulement si la relation de dispersion (déterminant) est respectée:

$$\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^6 - 8\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^4 + 8\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^2 \left[1 + 2\left(1 - \frac{V_s^2}{V_p^2}\right)\right] - 16\left(1 - \frac{V_s^2}{V_p^2}\right) = 0$$

où le nombre d'onde des solutions précédentes  $k = \omega/V_R$  et donc  **$V_R$  est la vitesse des ondes de Rayleigh.**

- $V_R$  dépend de  $V_p$  et  $V_s$
- La sensibilité de  $V_R$  à  $V_p$  est très faible!
- Pour un **milieu homogène**,  $V_R$  **ne dépend pas** de la fréquence!



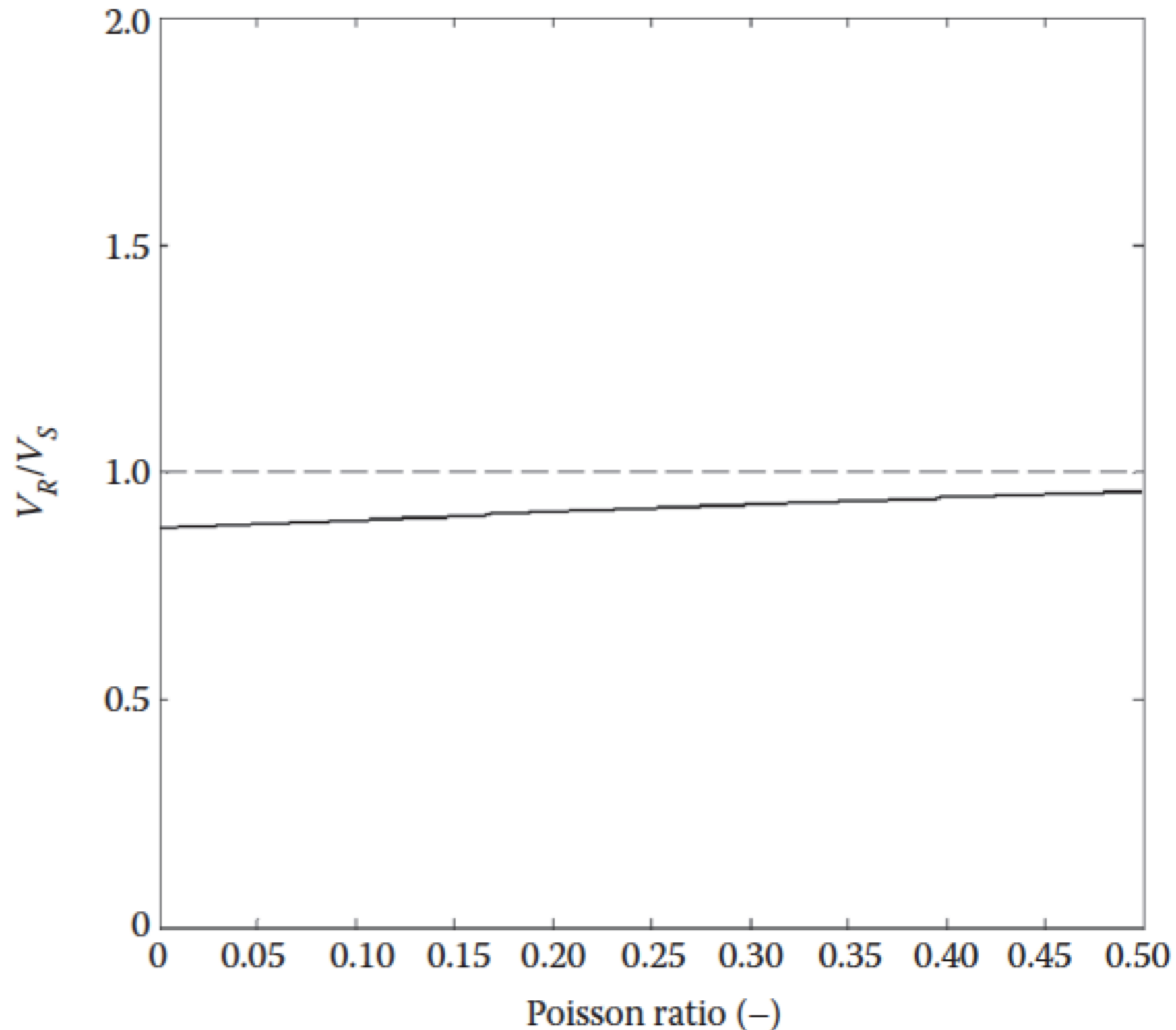
# Ondes de Rayleigh

---

La vitesse des **ondes de Rayleigh** est fortement reliée à la vitesse des **ondes de cisaillement**!

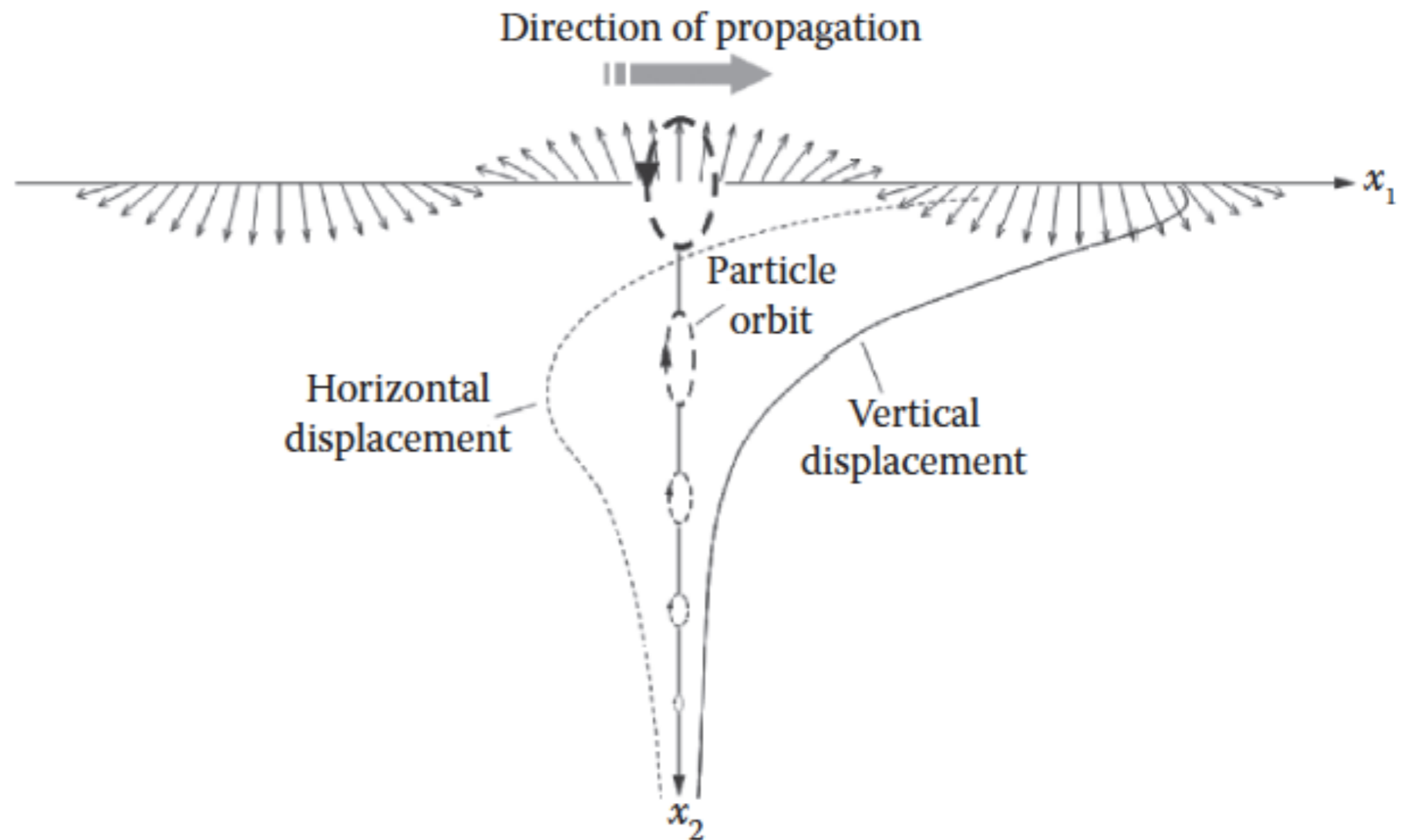
Varie peu en fonction de  $V_p$  ou du coefficient de poisson:

$$\nu = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - (V_p/V_s)^2} \right]$$



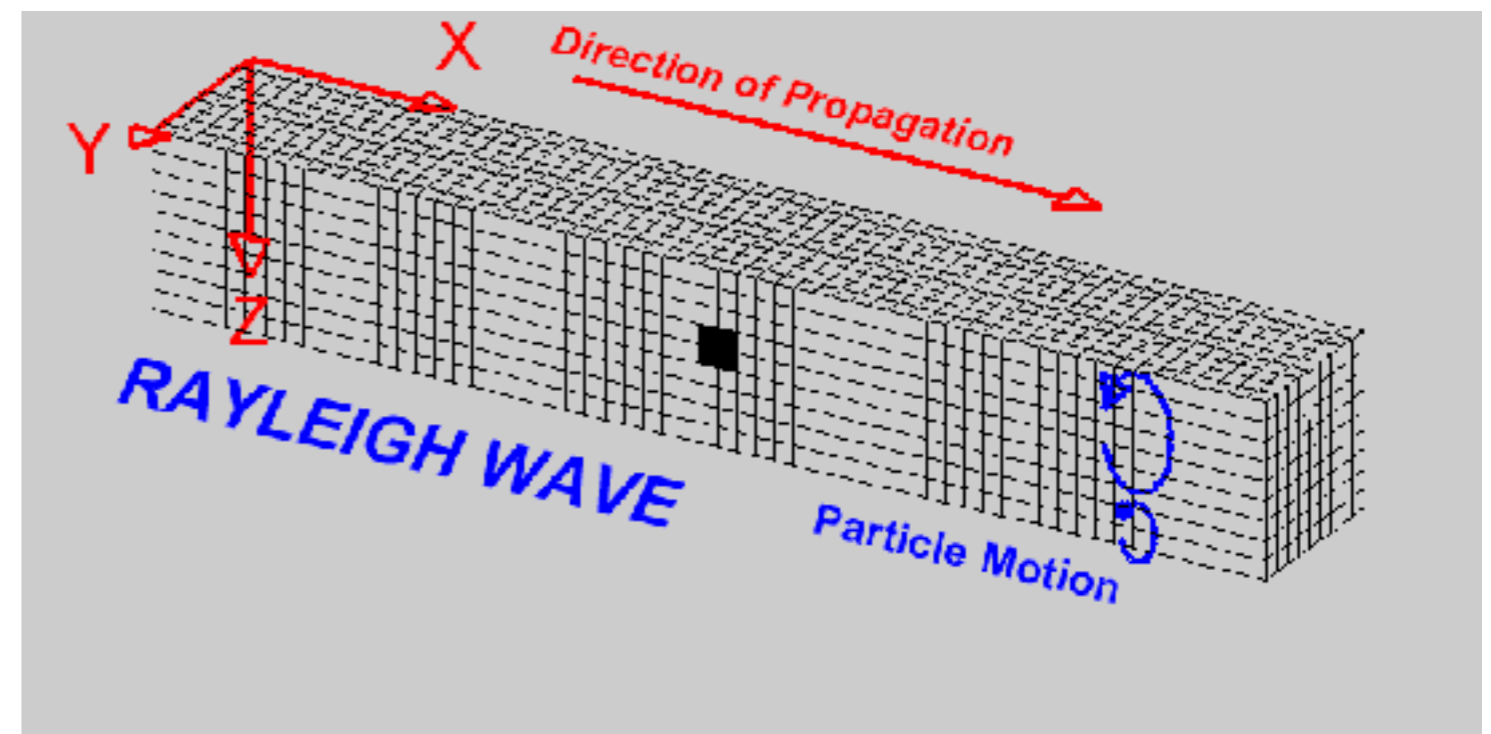
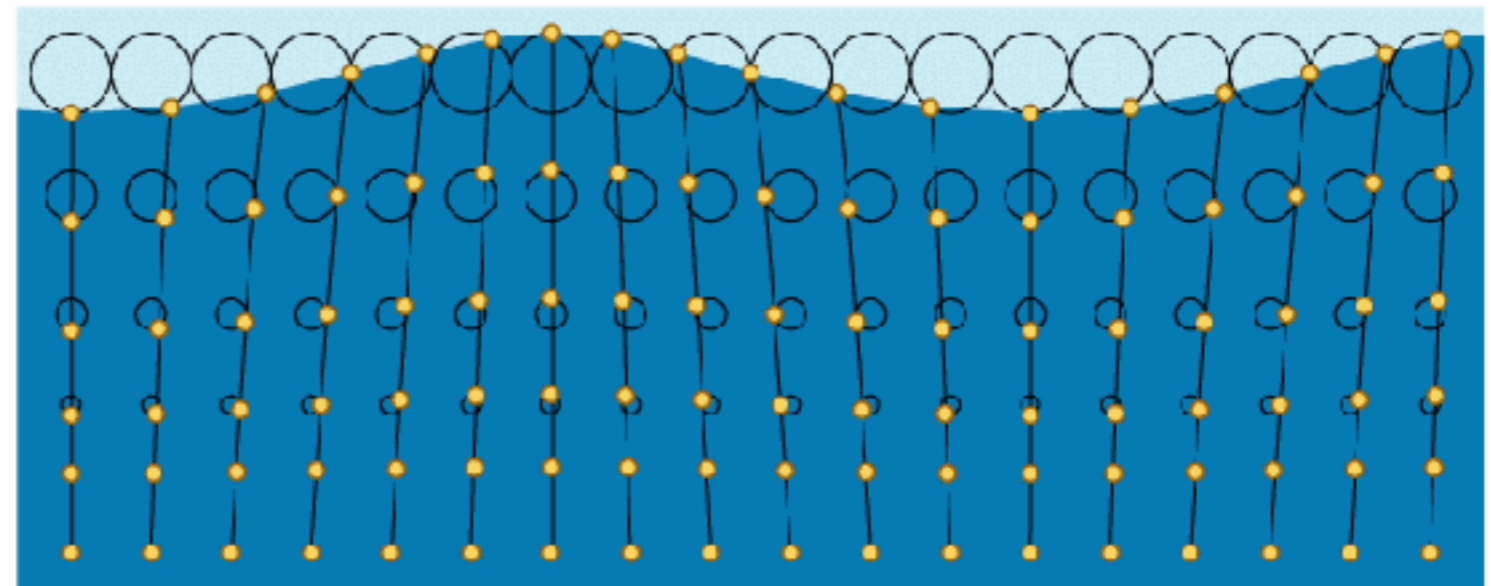
# Ondes de Rayleigh

- Les composantes des déplacements  $u_1$  et  $u_2$  sont déphasées de 90 degrés.
- Le **déplacement est donc elliptique.**
- La rotation du déplacement est antihoraire!



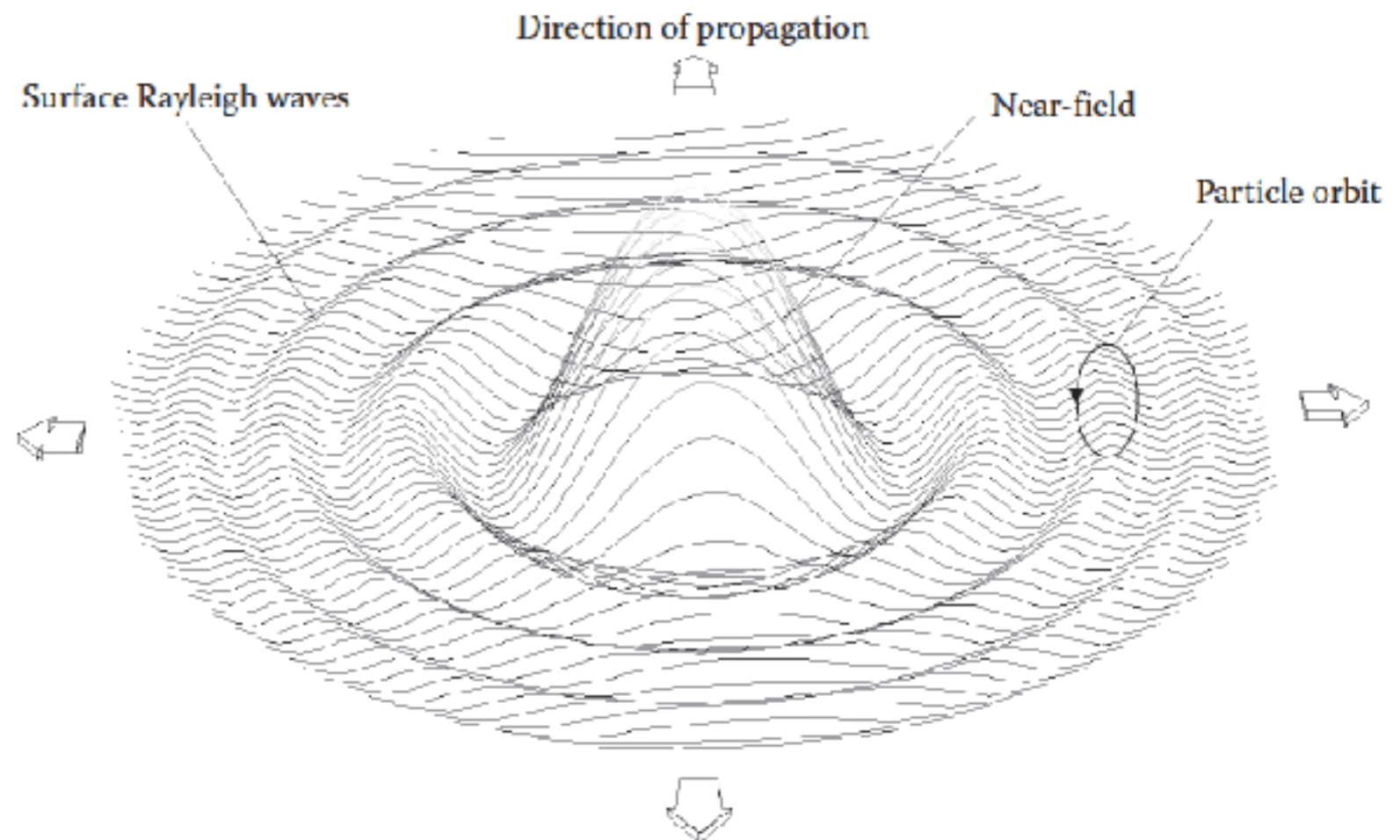
# Ondes de Rayleigh

Les ondes de Rayleigh sont très similaires aux vagues dans l'eau!



# Sources des ondes de Rayleigh

- Les ondes de Rayleigh sont produites lorsqu'on frappe verticalement sur le sol.
- Elles peuvent être enregistrées grâce à des géophones verticaux (et/ou horizontaux, parallèle à la ligne de levé)
- Le bruit ambiant sismique contient aussi des ondes de Rayleigh



# Milieu tabulaire et dispersion

# Ondes de surface: Procédure générale

---

Pour des cas plus complexes (milieu tabulaire), la même méthode est suivie pour obtenir les solutions des ondes de surface.

1. Une solution **évanescence** est posée:

$$u_i = C_i \cdot e^{-\alpha x_2} \cdot e^{ik(x_j - ct)}$$

2. Application des conditions frontières: **surface libre et continuité aux interfaces.**
  3. La résolution des conditions frontières implique la résolution d'un système d'équations linéaires
  4. Une solution unique de ce système linéaire existe seulement si la relation de dispersion est respectée (son déterminant est nul).
  5. La **relation de dispersion** donne la dépendance de la **vitesse en fréquence.**
-

# Dispersion

---

La dispersion est la dépendance de la vitesse de phase à la fréquence.

**Vitesse de phase:** Vitesse à laquelle se déplace une fréquence:

$$V_{phase} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

**Vitesse de groupe:** Vitesse à laquelle se déplace l'énergie ou le groupe d'ondes de différentes fréquences:

$$V_{groupe} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

**Relation de dispersion:** Fonction qui relie la fréquence d'une onde à son nombre d'onde.

$$\omega = \omega(k) = k V_{phase}(k)$$

---



# Dispersion

---

Pour les ondes de Rayleigh:

**Vitesse des ondes de Rayleigh:**

$$V_R = \frac{\omega}{k} \longrightarrow \text{Vitesse de phase}$$

**Relation de dispersion:**

$$\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^6 - 8 \left(\frac{V_R}{V_s}\right)^4 + 8 \left(\frac{V_R}{V_s}\right)^2 \left[1 + 2 \left(1 - \frac{V_s^2}{V_p^2}\right)\right] - 16 \left(1 - \frac{V_s^2}{V_p^2}\right) = 0$$

La relation de dispersion ne dépend pas de  $k$ , et donc les ondes voyagent à la même vitesse, peu importe leur longueur d'onde.

---

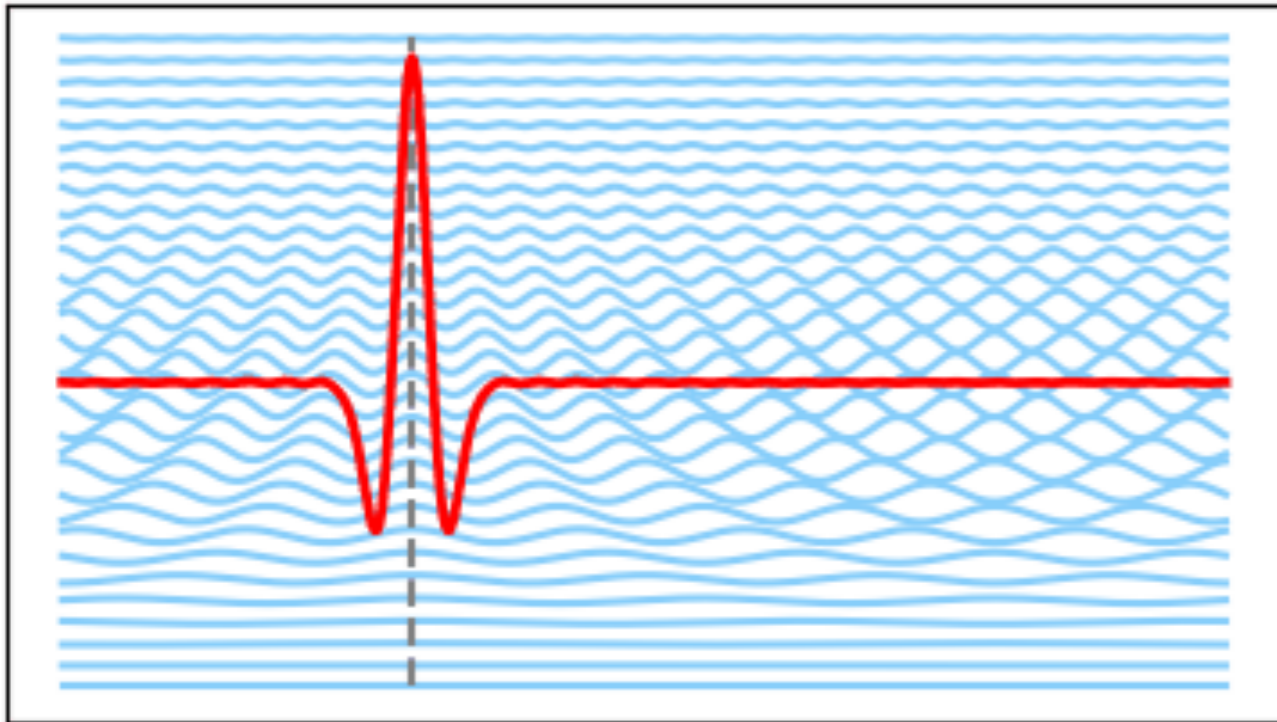
# Dispersion

---

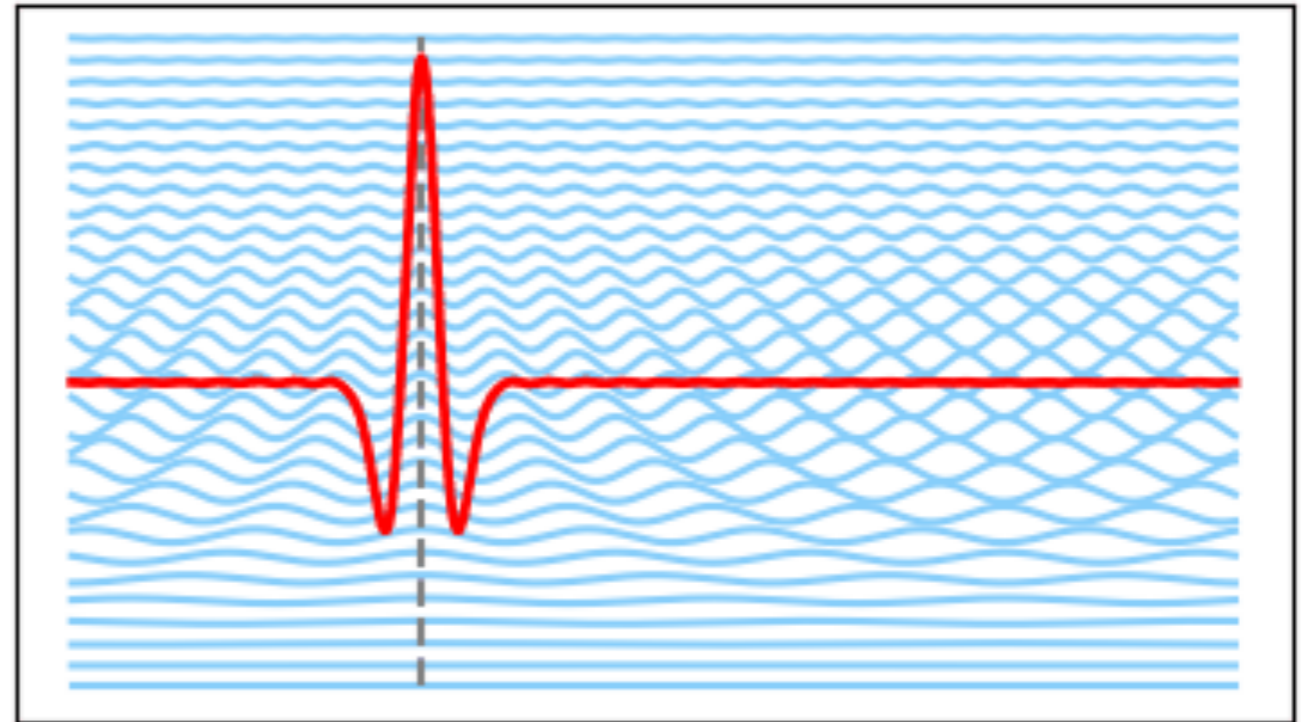
**Dispersion:** Une onde dispersive est une onde dont la vitesse dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde)

La dispersion provoque l'étalement du train d'ondes dans le temps.

## Propagation dispersive



## Propagation sans dispersion



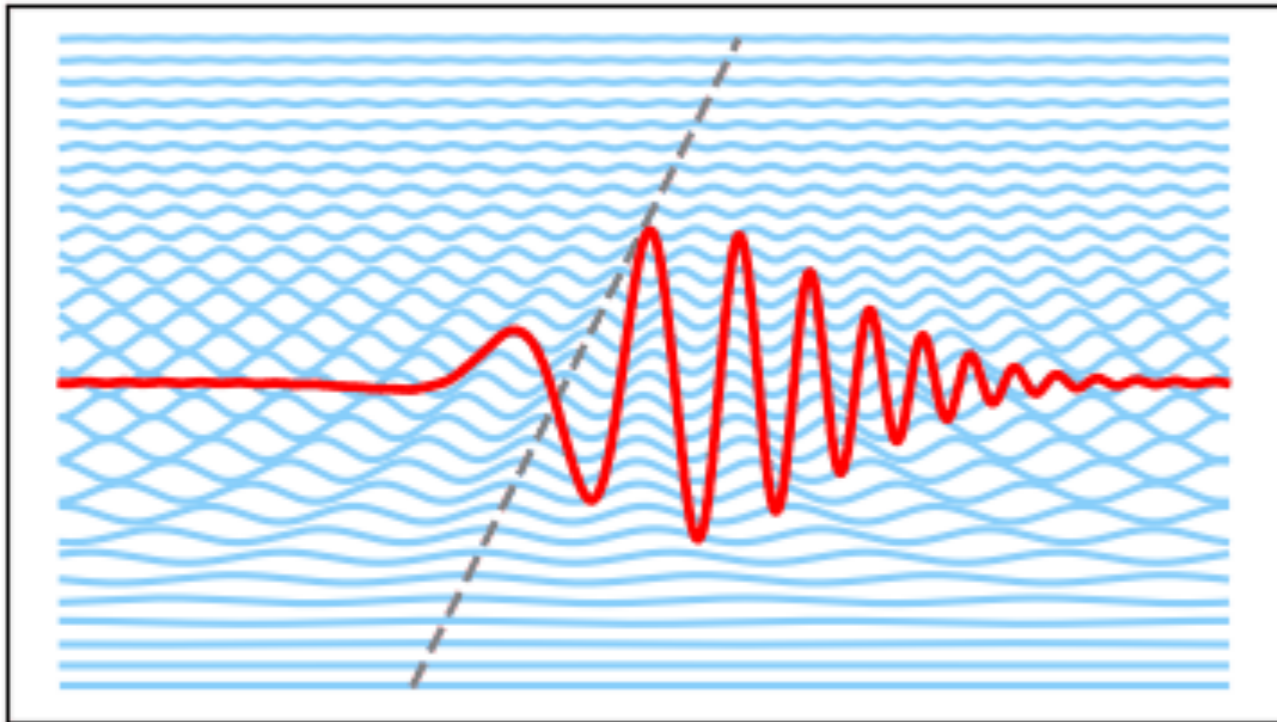
# Dispersion

---

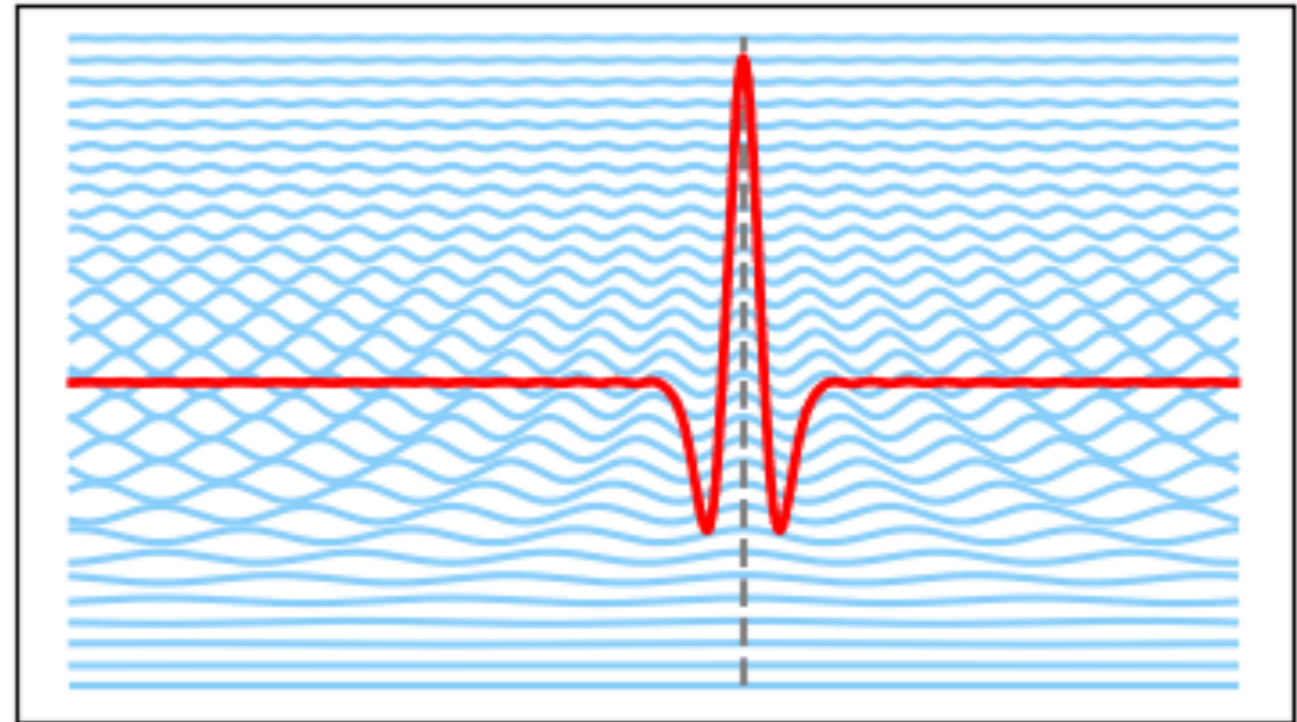
**Dispersion:** Une onde dispersive est une onde dont la vitesse dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde)

La dispersion provoque l'étalement du train d'ondes dans le temps.

## Propagation dispersive



## Propagation sans dispersion



# Milieu en couches: Ondes de Love

---

Les ondes de Love sont une solution particulière de l'équation d'onde

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^2} = (K + \mu/3) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

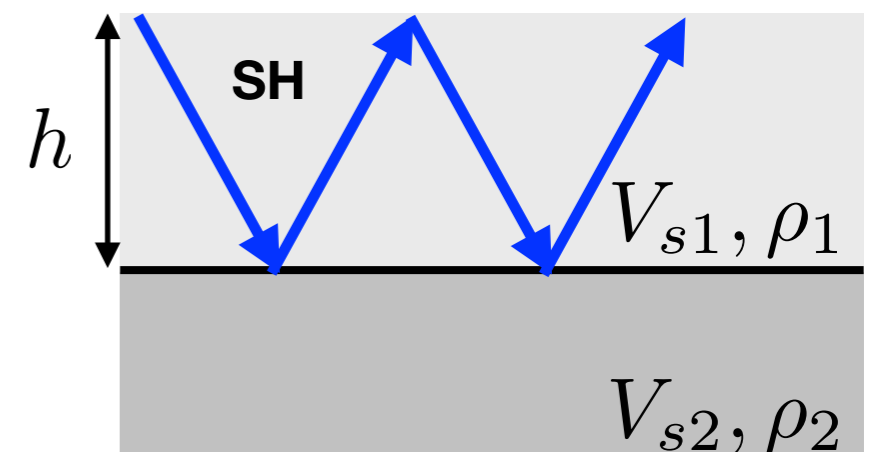
On suppose une solution de la forme:

$$u_1 = u_2 = 0$$

$$u_3 = C_1 \cdot e^{-\alpha_1 x_2} \cdot e^{ik(x_1 - ct)} \quad \text{pour } x_2 < h$$

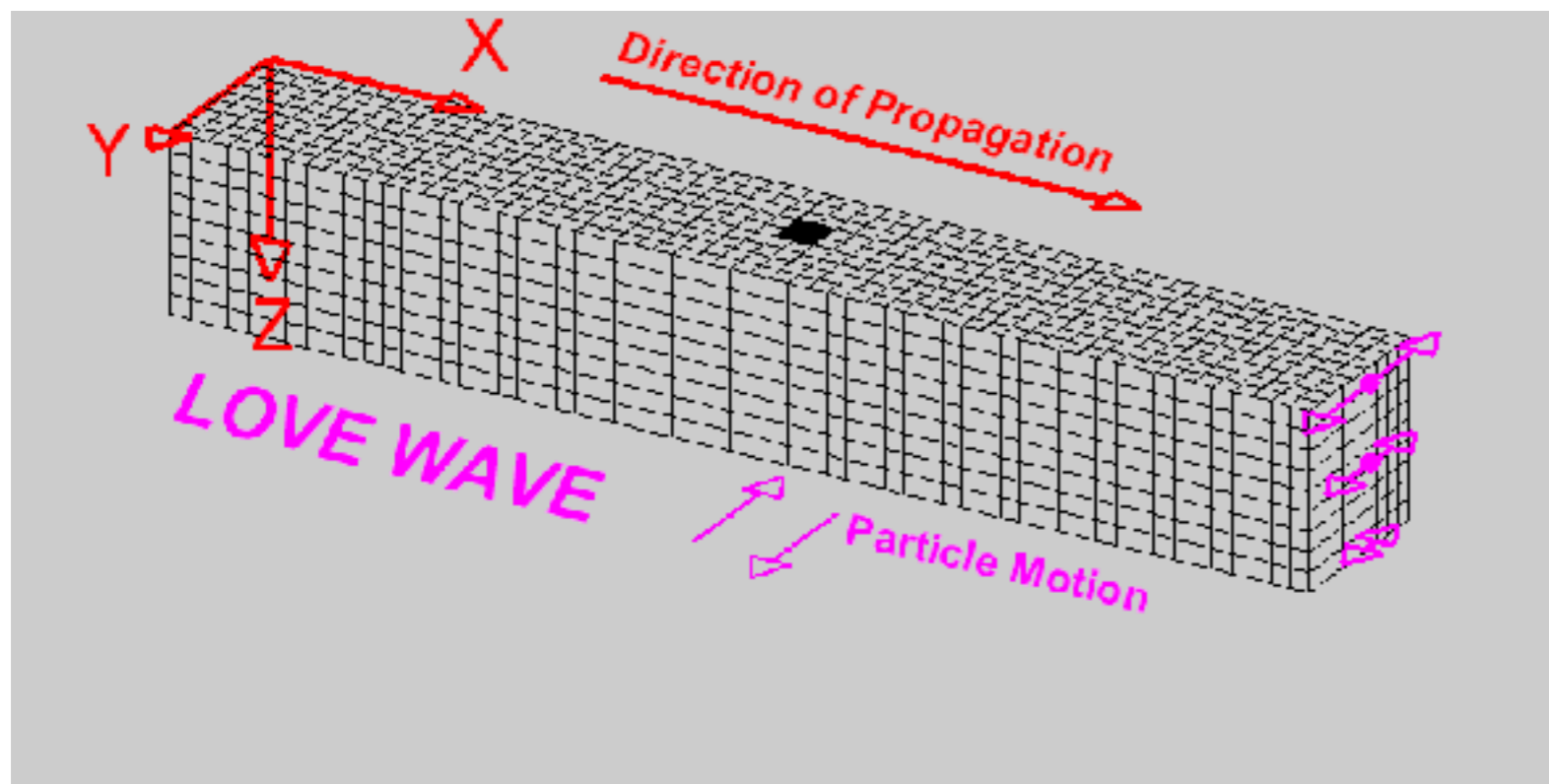
$$u_3 = C_2 \cdot e^{-\alpha_2 x_2} \cdot e^{ik(x_1 - ct)} \quad \text{pour } x_2 > h$$

Réflexions multiples des ondes SH

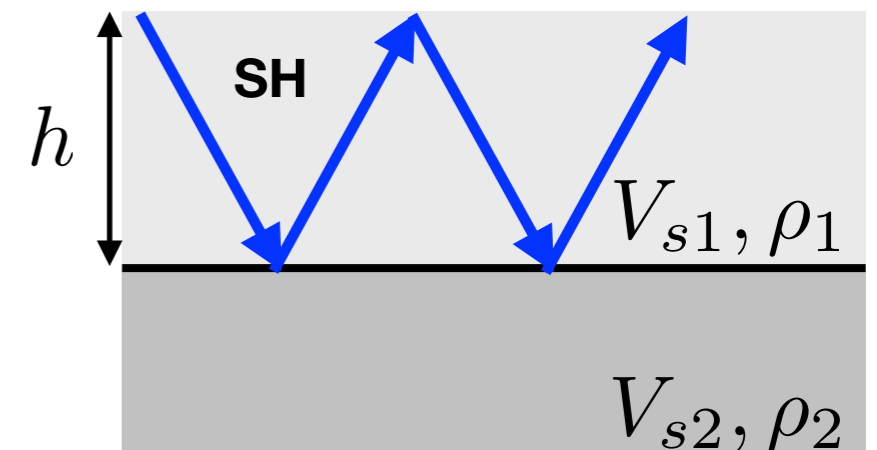


# Milieu en couches: Ondes de Love

Les ondes de Love sont une solution particulière de l'équation d'onde.



Réflexions multiples des ondes SH



# Milieu en couches: Ondes de Love

---

L'**interférence des réflexions multiples** des ondes SH dans un milieu en couches crée une onde guidée, nommée onde de Love.

Pour un milieu à deux couches, la relation de dispersion est:

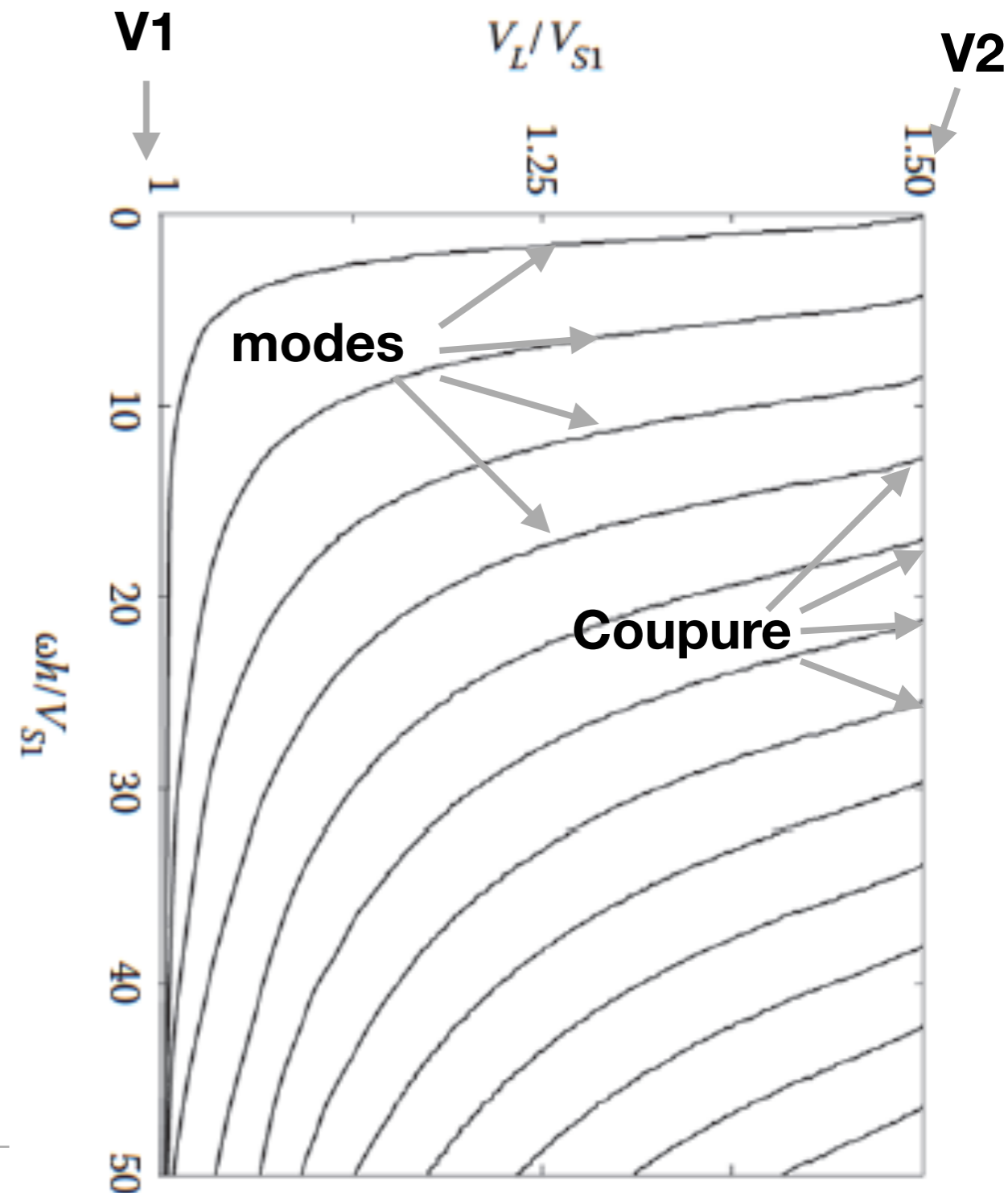
$$\tan \left( \frac{\omega h}{V_{s1}} \sqrt{1 - \left( \frac{V_{s1}}{V_L} \right)^2} \right) - \frac{V_{s2} \rho_2}{V_{s1} \rho_1} \sqrt{\frac{\left( \frac{V_{s2}}{V_{s1}} \right)^2 - \left( \frac{V_L}{V_{s1}} \right)^2}{\left( \frac{V_L}{V_{s1}} \right)^2 - 1}} = 0$$

Cette expression est transcendante et doit donc être résolue numériquement.

---

# Milieu en couches: Ondes de Love

- La relation de dispersion possède plusieurs solutions pour une même fréquence
- Les différentes solutions sont appelées les modes
- Pour un mode, la vitesse varie selon la fréquence: à haute fréquence  $V_L$  tend vers  $V_1$  et à basse fréquence  $V_L$  tend vers  $V_2$ .
- Les modes possèdent une fréquence de coupure à partir de laquelle le mode cesse d'exister.

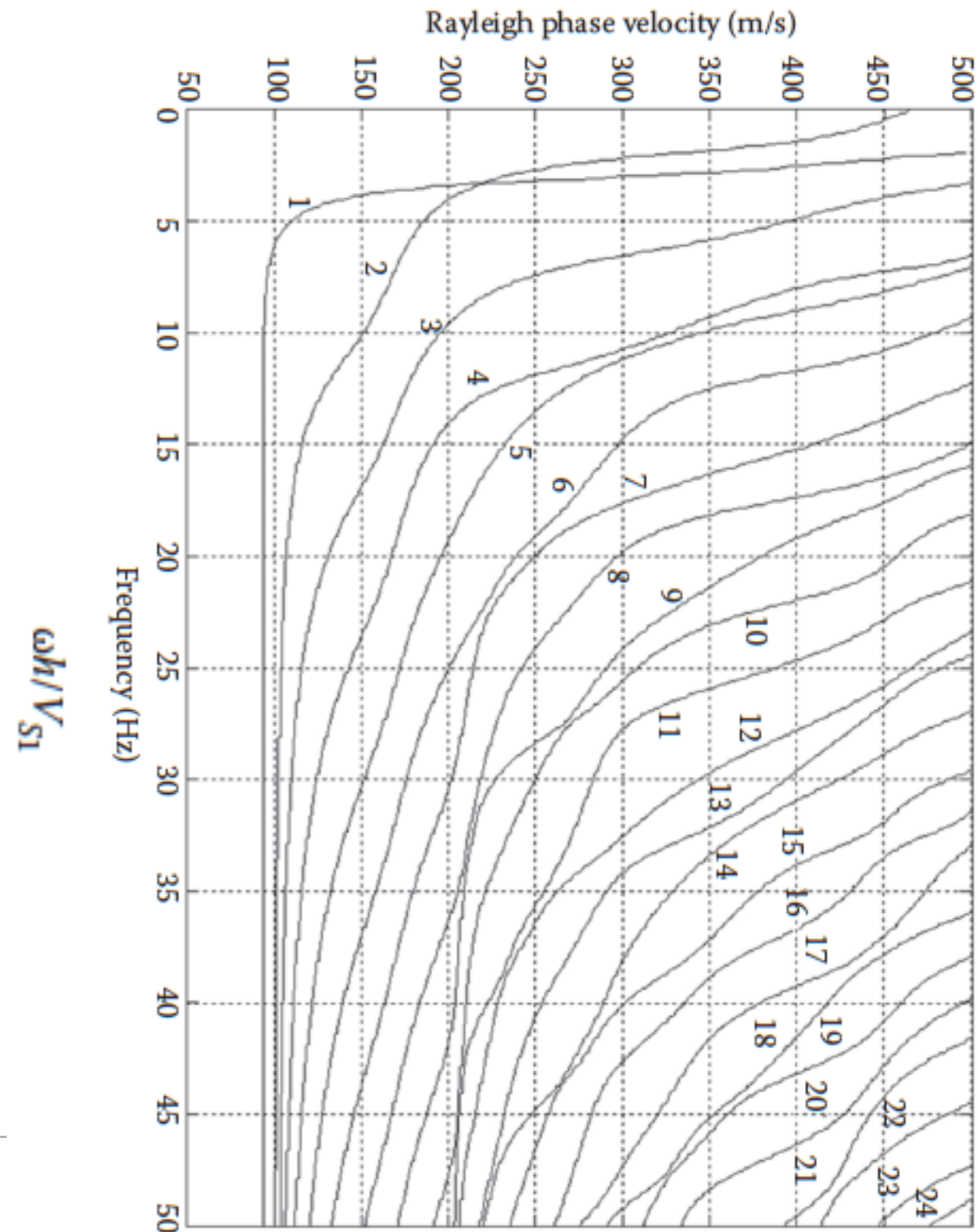




# Milieu en couches: Ondes de Rayleigh

Les ondes de Rayleigh ont une relation de dispersion similaire pour un milieu en couches!

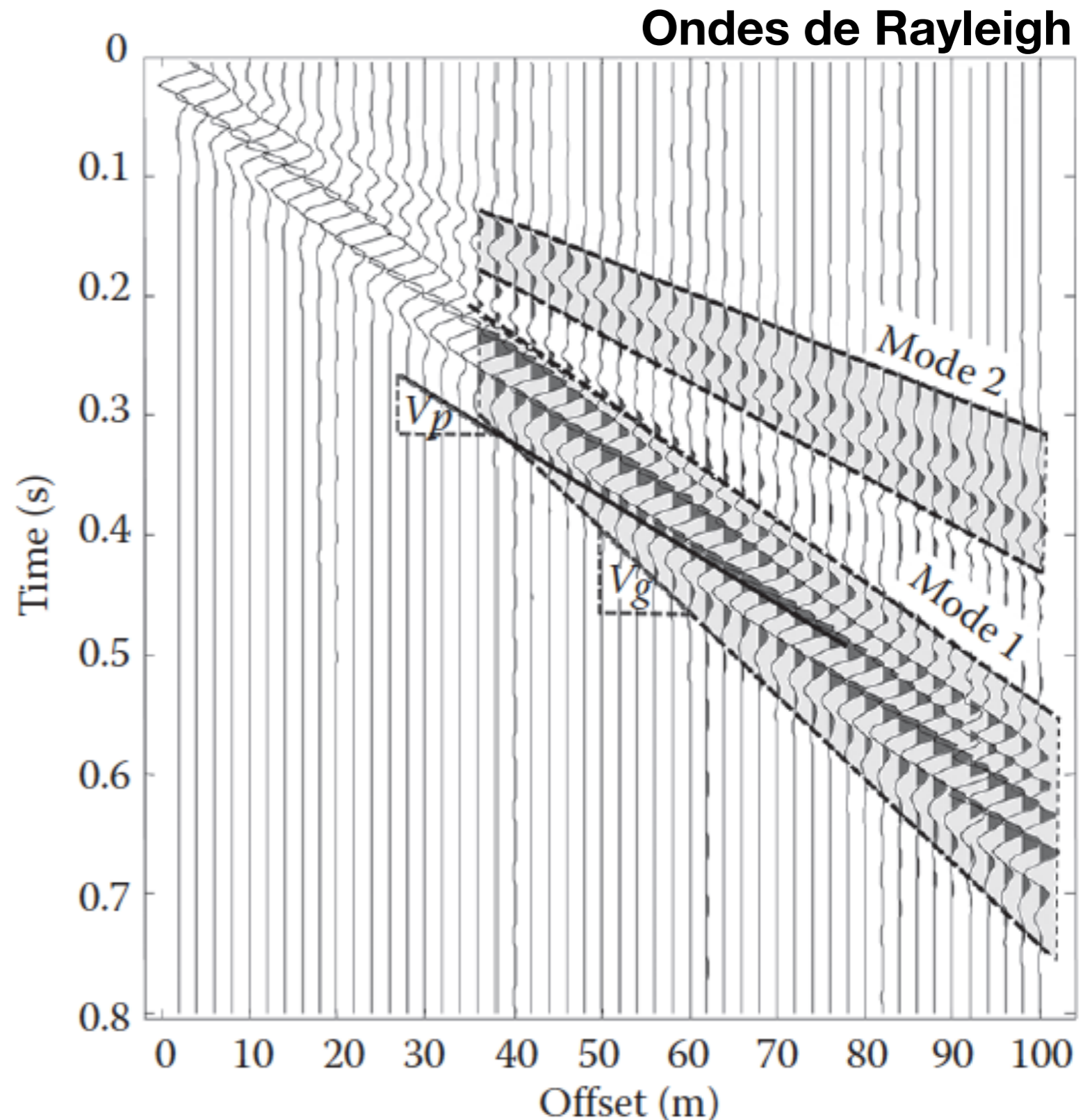
- De nombreux modes existent.
- Le premier mode est appelé mode fondamental
- Les modes supérieurs ont une fréquence de coupure qui augmente avec le degré du mode
- Le mode fondamental contient habituellement la plupart de l'énergie.



# Dispersion des ondes de surface

Comme la vitesse de phase varie pour un même mode et entre les différents modes, les ondes de Rayleigh et de Love sont dispersives pour des milieux tabulaires.

Les différents modes se propagent à des vitesses différentes et se séparent pour de longues distances source-receveur.



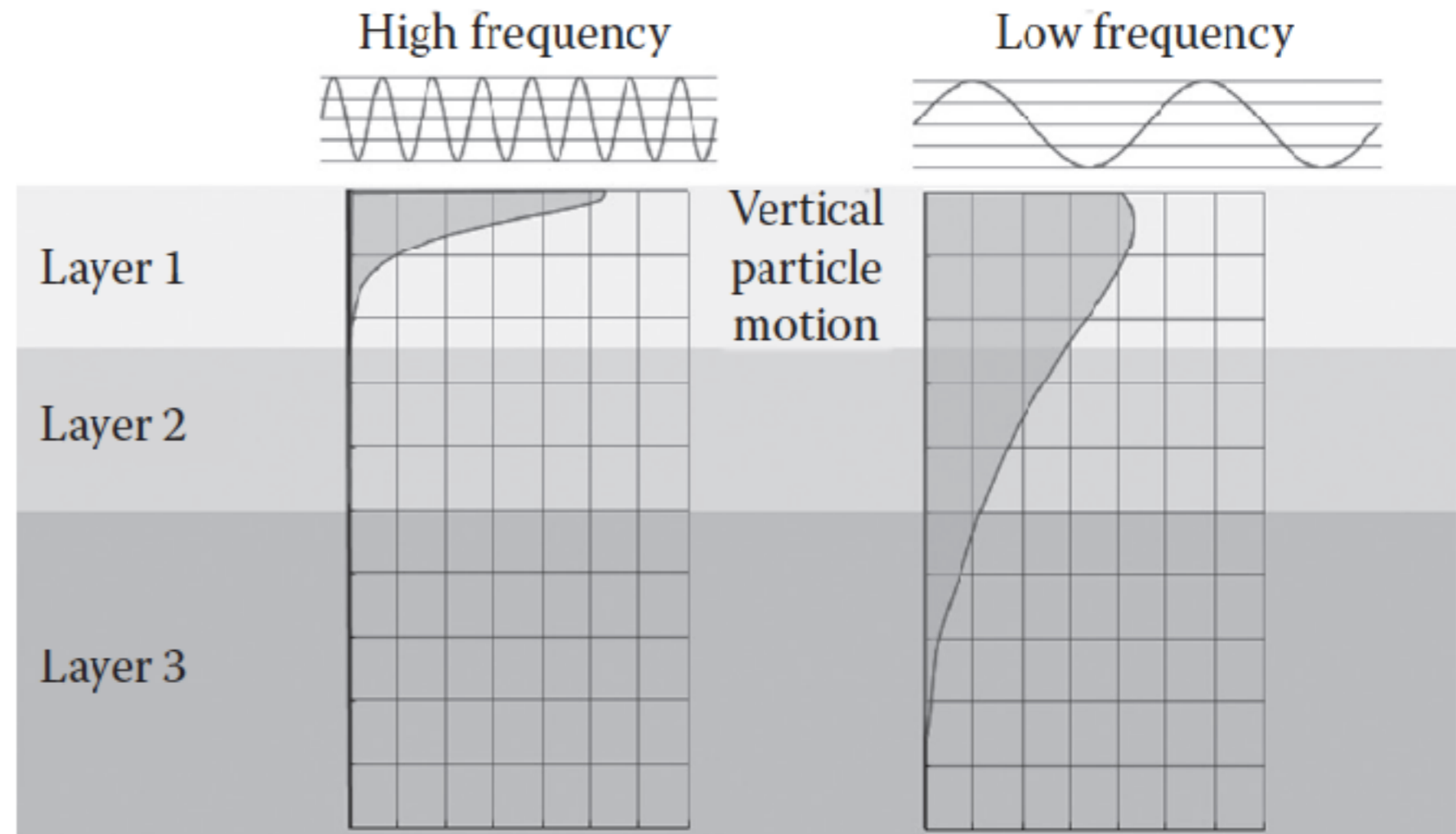
# Estimation d'un profil de vitesse

# Dispersion: explication physique

---

La profondeur à laquelle le déplacement devient nul est inversement proportionnelle à la fréquence.

Plus la fréquence est basse, plus l'onde est affectée par les vitesses des couches profondes. Ceci explique la dispersion!

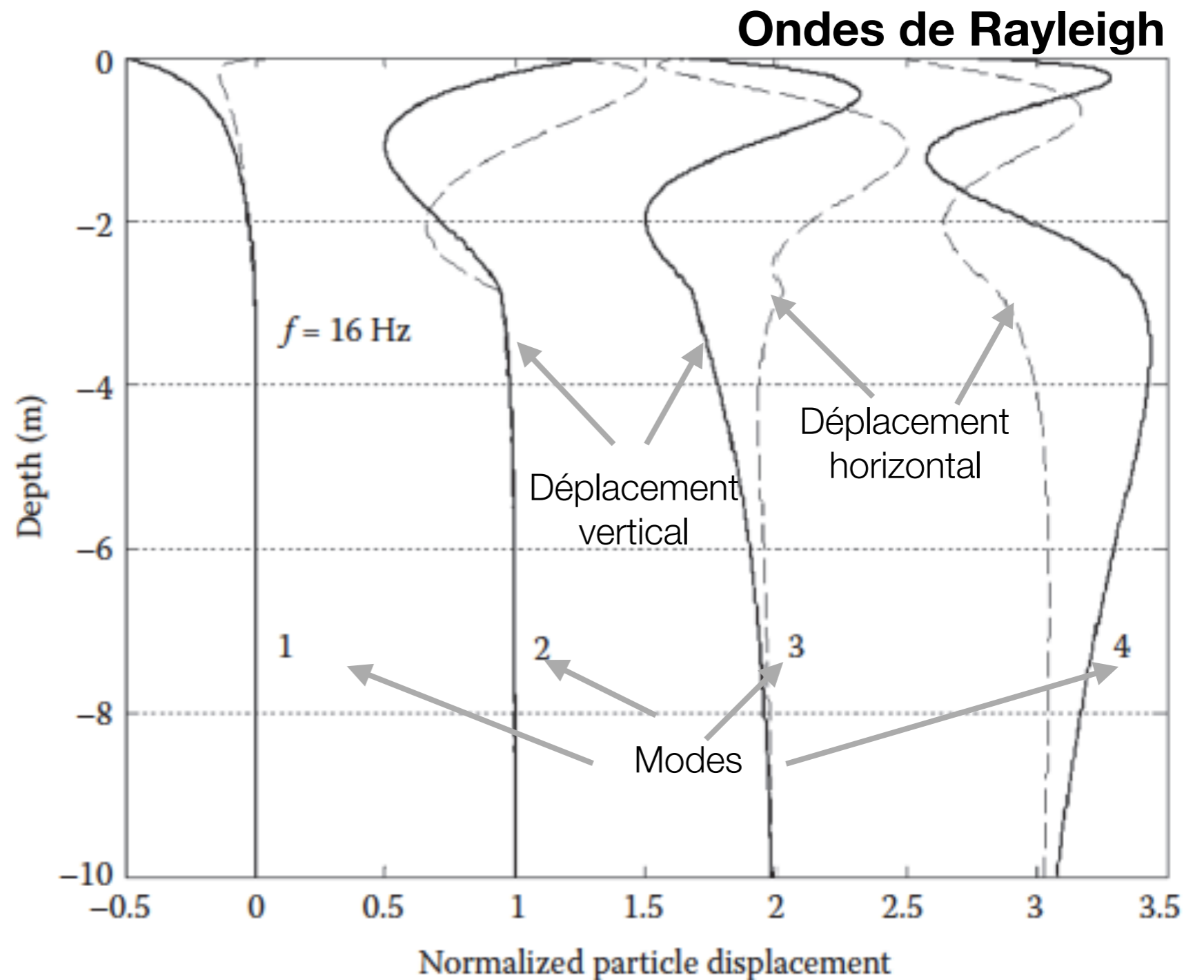


# Modes supérieurs

Les différents modes possèdent une solution différente du déplacement.

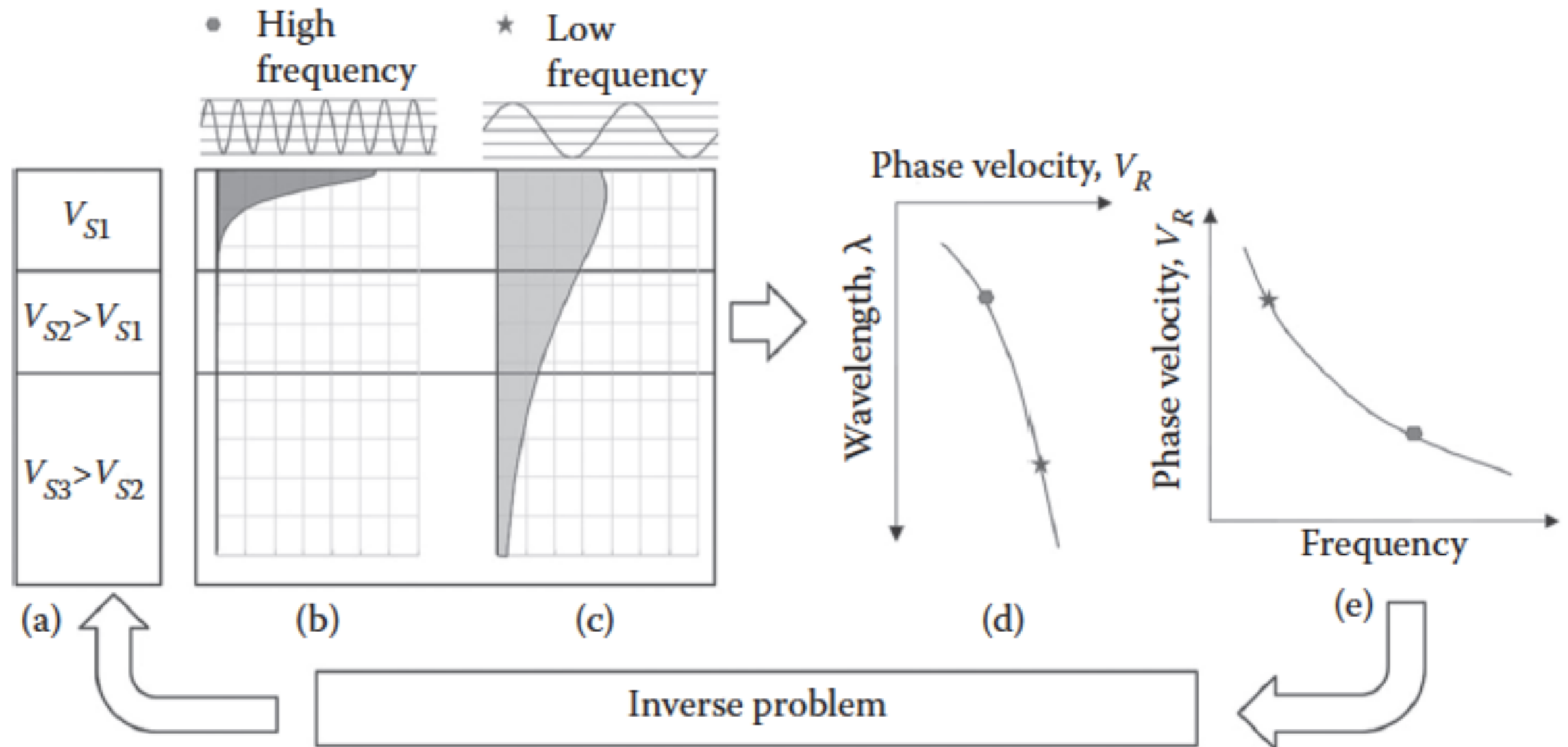
La profondeur des déplacements croît avec le degré du mode.

Les modes supérieurs sont donc plus affectés par les vitesses des couches profondes.



# Inversion des ondes de surface

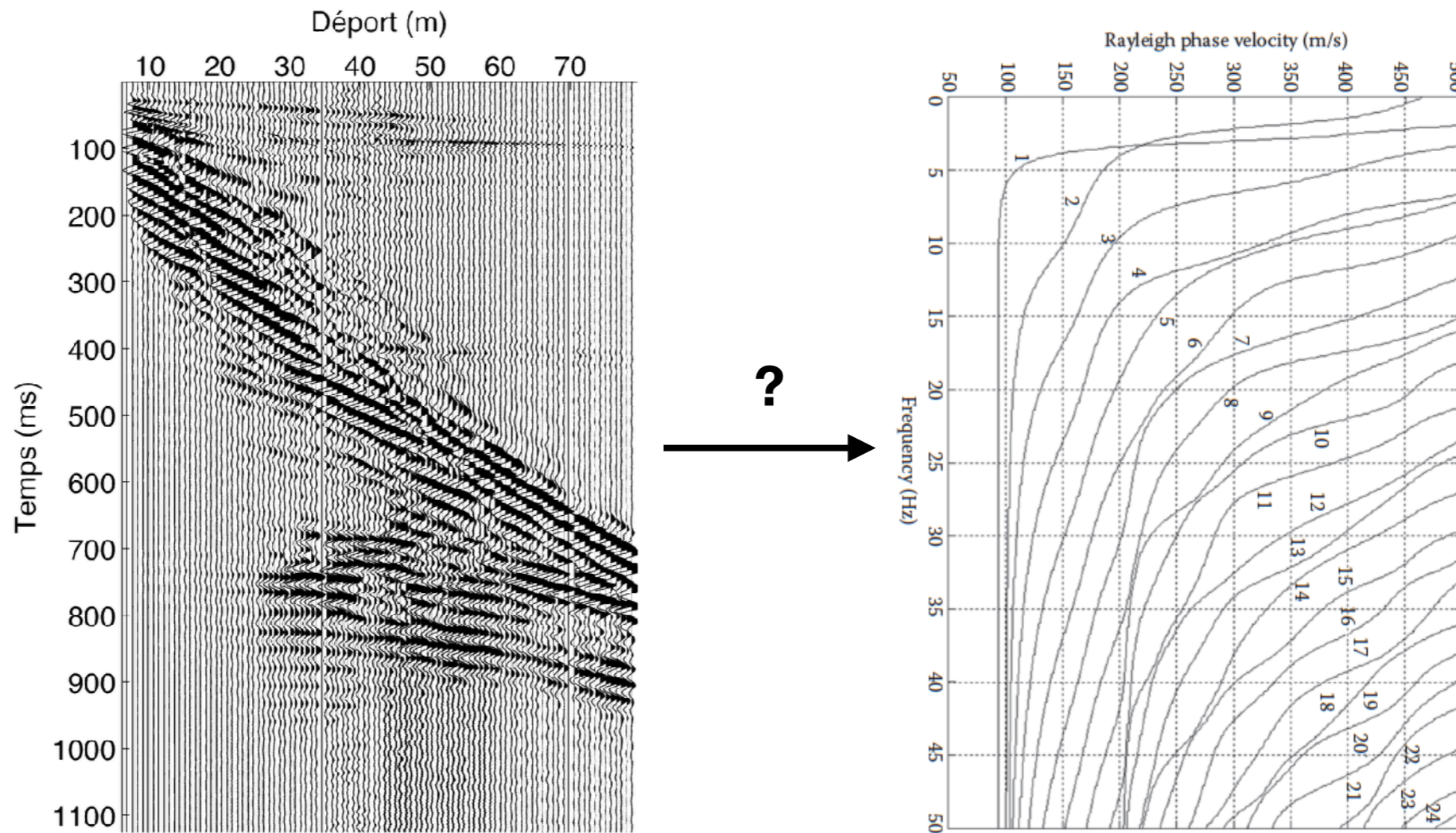
En mesurant les vitesses de phase des différents modes à plusieurs fréquences, il serait donc possible de retrouver les variations de vitesse en profondeur par inversion.





# Mesure des vitesses de phase

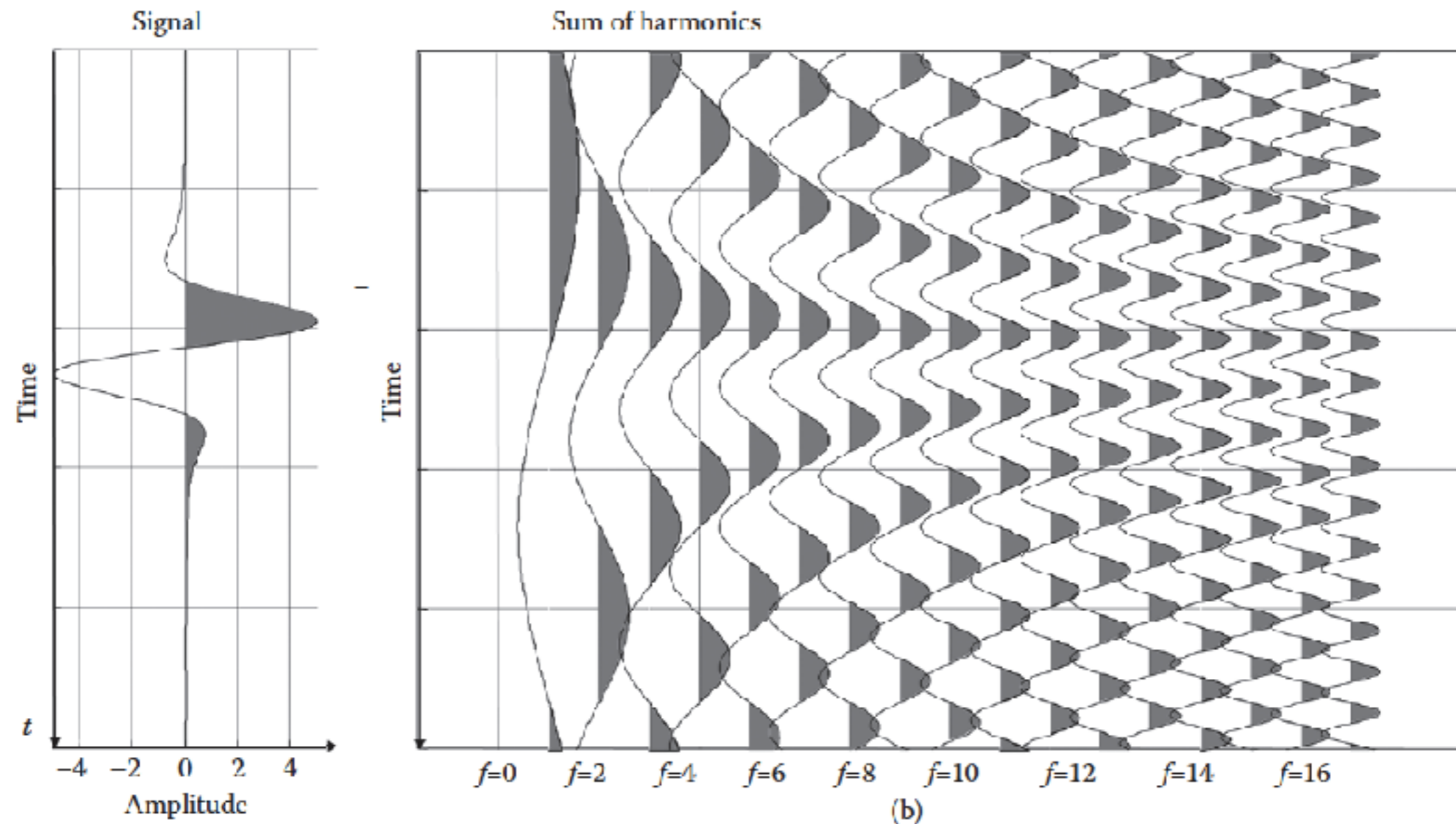
Comment peut-on mesurer la vitesse de phase et obtenir les courbes de dispersions des différents modes à partir d'un tir sismique ?





# Décomposition en fréquence

La transformée de Fourier décompose un signal en une série de sinus et cosinus:

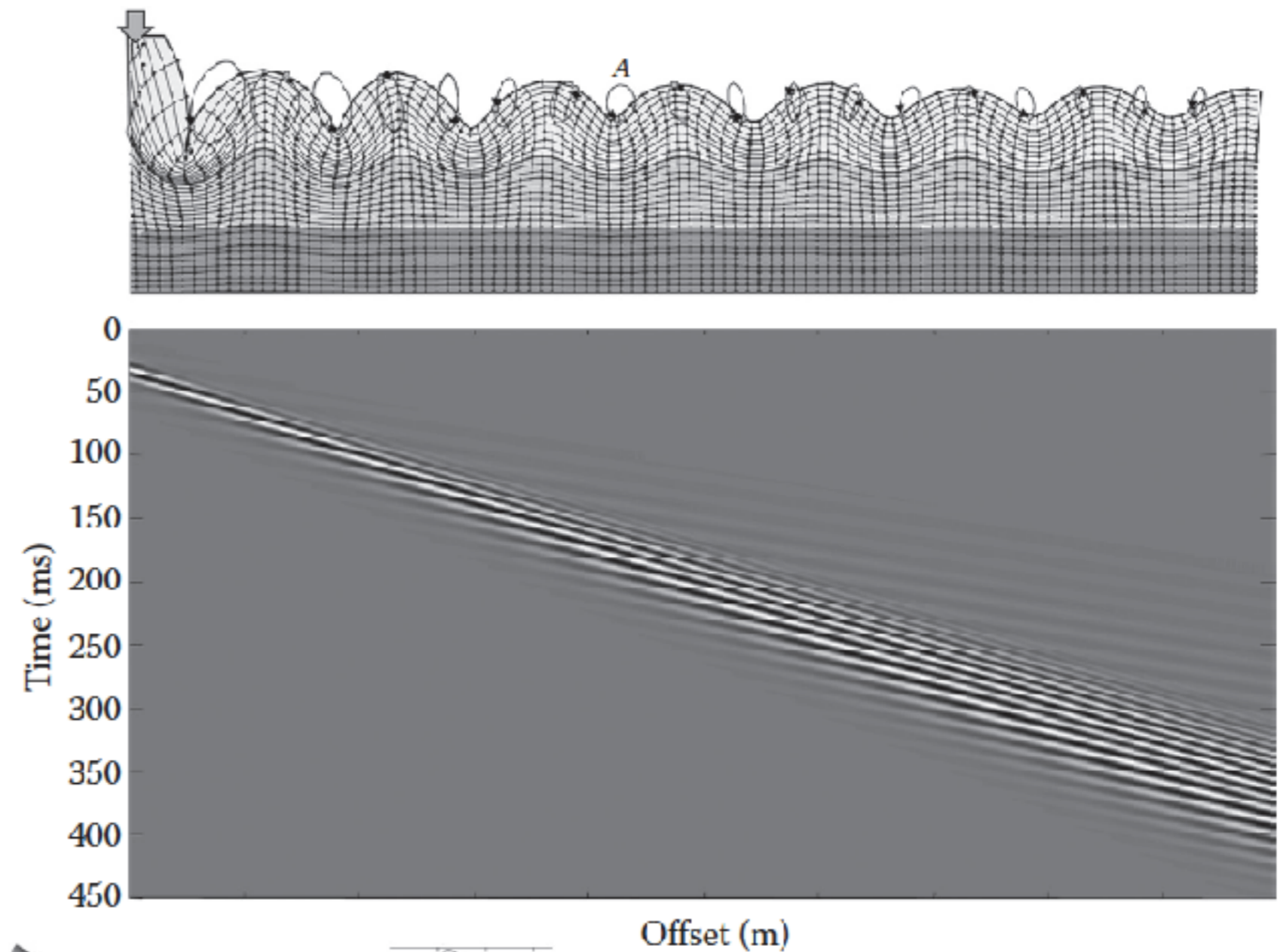


# Échantillonnage spatial

---

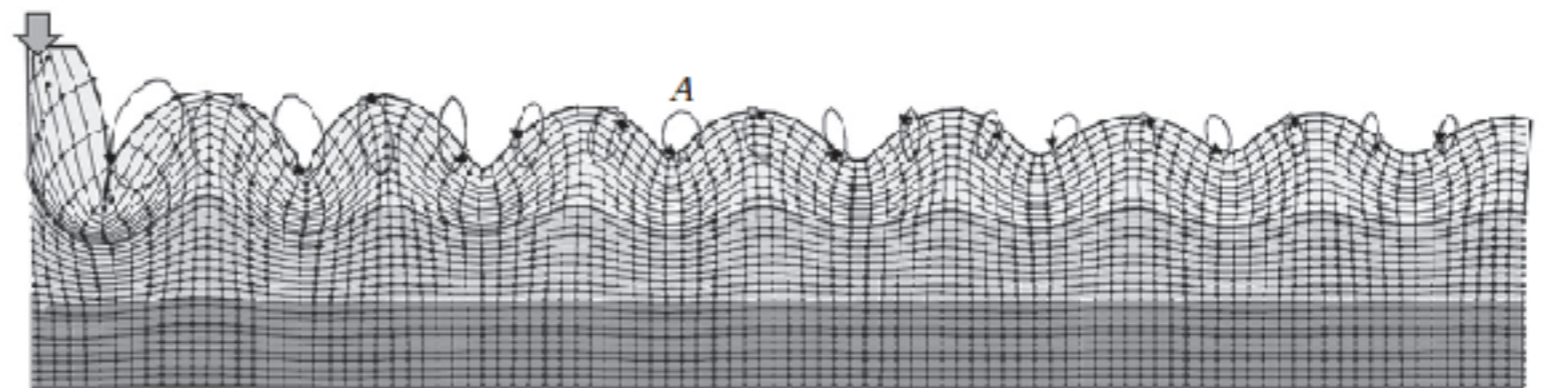
Un tir sismique est une somme de fréquences temporelles et spatiales.

La transformée de Fourier appliquée dans le temps et dans l'espace permet d'obtenir les différentes fréquences du tir.



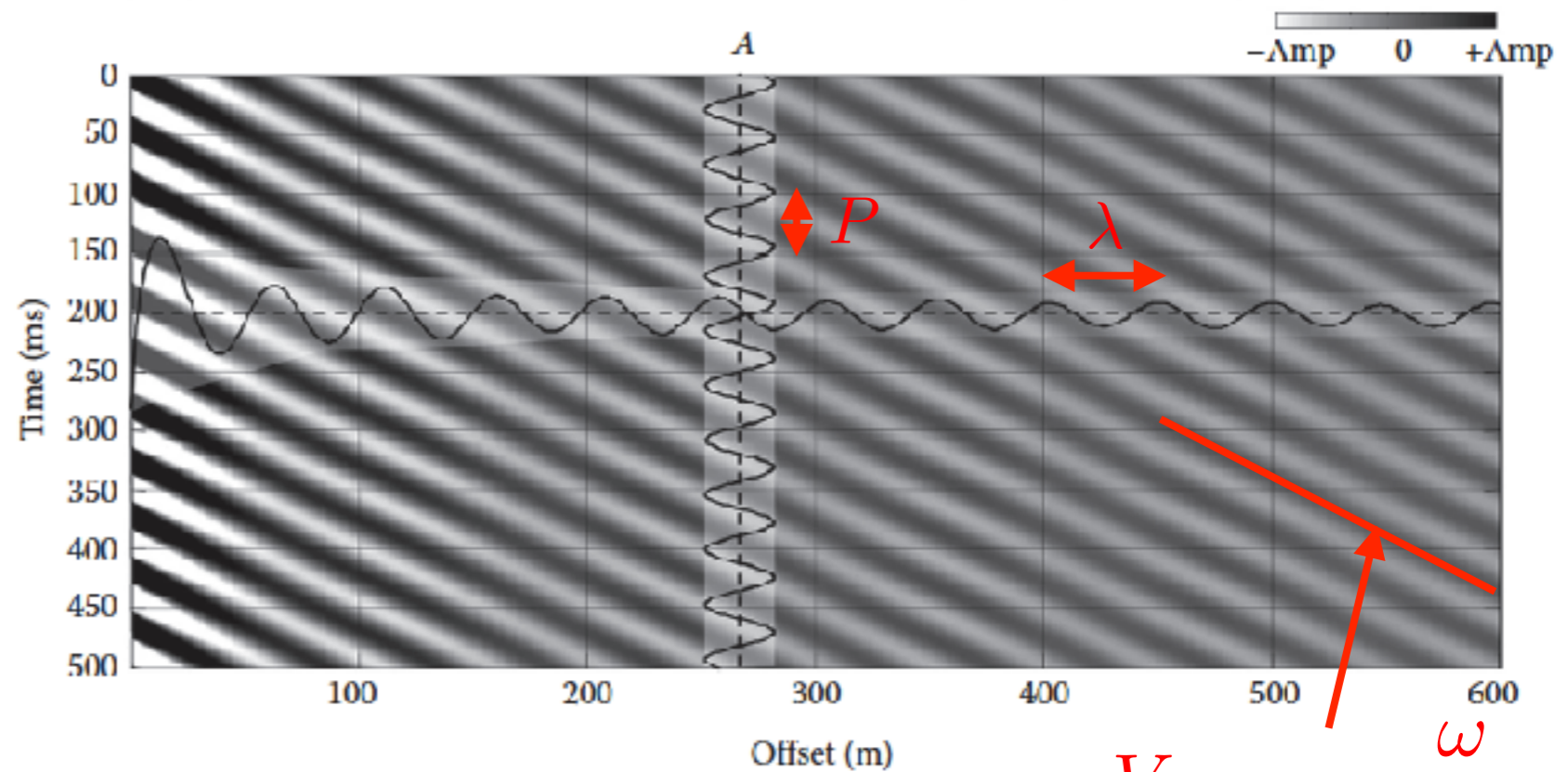
# Mesure de la vitesse de phase

La décomposition de sinus et cosinus contient maintenant une dépendance temporelle et spatiale.



On observera donc une période et une longueur d'onde (ou une fréquence et un nombre d'onde) pour chaque composante

La vitesse de phase de chaque composante est donnée par le rapport fréquences/nombre d'onde



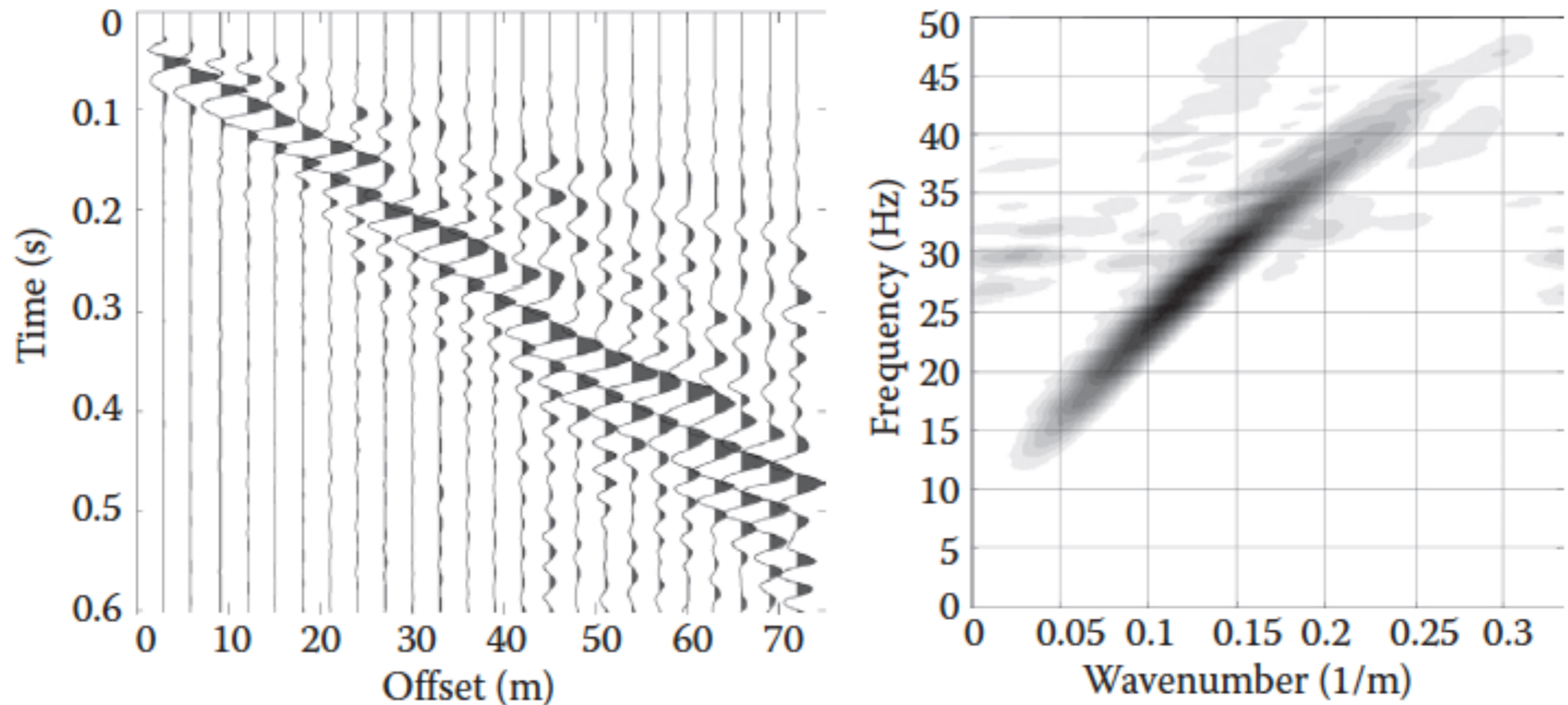
$$V_{phase} = \frac{\omega}{k}$$



# Domaine FK

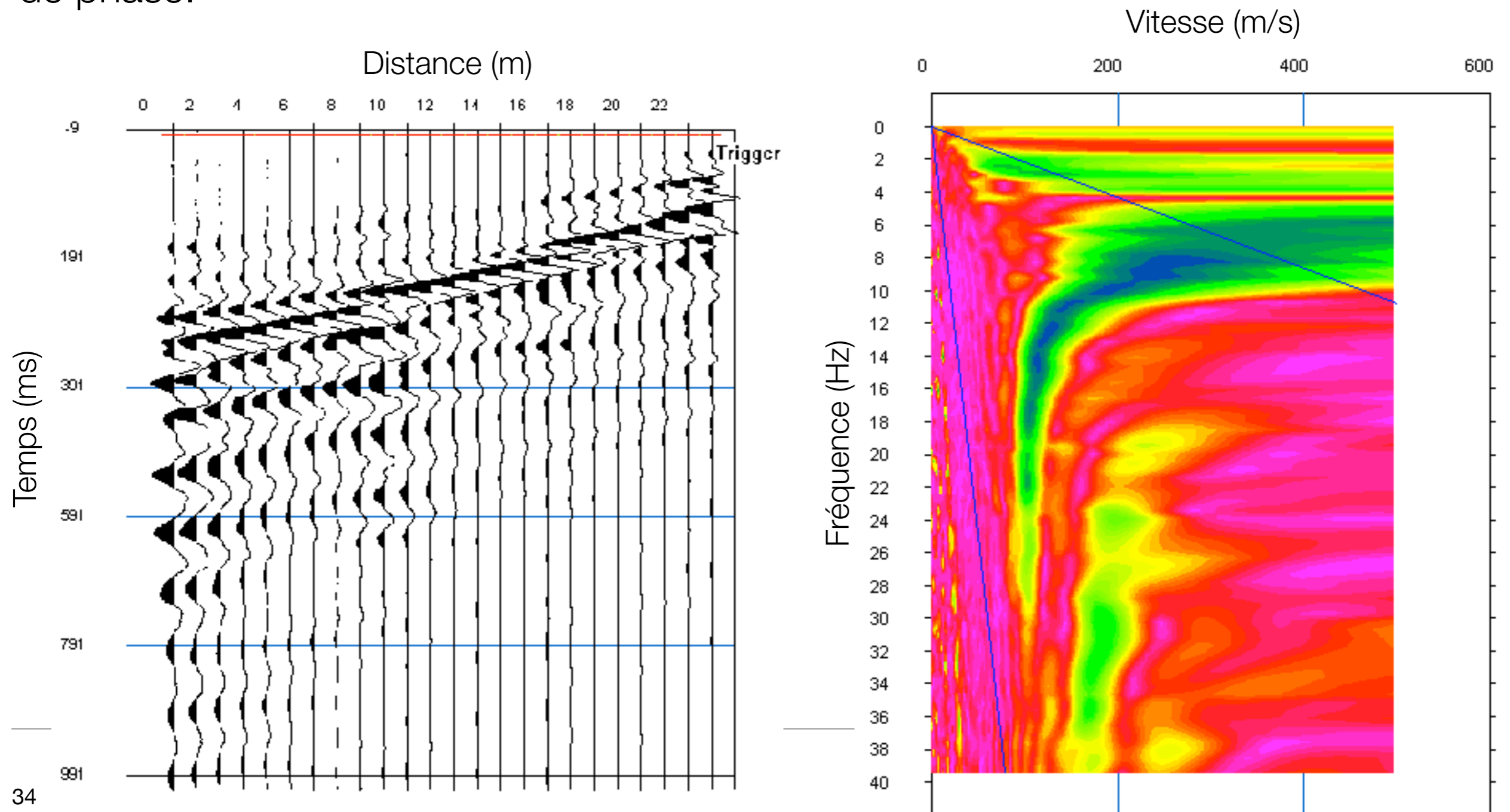
---

La transformée de Fourier 2D permet ainsi de déterminer l'amplitude de chaque pair fréquence/nombre d'onde. Les différents modes auront des amplitudes élevées.



# Domaine F-V

Il est cependant plus commode de transformer le nombre d'onde en vitesse de phase.



# Mesure de la vitesse de phase

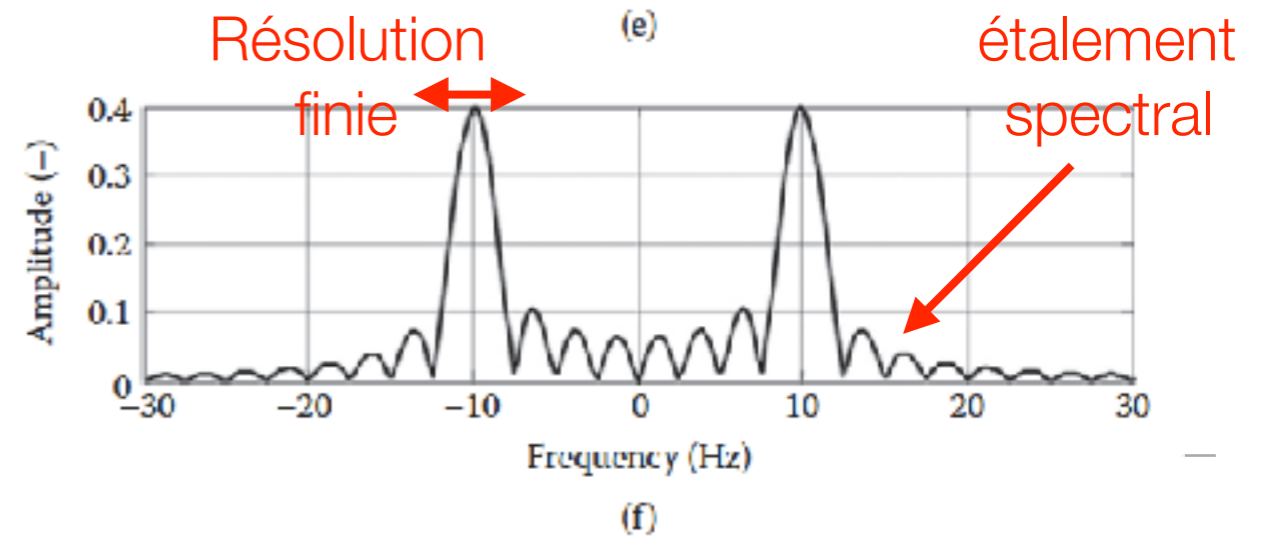
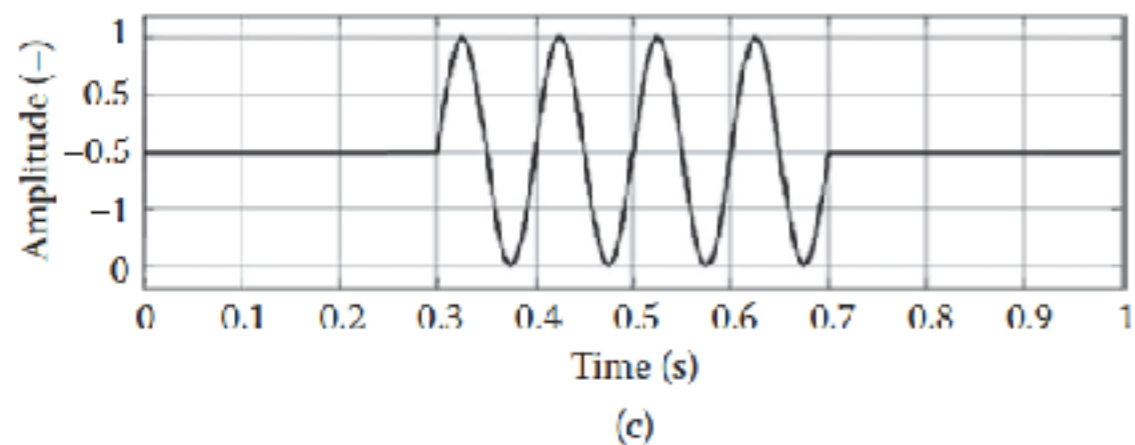
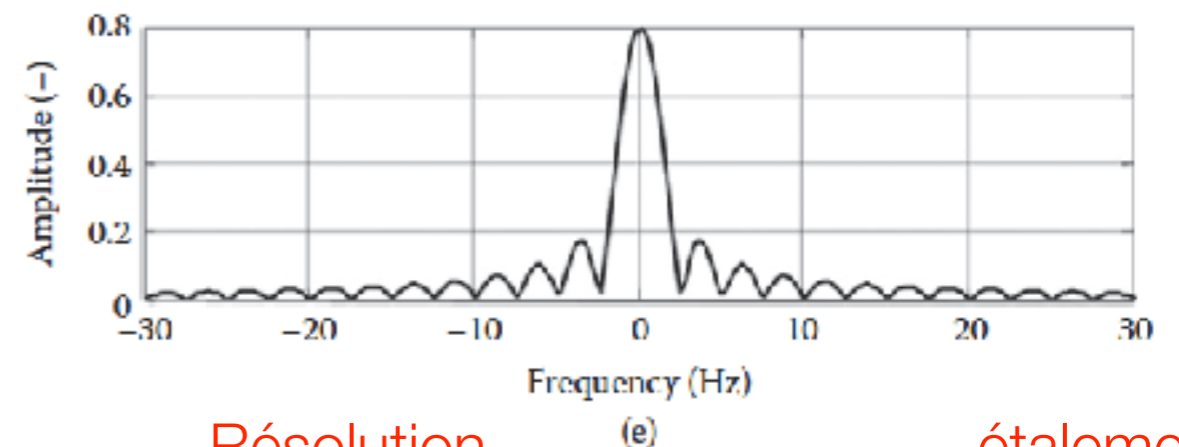
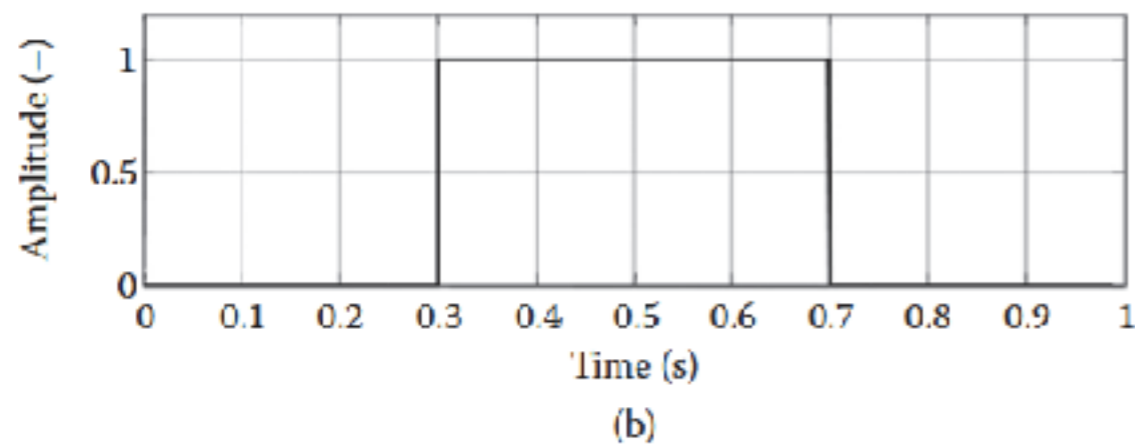
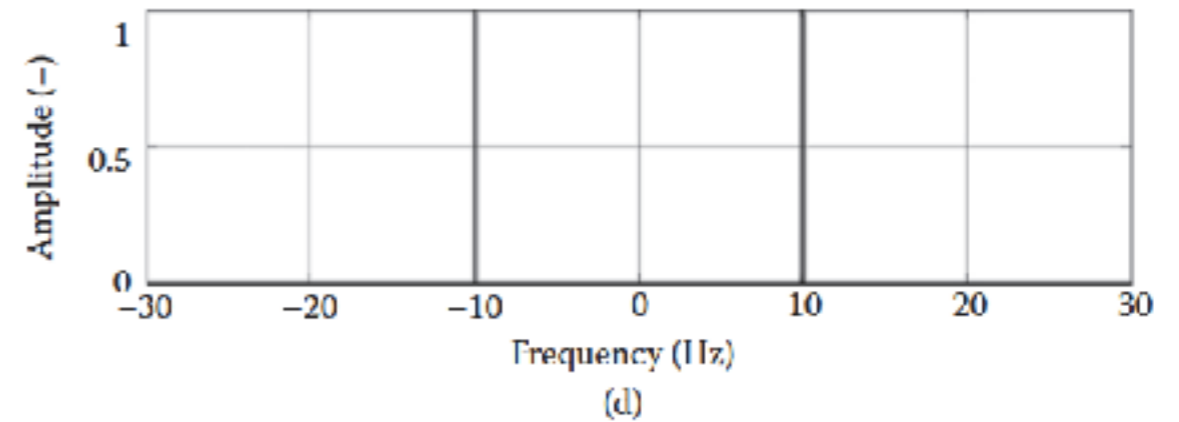
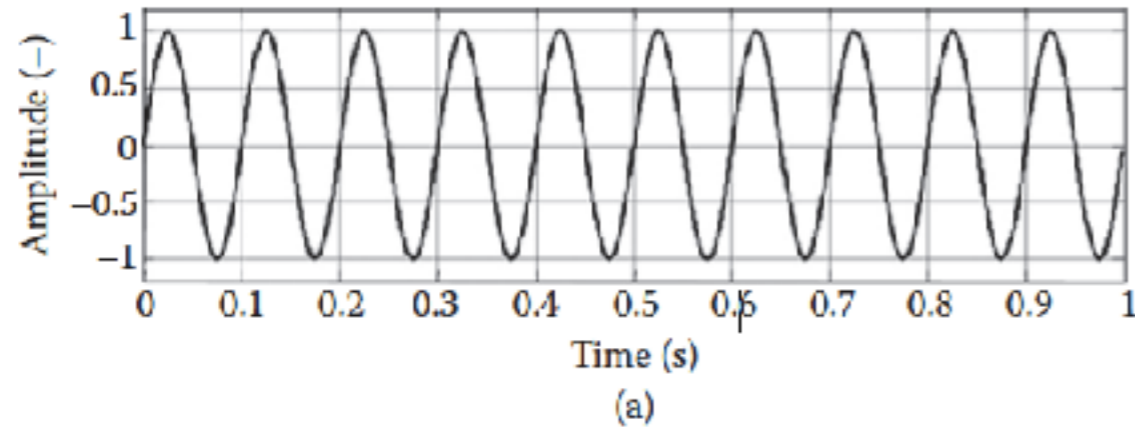
---

La résolution en fréquence et en nombre d'onde dépend de la longueur de la série temporelle et de la longueur du dispositif, respectivement.

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \Delta k = \frac{2\pi}{L}$$

- $\Delta\omega$  : Espacement minimale entre deux fréquences (rad/s)
- $\Delta k$  : Espacement minimal entre deux nombres d'onde (rad/m)
- $T$  : Longueur de la série temporelle (s)
- $L$  : Longueur de la série spatiale (m)

# Mesure de la vitesse de phase



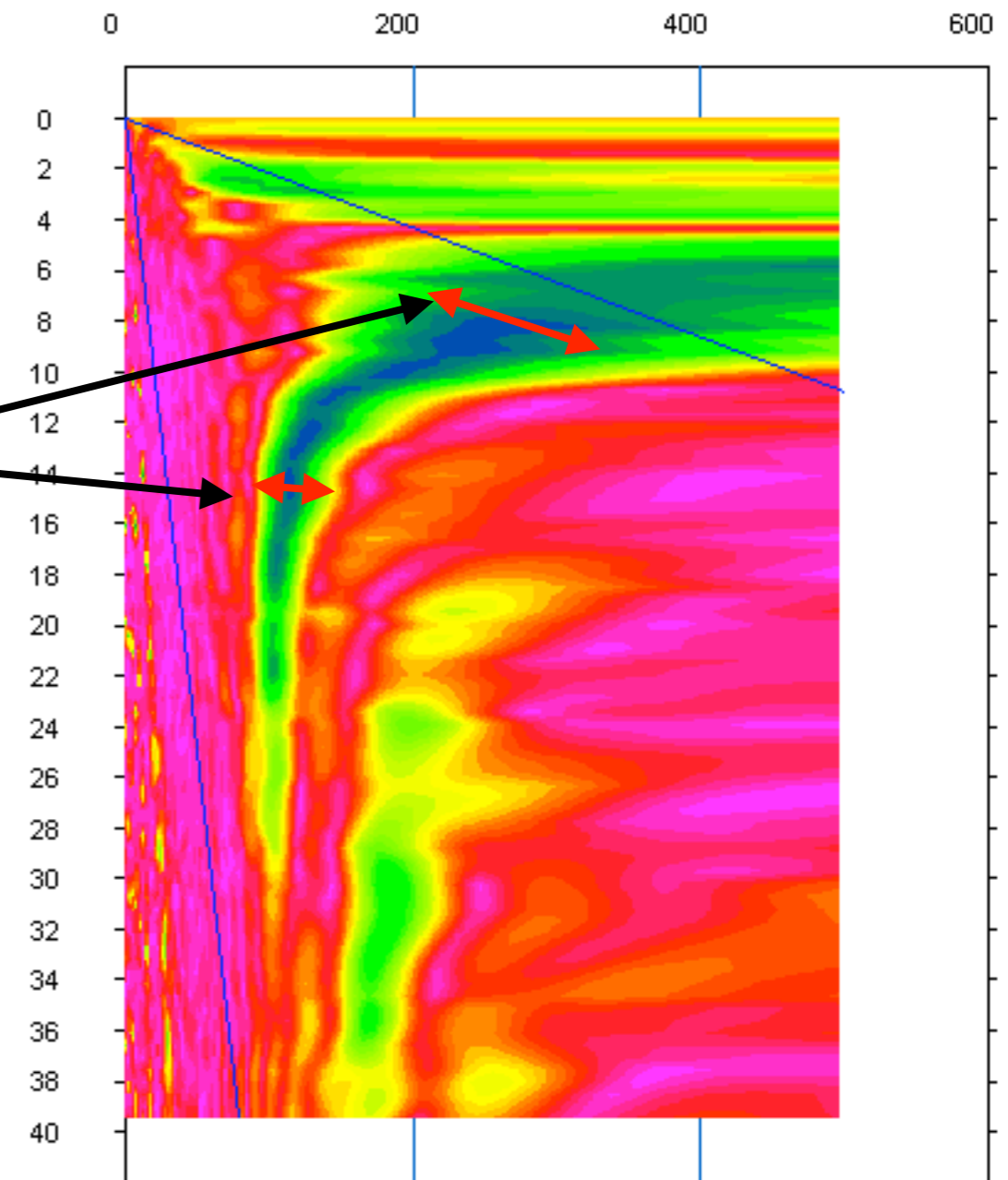


# Mesure de la vitesse de phase

La **résolution de la vitesse** de phase sera donc aussi **limitée par les longueurs** des séries **temporelles** et **spatiales**:

$$\frac{\Delta V_{phase}}{V_{phase}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2}$$

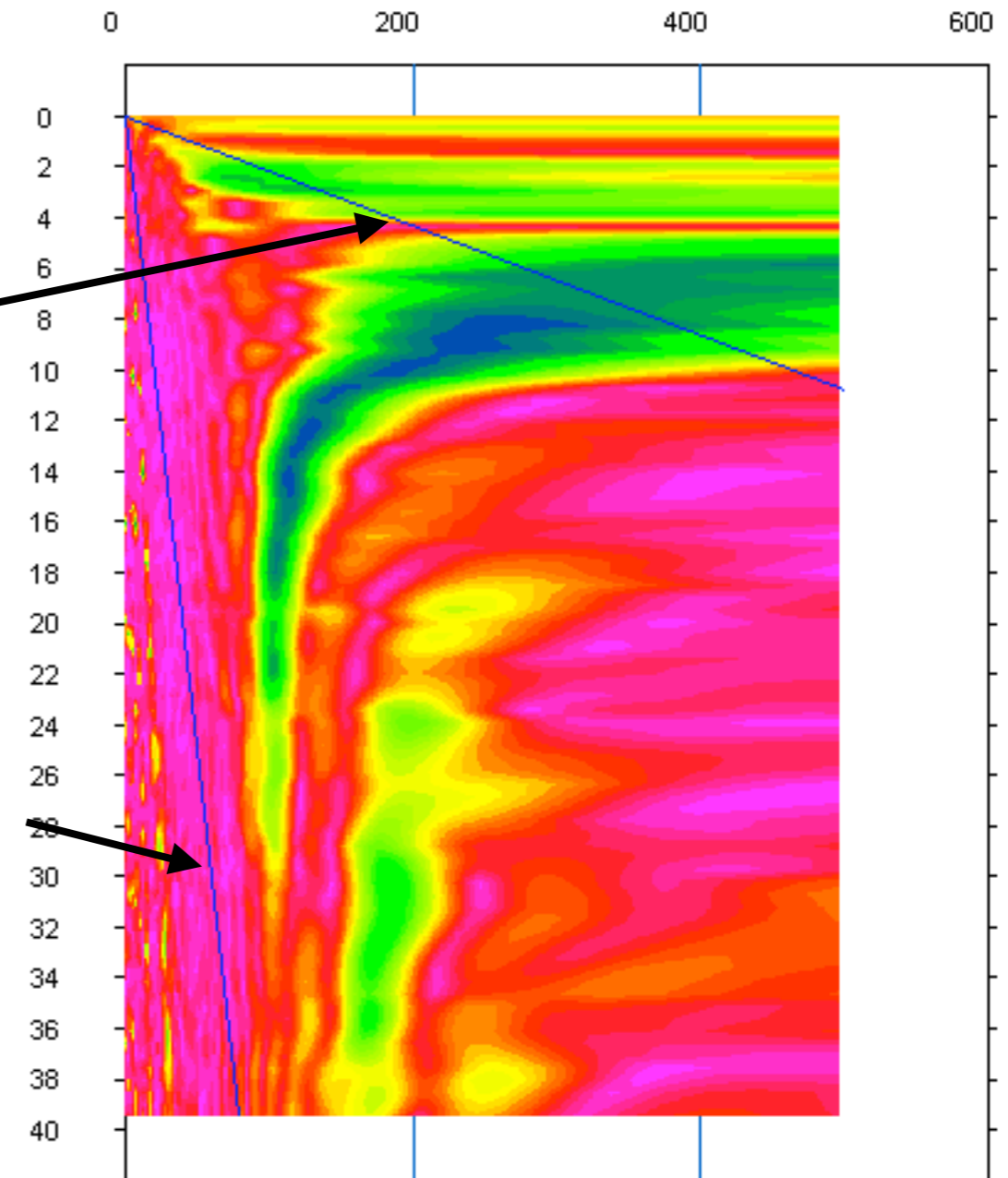
Plus la fréquence est faible et plus la longueur d'onde est élevée, moins les vitesses de phases mesurées par la transformée de Fourier seront précises!



# Configuration d'acquisition

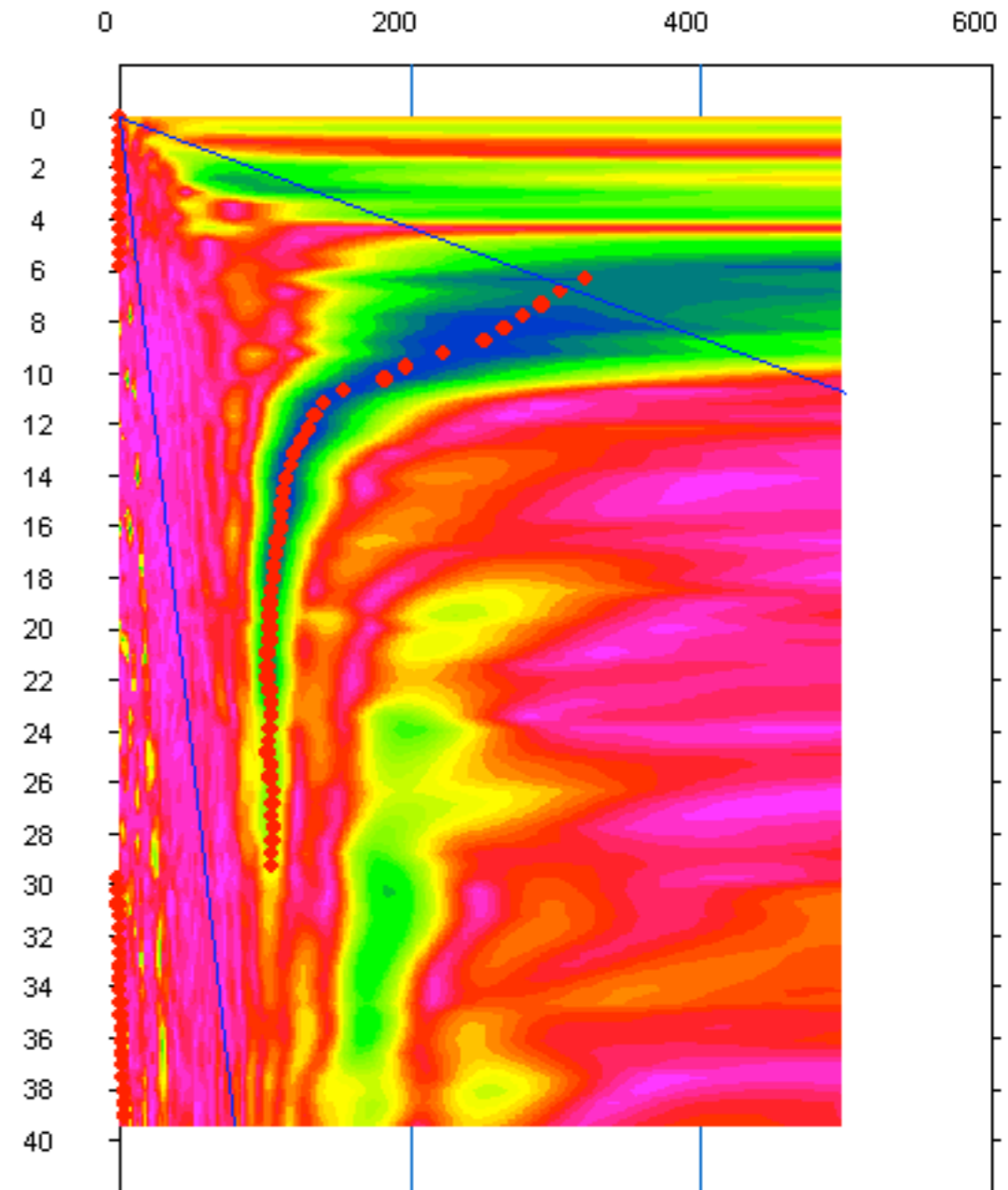
La mesure des vitesses de phase guide donc les configurations d'acquisition en MASW

- **Longueur du dispositif:** Plus la ligne est longue, meilleure est la résolution spatiale (séparation des modes) et la précision des vitesses de phase  
*Règle de pouce:*  $L = \text{Profondeur d'investigation}$
- **Espacement entre les géophones:** Relié à la plus faible vitesse par la fréquence de Nyquist. Pour une vitesse donnée, détermine la profondeur minimale investiguée.  
*Règle de pouce:*  $dx = \text{Résolution verticale}$



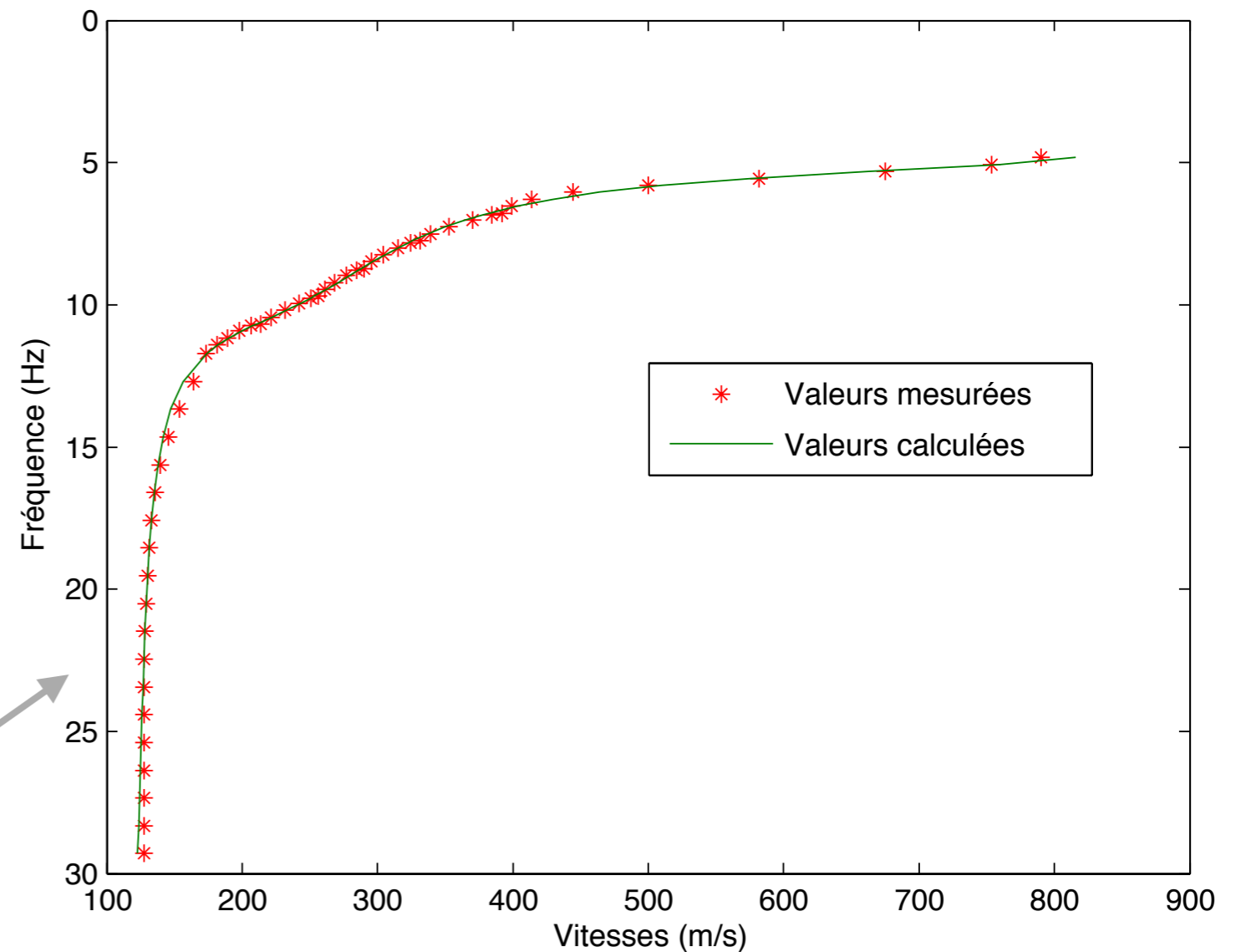
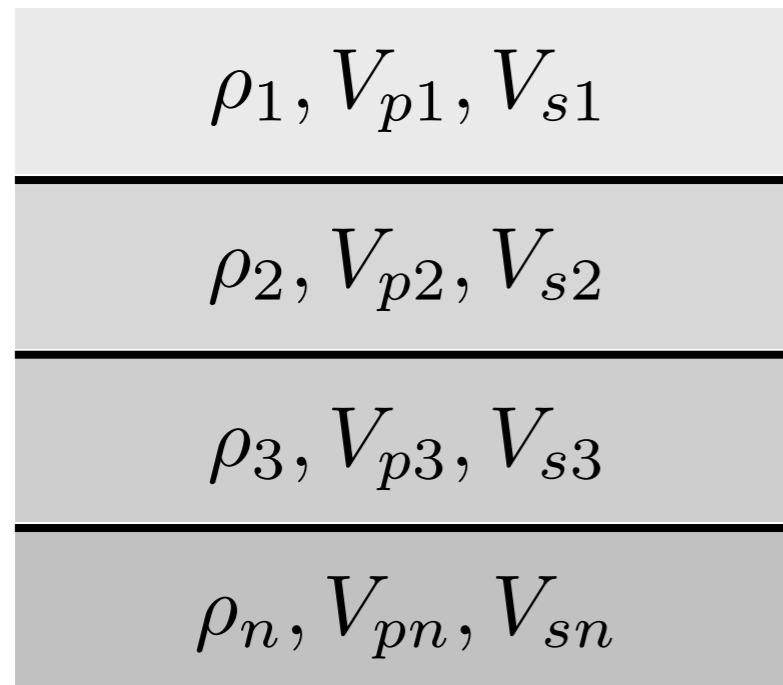
# Identification du mode fondamental

- La plupart des logiciels se basent sur le traitement du mode fondamental.
- On fait la suppositions que le mode fondamental possède la plus grande énergie (attention, ce n'est pas toujours vrai).
- Le maximum du panneau de dispersion est identifié afin de construire la courbe de dispersion du mode fondamental.
- La courbe de dispersion correspond aux données qui seront inversées.



# Inversion: modèle en couche

Pour l'inversion on suppose un modèle en couches pour lesquelles la densité,  $V_p$  et  $V_s$  sont définies. On inverse uniquement pour  $V_s$  étant donné que les ondes de Rayleigh sont peu sensibles à  $V_p$  et à la densité.



# Inversion modèle initial

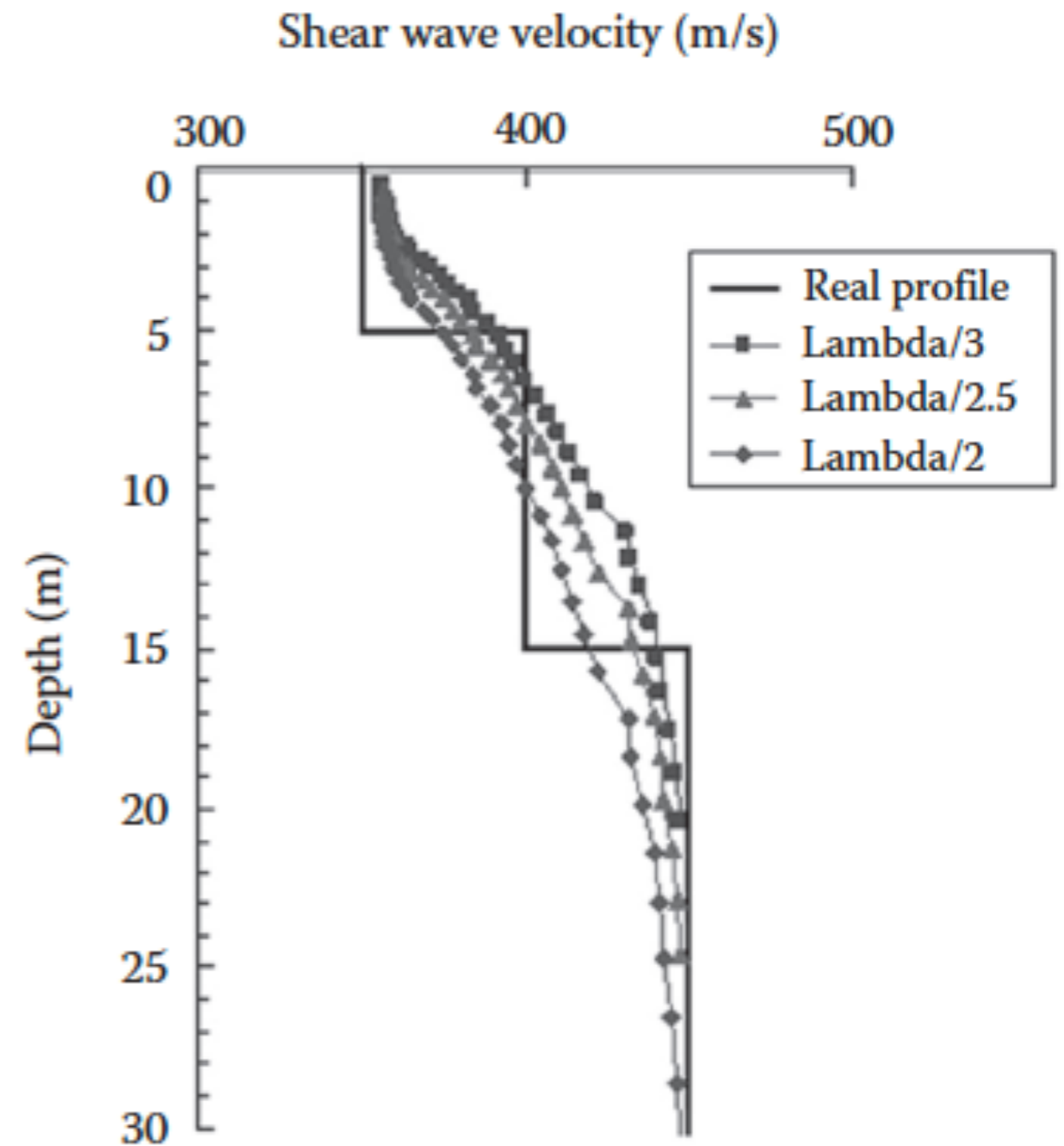
On peut faire une approximation de  $V_s$  directement grâce à la courbe de dispersion. Ceci correspond au modèle initial lors de l'inversion.

## Estimation de $V_s$

Pour un milieu homogène, on peut approximer que  $V_s \approx 1.1V_R$ . On peut donc estimer directement  $V_s$  à partir de la vitesse de phase du mode fondamental.

## Estimation de la profondeur

La profondeur de pénétration augmente avec la longueur d'onde. On peut approximer que  $d$  est entre  $\lambda/2$  et  $\lambda/3$ .



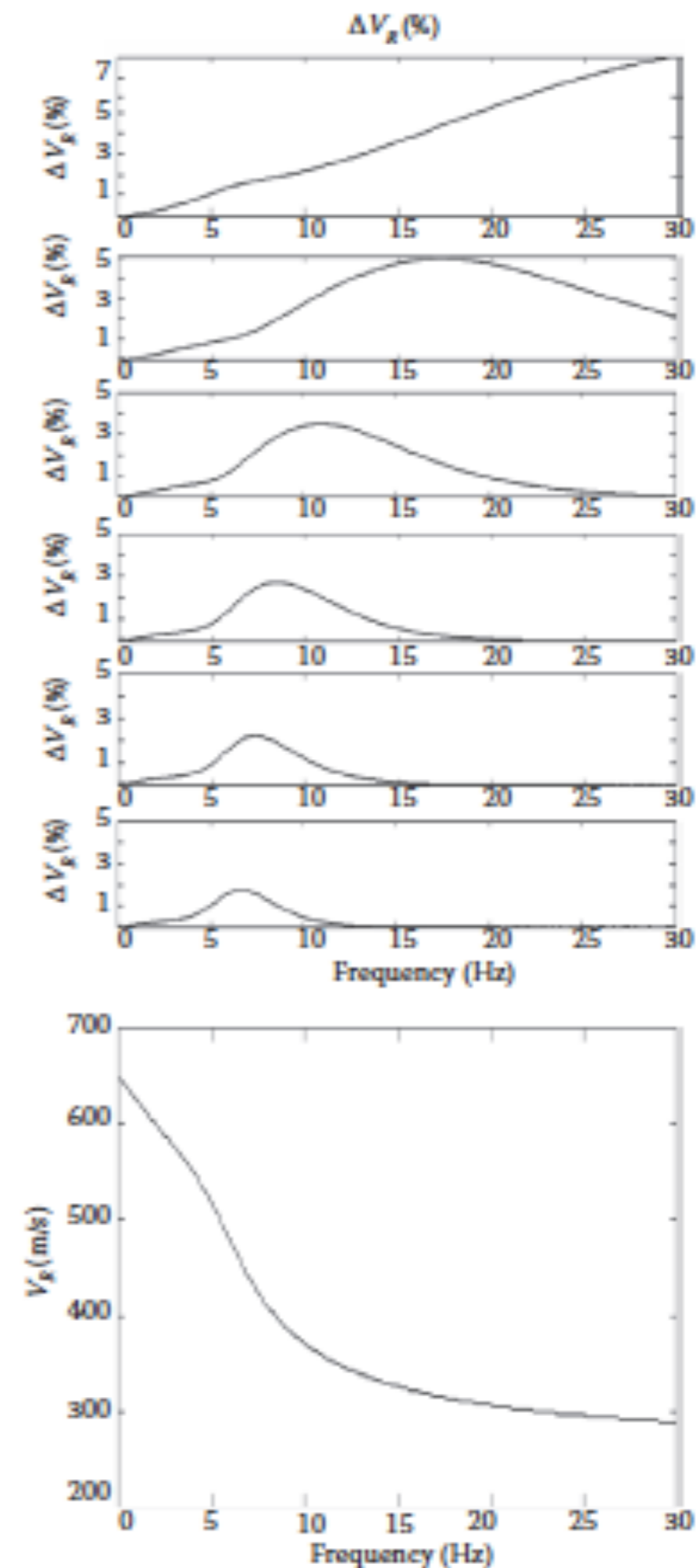
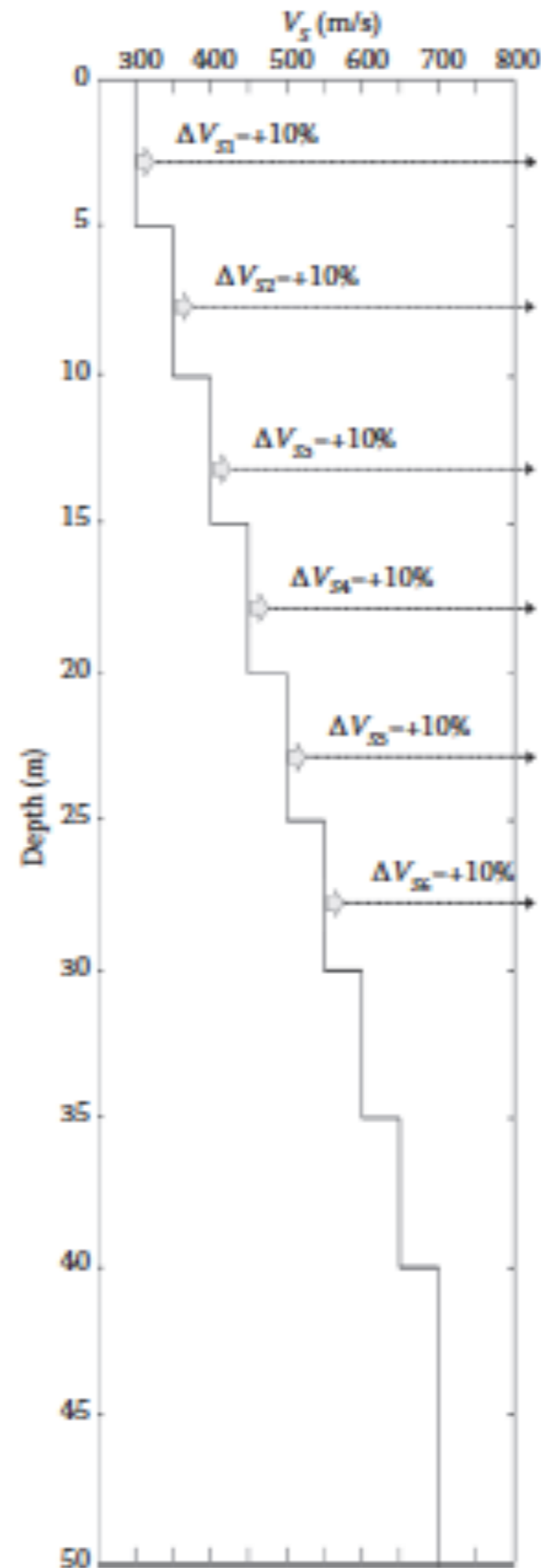
# Inversion: sensibilité

La sensibilité varie en fonction de la profondeur de la couche

Pour les couches en superficie, les basses et les hautes fréquences sont sensibles aux variations de vitesse

Seules les basses fréquences sont sensibles aux couches en profondeur.

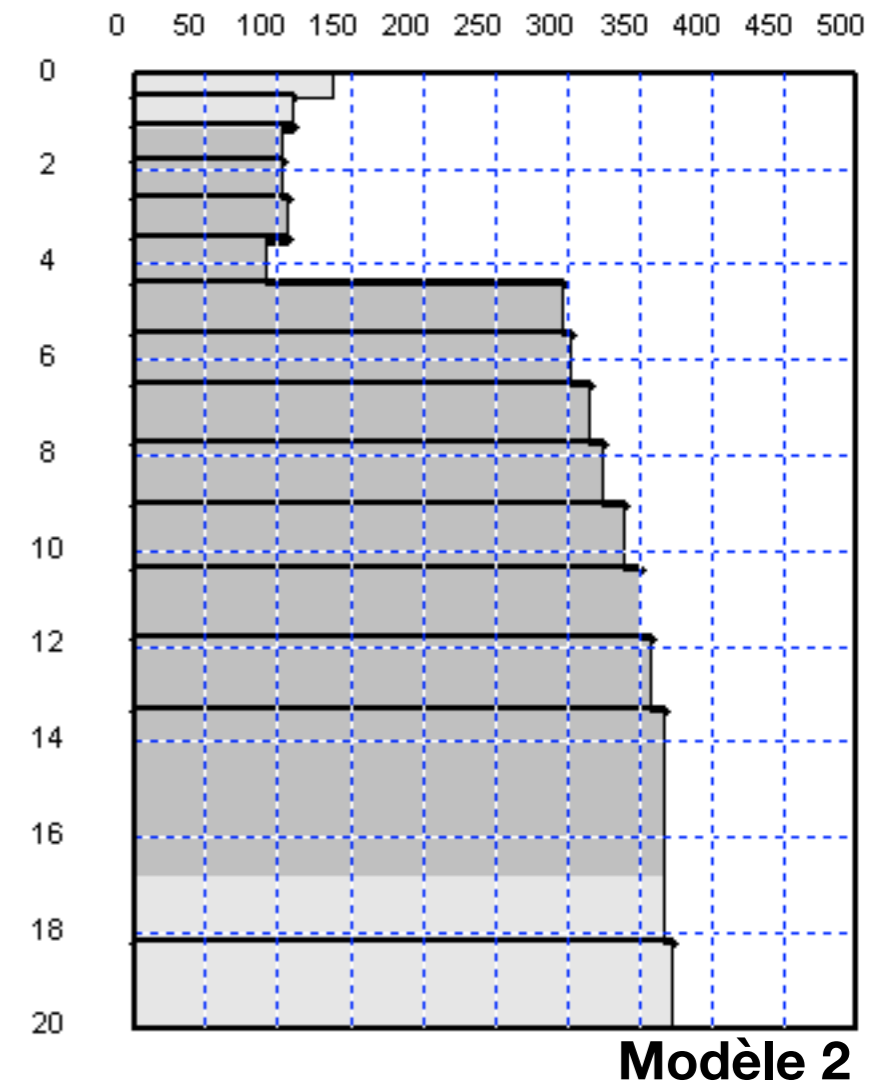
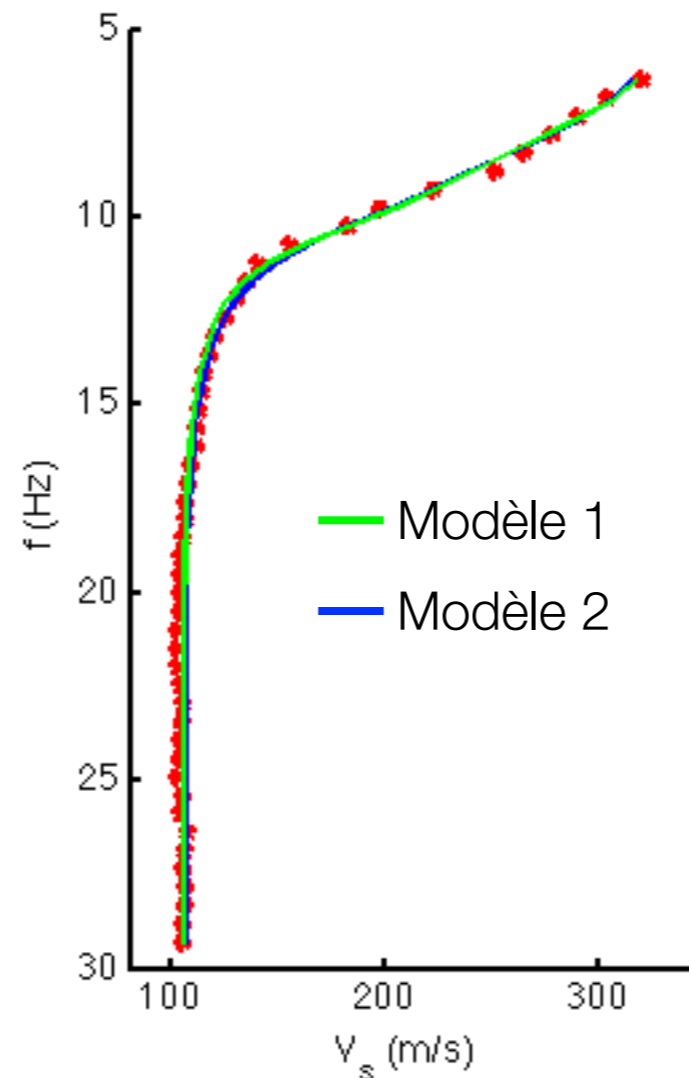
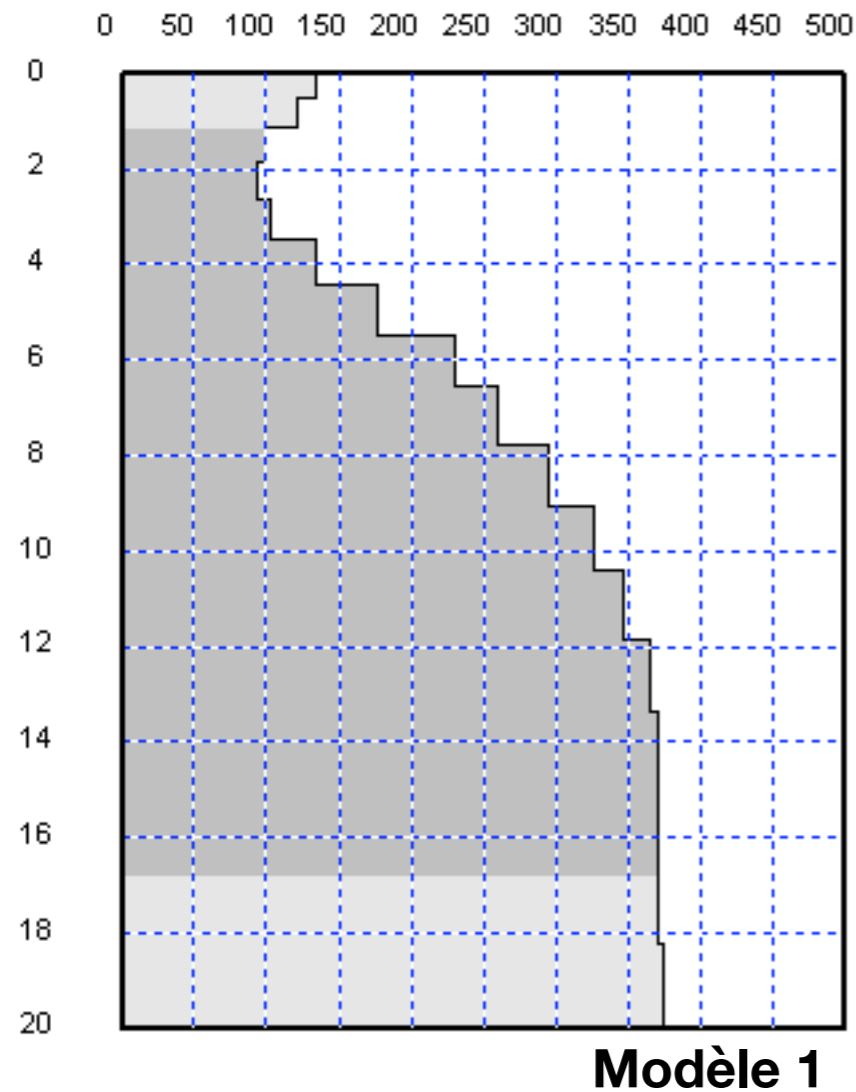
La **profondeur d'investigation** dépend donc de la plus **basse fréquence enregistrée**.





# Inversion: équivalence

Comme pour les mesures électriques et EM, plusieurs modèles peuvent expliquer la même courbe de dispersion, et sont donc équivalents.



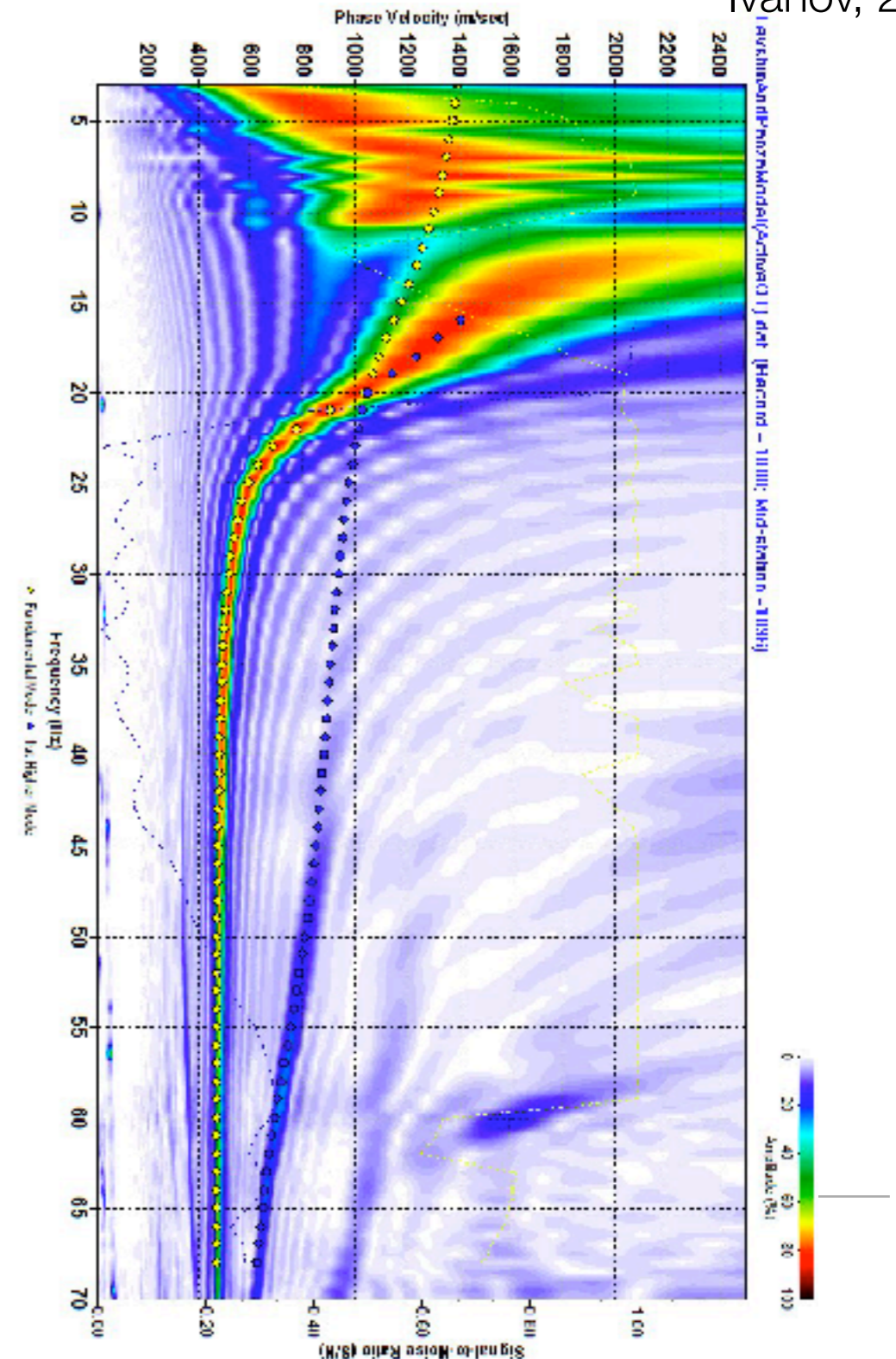
# Limitation: Grand contraste de vitesse

Ivanov, 2011

Attention! En présence d'un grand contraste entre deux couches (interface mort terrain-roc), les modes supérieurs deviennent dominants aux basses fréquences.

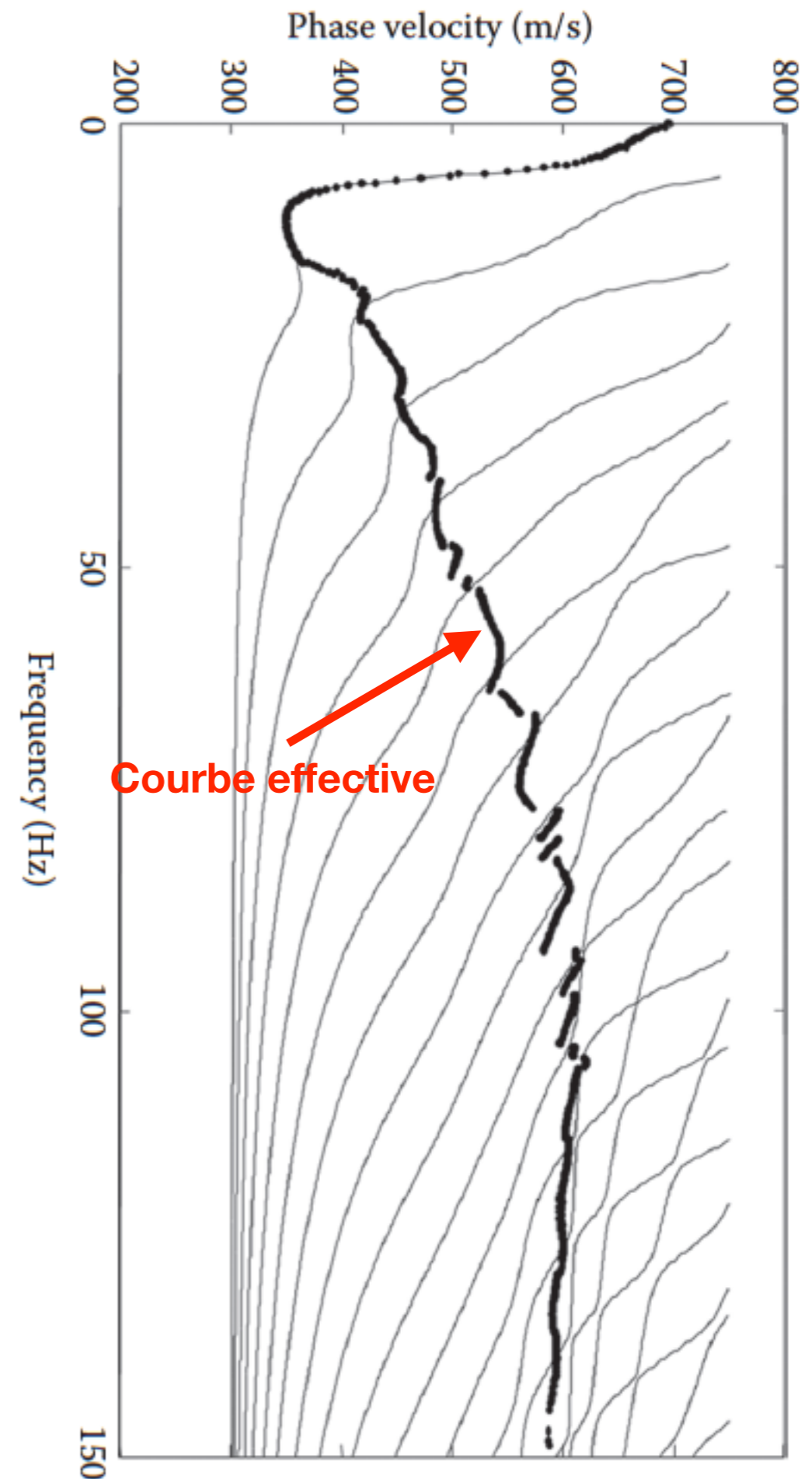
**Exemple:** Modèle à deux couches de 500 m/s et 1500 m/s d'une épaisseur de 10 m.

Le maximum du panneau de dispersion correspond au premier mode supérieur (bleu) à partir de 20 Hz. Une inversion basée sur ce maximum serait erronée.



# Limitation: Inversion de vitesse

- Attention! En présence d'une inversion de vitesse (couche rapide sur couche mince), le mode fondamental n'est pas le mode dominant à hautes fréquences.
- Plus la fréquence est haute, plus le mode dominant est un mode élevé
- Lorsque la résolution du panneau de dispersion est trop faible, les sauts de modes sont continus et une courbe de dispersion effective est observée. Celle-ci n'est pas le mode fondamental!



# En résumé

---

Étapes du MASW:

- 1. Acquisition des données**
2. Calcul du panneau de dispersion
3. Identification du mode fondamental
4. Inversion du mode fondamental



Source: Masse



Géophones basse fréquence (4.5 Hz)

**Longueur du dispositif** ~ Profondeur de pénétration

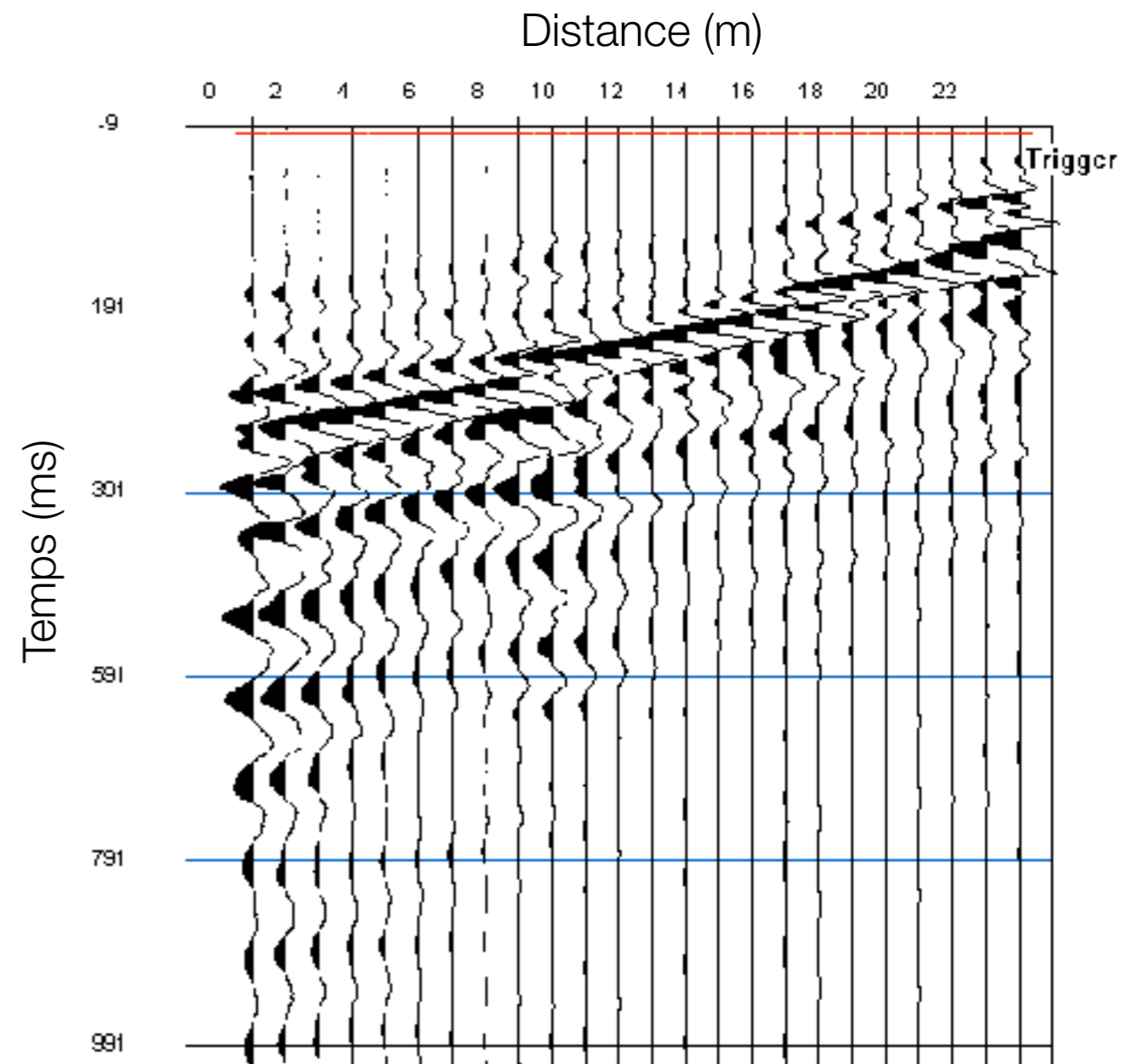
**Espacement des géophones** ~ Épaisseur de la première couche



# En résumé

Étapes du MASW:

- 1. Acquisition des données**
2. Calcul du panneau de dispersion
3. Identification du mode fondamental
4. Inversion du mode fondamental

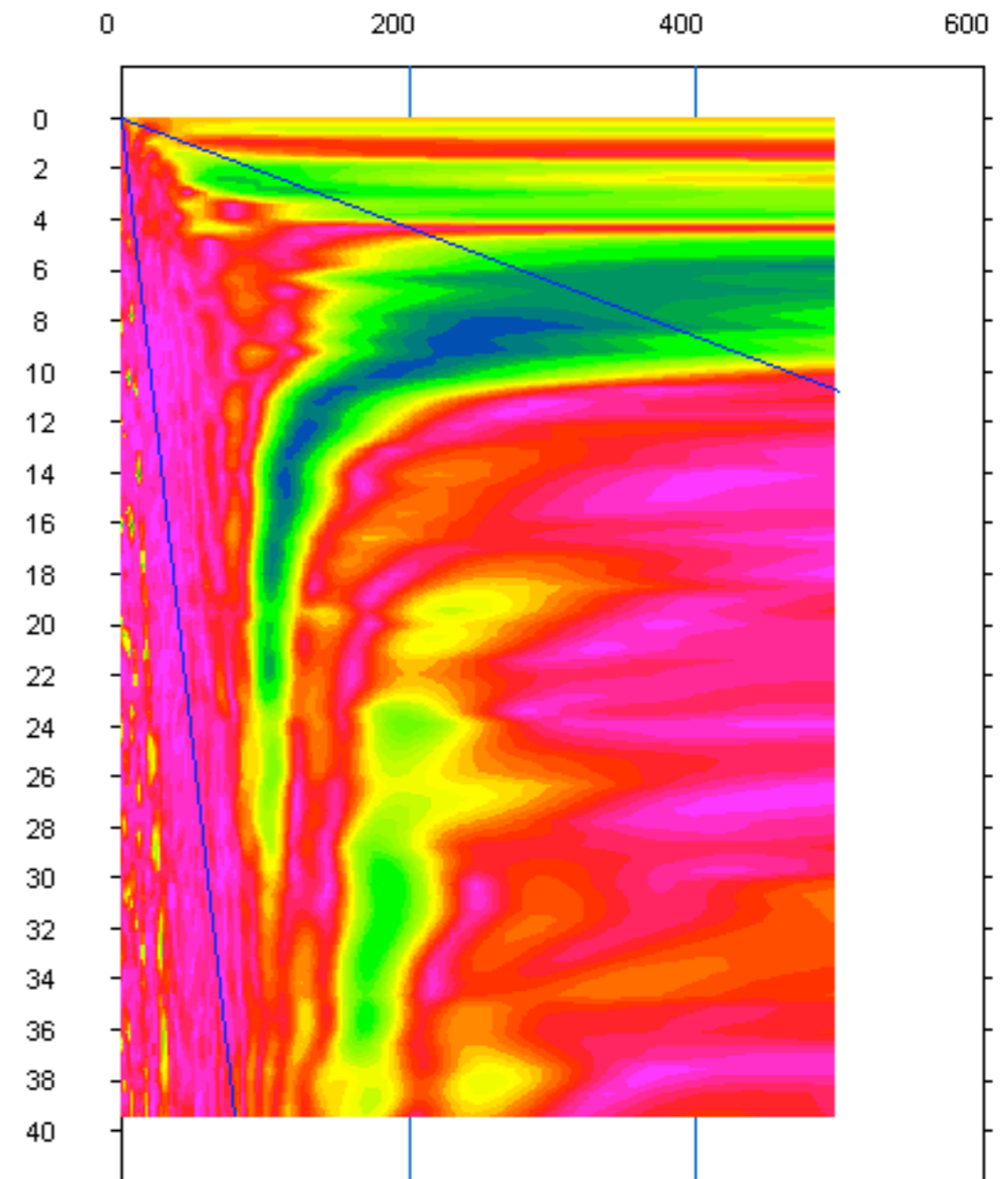


# En résumé

---

Étapes du MASW:

1. Acquisition des données
- 2. Calcul du panneau de dispersion**
3. Identification du mode fondamental
4. Inversion du mode fondamental

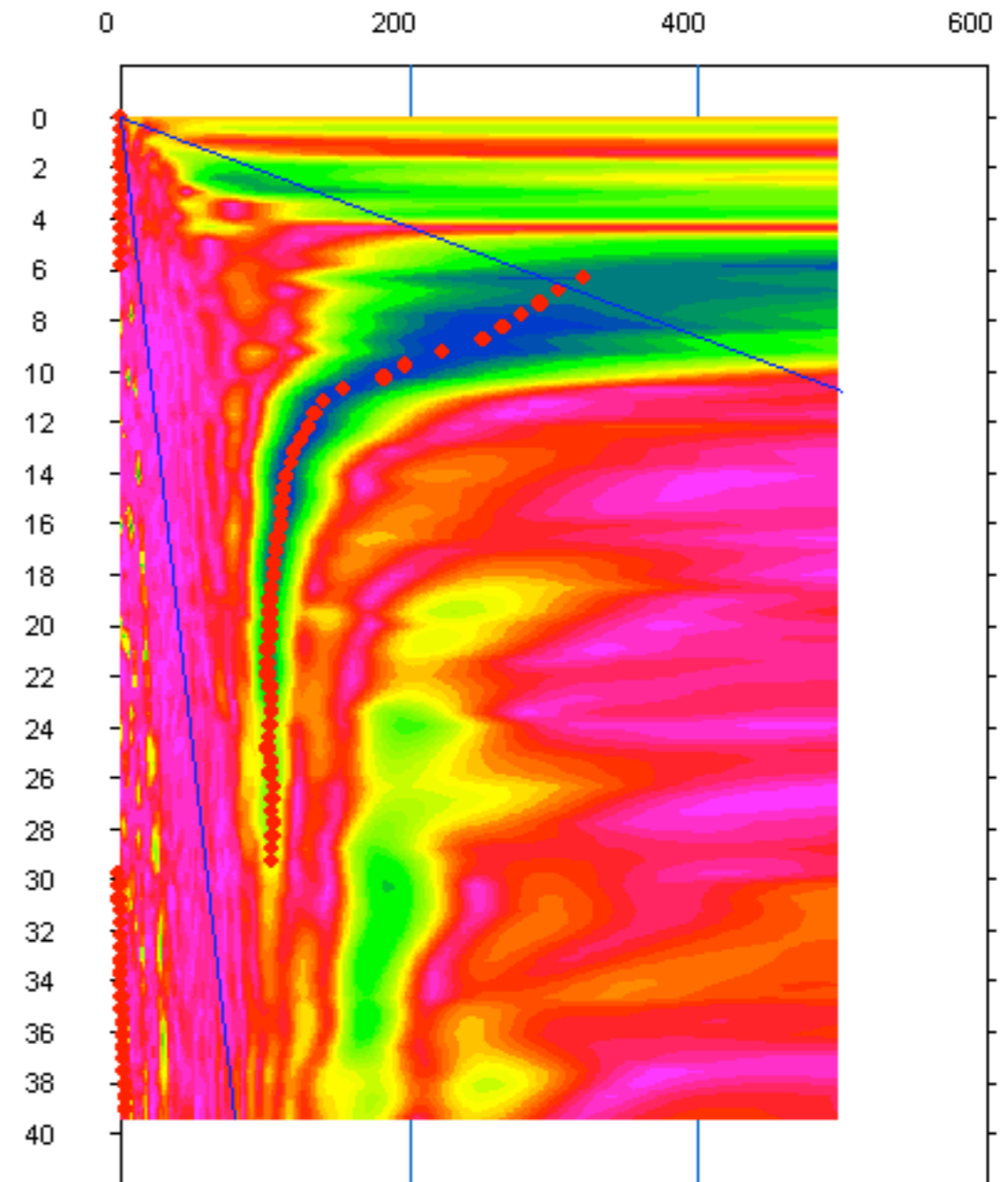




# En résumé

Étapes du MASW:

1. Acquisition des données
2. Calcul du panneau de dispersion
- 3. Identification du mode fondamental**
4. Inversion du mode fondamental

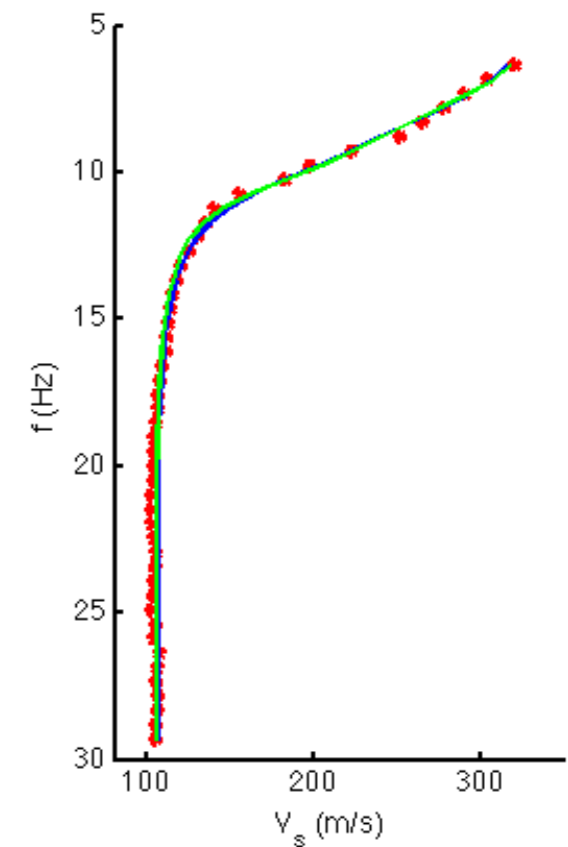
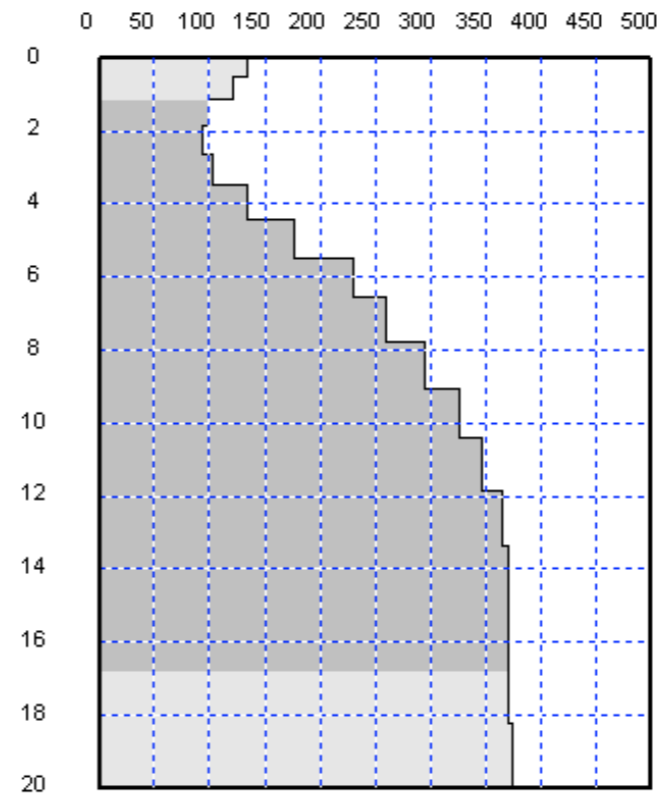


# En résumé

---

Étapes du MASW:

1. Acquisition des données
2. Calcul du panneau de dispersion
3. Identification du mode fondamental
- 4. Inversion du mode fondamental**



# Étude de cas

# Problématique

---

Les mouvements de sols causés par les séismes ont des répercussions parfois dévastatrices sur les bâtiments.

## Ex: Séisme à Mexico de 1985



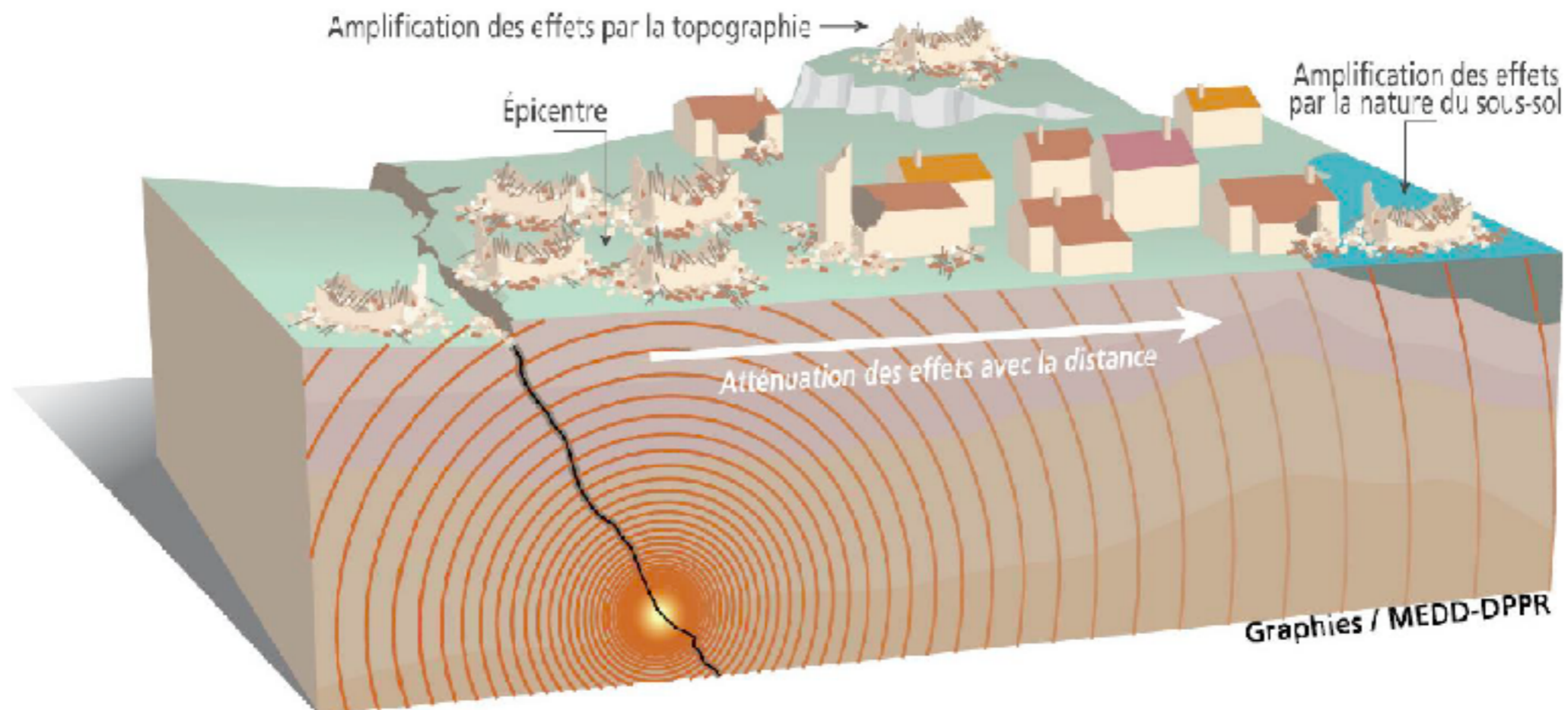
---

<https://www.britannica.com/event/Mexico-City-earthquake-of-1985>



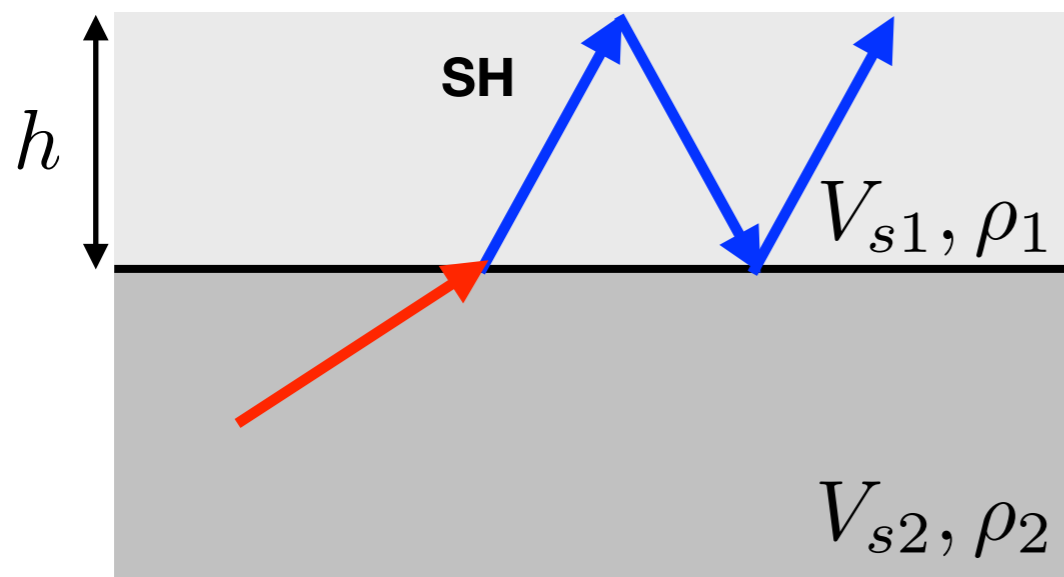
# Effets locaux des sites

Le cas du séisme à Mexico est un exemple des effets locaux des sites. Une amplification locale des secousses sismiques est produite en présence d'un grand contraste de vitesses, par exemple entre le roc et les dépôts meubles.

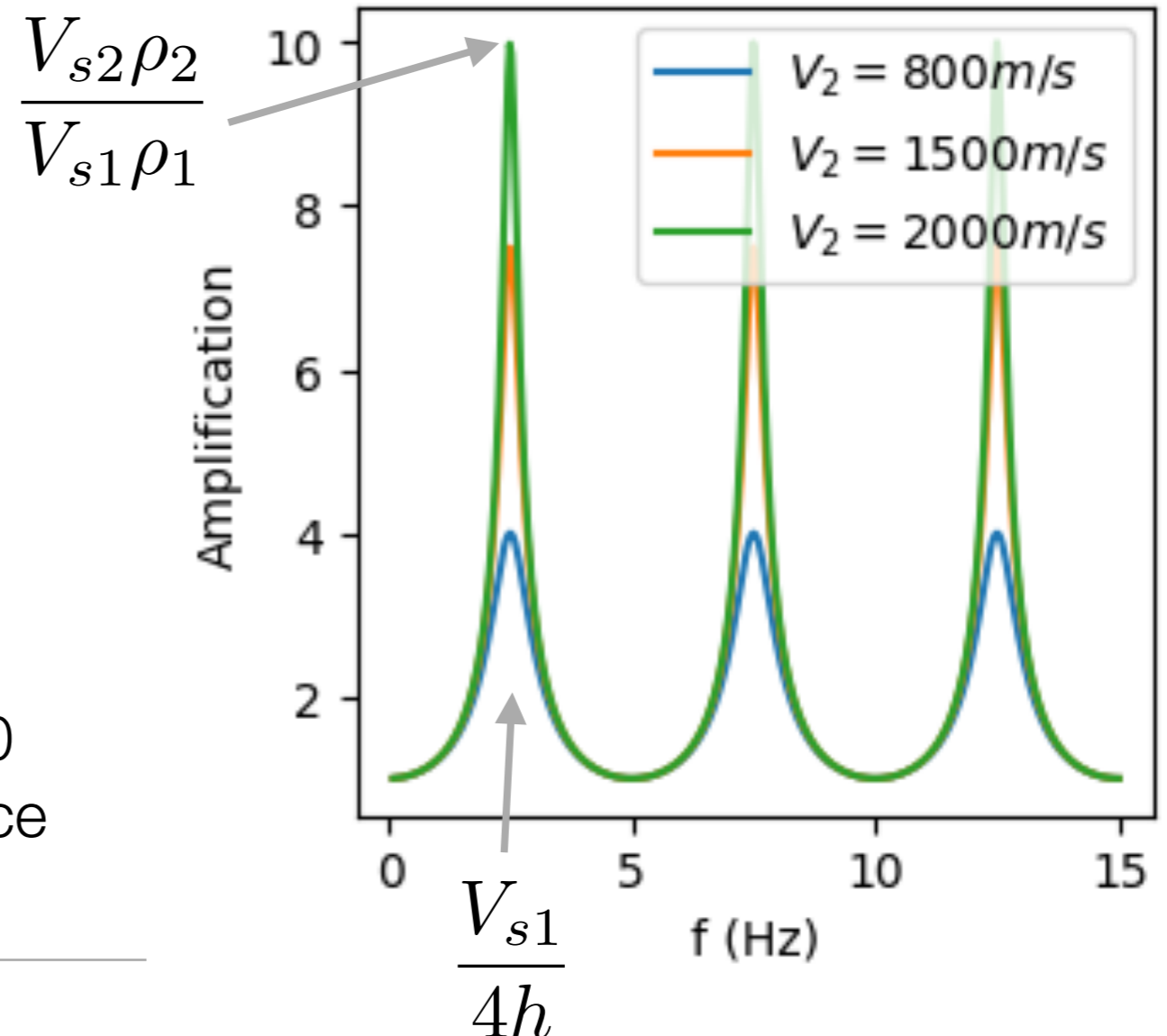


# Amplification locale

Une explication simple de l'amplification causée par la présence d'un dépôt meuble est obtenue de l'analyse d'un modèle en couches.



L'amplitude des déplacements à la surface peut atteindre facilement 10 fois l'amplitude de l'onde à l'interface au roc!





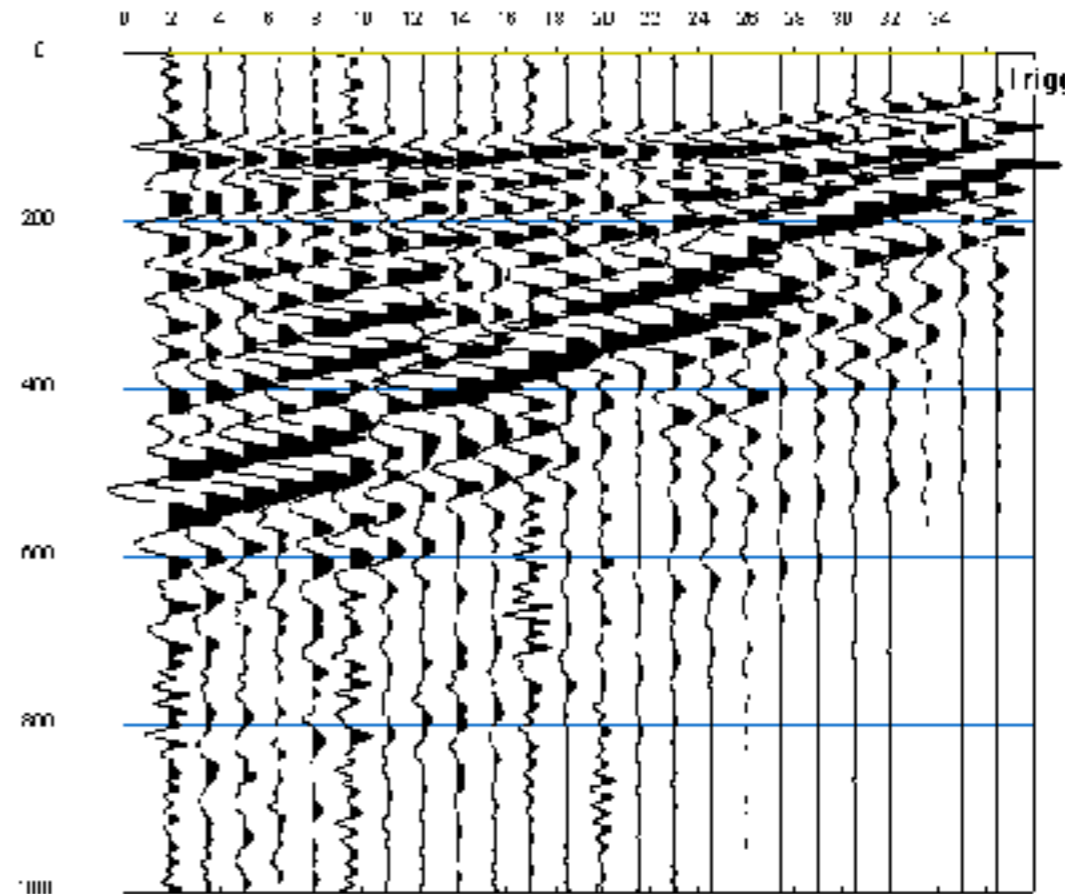
# Mesures moyennes sur 30 m

L'amplification d'un site est souvent contrôlée par la vitesse moyenne des ondes de cisaillement sur les 30 premiers mètres. Cette mesure est maintenant incluse dans le code national du bâtiment.

Site Class	Soil Profile Name	Average Properties in Top 30 m as per Appendix A		
		Soil Shear Wave Average Velocity, $\bar{V}_s$ (m/s)	Standard Penetration Resistance, $\bar{N}_{60}$	Soil Undrained Shear Strength, $s_u$
<b>A</b>	Hard Rock	$V_s > 1500$	Not applicable	Not applicable
<b>B</b>	Rock	$760 < \bar{V}_s < 1500$	Not applicable	Not applicable
<b>C</b>	Very Dense Soil and Soft Rock	$360 < \bar{V}_s < 760$	$\bar{N}_{60} > 50$	$s_u > 100\text{kPa}$
<b>D</b>	Stiff Soil	$180 < \bar{V}_s < 360$	$15 \leq \bar{N}_{60} \leq 50$	$50 < s_u \leq 100\text{kPa}$
<b>E</b>	Soft Soil	$\bar{V}_s < 180$	$\bar{N}_{60} < 15$	$s_u < 50\text{kPa}$
<b>E</b>		Any profile with more than 3 m of soil with the following characteristics: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Plastic index <math>PI &gt; 20</math></li> <li>▪ Moisture content <math>w \geq 40\%</math>, and</li> <li>▪ Undrained shear strength <math>s_u &lt; 25 \text{ kPa}</math></li> </ul>		
<b>F</b>	Others <sup>1</sup>	Site Specific Evaluation Required		

# Mesure de Vs30

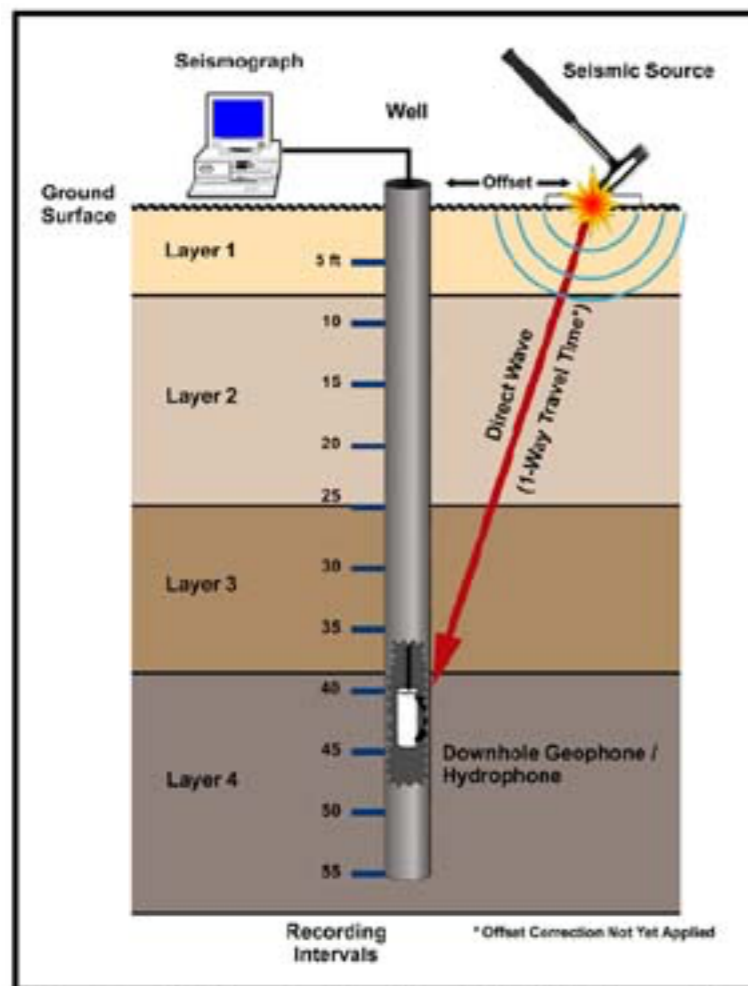
Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour mesurer Vs30. Trois méthodes communes sont la sismique réfraction, le MASW et les levés sismiques surface-forage.



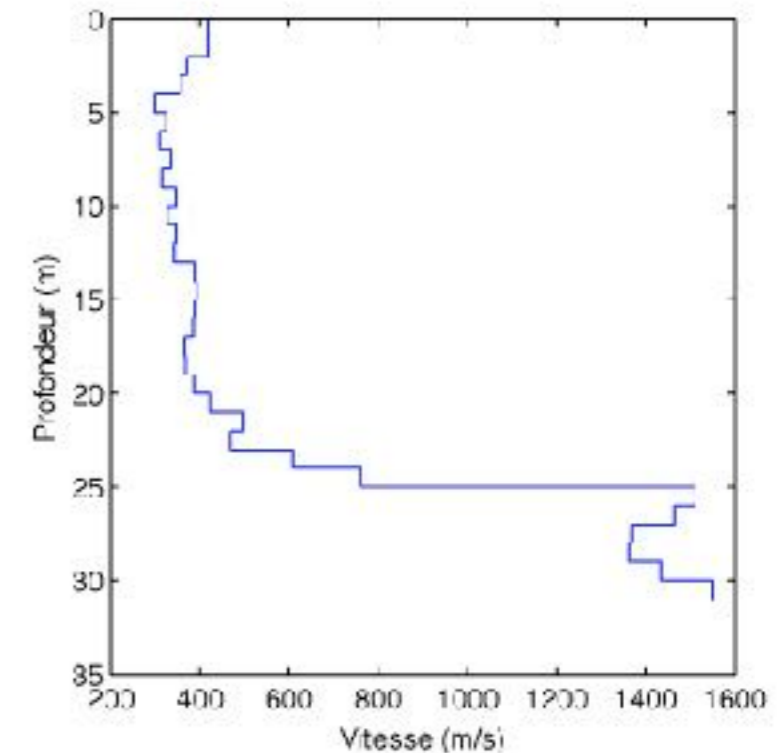
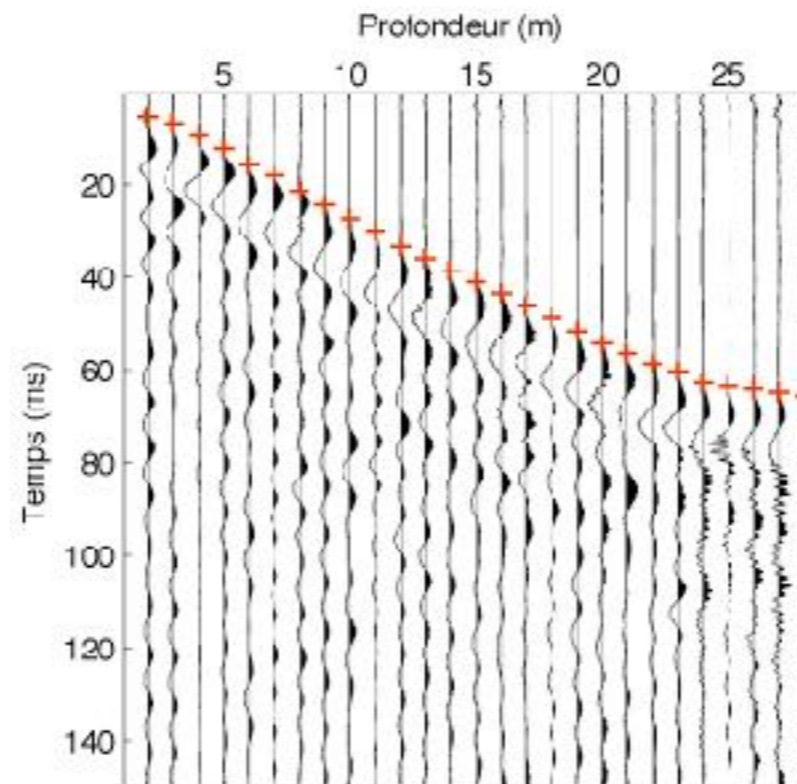
**Sismique réfraction SH**

# Mesure de Vs30

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour mesurer Vs30. Trois méthodes communes sont la sismique réfraction, le MASW et les levés sismiques surface-forage.



Vertical Seismic Profile (VSP) Schematic

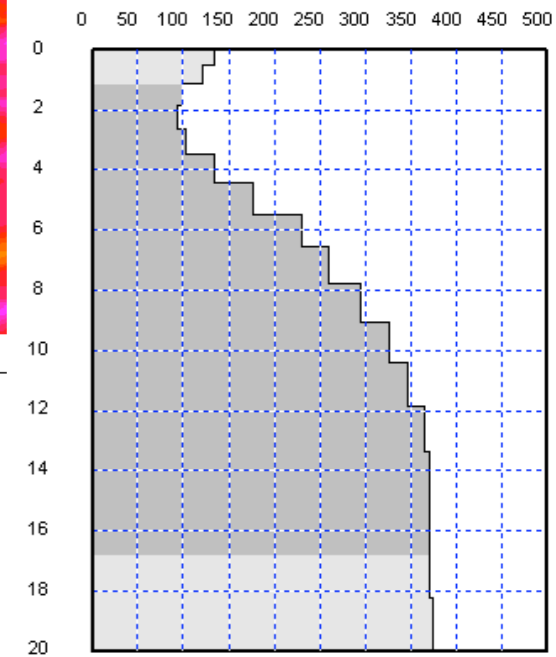
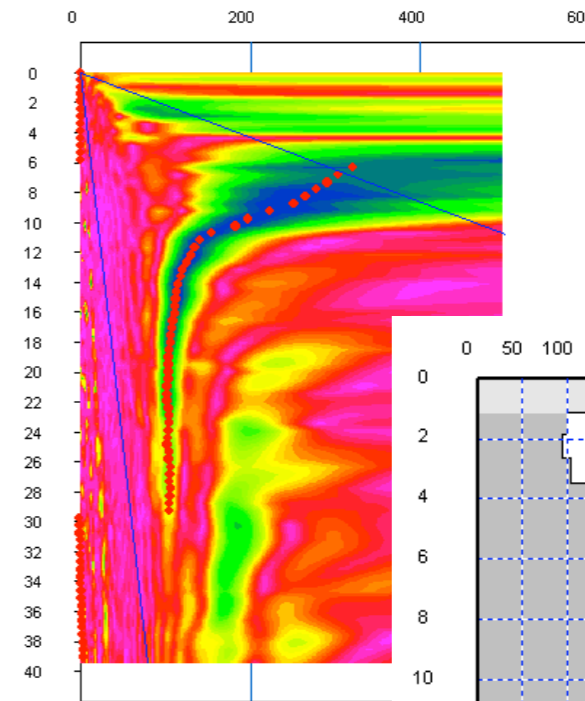
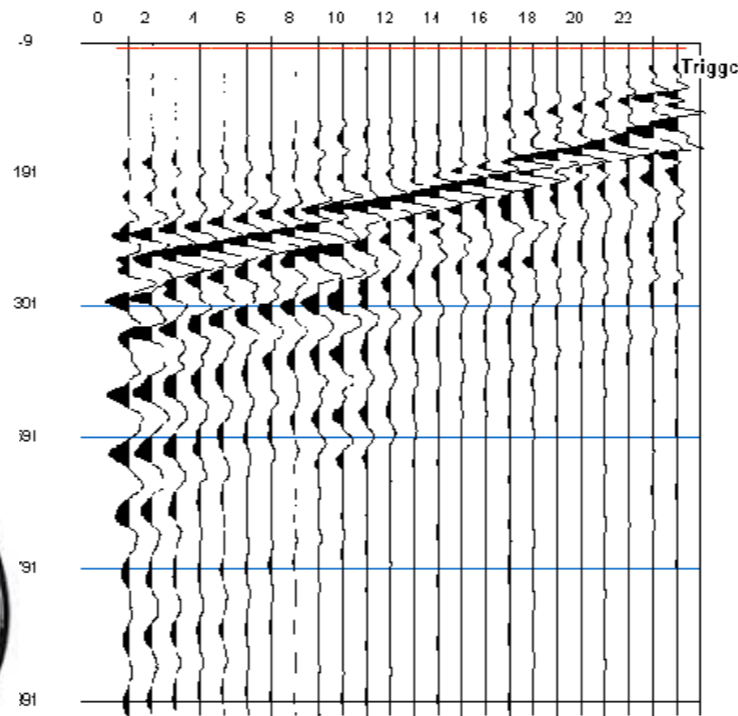


Sismique surface-forage



# Mesure de Vs30

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour mesurer Vs30. Trois méthodes communes sont la sismique réfraction, le MASW et les levés sismiques surface-forage.



**MASW**