GLQ3205
Géophysique appliquée 2

Méthodes sismiques 1: Principes généraux

Ahmed Mhenni
ahmed.mhenni@polymtl.ca

Été 2025

Plan du cours

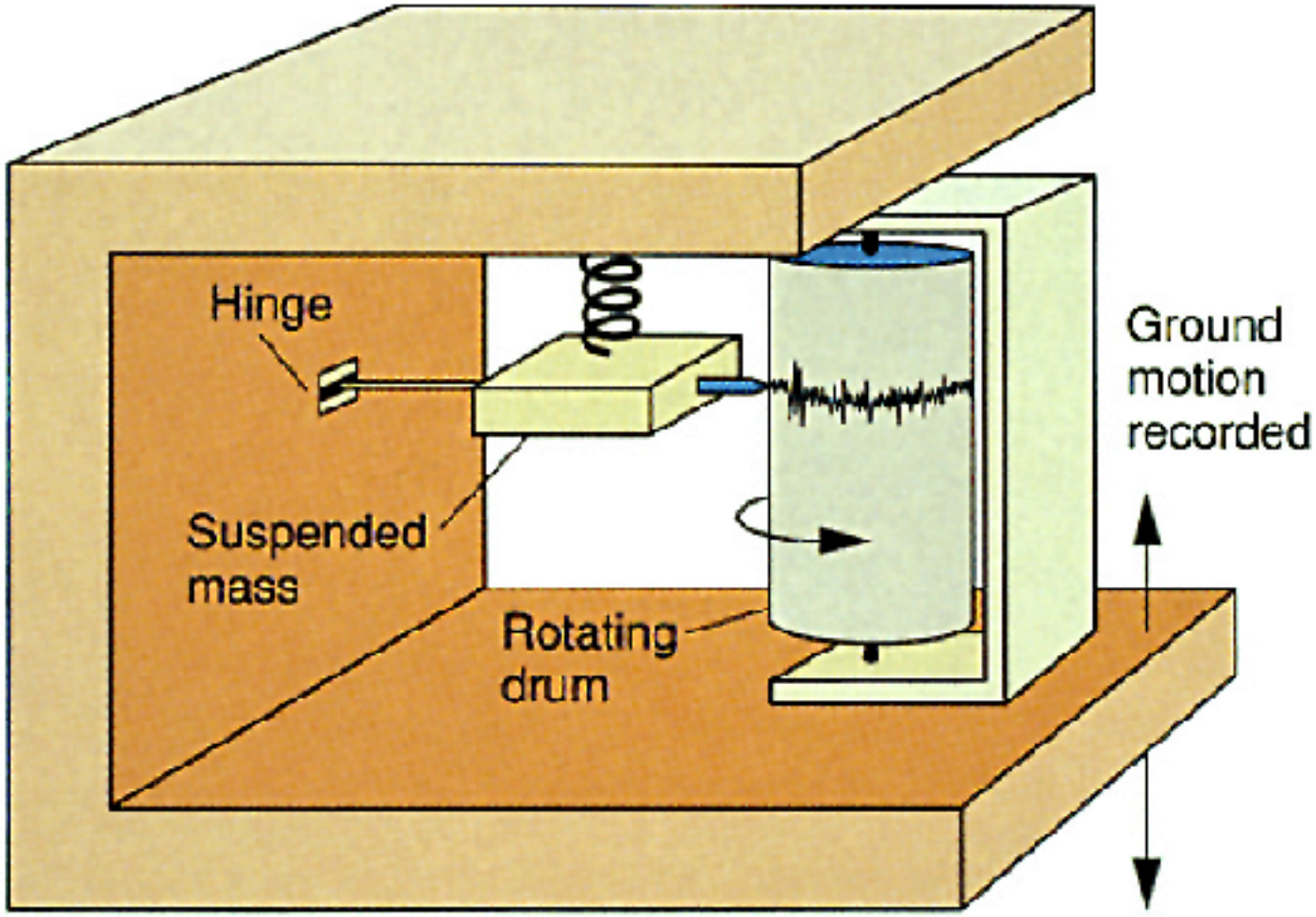
1. Historique
2. Propagation des ondes

La sismologie

- À la fin des années 1800, tout ce qui était connu de la structure interne de la Terre était que la densité augmentait avec la profondeur.

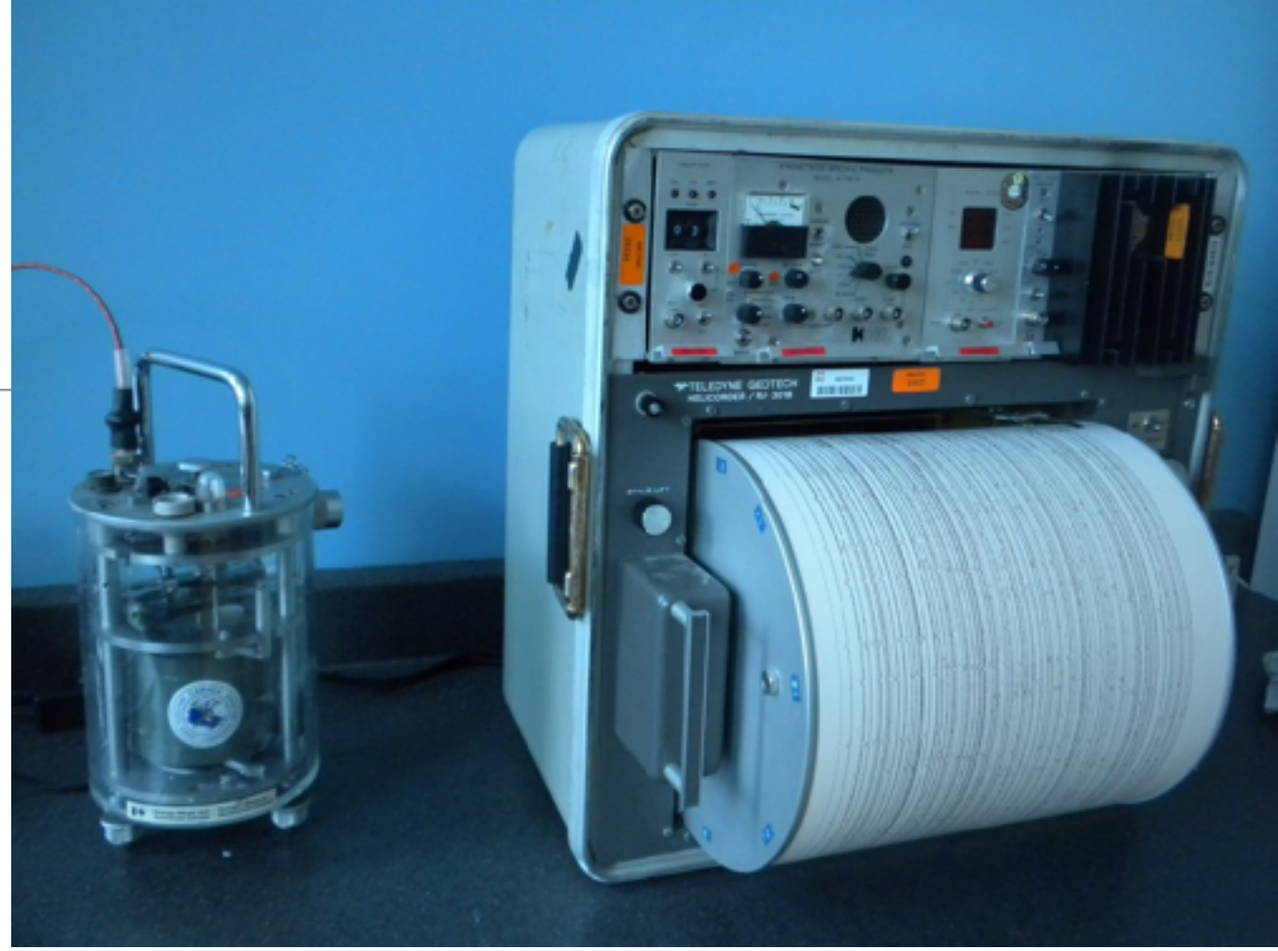
- Le sismomètre est alors inventé. Les 50 années suivantes révolutionneront notre compréhension.

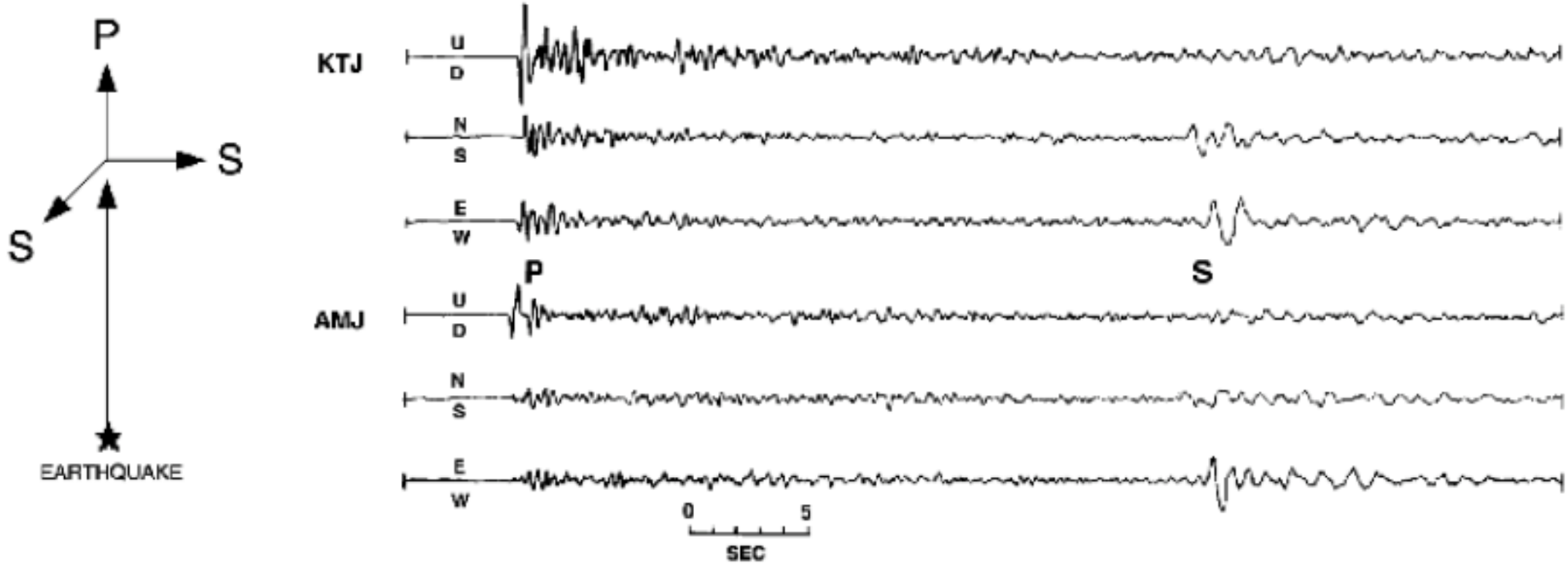
- Un sismomètre permet de mesurer de faibles vibrations aussi petites que 10^{-3} cm.



La sismologie

Les sismomètres ont grandement évolué depuis ce temps.

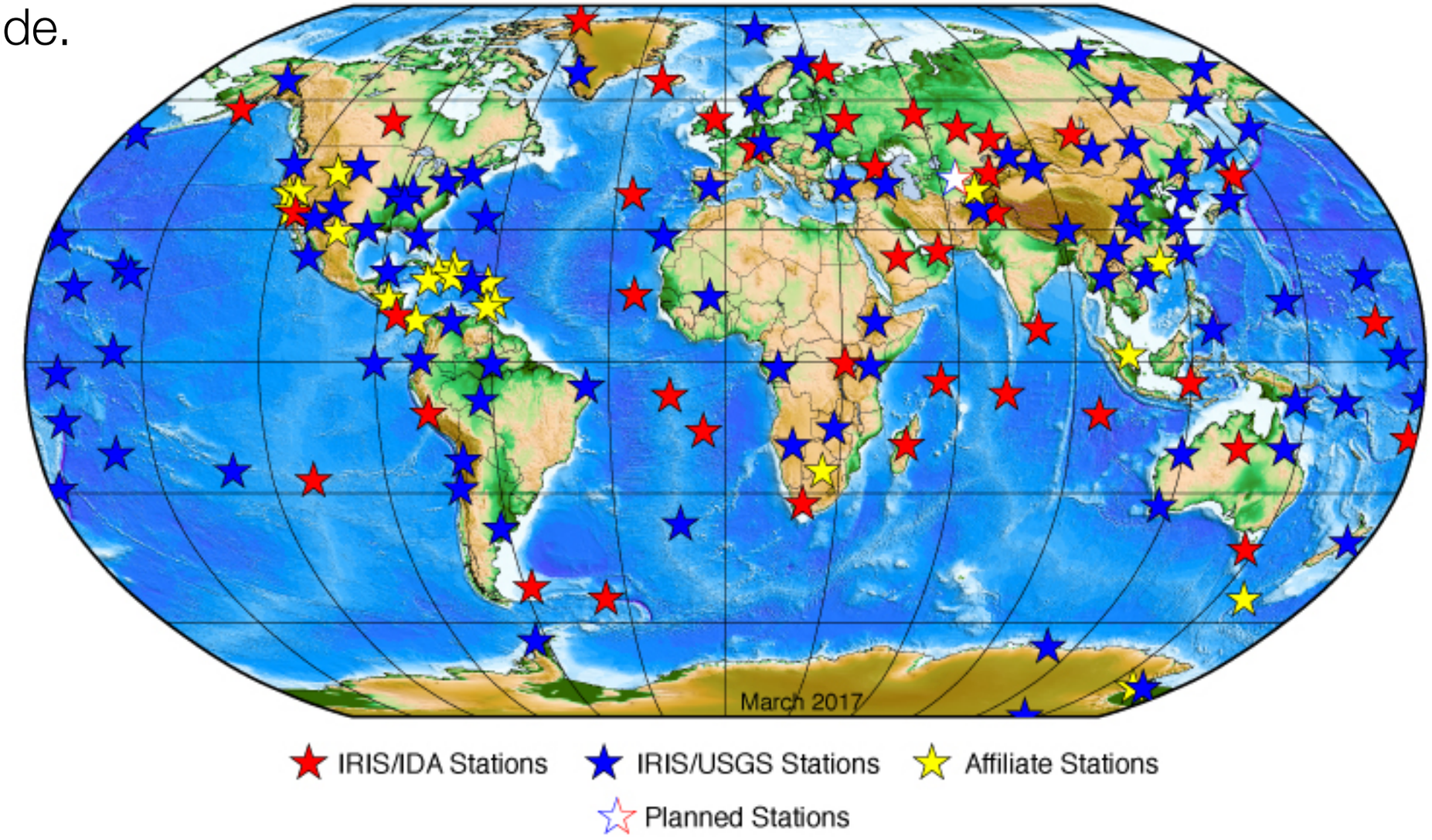




https://earthquake.usgs.gov/monitoring/operations/network.php?network=GSN

La sismologie

Un réseau global fait le suivi en temps réel des séismes partout dans le monde.



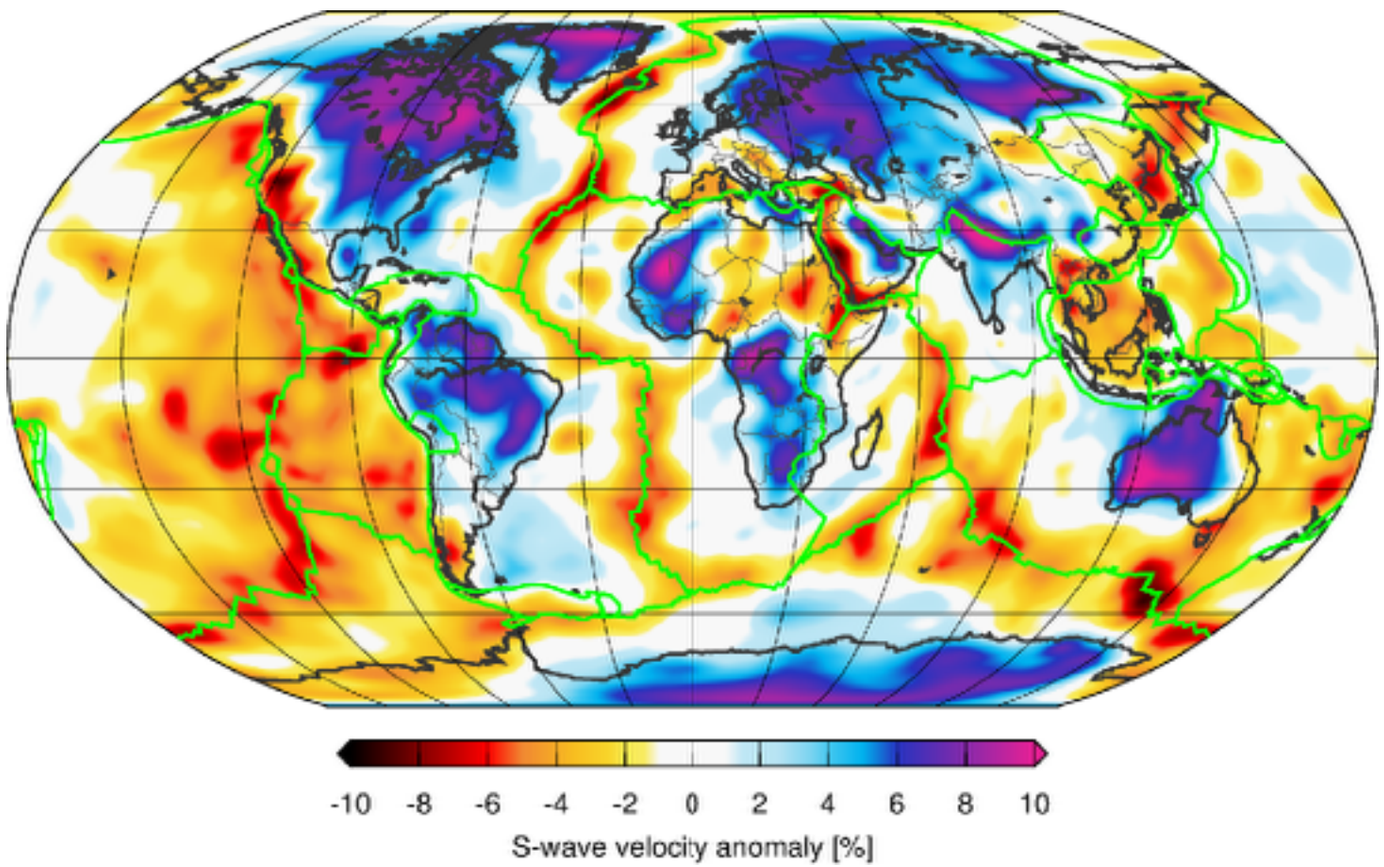
https://earthquake.usgs.gov/monitoring/operations/network.php?network=GSN

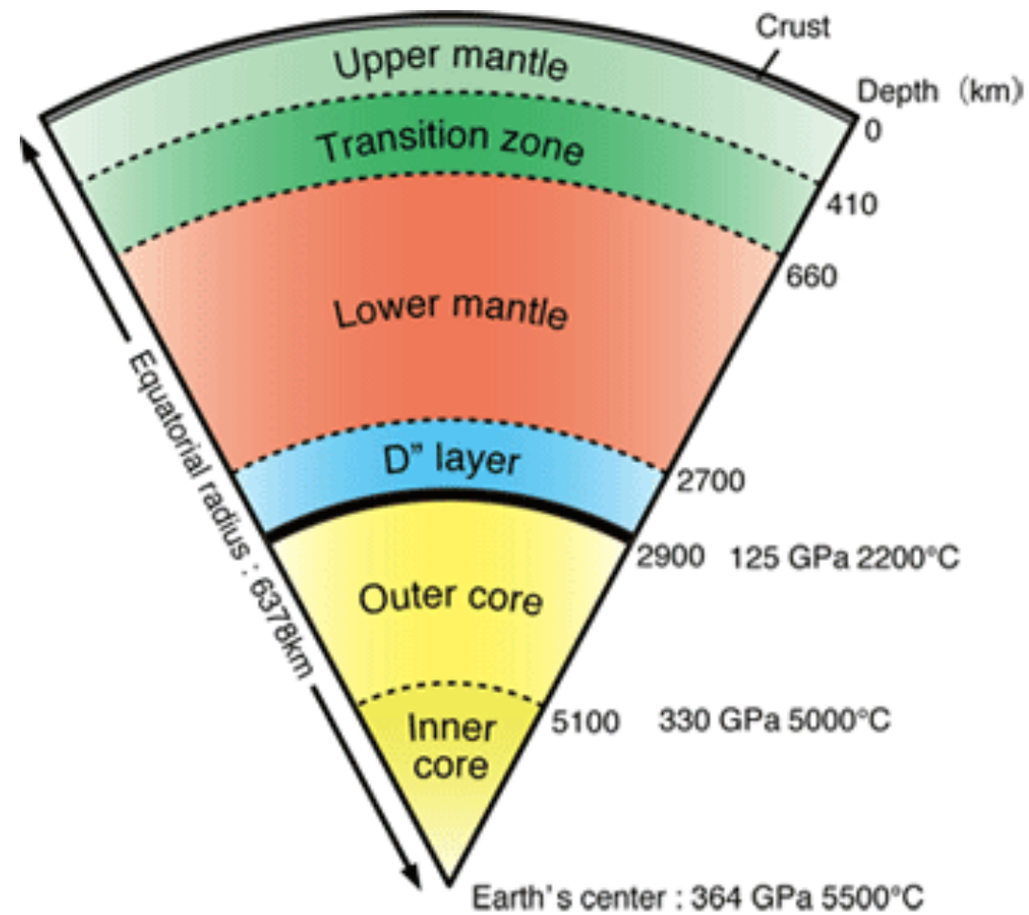
Sismologie

L’étude des séismes est importante en raison des dommages qu’il peuvent causer!

La sismologie

Mais aussi, la compréhension de la structure interne a grandement évolué grâce à l'étude des ondes sismiques.



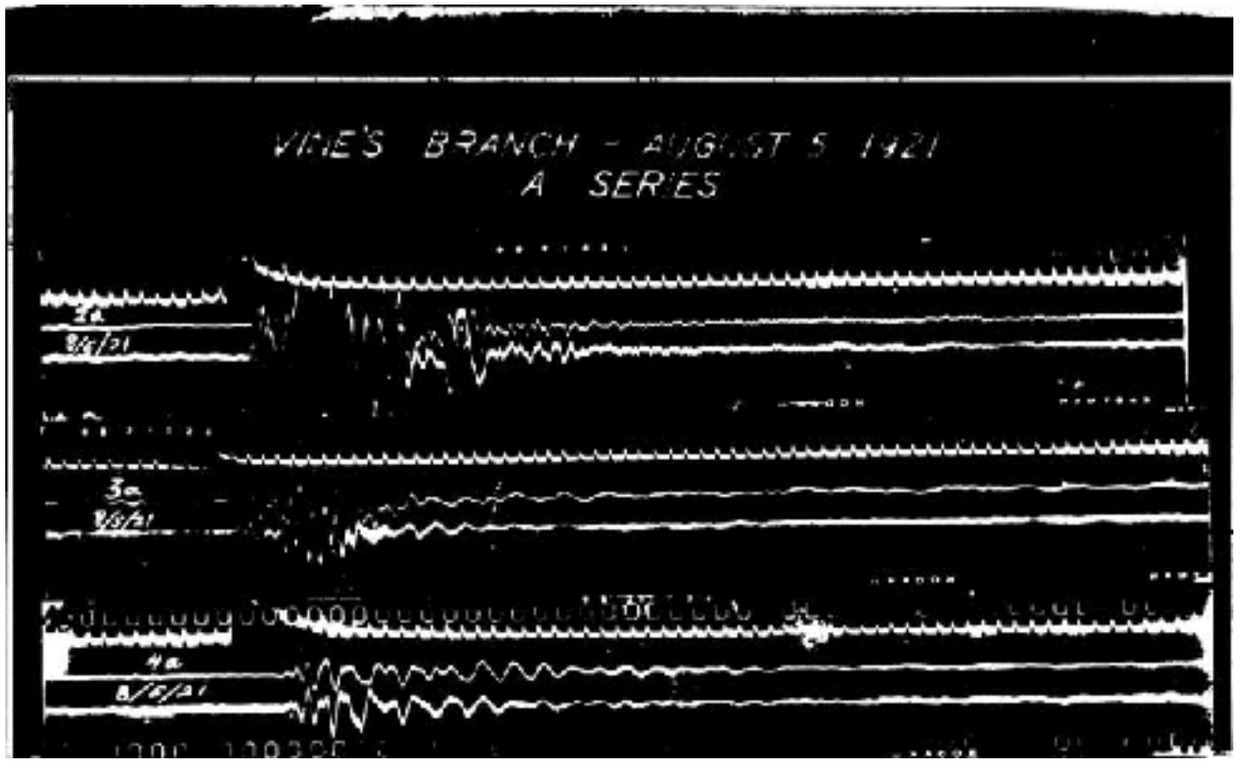


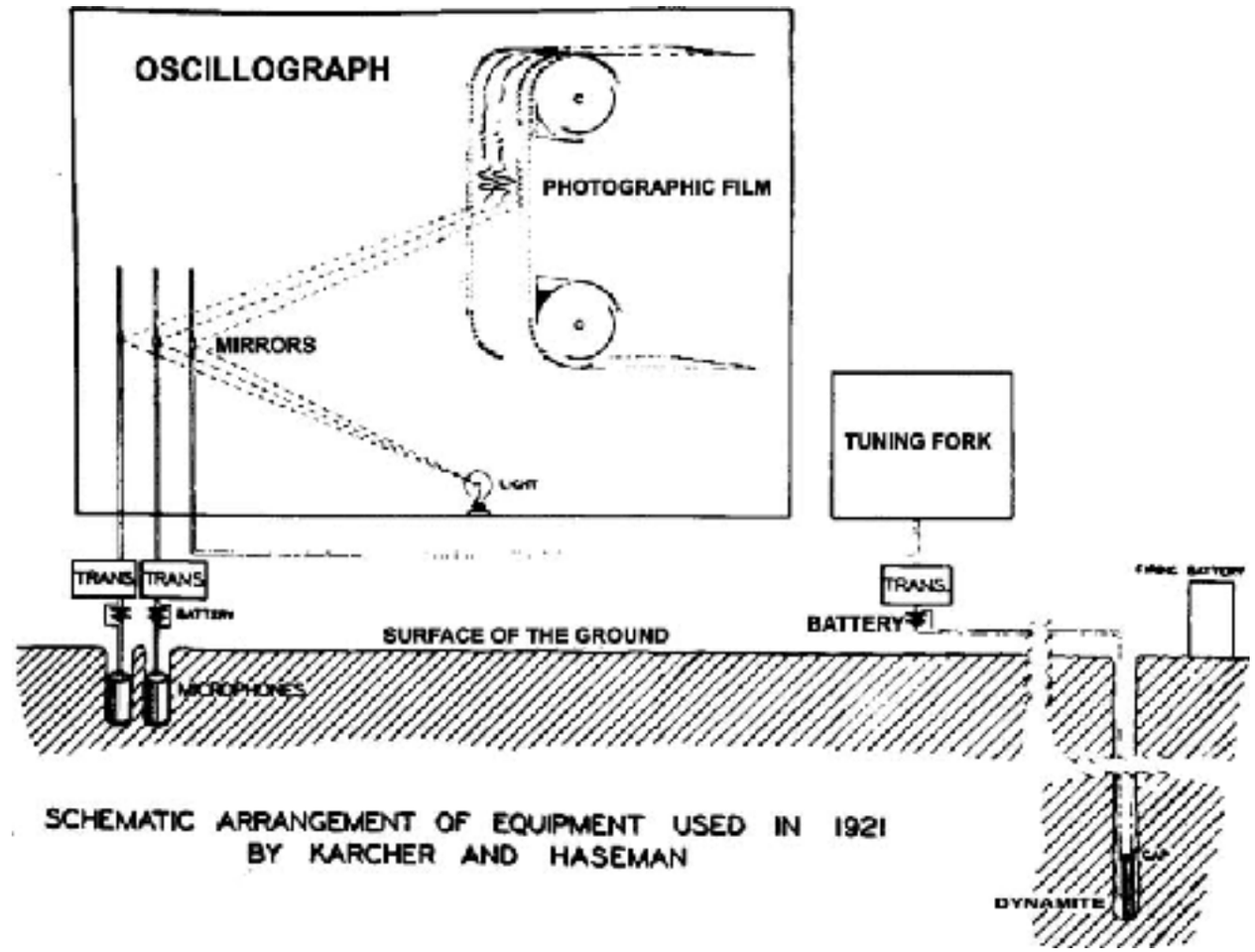
https://doi.org/10.1093/gji/ggt095

Applications économiques

L'étude des ondes sismiques a rapidement trouvé une application économique en exploration pétrolière

https://www.youtube.com/watch?v=vxfJbW6KDp4



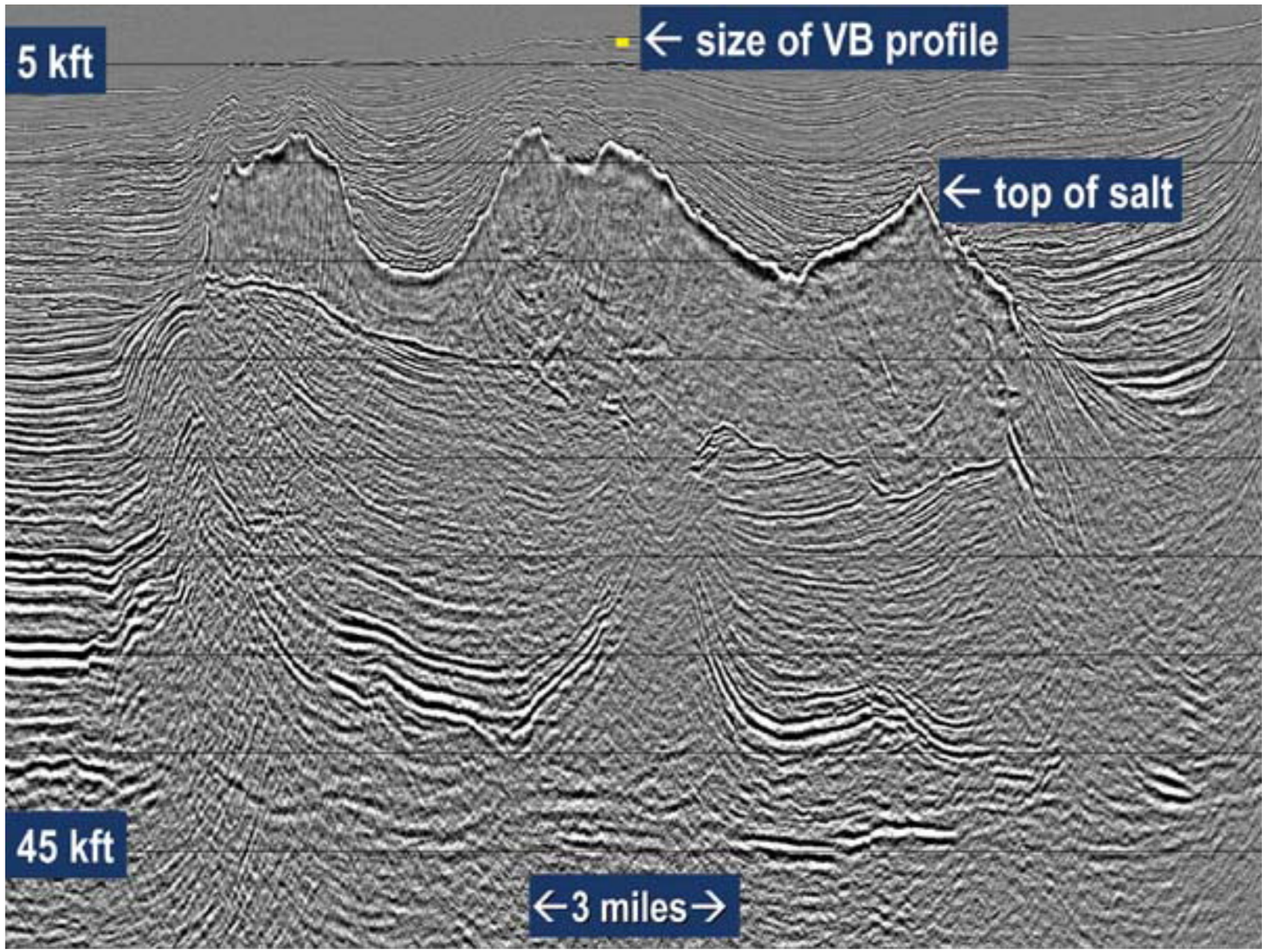


SCHEMATIC ARRANGEMENT OF EQUIPMENT USED IN 1921 BY KARCHER AND HASEMAN

Premier levé de sismique réfraction en Oklahoma effectué par William Haseman, J. Clarence Karcher, Irving Perrine, and Daniel W. Ohern.

Applications économiques

Aujourd'hui, la qualité des résultats s'est grandement améliorée!



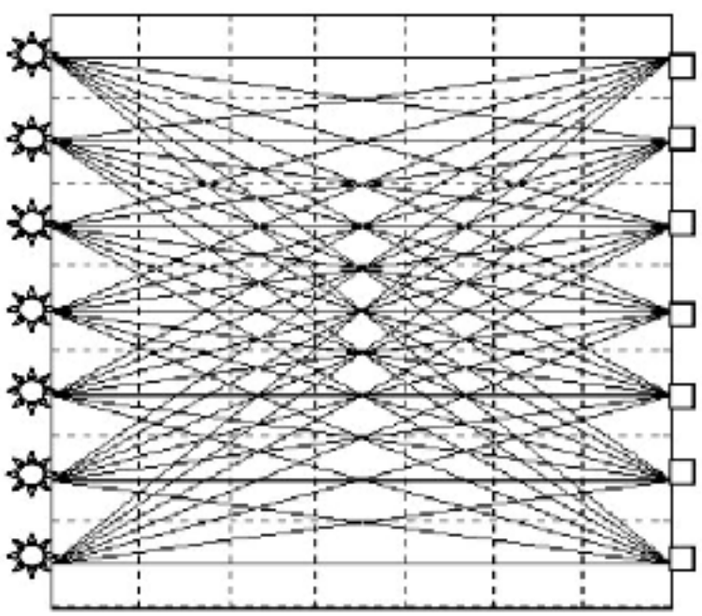
Types de méthode sismique

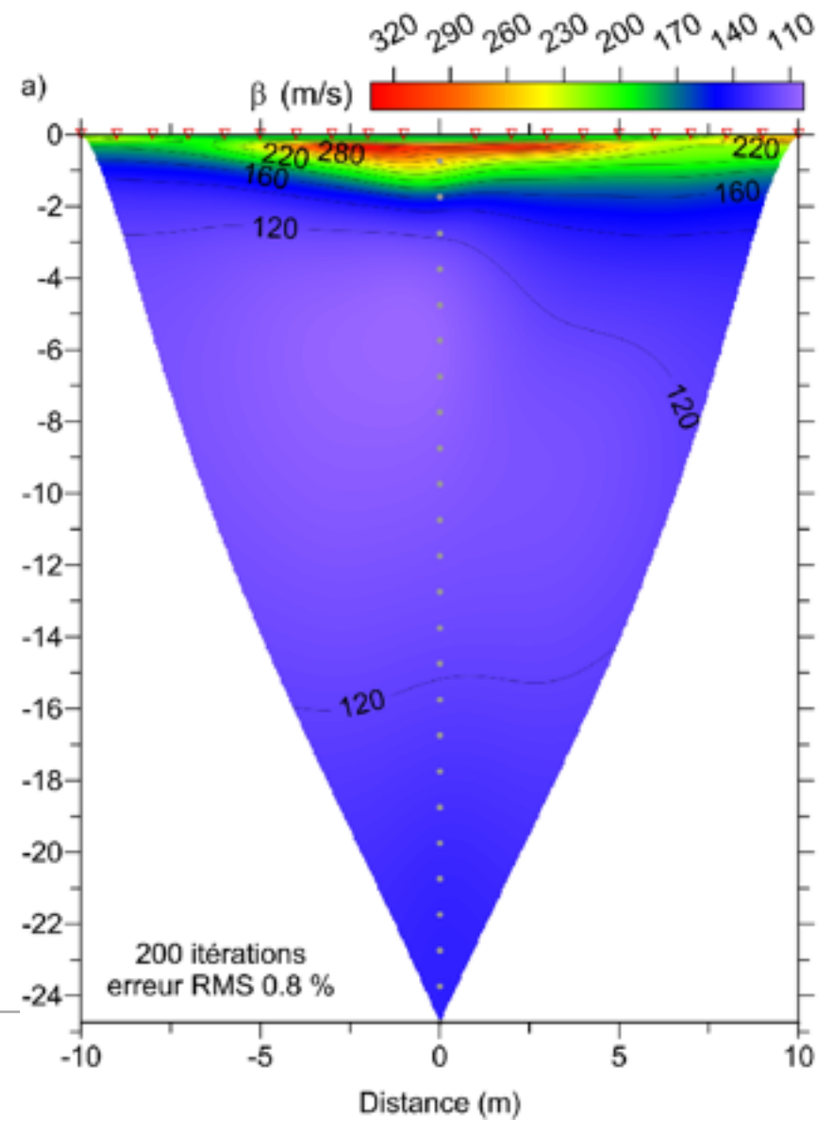
Les types de méthode d'acquisition et de traitement sismique sont vastes !

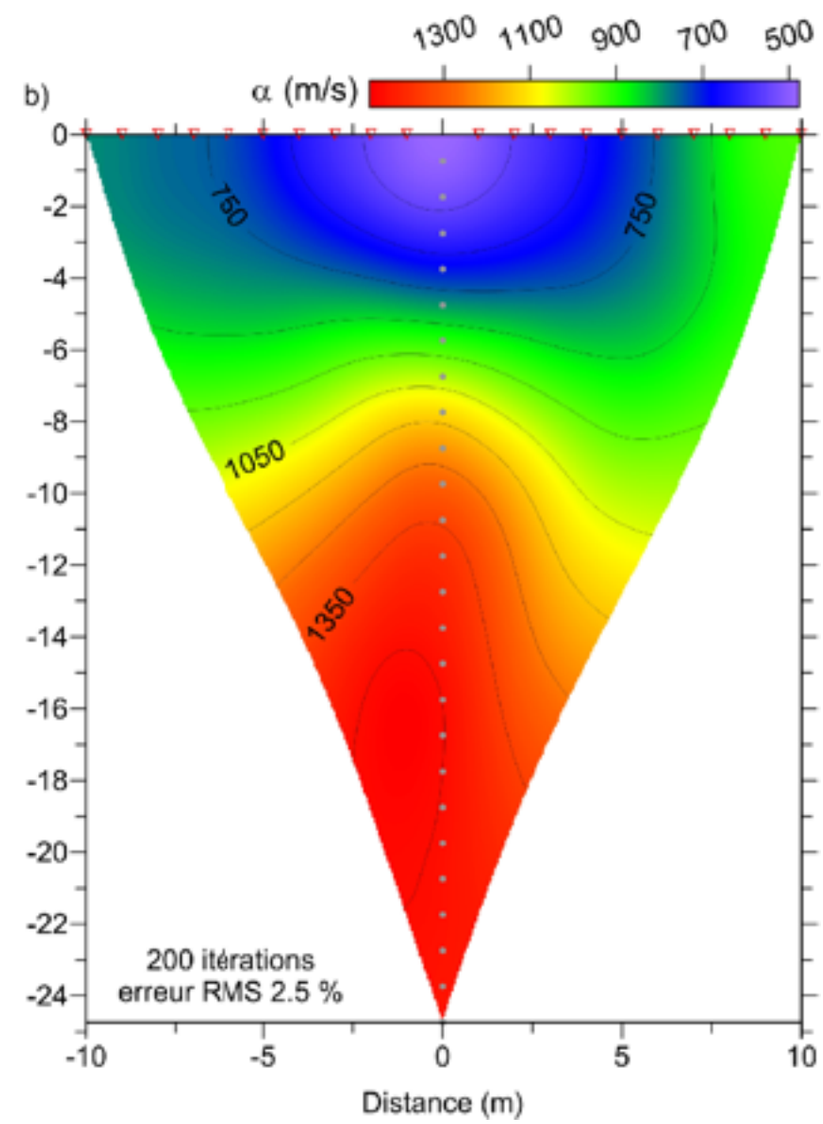
- Tomographie sismique
- Sismique réflexion
- Sismique réfraction
- Traitement des ondes de surface
- Rapport H/V
- Suivi microsismique
- Auscultation sismique d'ouvrages d'arts
- Inversion de formes d'onde
- Interférométrie sismique
- Sismique en forage
- Traitement des ondes de surface passive

Tomographie sismique

La tomographie sismique permet de retrouver un modèle de vitesse en traçant le parcours des rais sismiques dans le sol.

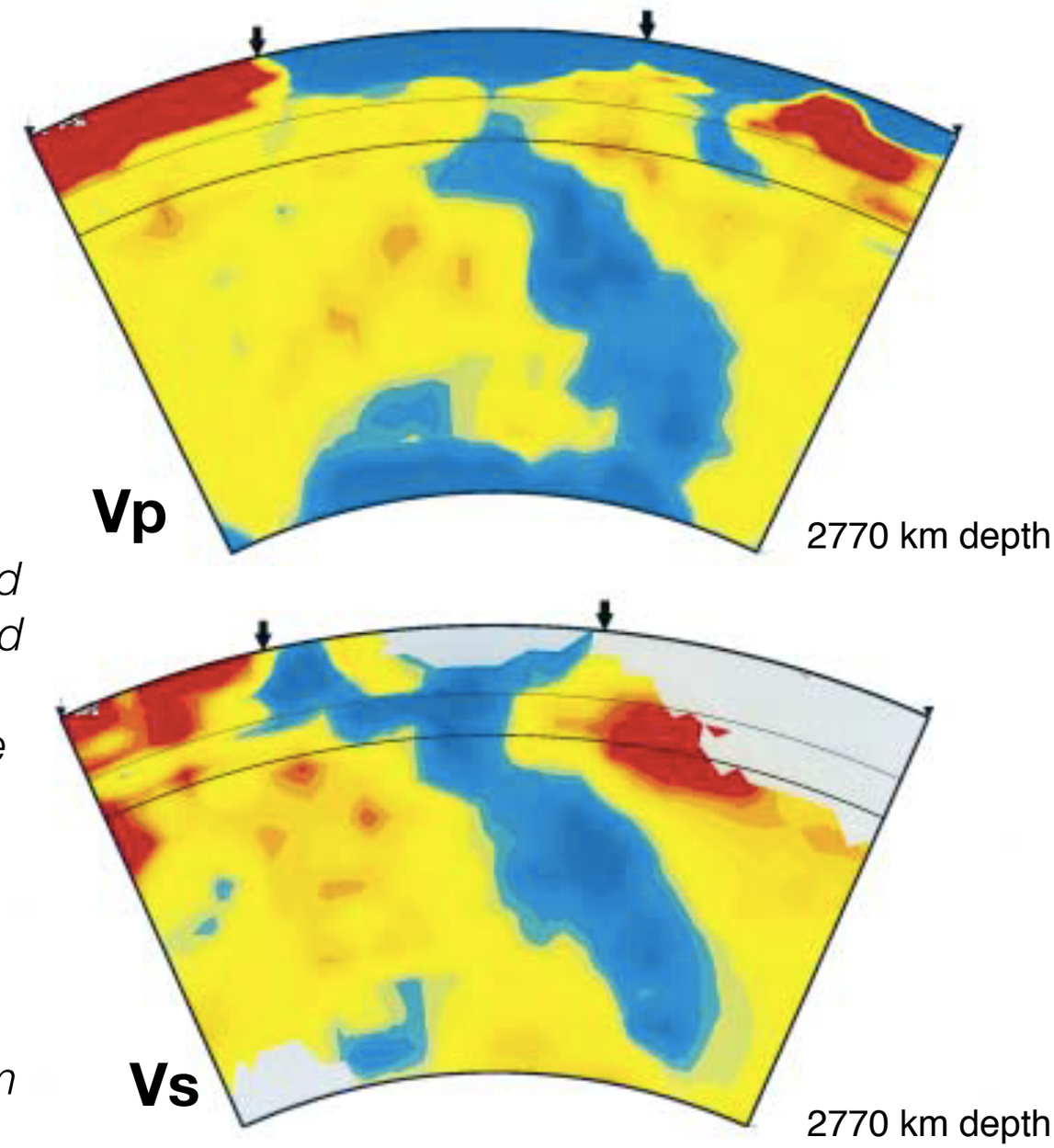






Tomographie sismique

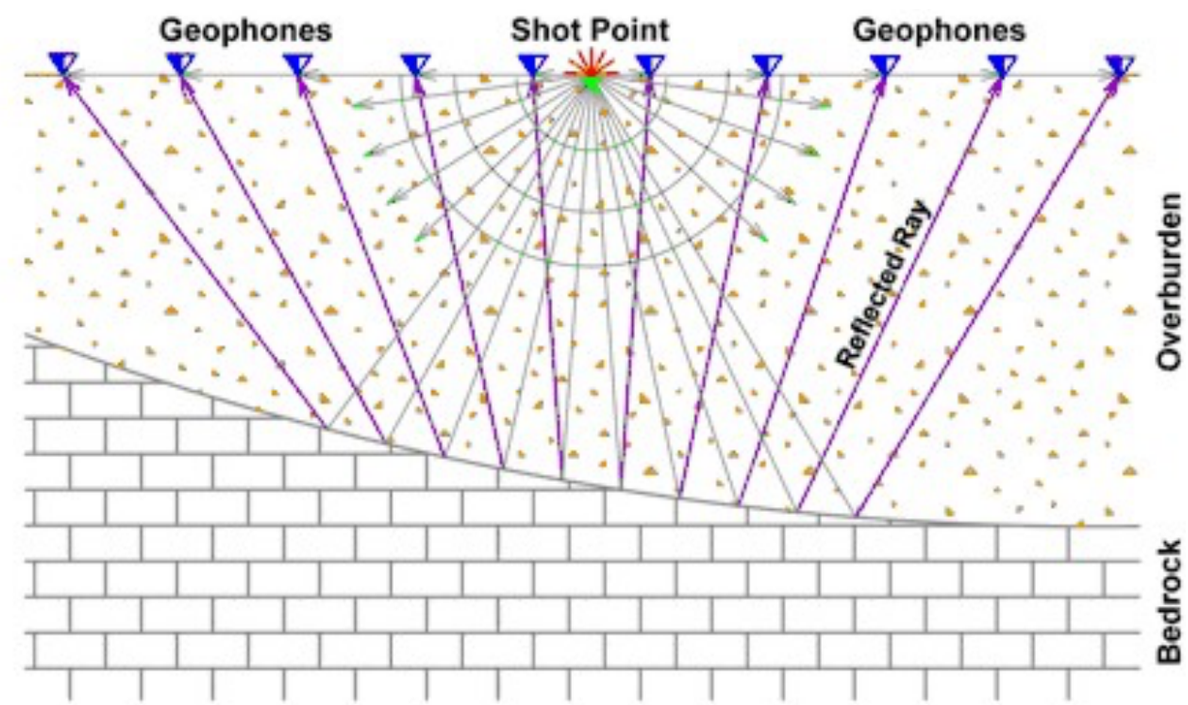
La tomographie sismique peut être utilisée à toutes les échelles!

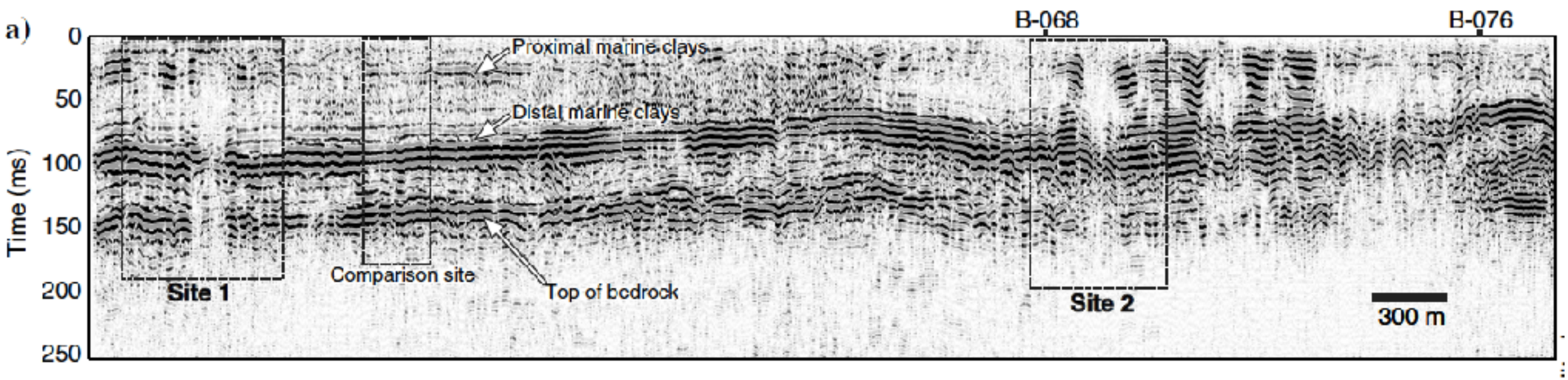


« *Cross sections of mantle P-wave (A) and S-wave (B) velocity variations along a section through the southern United States. The endpoints of the section are 30.1°N, 117.1°W and 30.2°N,56.4°W. The images show variations in seismic velocity relative to the global mean at depths from the surface to the core-mantle boundary. Blues indicate faster than average and reds slower than average seismic velocity. The large tabular blue anomaly that crosses the entire lower mantle is probably the descending Farallon plate that subducted over the past ~100 m.y. Differences in structure between the two models in the transition zone (400 to 660 km depth) and at the base of the mantle are probably due to different data sampling in the two studies.* »

Sismique réflexion

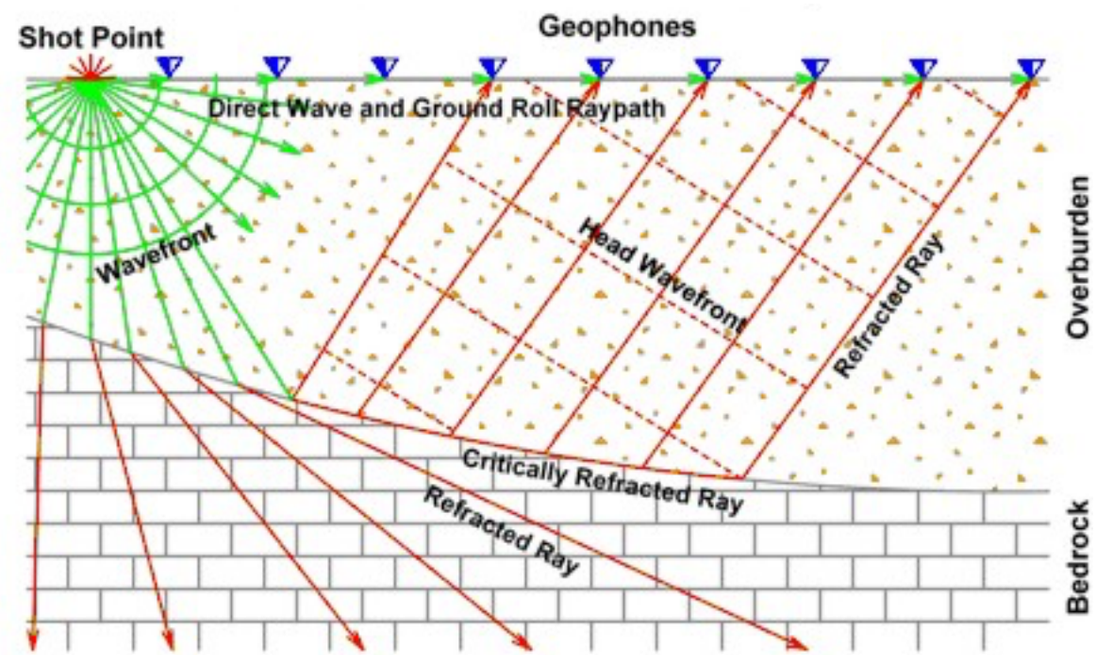
Lorsqu'une onde rencontre une interface entre deux milieux de propriétés mécaniques différentes, une onde réfléchie est produite. La sismique réflexion permet de retrouver la position de ces discontinuités.

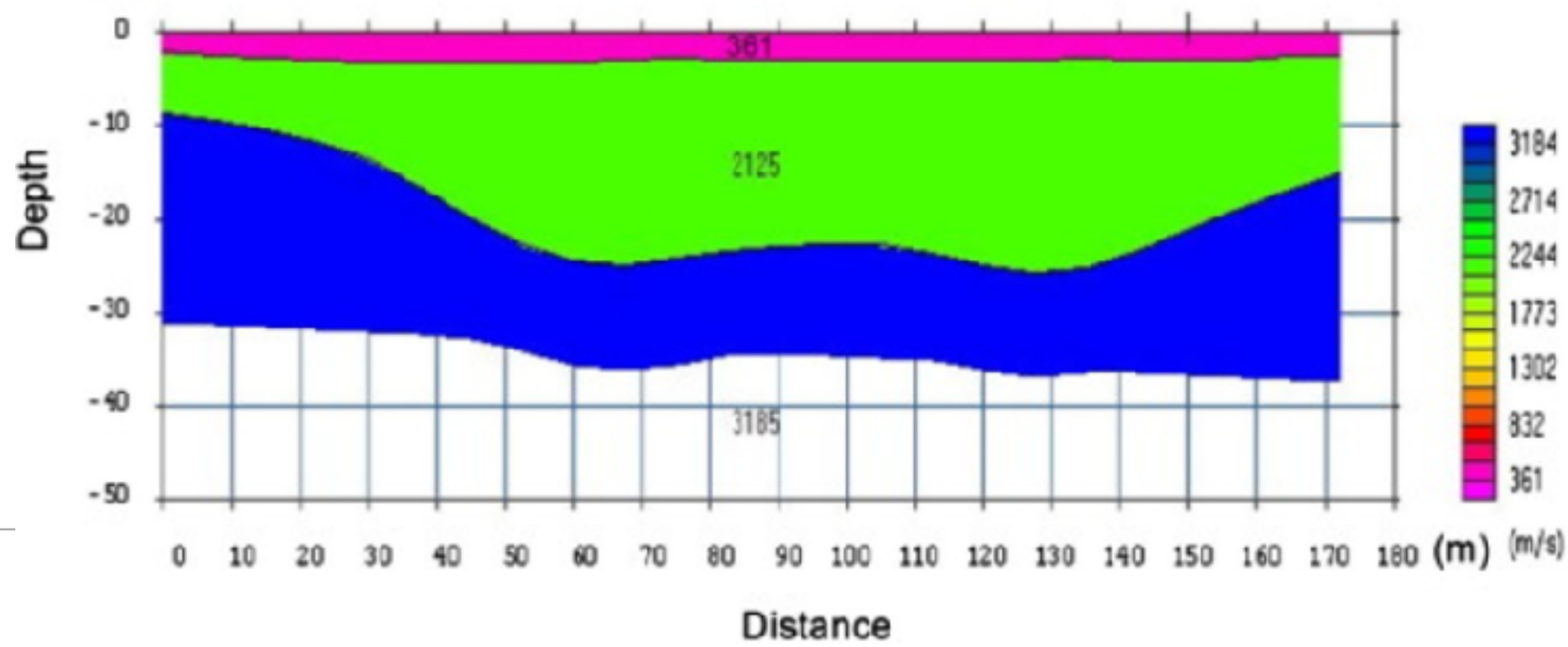




Sismique réfraction

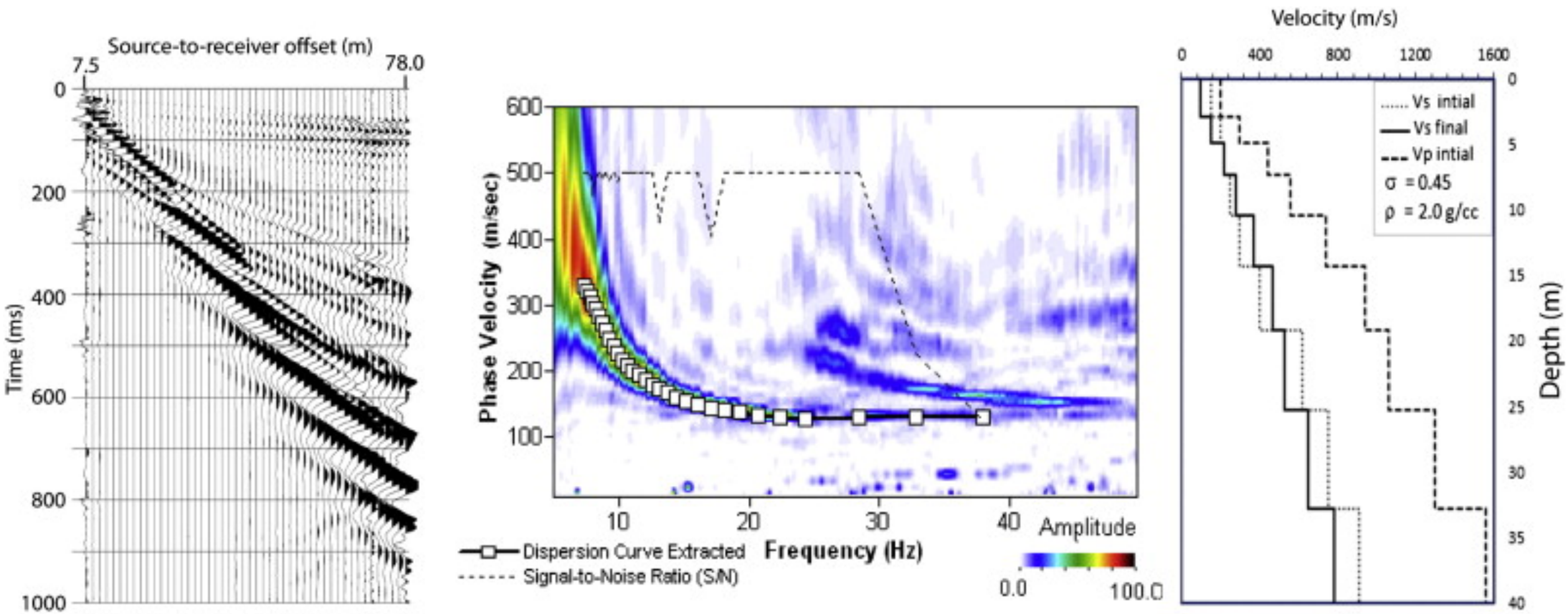
Lorsqu'une onde rencontre une interface entre deux milieux de propriétés mécaniques différentes, une onde réfractée est produite, qui à incidence critique, suit l'interface et remonte en surface.





Traitement des ondes de surface

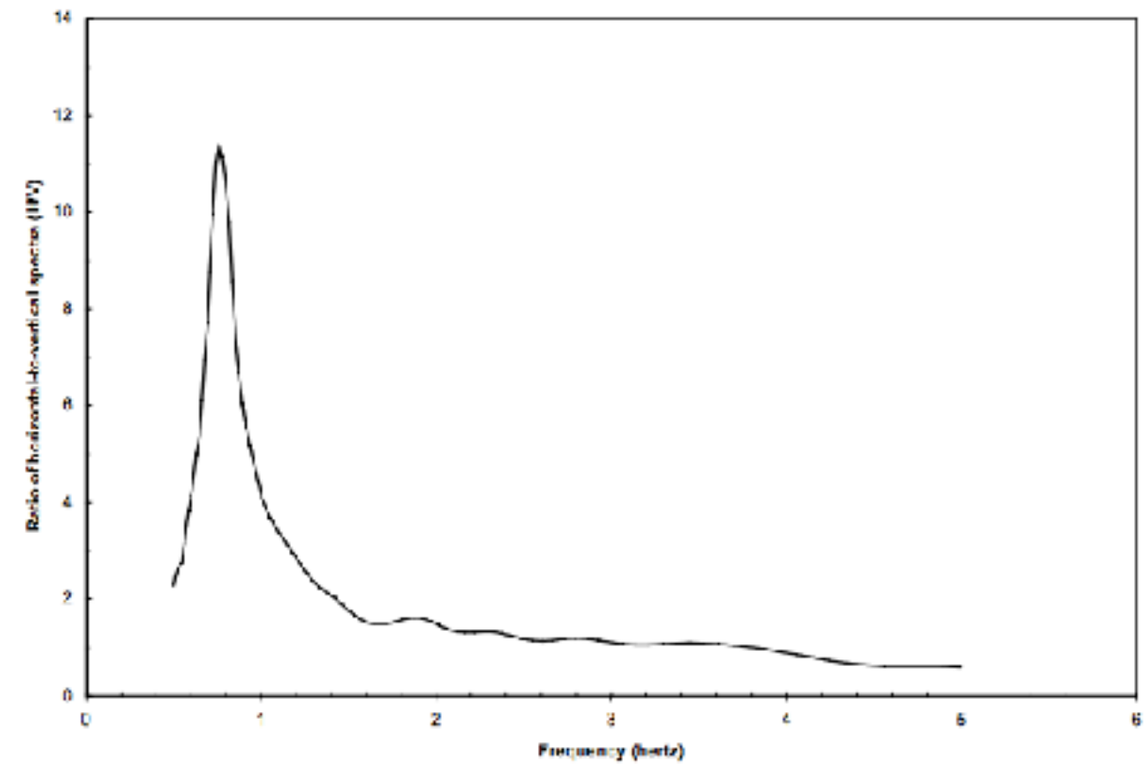
La vitesse des ondes de surface dépend de la fréquence. On peut retrouver les variations de la vitesse des ondes en étudiant cette dépendance en fréquence.

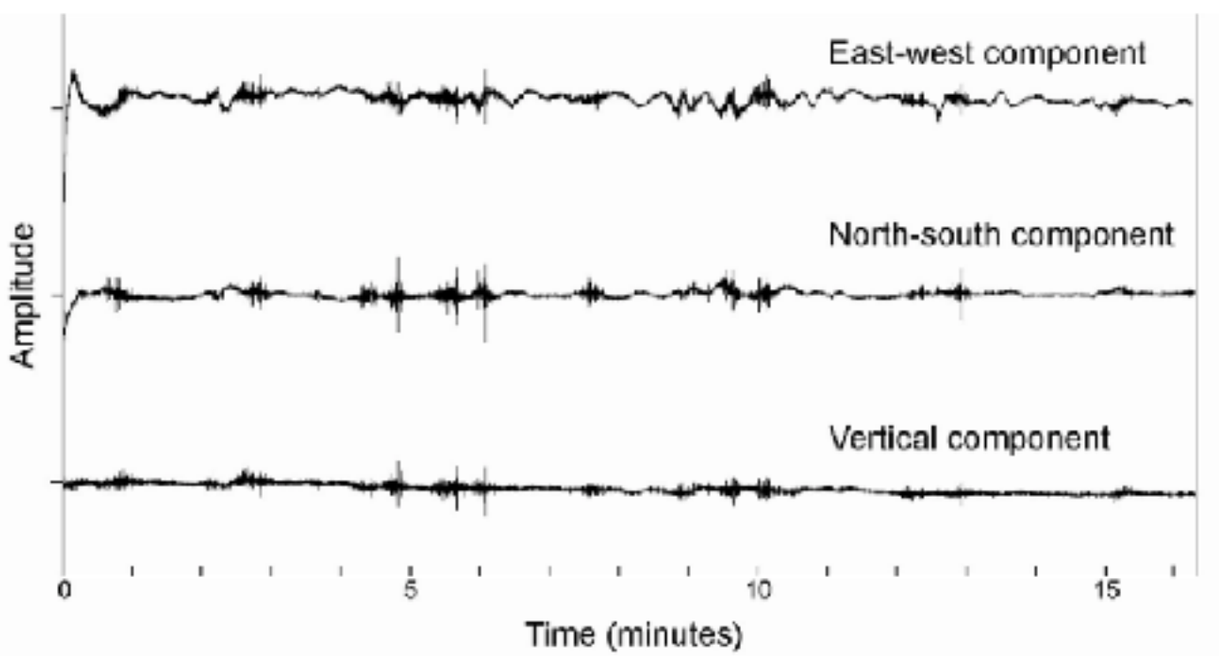


https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926985114000767

Rapport H/V

Le rapport entre les composantes horizontales et verticales des ondes surface permet d'estimer l'épaisseur des dépôts meubles.





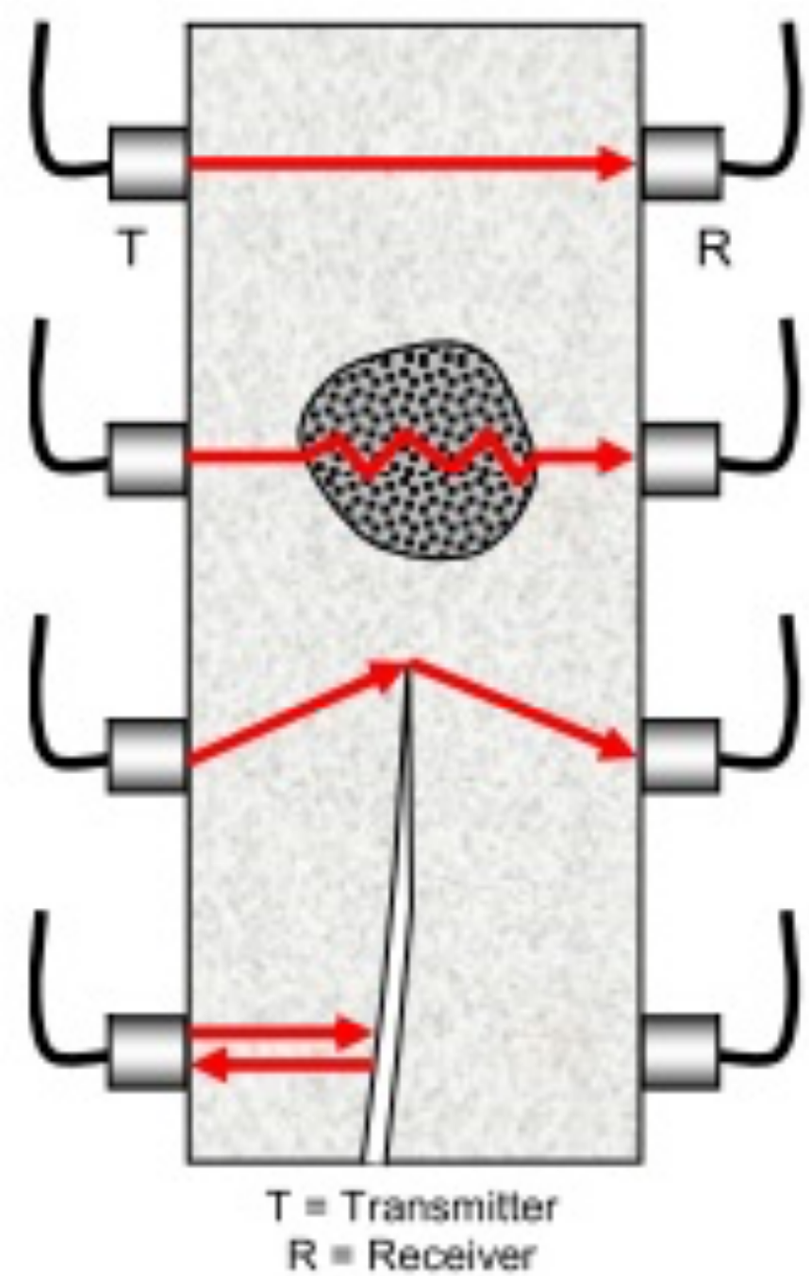
Un milieu à deux couches aura une fréquence de résonance donnée par:

$$f_0 = \frac{V_s}{4H}$$

http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=78502

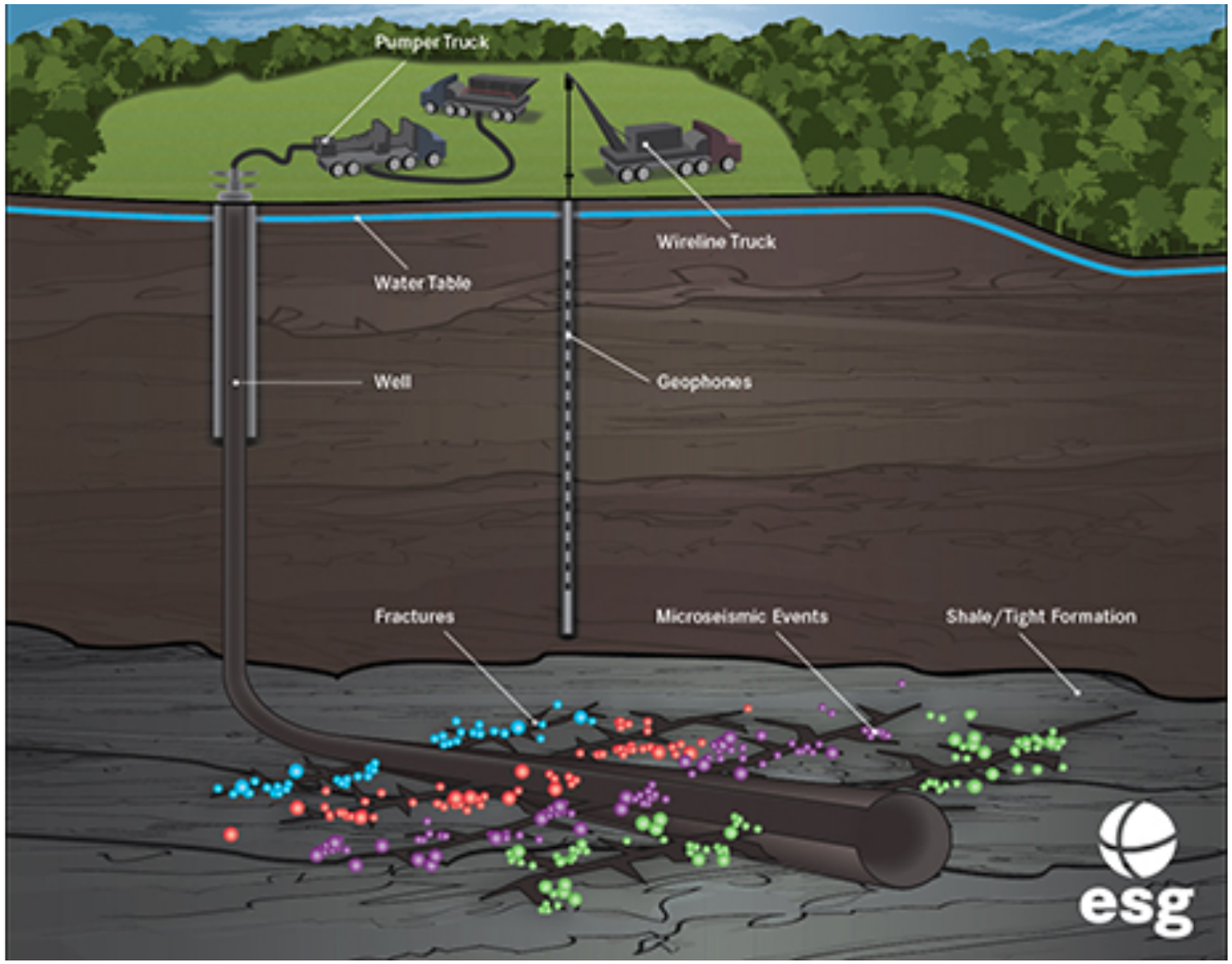
Auscultation d’ouvrage d’art

La vitesse de propagation et l’amplitude des ultrasons peuvent indiquer des fissures et des zones altérées dans le béton.



Suivi microsismique

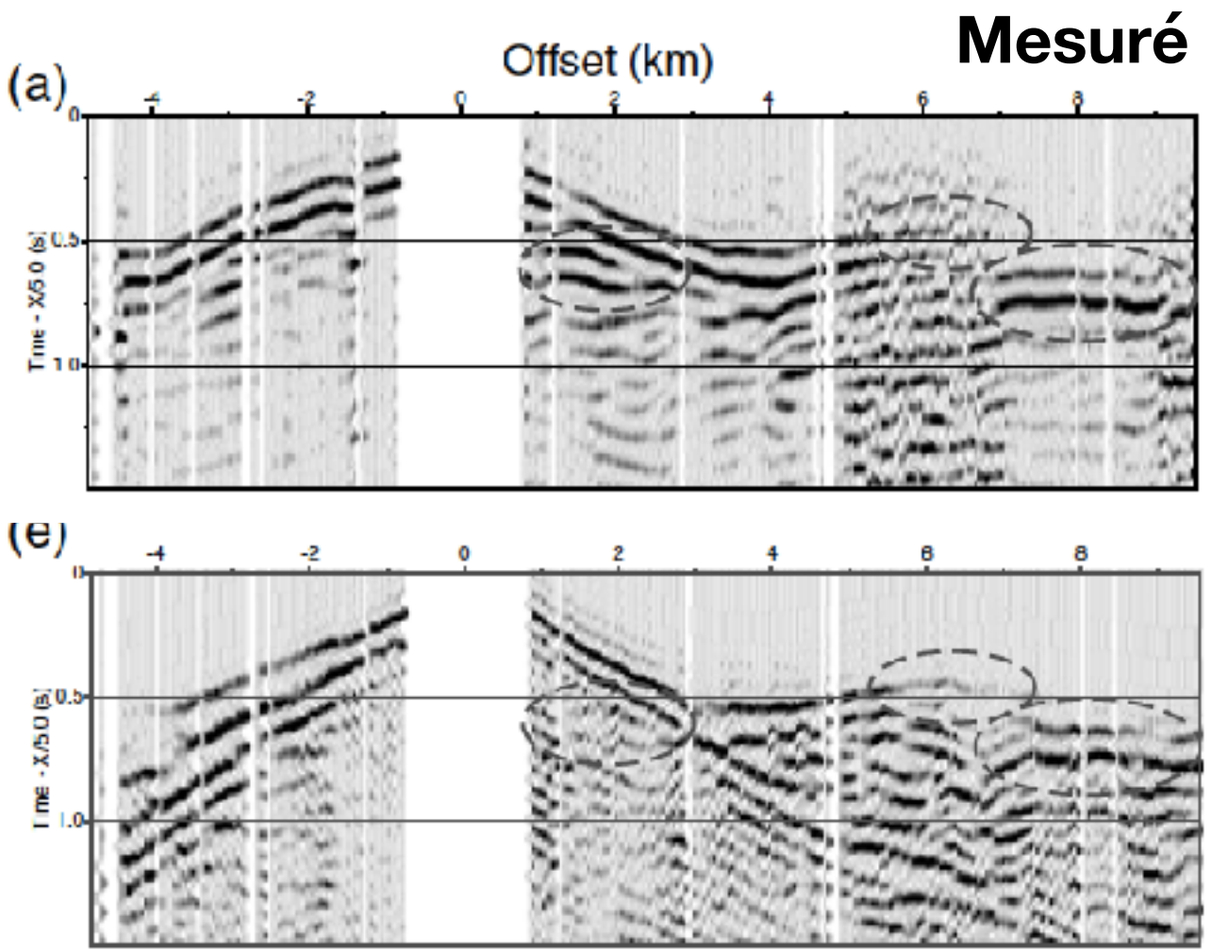
Les changements de contrainte dans le roc produisent des microséismes. La localisation du foyer de ces évènements permet d'identifier où se produisent ces changements de contrainte.

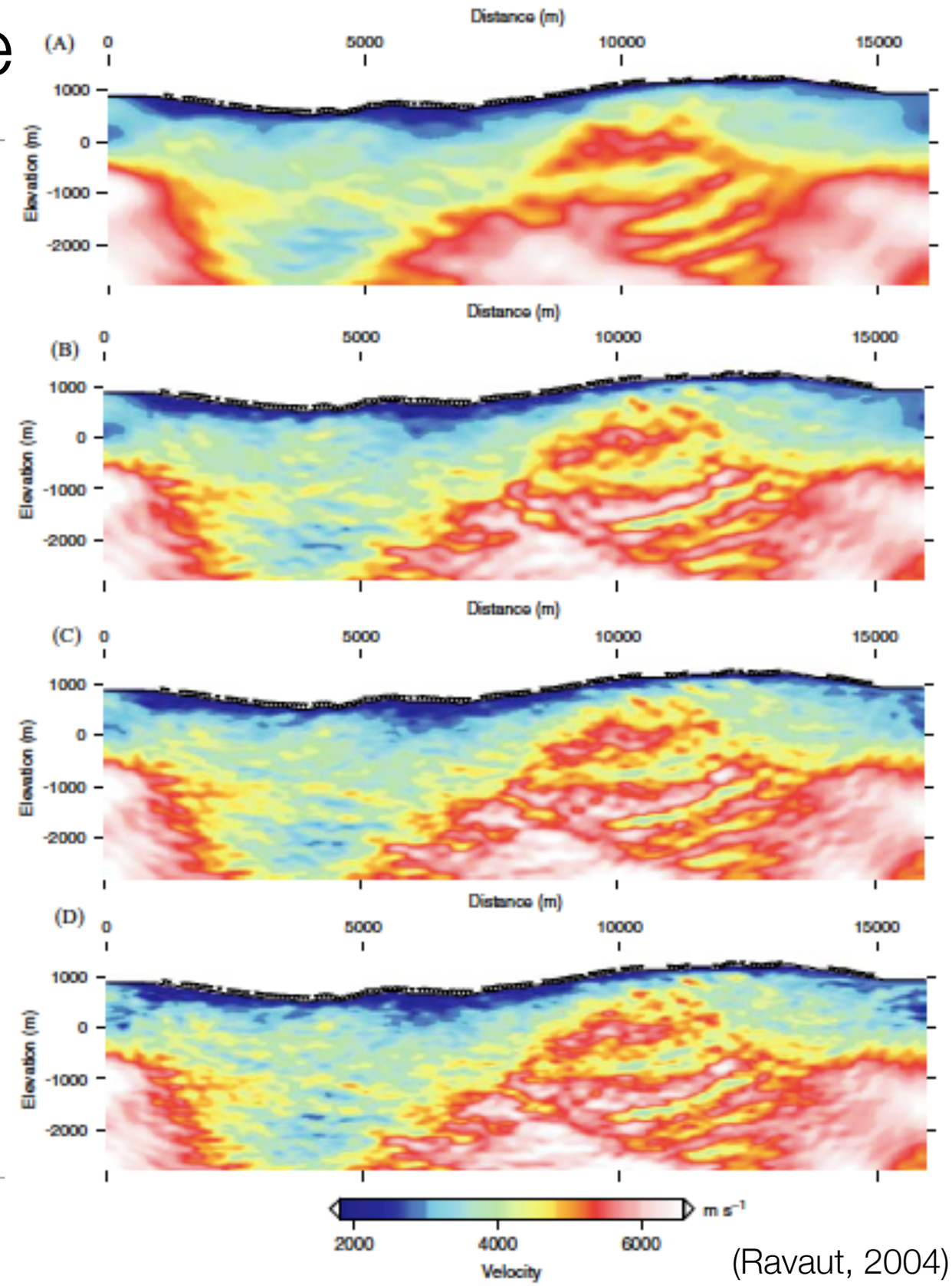


https://www.esgsolutions.com/technical-resources/microseismic-knowledgebase/microseismic-monitoring-101

Inversion de formes d'onde

L'inversion de formes d'onde est un type de tomographie qui tente de reproduire l'entièreté du signal enregistré.





(Ravaut, 2004)

Types des méthodes sismiques

Pour simplifier, les méthodes classiques sont:

	Réflexions	Réfraction	Ondes de surface
Type d'arrivées	Réflexions	Réfraction	Onde de surface
Objectifs typiques	Études stratigraphiques, détection d'objets	Estimation de la profondeur au roc et détection de zones	Mesures de la vitesse des ondes de cisaillement
Profondeur typiques	~10 m à 10 km	0 à 50 m	0 à 30 m
Résolution verticale	5 à 10 % de la profondeur	10 à 20 % de la profondeur	10 à 20 % de la profondeur
Profondeur effective du levé	1X l'espacement tir géophone	1/5 à 1/4 de l'espacement tir géophone	l'espacement tir géophone

Propagation des ondes: Théorie

Propagation sismique

On applique brusquement une large **force** sur le sol.

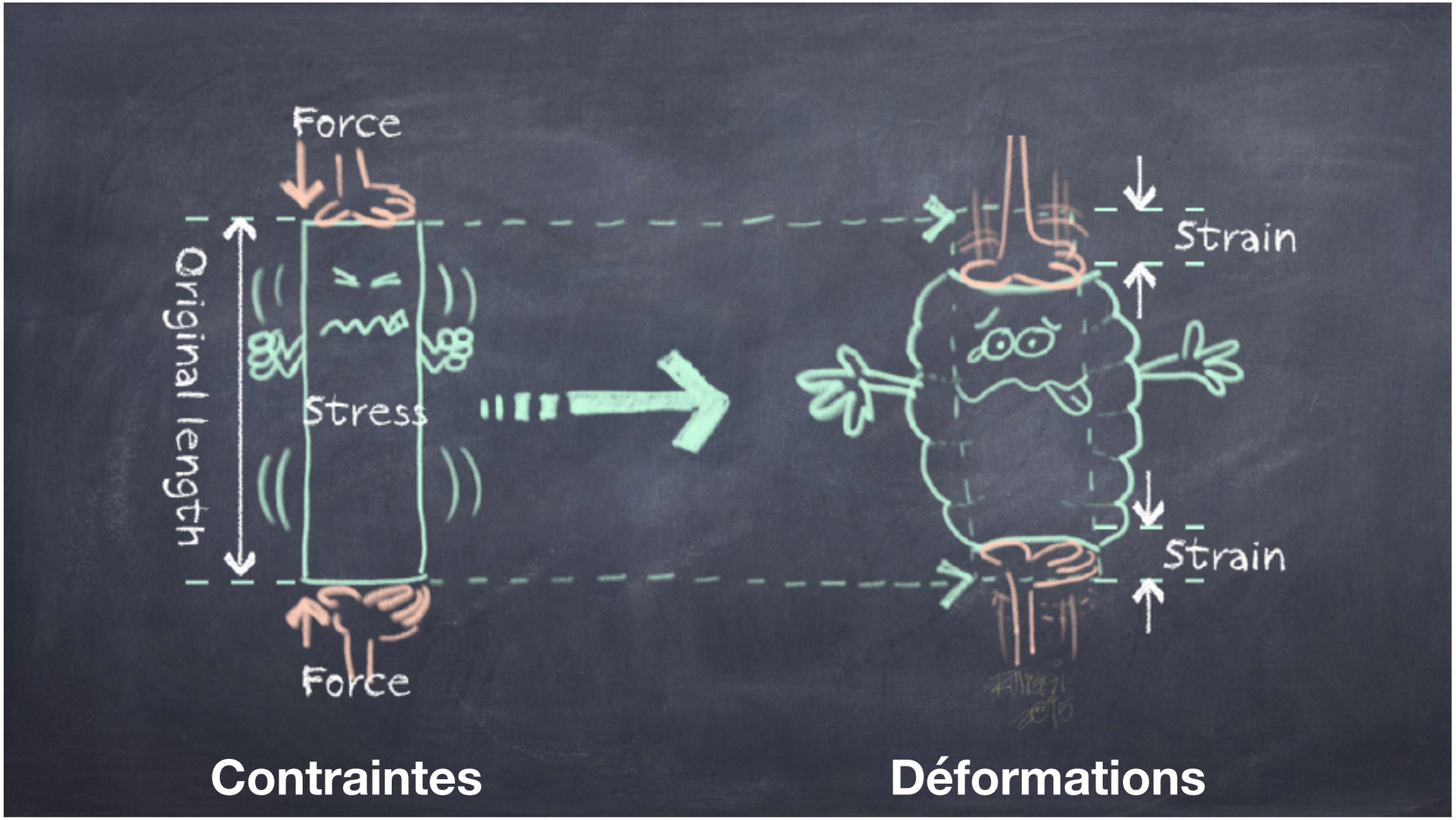
Cette force fera varier les **contraintes** dans le sol, ce qui provoquera des **déformations** momentanées du volume de sol à proximité.

Ces déformations peuvent être mesurées par le **déplacement** d'une surface.

Comment varient contraintes, déformations et déplacements **dans l'espace et le temps** ?

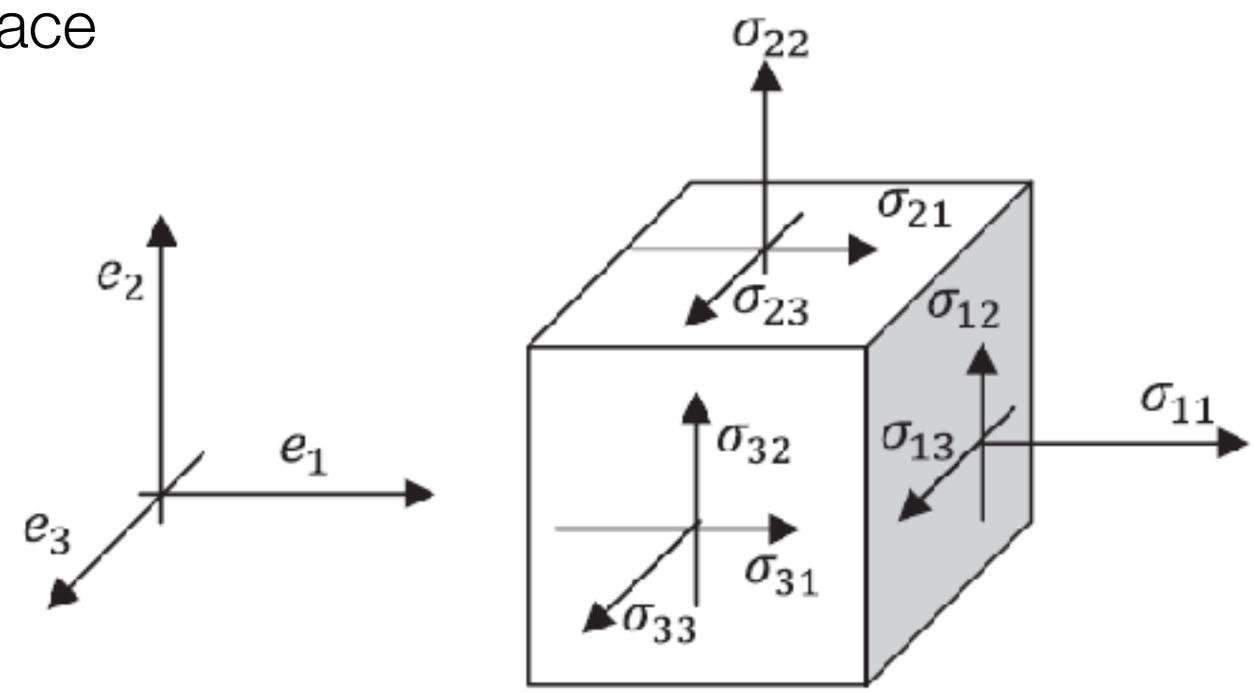
https://teara.govt.nz/en/photograph/9759/seismic-survey

Contraintes et déformations



Contraintes

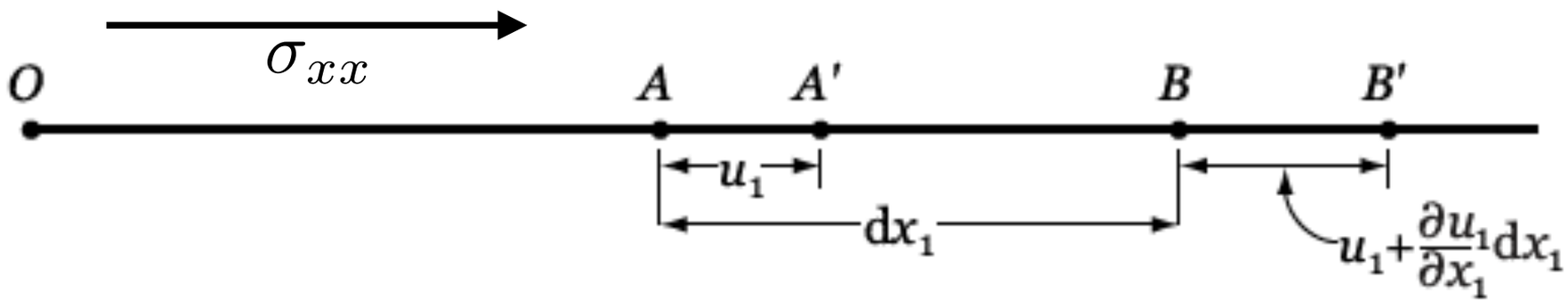
- Contrainte: Force appliquée à une surface
- Unités: N/m^2 ou Pa
- Il y a 3 faces et 3 directions, donc 9 composantes
- C'est une matrice 3x3 symétrique



$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Déformations en compression/dilatation

On applique une force en x, le matériau se déplace et se déforme selon:



La déformation est la différence entre longueurs initiale et finale sur initiale:

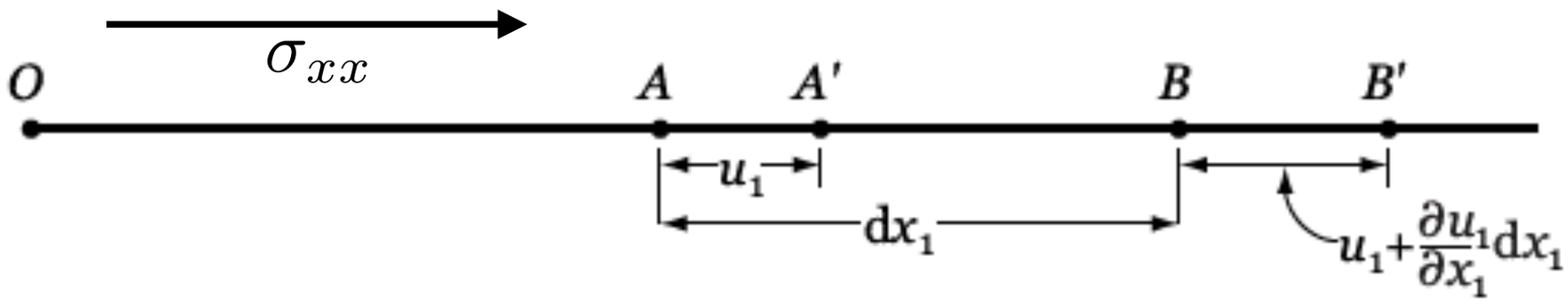
$$\epsilon_{xx} = \frac{A'B' - AB}{AB}$$

Et donc:

$$\epsilon_{xx} = \frac{(dx + u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx - u_x) - dx)}{dx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

Déformations en compression/dilatation

On applique une force en x, le matériau se déplace et se déforme selon:



Les **déformations en compression** sont données par:

$$\epsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3$$

Le **déplacement** du volume élémentaire est un vecteur:

$$\boldsymbol{u} = u_1 \hat{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1}} + u_2 \hat{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{2}} + u_3 \hat{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{3}}$$

Déformations en cisaillement

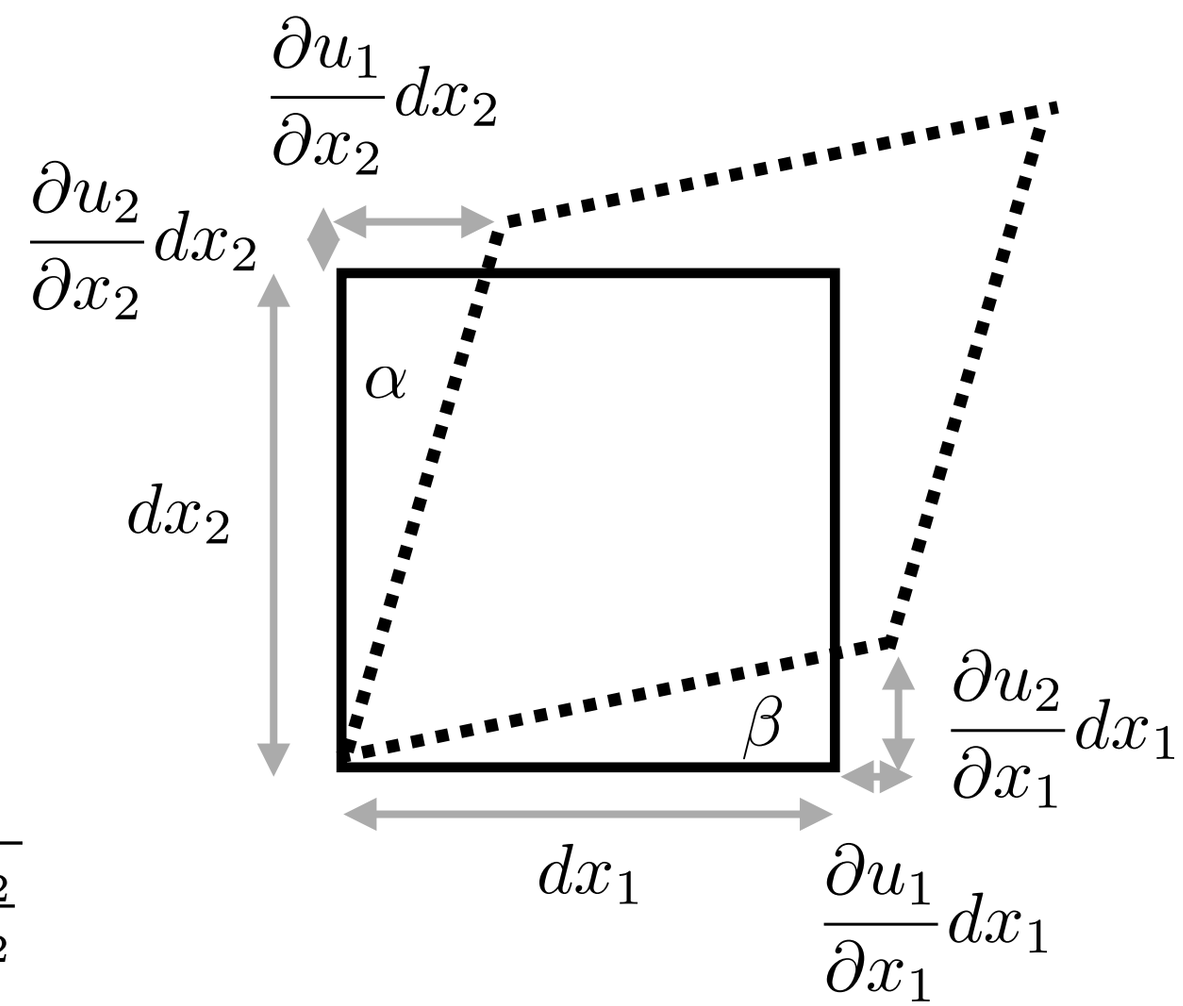
Si on applique une force sur la face 1 dans la direction 2, la **déformation due au cisaillement** est définie comme:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

Les angles α et β sont donnés par:

$$\tan\alpha = \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2}{dx_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2} = \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}}$$

$$\tan\beta = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1}{dx_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}}{1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}$$



Déformations en cisaillement

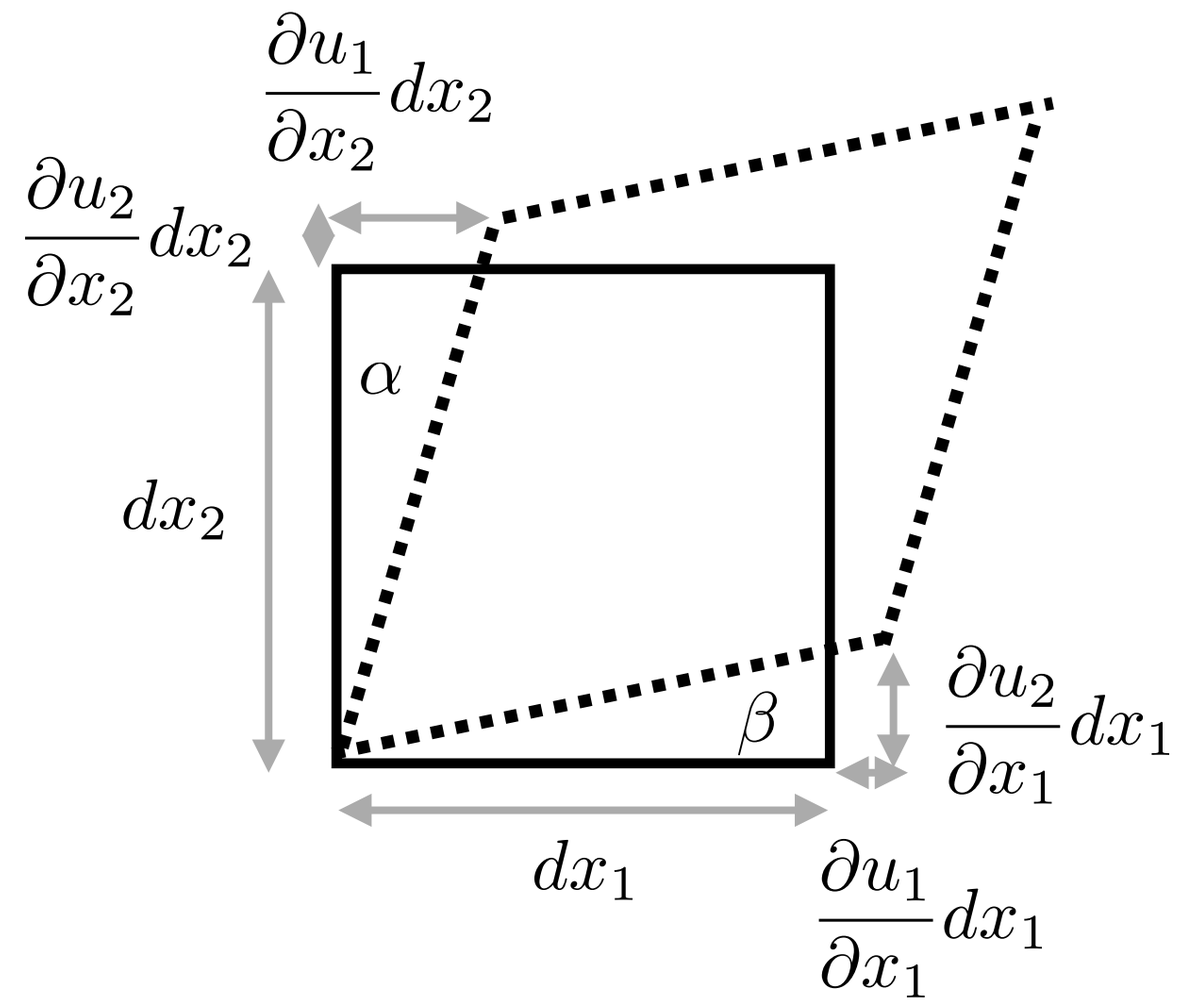
Si on applique une force sur la face 1 dans la direction 2, la **déformation due au cisaillement** est définie comme:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

Pour de petits angles et $1 >> \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$

$$\tan\alpha \approx \alpha = \frac{\partial u_1}{\partial x_2}$$

$$\tan\beta \approx \beta = \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$$



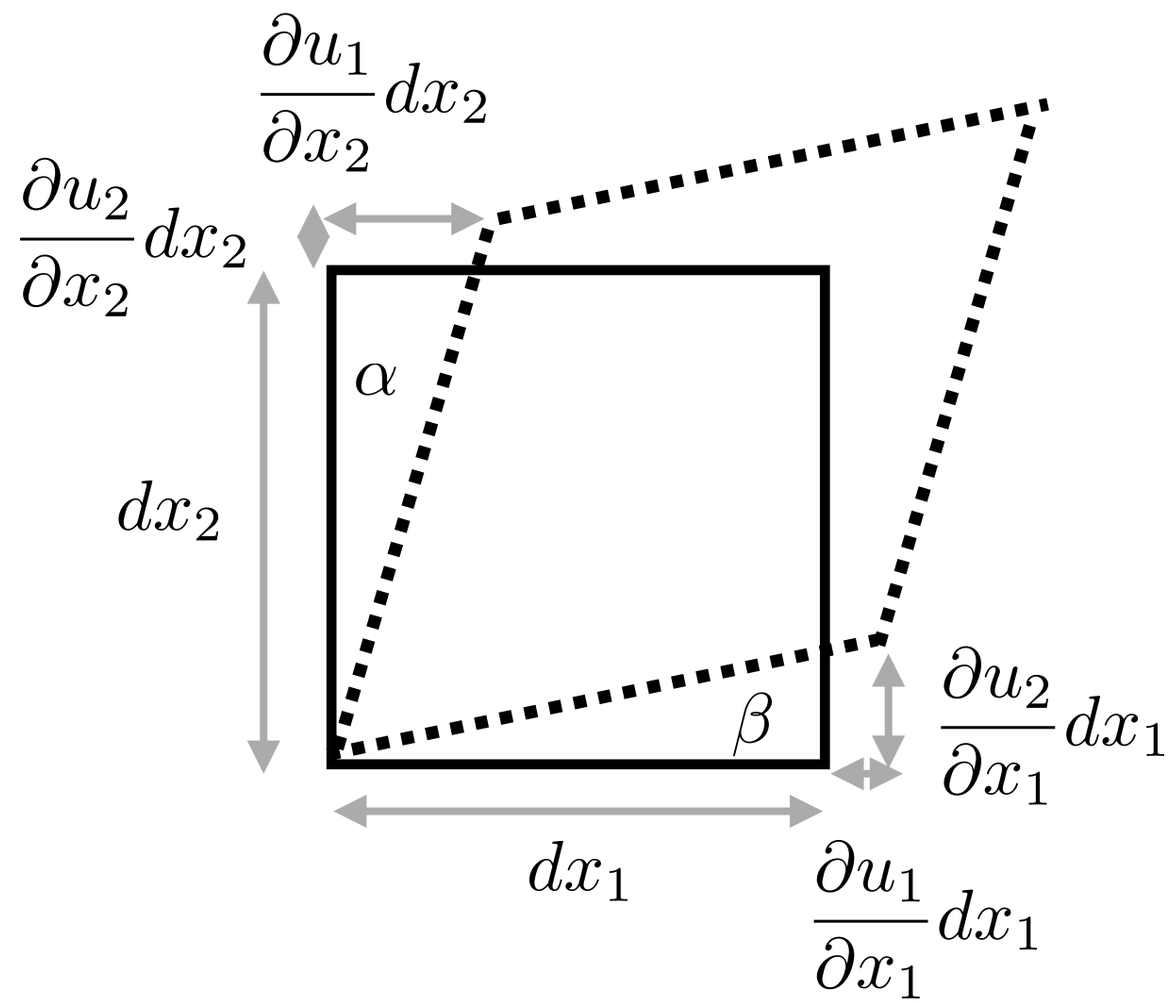
Déformations en cisaillement

Si on applique une force sur la face 1 dans la direction 2, la **déformation due au cisaillement** est définie comme:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

Et donc la déformation de cisaillement:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)$$



De façon générale:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, 3$$

Déformation et déplacements

Les déformations du solide sont donc reliées aux déplacements selon:

- Compression dilatation: $\epsilon_{ii} = \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3$
- Cisaillement: $\epsilon_{ij} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, 3$

Les déformations forment aussi un tenseur:

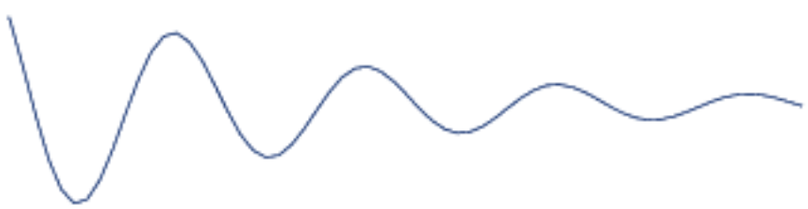
$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} & \epsilon_{23} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

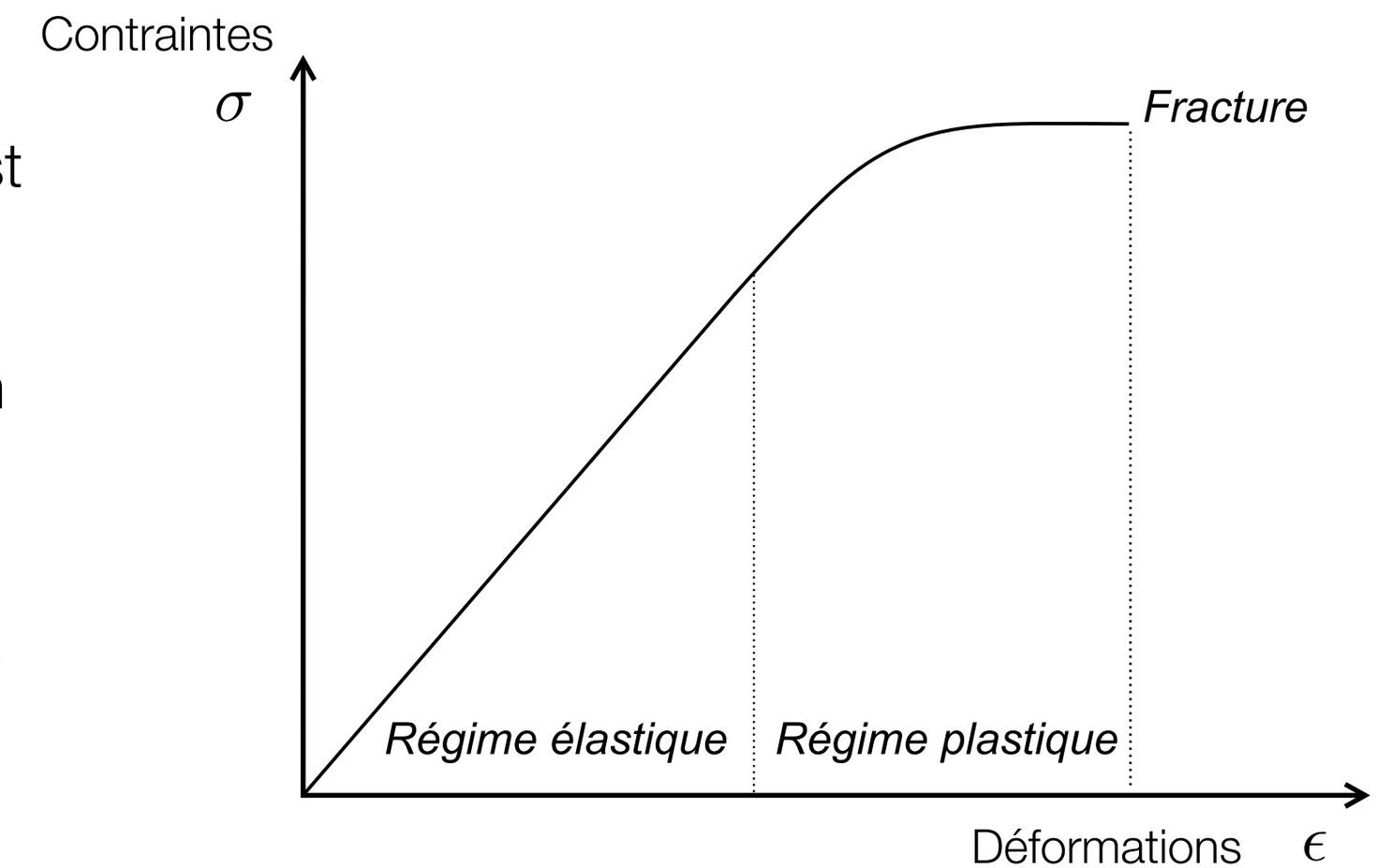
Déformations et contraintes

Les contraintes engendrent des déformations

Pour de petites contraintes, la relation contrainte/déformation est linéaire.

On peut alors assimiler le sol à un système masse-ressort

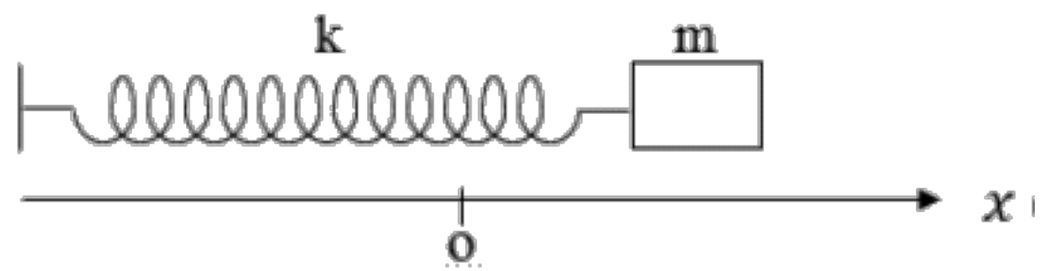




Déformations et contraintes

Les déformations et les contraintes sont donc reliées par des constantes, similaires aux constantes des ressorts:

$$F = kx$$



Loi de Hooke généralisée:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\epsilon}$$

Force par unité de surface

Allongement par unité de surface

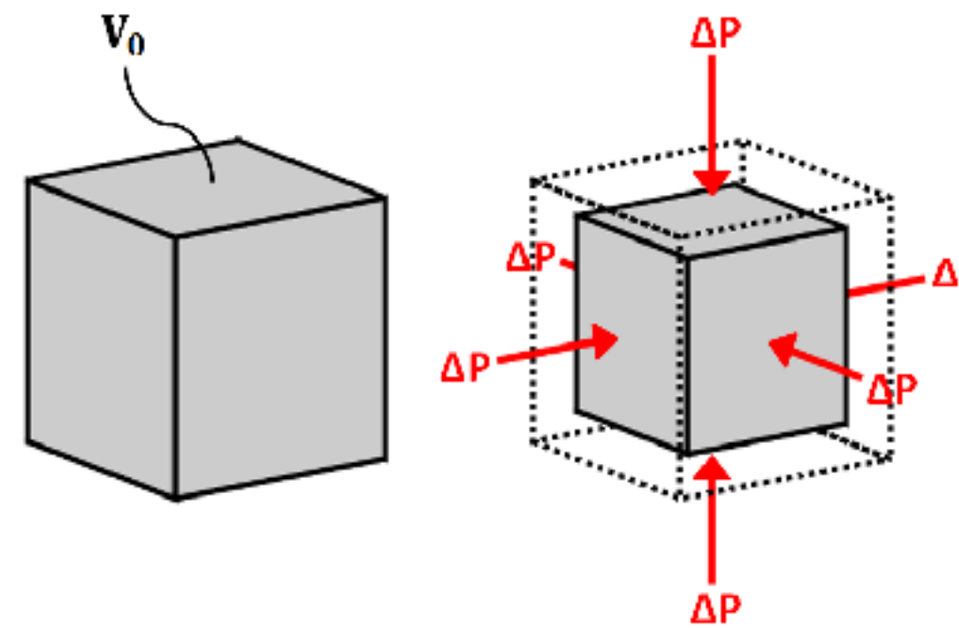
Tenseur de rigidité
(constante de ressort)

Déformations et contraintes

Les constantes du ressort sont les différents modules élastiques.

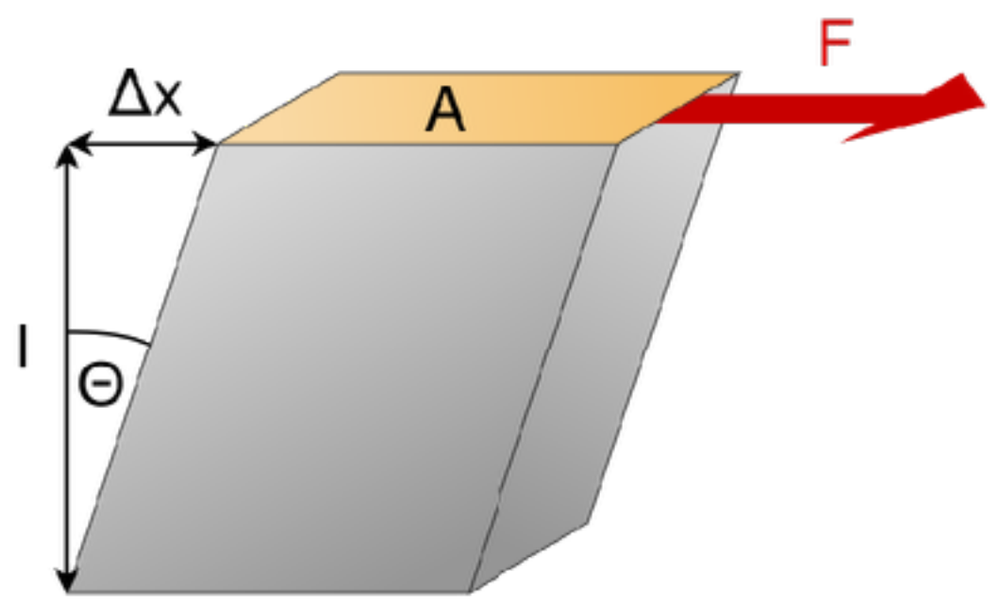
Module d'incompressibilité:

$$K = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_0} = \frac{1}{3}\frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}}{\epsilon_{11}+\epsilon_{22}+\epsilon_{33}}$$



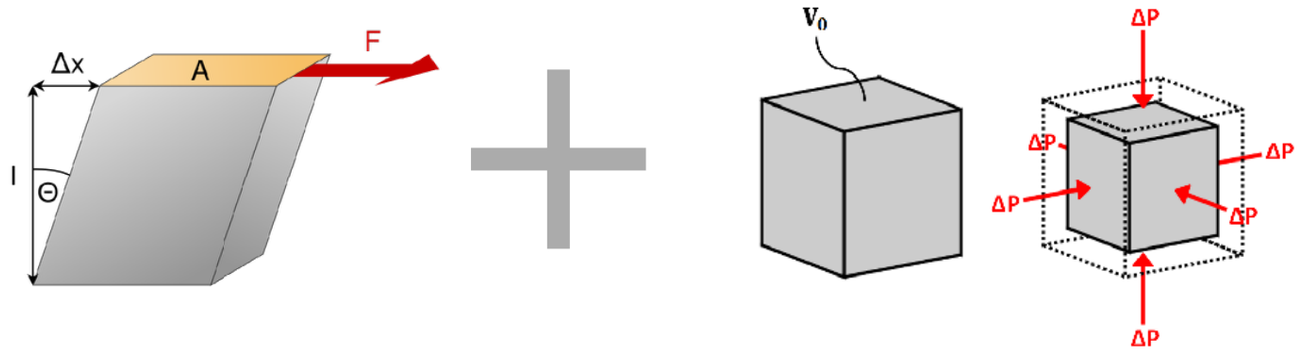
Module de cisaillement:

$$\mu = \frac{F/A}{\Delta x/l} = \frac{\sigma_{ij}}{\epsilon_{ij}}$$



Déformations et contraintes

Pour un milieu isotrope homogène, ces constantes ne dépendent pas de la direction sur lesquelles les contraintes sont appliquées. Il n'y a donc que deux constantes:



Loi de Hooke généralisée pour un milieu isotrope et homogène:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\epsilon} + (K - 2/3\mu)(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})\boldsymbol{I}$$
$$= 2\mu\boldsymbol{\epsilon} + (K - 2/3\mu)\boldsymbol{I}\delta$$

Cisaillement

Dilatation
(déformation due à la pression)

Propagation sismique

On applique brusquement une large **force** sur le sol.

Cette force fera varier les **contraintes** dans le sol, ce qui provoquera des **déformations** momentanées du volume de sol à proximité.

Ces déformations peuvent être mesurées par le **déplacement** d'une surface.

Comment varient contraintes, déformations et déplacements **dans l'espace et le temps** ?

https://teara.govt.nz/en/photograph/9759/seismic-survey

Deuxième loi de Newton

La deuxième loi de Newton:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

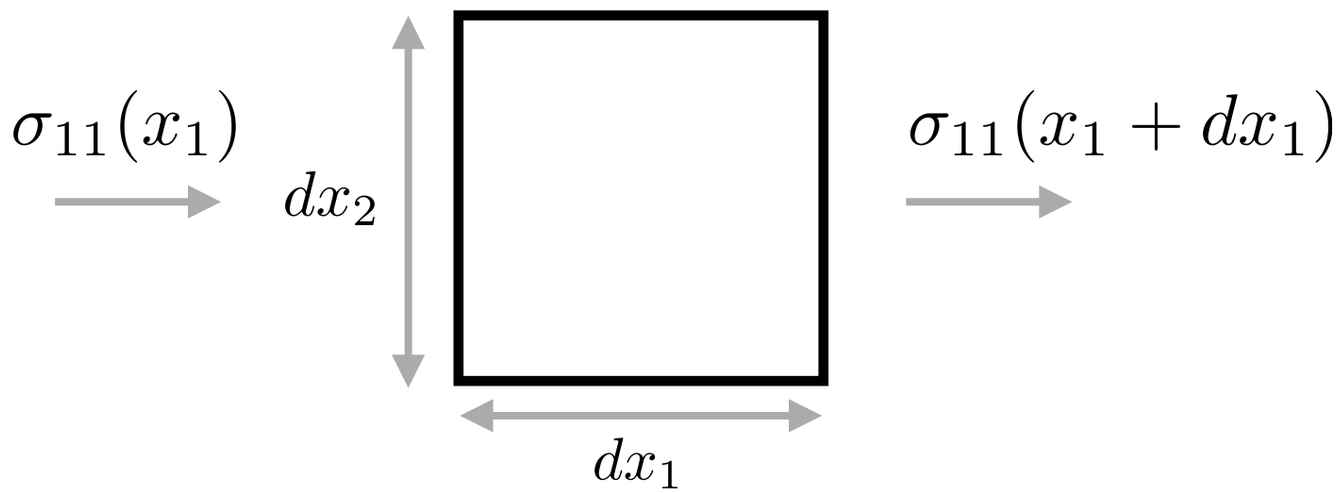
Nous sommes intéressés par la densité de force, c'est-à-dire

$$\lim_{dx_i \to 0} \frac{\boldsymbol{F}}{dx_1 dx_2 dx_3} = \lim_{dx_i \to 0} \frac{m}{dx_1 dx_2 dx_3} \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}$$

$$\lim_{dx_i \to 0} \frac{\boldsymbol{F}}{dx_1 dx_2 dx_3} = \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}$$

Deuxième loi de Newton

Pour une seule contrainte en compression dans la direction 1:



$$\lim_{dx_i \to 0} \frac{F_{1\|1}}{dx_1 dx_2 dx_3} = \lim_{dx_i \to 0} \frac{\sigma_{11}(x_1) dx_2 dx_3 - \sigma_{11}(x_1 + dx_1) dx_2 dx_3}{dx_1 dx_2 dx_3}$$

$$= \lim_{dx_i \to 0} \frac{\sigma_{11}(x_1) - \sigma_{11}(x_1 + dx_1)}{dx_1}$$

$$\equiv \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}$$

Deuxième loi de Newton

En généralisant pour des contraintes sur les trois faces pour la direction 1:

$$\lim_{dx_i \to 0} \frac{F_1}{dx_1 dx_2 dx_3} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3}$$

En remplaçant dans l'équation de Newton, on obtient:

$$\lim_{dx_i \to 0} \frac{\boldsymbol{F}}{dx_1 dx_2 dx_3} = \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

Vers l'équation d'onde

Depuis la deuxième loi de Newton:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

Nous avons aussi la loi de Hooke:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{\epsilon} + (K - 2/3\mu)\boldsymbol{I}\delta$$

En remplaçant les contraintes par les déplacements:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k}$$

Vers l'équation d'onde

Depuis la deuxième loi de Newton et la loi de Hooke:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k}$$

Nous avions trouvé une relation entre déformations et déplacements:

$$\epsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, 3$$

Vers l'équation d'onde

Depuis la deuxième loi de Newton et la loi de Hooke:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k}$$

En remplaçant les termes:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} \\ &+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ &+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \\ &+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\end{aligned}$$

Vers l'équation d'onde

Depuis la deuxième loi de Newton et la loi de Hooke:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k}$$

En remplaçant les termes:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} \\
&+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\
&+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \\
&+ \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}
\end{aligned}$$

$\nabla^2 \boldsymbol{u}$

$$\begin{aligned}
\delta &= \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{22} \\
&= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\
&= \nabla \cdot \boldsymbol{u}
\end{aligned}$$

Vers l'équation d'onde

Depuis la deuxième loi de Newton et la loi de Hooke:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K - 2/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k}$$

En remplaçant les termes:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (K + 1/3\mu)\frac{\partial \delta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u}$$

En notation vectorielle:

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (K + 1/3\mu)\nabla \delta + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u}$$

Équation d'onde

L'équation d'onde élastique pour un milieu homogène isotrope:

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (K + 1/3\mu)\nabla\delta + \mu\nabla^2\boldsymbol{u}$$

La forme générale d'une équation différentielle pour une onde est:

$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2\phi$$

On peut obtenir une telle forme en prenant la divergence et le rotationnel de l'équation d'onde, ce qui nous donnera une équation pour les ondes P et S.

Équation pour les ondes P

En prenant la divergence:

$$\rho \frac{\partial^2 \nabla \cdot \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (K + 1/3\mu)\nabla^2 \delta + \mu \nabla^2 \nabla \cdot \boldsymbol{u}$$

se rappelant que $\delta = \nabla \cdot \boldsymbol{u}$:

$$\rho \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = (K + 4/3\mu)\nabla^2 \delta$$

et donc que:

$$\frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \delta \qquad V_p = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}}$$

Équation pour les ondes S

En prenant le rotationnel:

$$\nabla \times \nabla f = 0 \qquad\qquad \nabla \times \nabla^2 \boldsymbol{a} = \nabla^2(\nabla \times \boldsymbol{a})$$

$$\rho \frac{\partial^2 \nabla \times \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (K + 1/3\mu)\nabla \times \nabla\delta + \mu \nabla \times \nabla^2 \boldsymbol{u}$$

avec $\Theta = \nabla \times \boldsymbol{u}$:

$$\rho \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \Theta$$

et donc:

$$\frac{1}{V_s^2}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Theta \qquad\qquad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

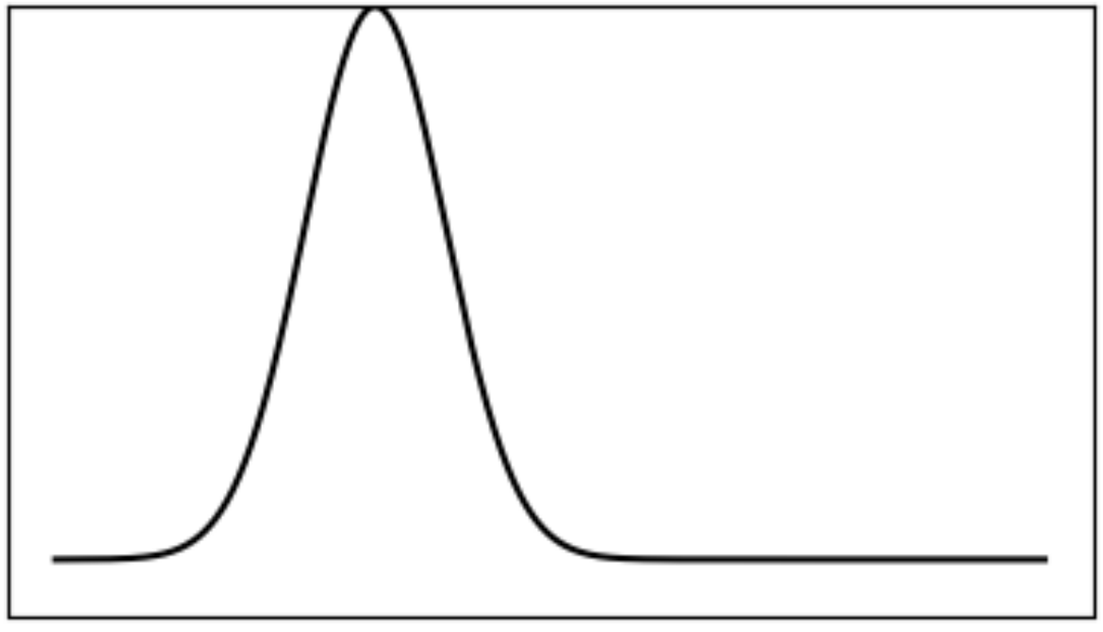
Ondes de compression et de cisaillement

Les ondes P et S répondent à l'équation différentielle:

$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \nabla^2\phi$$

Une solution générale a la forme (remplacer dans l'équation pour vérifier):

$$\phi \rightarrow \phi(x + Vt)$$



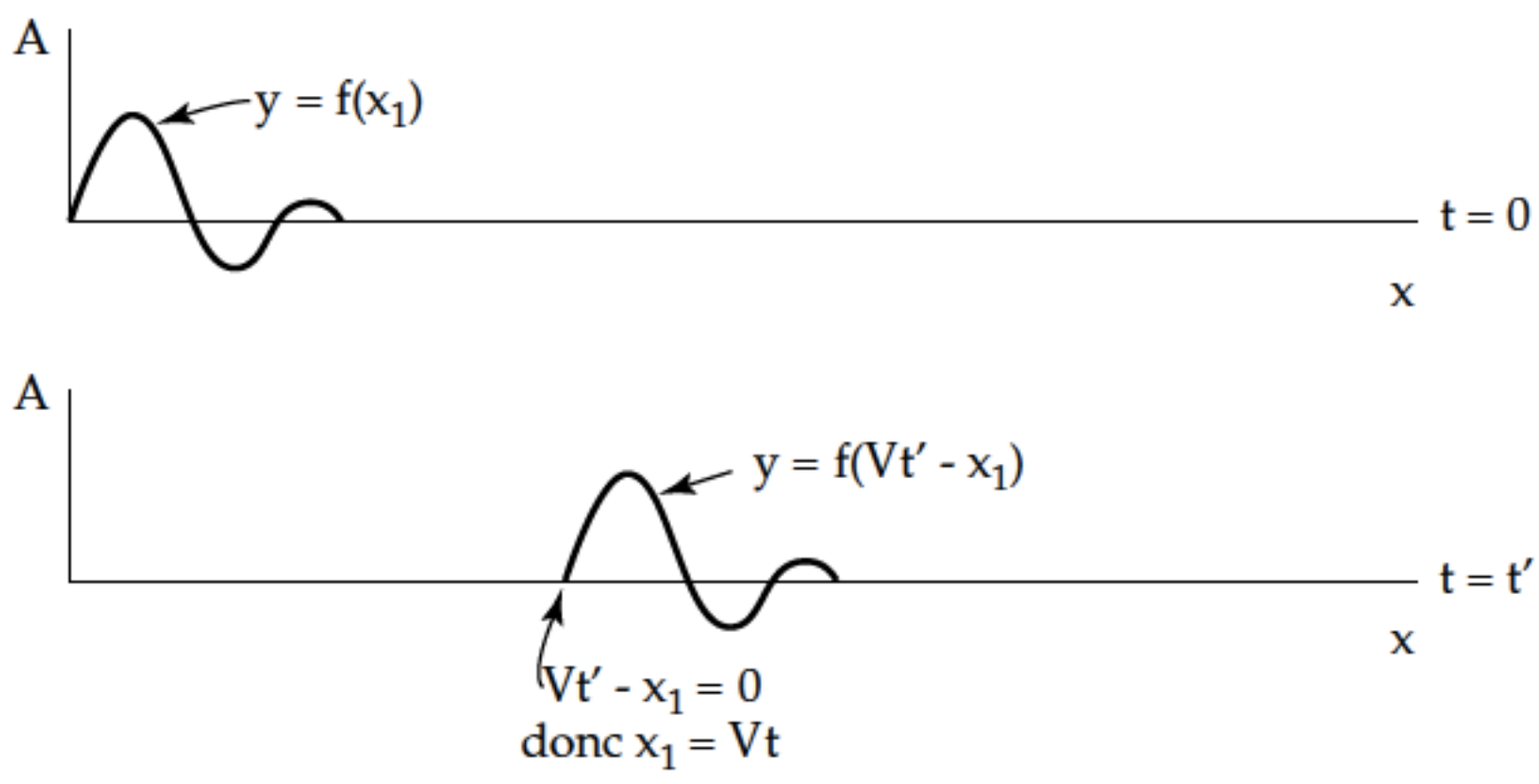
Ondes de compression et de cisaillement

Les ondes P et S répondent à l'équation différentielle:

$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \nabla^2\phi$$

Une solution générale a la forme (remplacer dans l'équation pour vérifier):

$$\phi \rightarrow \phi(x + Vt)$$



Ondes P et ondes S

Ondes P

$$\frac{1}{V_p^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \delta$$

avec $\delta = \nabla \cdot \boldsymbol{u}$.

Pour un déplacement dans la direction 1

$$\boldsymbol{u} = u_1(x1 + V_p t)\hat{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1}}$$

$$\delta = \nabla \cdot \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_1(x1 + V_p t)}{\partial x_1}$$

L'onde se propage dans la même direction que les déplacements.

Ondes S

$$\frac{1}{V_s^2}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Theta$$

avec $\Theta = \nabla \times \boldsymbol{u}$.

Pour un déplacement dans la direction 2

$$\boldsymbol{u} = u_2(x_1 + V_s t)\hat{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{2}}$$

$$\Theta = \nabla \times \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_2(x_1 + V_s t)}{\partial x_1}$$

L'onde se propage perpendiculairement à la direction des déplacements.

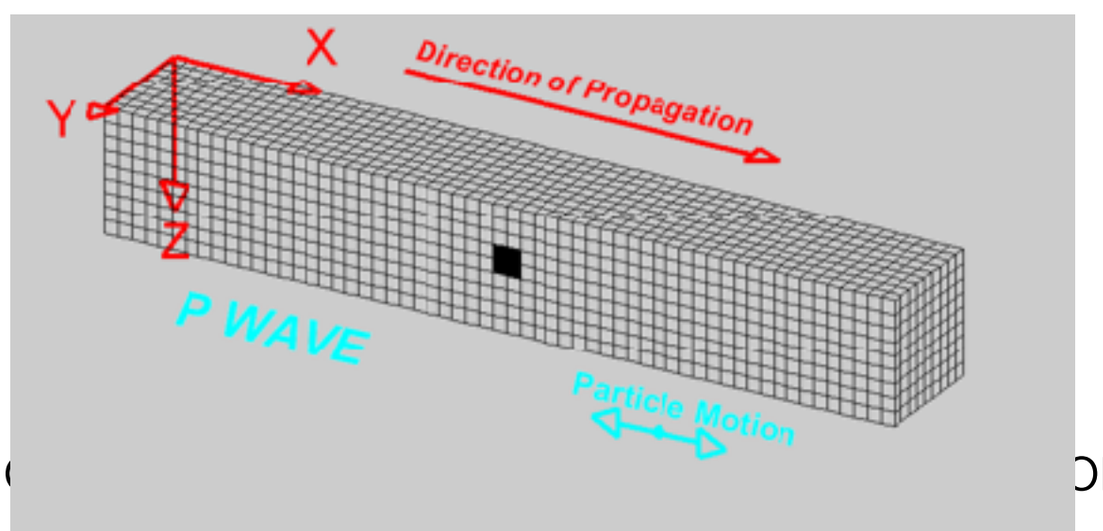
Ondes P et ondes S

Ondes P

$$\frac{1}{V_p^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \delta$$

avec $\delta = \nabla \cdot \boldsymbol{u}$.

Pour un déplacement dans la direction 1



L'

on

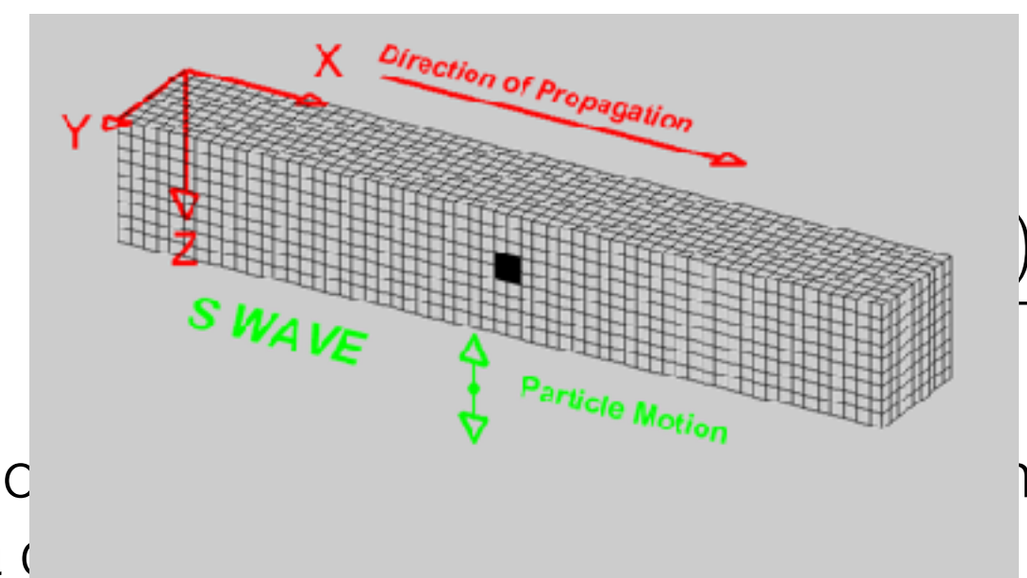
que les déplacements.

Ondes S

$$\frac{1}{V_s^2}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Theta$$

avec $\Theta = \nabla \times \boldsymbol{u}$.

Pour un déplacement dans la direction 2



)

L'c

nt à

la c

Propagation sismique

On applique brusquement une force sur le sol.

Ceci entraine des contraintes qui produisent des déformations élastiques du sol.

Les déformations se propagent dans l'espace sous la forme d'une onde.

Deux types d'ondes se propagent: les ondes P (compression) et S (cisaillement)

https://teara.govt.nz/en/photograph/9759/seismic-survey