

# GLQ3205

## Géophysique appliquée 2

# Méthodes Électriques

---

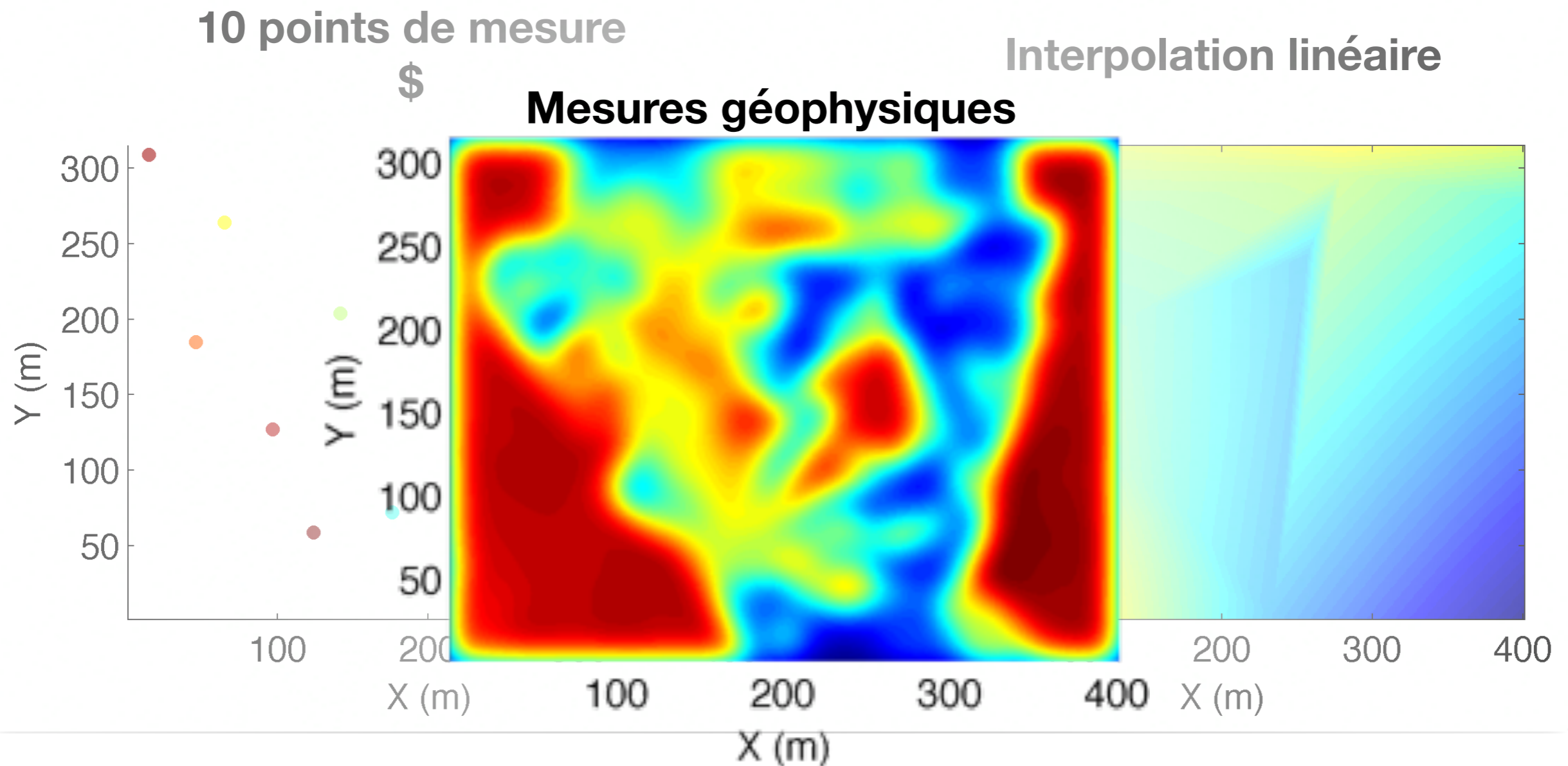
Ahmed Mhenni  
[ahmed.mhenni@polymtl.ca](mailto:ahmed.mhenni@polymtl.ca)

Été 2024

### Plan du cours

1. Équations constitutives du DC
2. La résistivité électrique
3. Les source de courants terrestres
4. La méthode de la polarisation spontanée

# L'échec des mesures ponctuelles



La géophysique apporte un image floue de moindre précision, qui permet cependant de mieux discerner la structure globale.

# Mesures indirectes

---

**Propriété géophysique:** Une propriété physique mesurée ou estimée par une méthode géophysique. La plupart du temps, c'est une mesure que l'on dit indirecte, c'est-à-dire qu'elle n'est pas une propriété géologique en soi.

*Ex: La densité telle que mesurée en gravimétrie*

Les liens entre les propriétés géophysiques et les propriétés géologiques se nomment les **relations pétrophysiques**.

Les mesures géophysiques comportent des avantages et inconvénients:

## **Avantages**

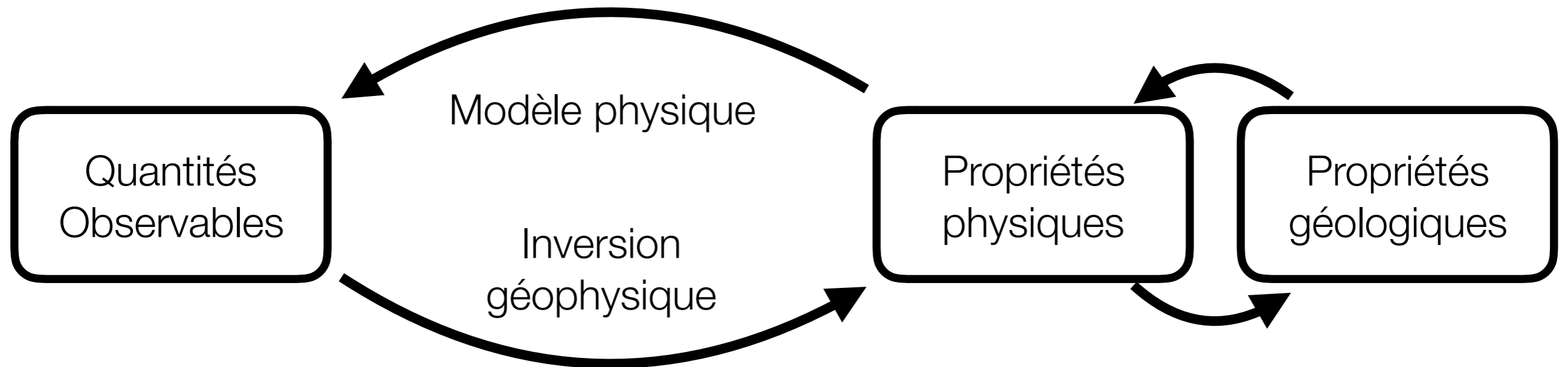
- Continuité spatiale des mesures
- Ratio volume investigué/coût élevé
- Mesures non-destructives

## **Inconvénients**

- Résolution limitée
- Intégration quantitative difficile
- Mesures parfois ambiguës
- Demande un personnel spécialisé
- Échec possible des levés

# Propriétés physiques et modèles physiques

---



En géophysique, nous voulons faire la **mesure de quantités observables** afin d'**inférer les propriétés physiques** de la sous-surface pour en faire un **interprétation géologique**.

Questions importantes:

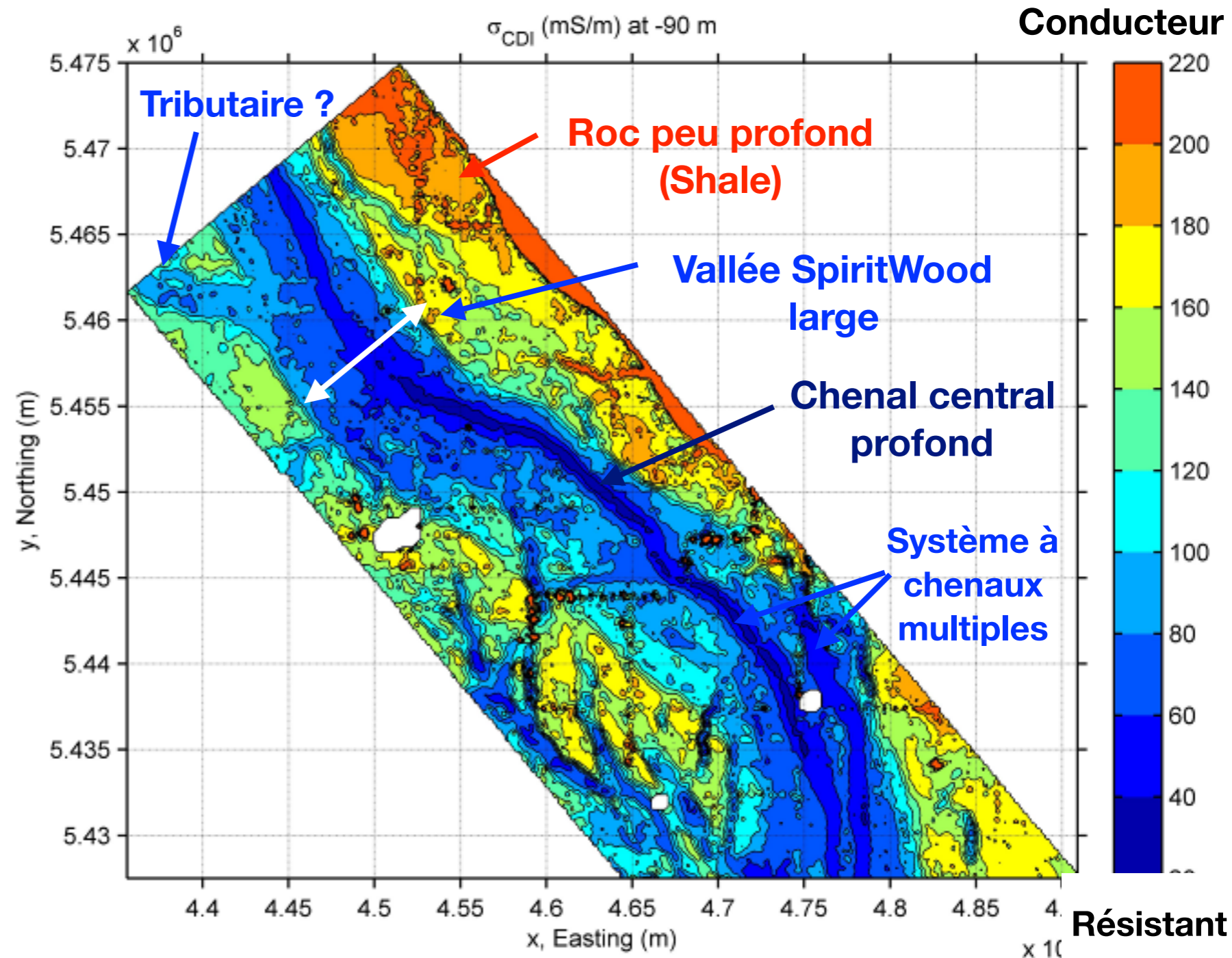
- Quelles quantités observables peuvent être reliées à quelles propriétés physiques ?
- Quel est l'impact des incertitudes des mesures sur l'estimation des propriétés physiques ?
- Est-ce que les mesures requises sont réalisables ?

# Méthodes géophysiques classiques

Famille	Loi physique	Observable	Propriété
Gravimétrie	Loi de la gravité	Accélération gravitationnelle	Densité
Sismique	Mécanique des milieux continus	Vibrations	Modules élastiques
Magnétisme	Équations de Maxwell	Champ magnétique	Perméabilité magnétique
Électrique			Résistivité électrique
Électromagnétique		Champ électrique	Résistivité électrique
Géoradar		Potentiel électrique	Permittivité diélectrique
Résonance nucléaire		Contenu en eau	

# La géophysique en 7 étapes

1. Formulation du problème
2. Choisir les propriétés géophysiques à mesurer
3. Sélectionner une méthode géophysique
4. Acquérir les données
5. Traiter les données
6. Interpréter les résultats
7. Synthèse



# 1. Les équations constitutives en électrique

# Champ électrique

---

- Équation de Maxwell-Gauss:

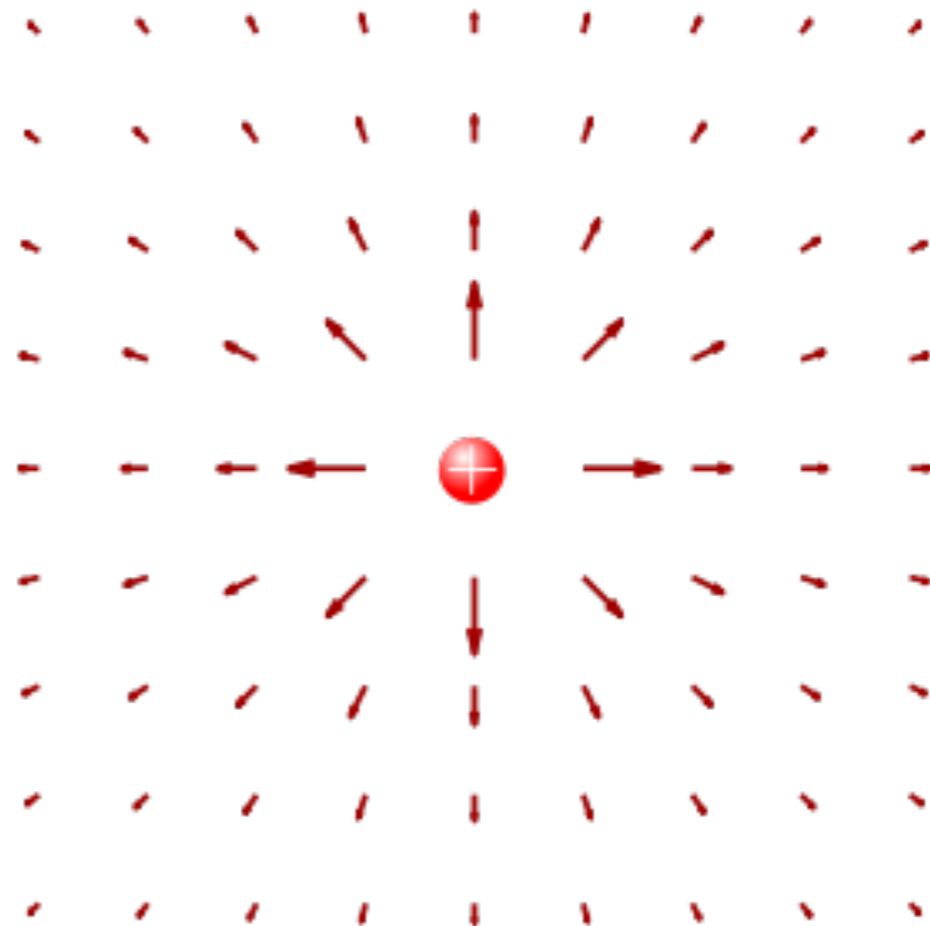
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- Pour une charge élémentaire, la solution est

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \mathbf{e}_r$$

- Une charge placée dans ce champ subira une force donnée par:

$$\mathbf{F} = q_2 \mathbf{E}$$





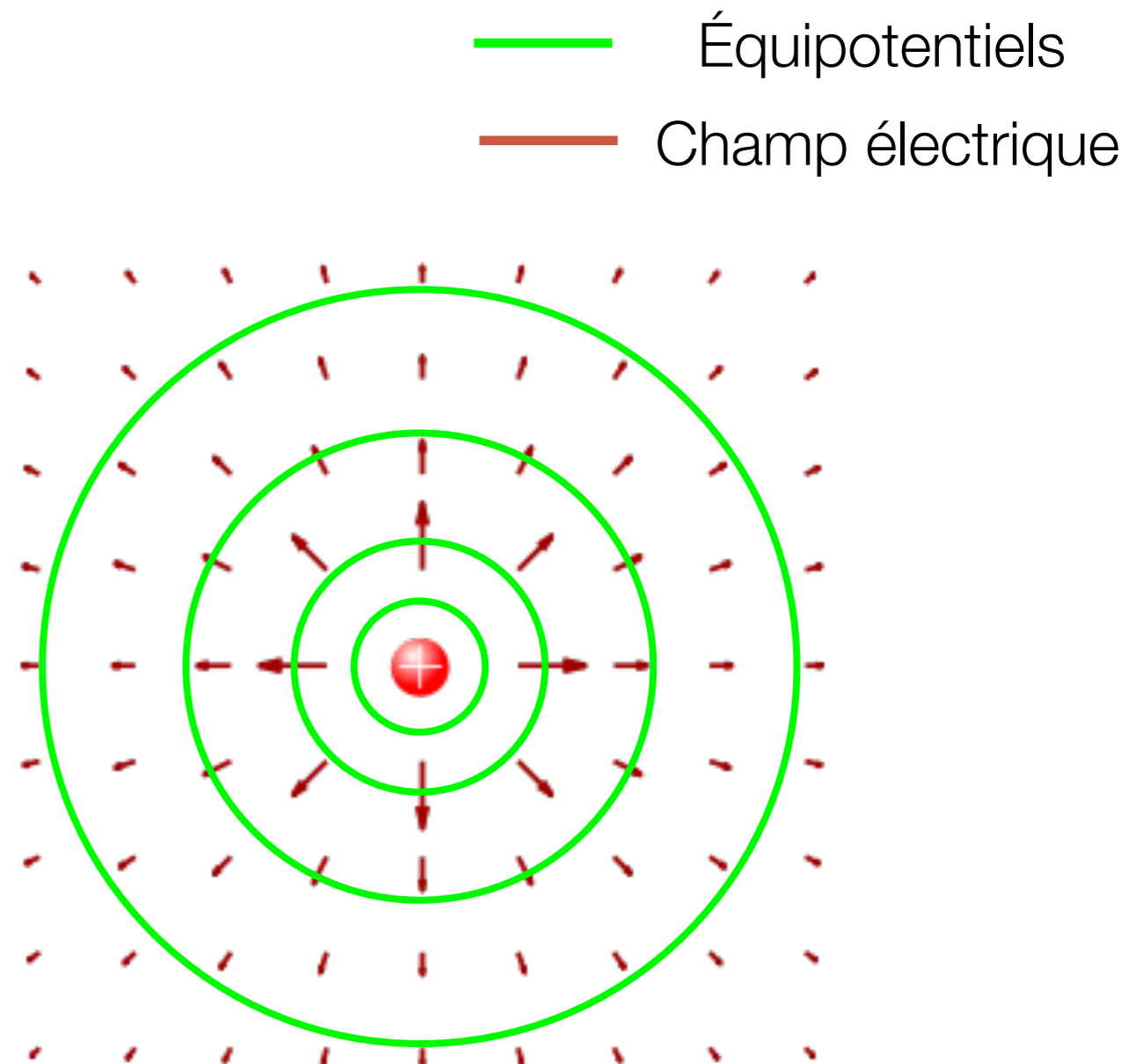
# Potentiel électrique

- Il est plus commode de résoudre les équations d'électrodynamique à l'aide du potentiel électrique

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

- La direction du champ électrique est perpendiculaire aux équipotentiels
- La magnitude du champ électrique est proportionnel à la densité des équipotentiels



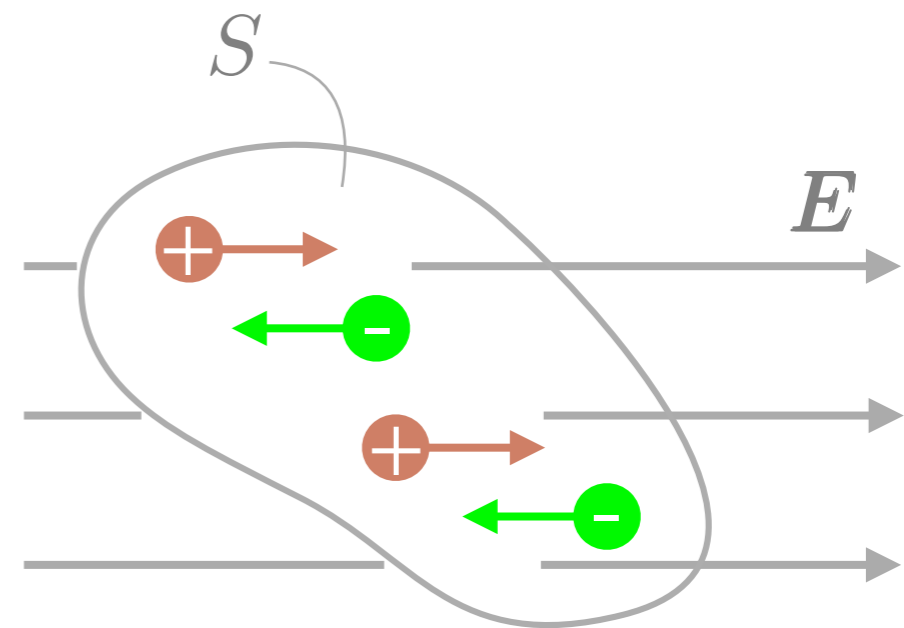
# Densité de courant

- Des charges libres dans un champ électrique subiront une force, qui causeront un déplacement de charges. Ce flux s'appelle la densité de courant:

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \\ &= -\sigma \nabla V\end{aligned}$$

- La conductivité est le rapport de la densité de courant par rapport au champ électrique

$$\sigma = \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{E}}$$



$$\begin{aligned}I &= \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}\end{aligned}$$

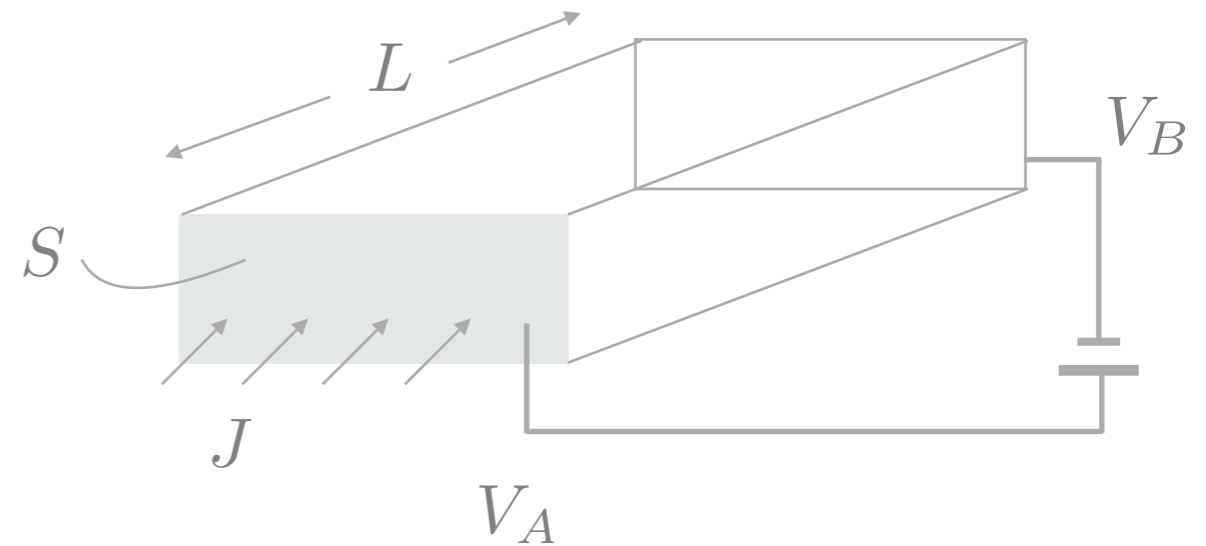
# Loi d'Ohm

- On se souvient de la loi d'Ohm

$$\Delta V = RI$$

- L'expression locale de cette loi n'est autre que

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \\ &= -\sigma \nabla V \end{aligned}$$



$$\int_L \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} dl = \int_L \int_S \sigma \frac{\partial V}{\partial l} \cdot d\mathbf{S} dl$$

$$JSL = \sigma(V_A - V_B)S$$

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = JS$$

$$\Delta V = \frac{L}{\sigma S} I = RI$$

# Conductivité électrique

---

- La conductivité électrique est une propriété intrinsèque, tandis que la résistance dépend de la géométrie de l'objet.

$$R = \rho \frac{L}{S} [\Omega]$$

- La conductivité décrit la facilité des charges à se déplacer dans un matériau, tandis que la résistivité décrit la résistance au déplacement de ces charges.

$$\sigma [S/m]$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} [\Omega \cdot m]$$

# Analogie avec la loi de Darcy

---

La loi de Darcy:

$$\mathbf{q} = K \nabla \phi$$

Équation de la continuité:

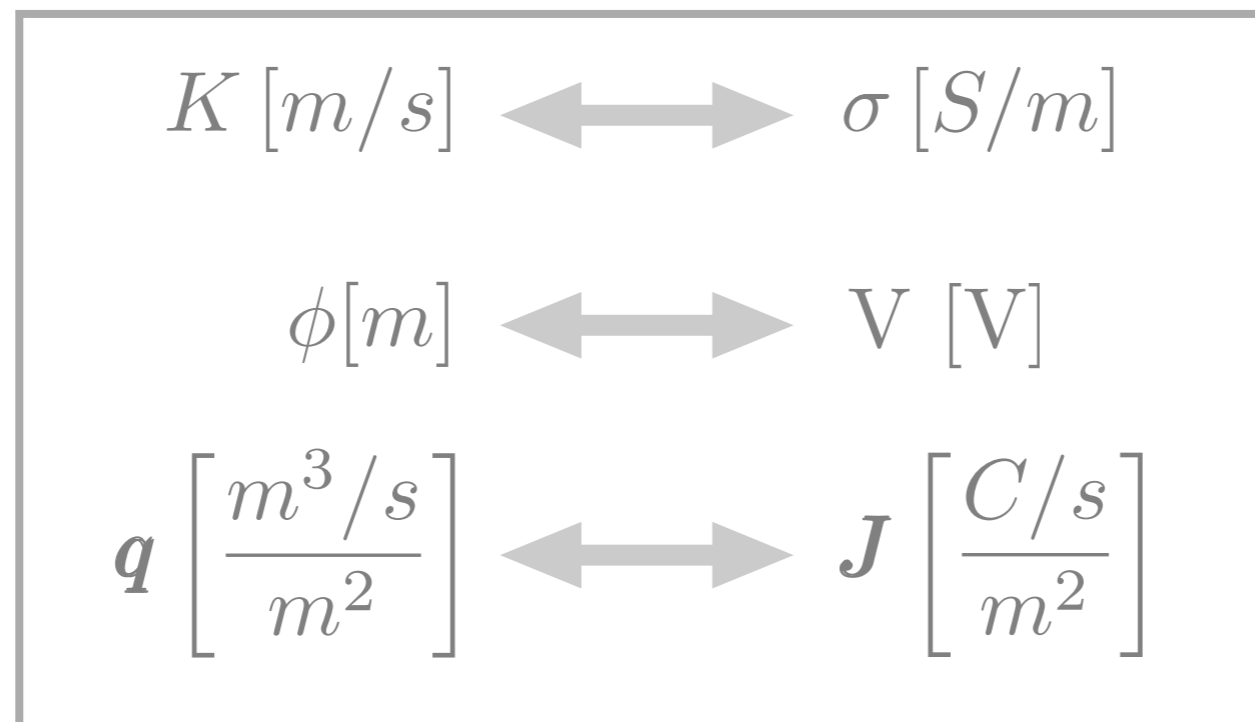
$$\nabla^2 \phi = 0$$

La loi d'Ohm:

$$\mathbf{J} = -\sigma \nabla V$$

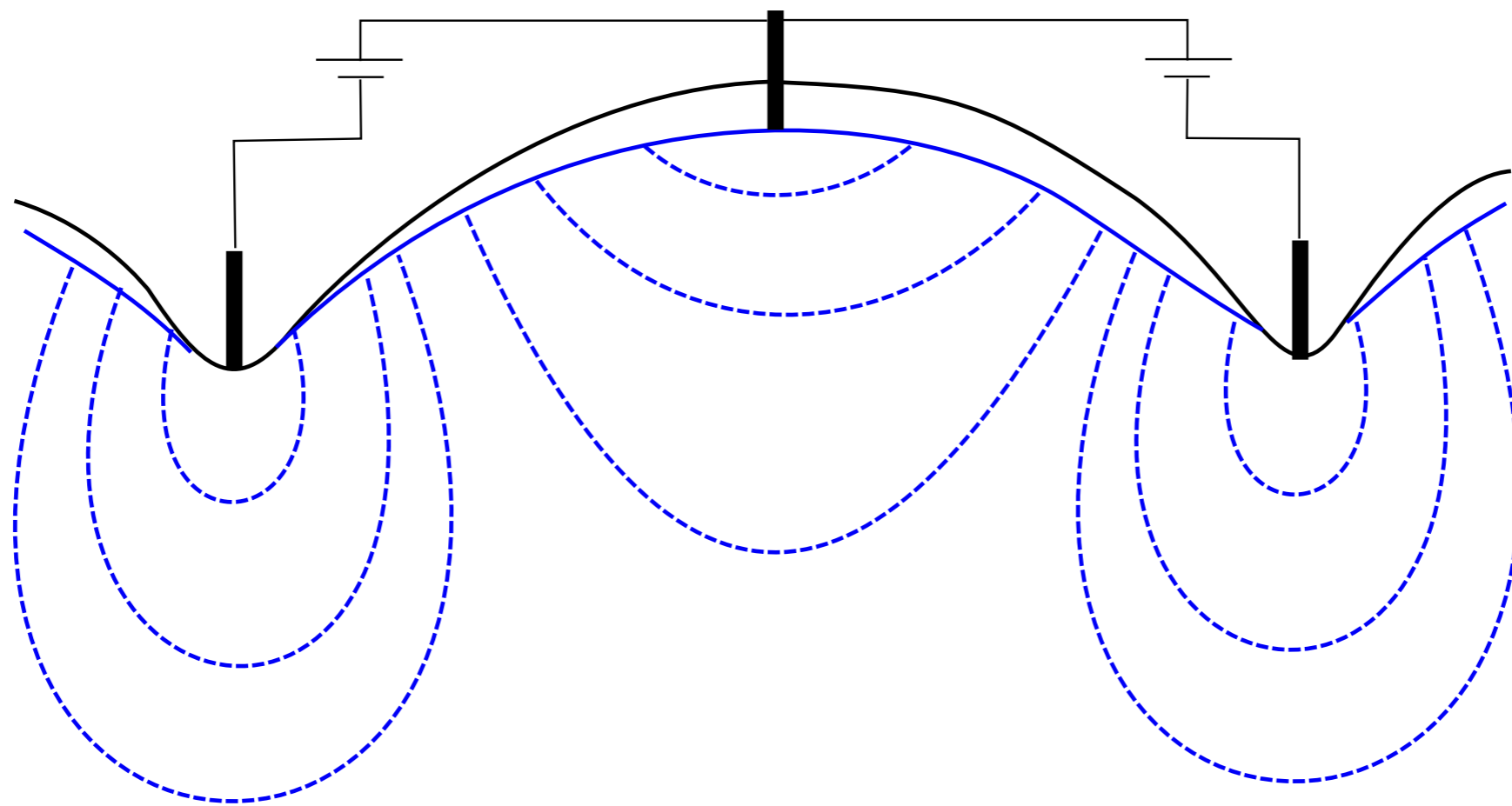
Équation Maxwell-Gauss (sans charge)

$$\nabla^2 V = 0$$



# Équipotentiels et lignes de courant dans le sol

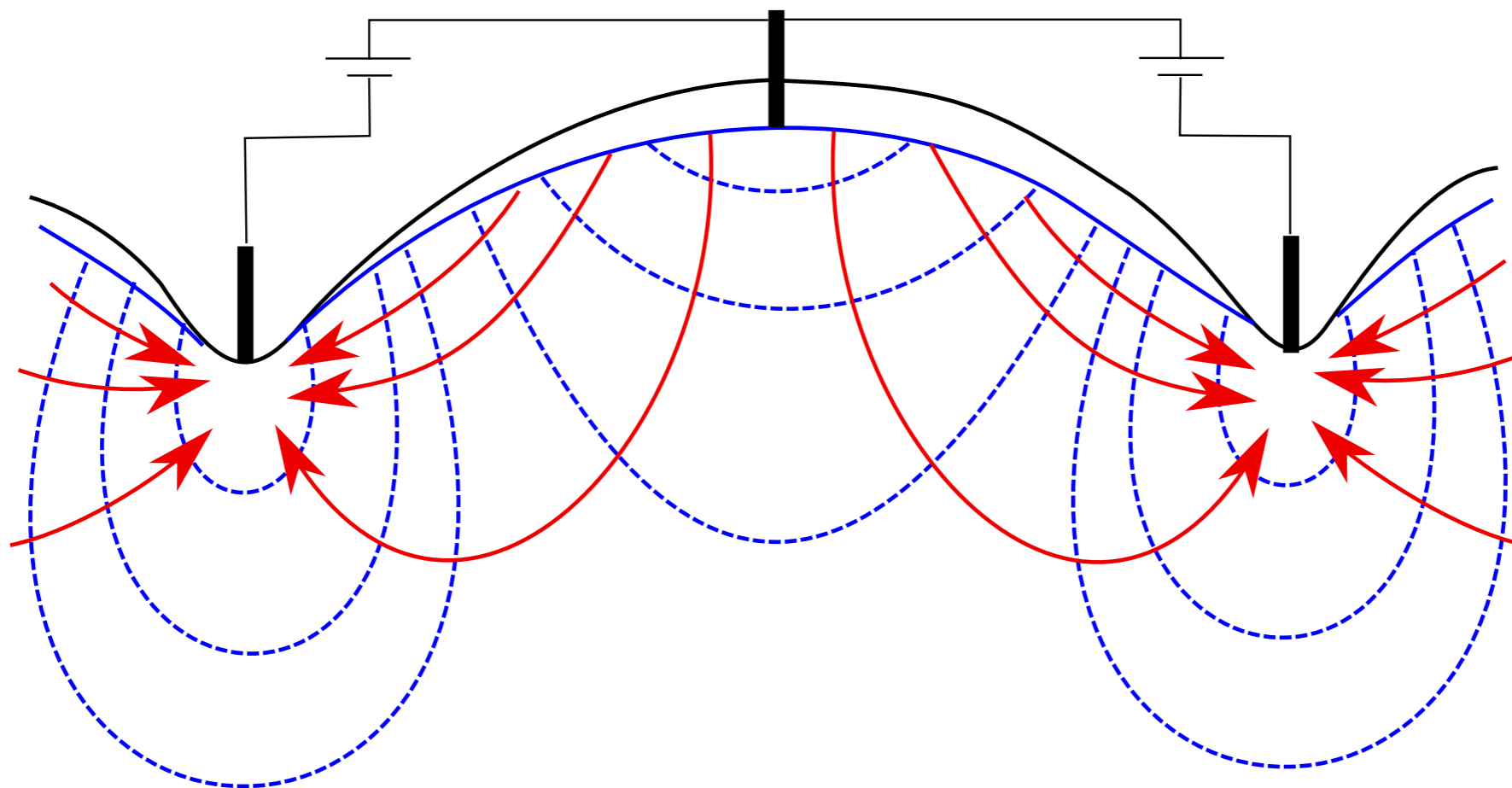
Les lignes de courant traversent perpendiculairement les équipotentiels, exactement comme en hydrogéologie!



----- Isopièzes / équipotentiels

# Équipotentiels et lignes de courant dans le sol

Les lignes de courant traversent perpendiculairement les équipotentiels, exactement comme en hydrogéologie!



- Isopièzes / équipotentiels
- Lignes de courant

# Résumé des équations en électricité

- Équation de Maxwell-Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

← densité de charge!

- Définition du potentiel électrique

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

- Définition de la densité de courant

$$\mathbf{J} = -\sigma \nabla V$$

- Relation résistivité/conductivité

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Variable	Symbole	Unités
Champ électrique	$E$	$[V/m]$
Potentiel électrique	$V$	$[V]$
Densité de courant	$J$	$[A/m^2]$
Conductivité	$\sigma$	$[S/m]$
Résistivité	$\rho$	$[\Omega \cdot m]$



# Points importants

---

- Les différences de potentiels électriques induisent des courants électriques dans le sol.
- Les courants électriques peuvent être de nature naturelle, anthropique ou induite.
- La distribution du courant dans le sol dépend de sa résistivité électrique
- Les méthodes électriques mesurent les courants et/ou les différences de potentiels

## 2.0 La résistivité électrique des matériaux poreux

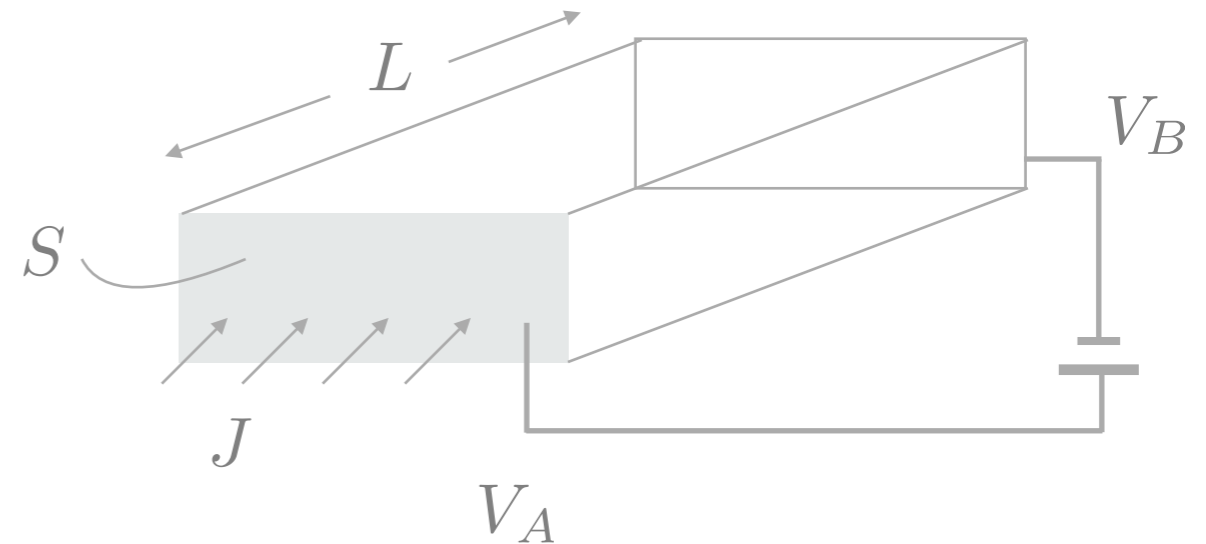
# Définition

- On se souvient de la loi d'Ohm

$$\Delta V = RI$$

- L'expression locale de cette loi n'est autre que

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \\ &= -\sigma \nabla V \end{aligned}$$



$$\int_L \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} = \int_L \sigma \frac{\partial V}{\partial l} dl$$

$$JL = \sigma \Delta V$$

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = JS$$

$$\Delta V = \frac{L}{\sigma S} I = RI$$

# Mécanismes de conduction

---

- Conduction électronique:
  - Significative en présence de métaux uniquement
- Conduction ionique:
  - en présence d'une solution électrolytique dans les pores
  - déplacement des ions par diffusion
- Conduction de surface
  - Conduction dans la double couche d'Helmoltz
  - Proportionnelle à la surface spécifique des pores
  - Devient significative dans les silts et argiles

# Conduction électronique

---

- Certain minéraux sont naturellement conducteurs.
- Les métaux possèdent des électrons libres, qui ne sont pas liés par aucun atome, et peuvent donc former un courant.
- Le porteur de charges est l'électron.

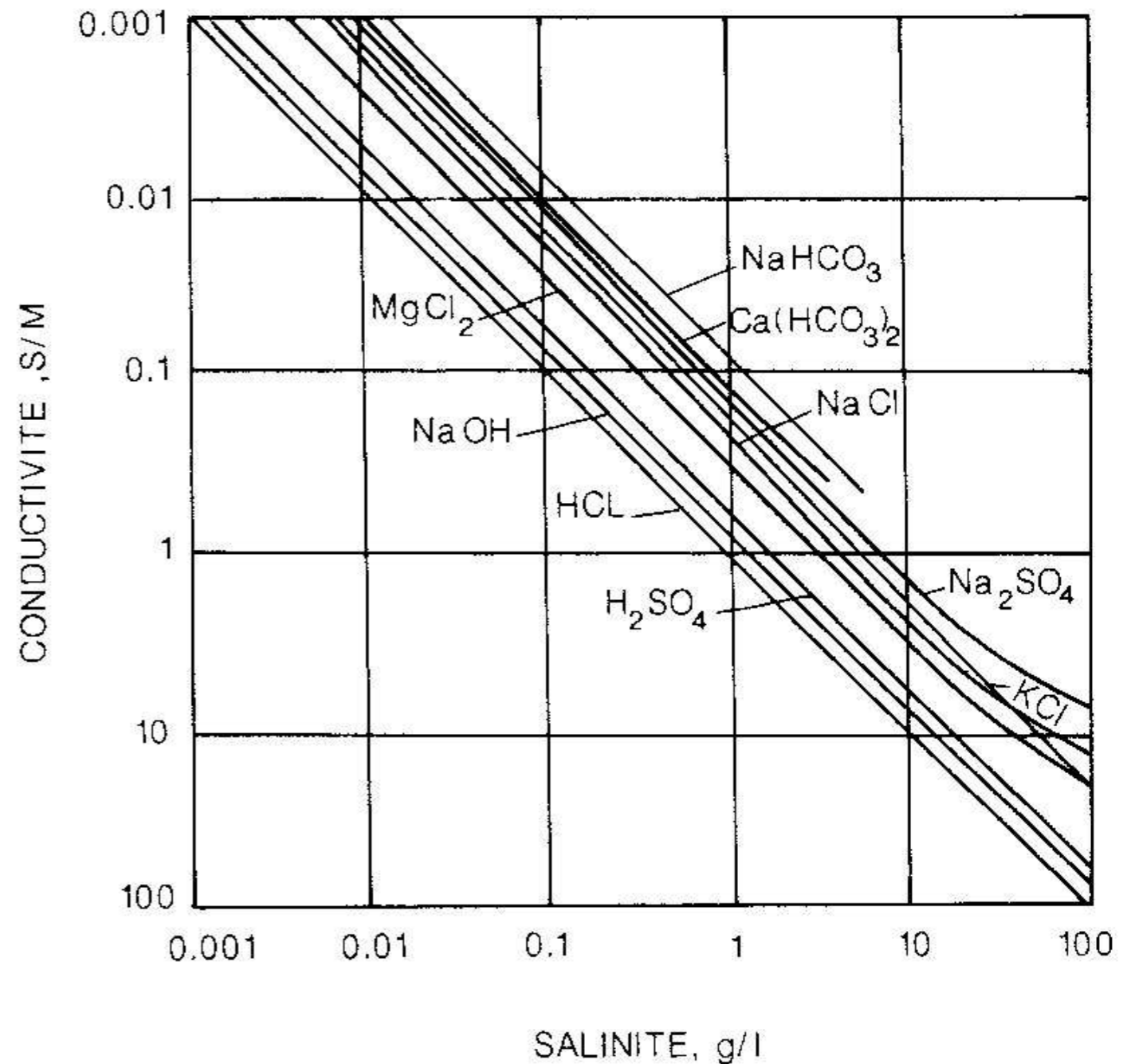
Minéral	Résistivité ( $\Omega\text{m}$ )
Graphite (parallèle au clivage)	$3.6 \times 10^{-7} - 1 \times 10^{-6}$
Graphite (perpendiculaire au clivage)	$2.8 \times 10^{-7} - 2.9 \times 10^{-4}$
Galène (PbS)	$6.8 \times 10^{-6} - 9 \times 10^{-2}$
Pyrite (FeS <sub>2</sub> )	$1.2 \times 10^{-3} - 0.6$
Magnétite (Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> )	$5.2 \times 10^{-5}$

# Conduction ionique

La conductivité d'une solution électrolytique:

$$\sigma_w = \frac{nq^2}{6\pi\eta r}$$

- $n$  : densité de charges
- $q$  : charge
- $\eta$  : viscosité du fluide
- $r$  : rayon effective de l'ion

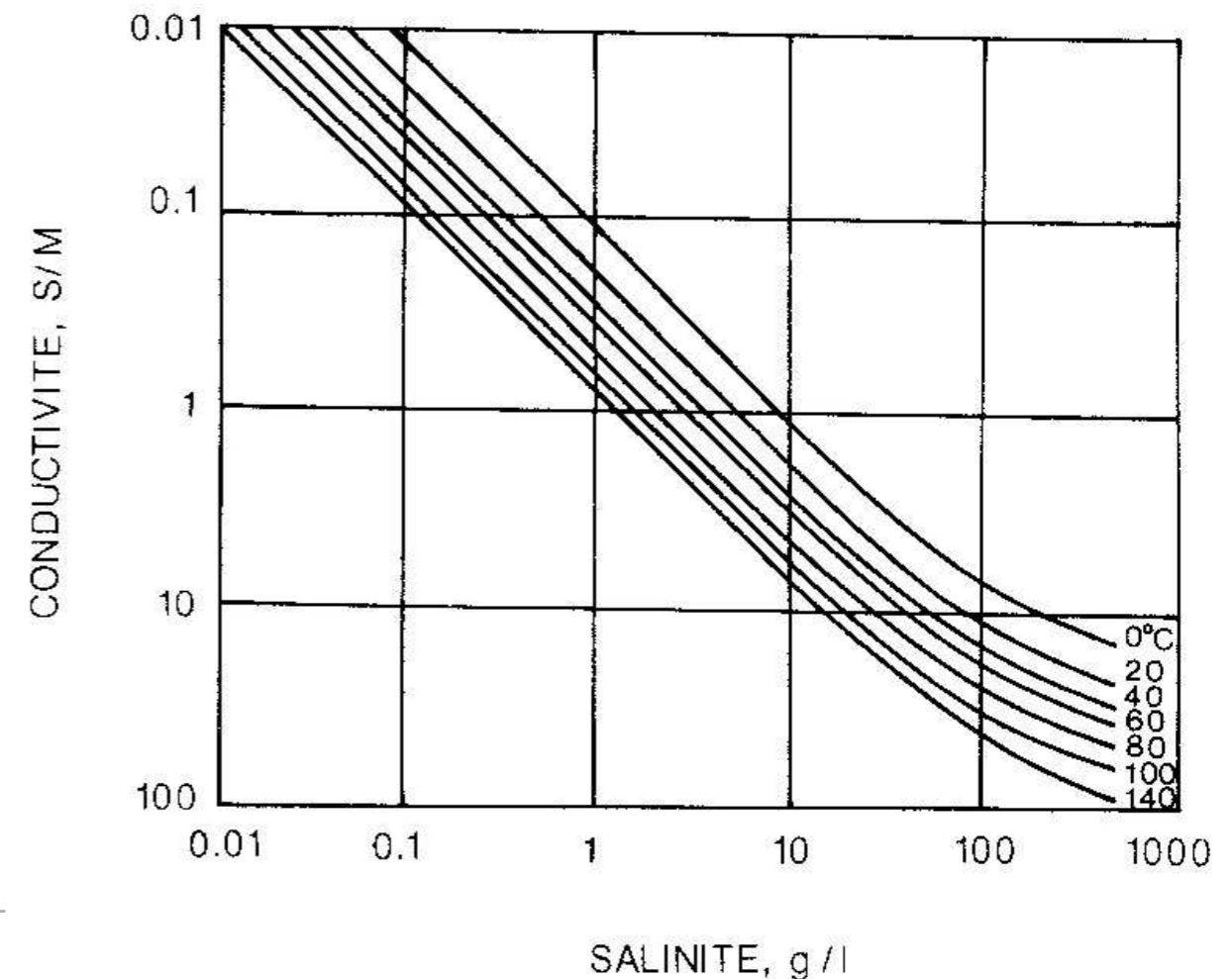


# Conduction ionique: effet de la température

Pour l'eau, on peut réduire la formule précédente à:

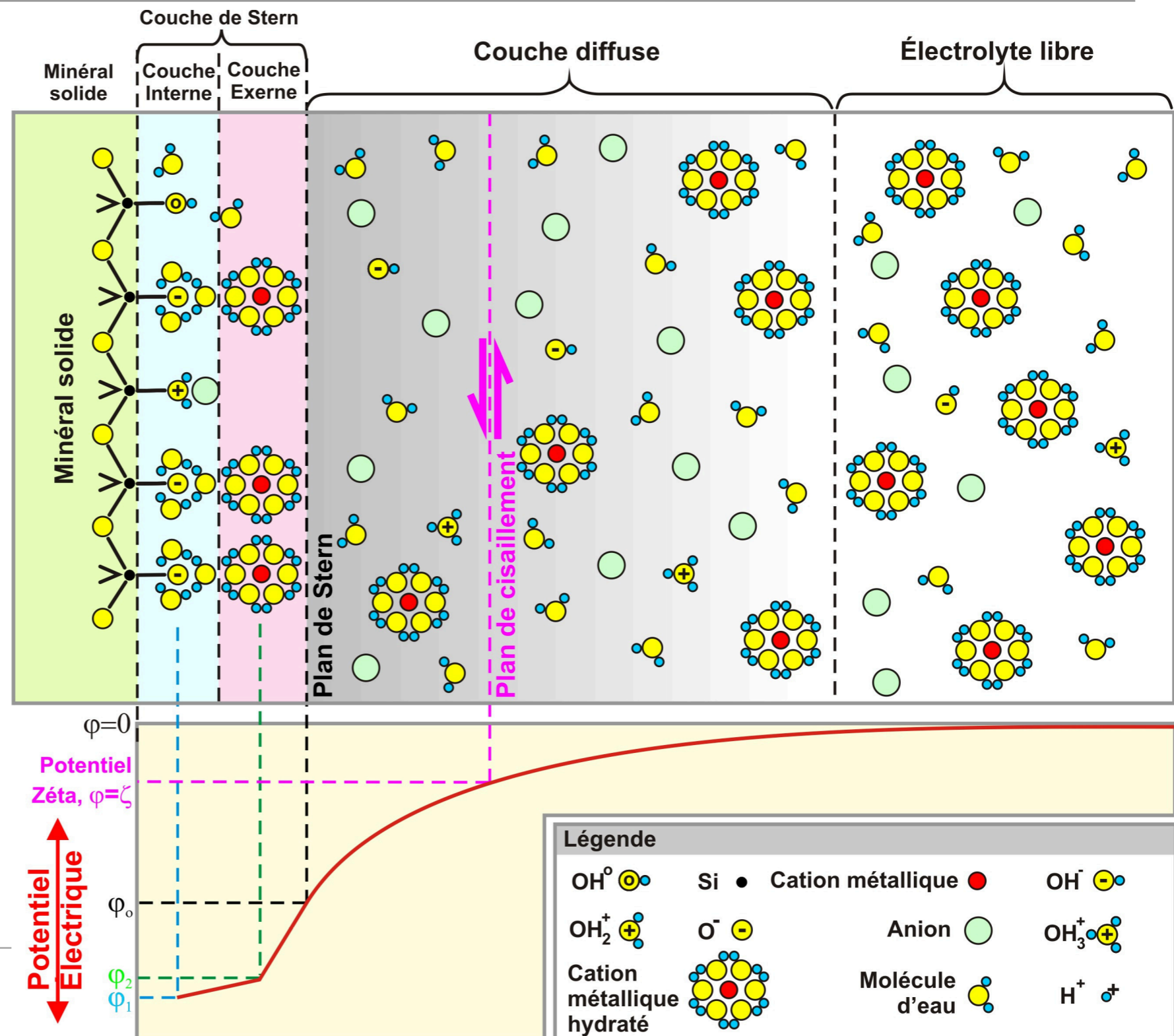
$$\sigma_w = 1.6 \times 10^{-4} TDS \left( 1 - \frac{25 - T}{50} \right) \quad [S/m]$$

- $TDS$  : solides dissous (mg/L)
- $T$  : température °C



# Conduction de surface

- La double couche d'Helmoltz contient des ions permettant la conduction d'un courant électrique
- Plus le ratio surface/volume des pores est élevé, plus la conductivité de surface est élevée.





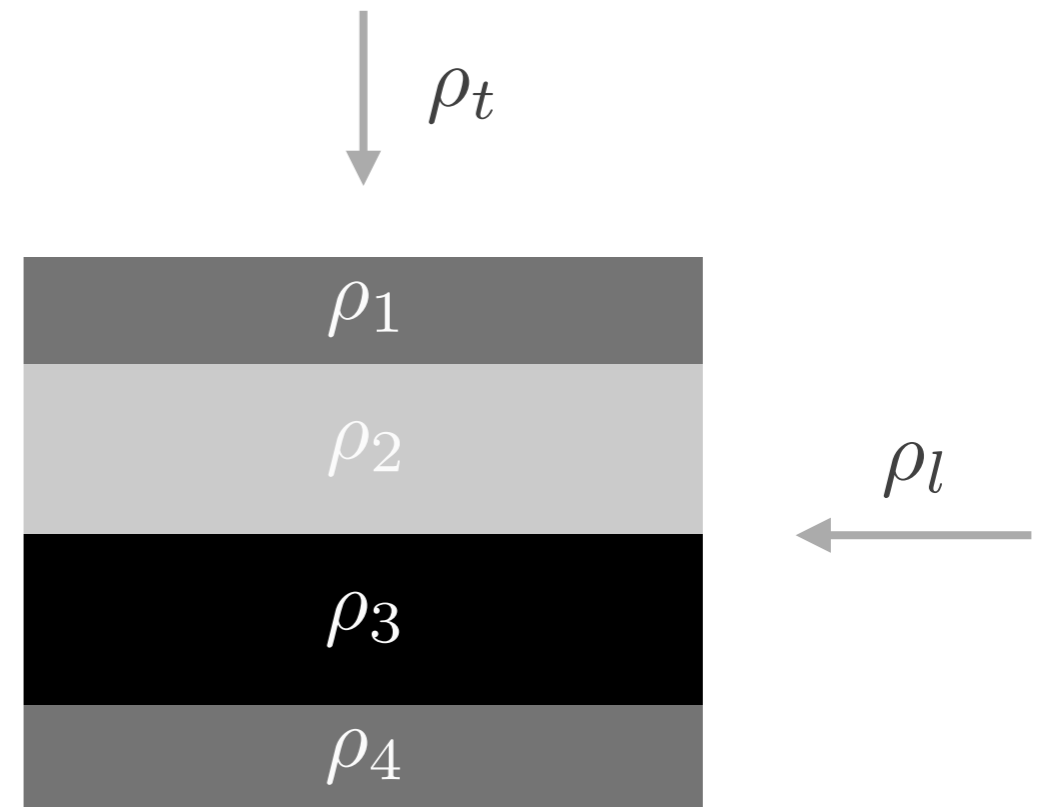
# Résistivité effective d'un milieu hétérogène

Résistivité transversale  
(résistances en série)

$$\rho_t = \frac{\sum_i^n h_i \rho_i}{\sum_i^n h_i}$$

Résistivité longitudinale  
(résistances en parallèle)

$$\rho_l = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n h_i / \rho_i}$$



# Exercice: Conductivité des trois mécanismes

---

Quel mécanisme domine pour ce matériau poreux ?

$$\rho_{eau} = 10 \Omega \cdot m$$

$$\rho_{surface} = 10^4 \Omega \cdot m$$

$$\rho_{quartz} = 10^{16} \Omega \cdot m$$

Modèle simplifié d'un pore

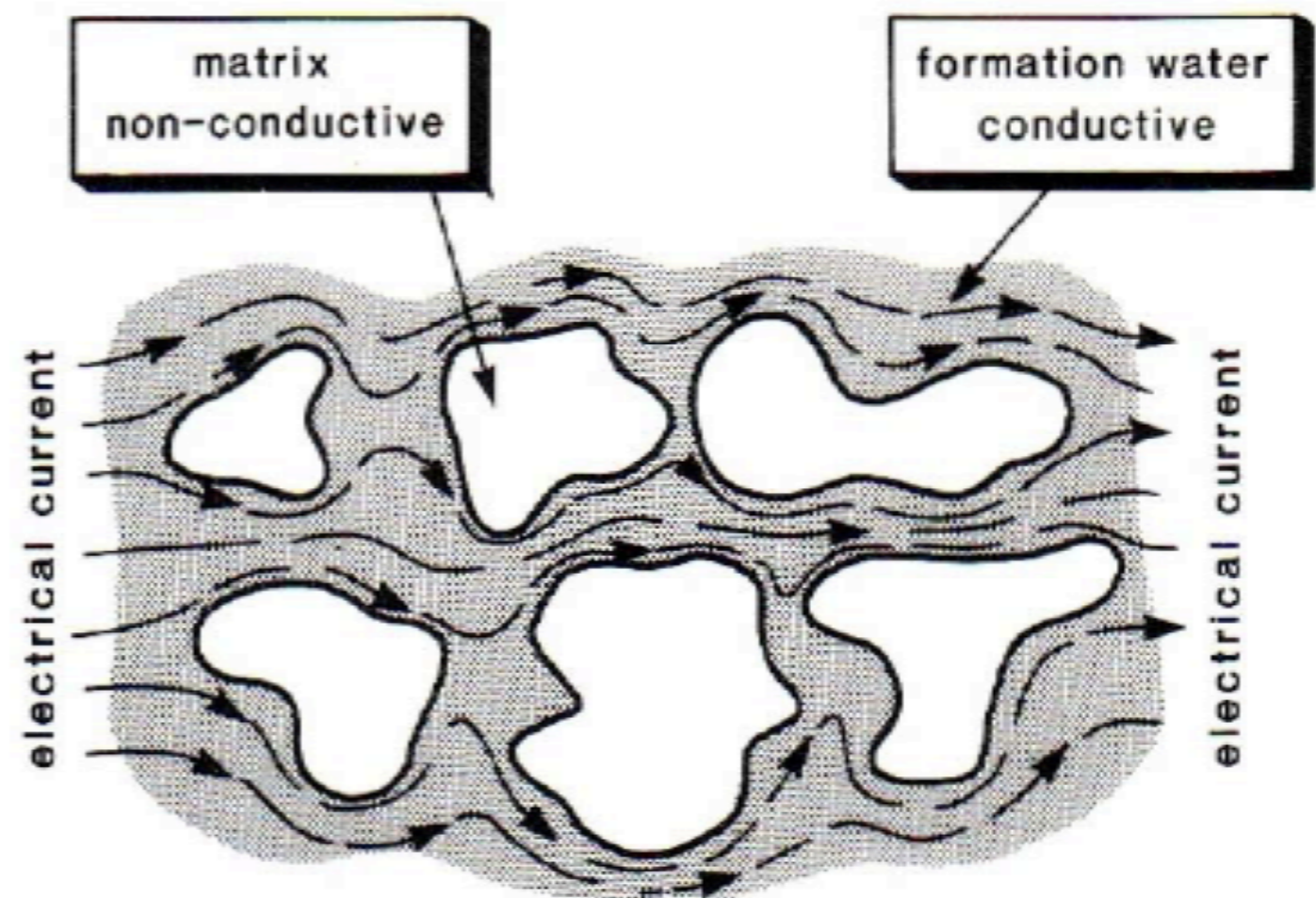
# Loi d'Archie

Lorsque la conduction est totale est dominée par la **conduction ionique**, Archie a empiriquement observé la loi suivante:

$$\rho_{eff} = F \rho_w$$

$$\rho_{eff} = a \phi^{-m} S_w^{-n} \rho_w$$

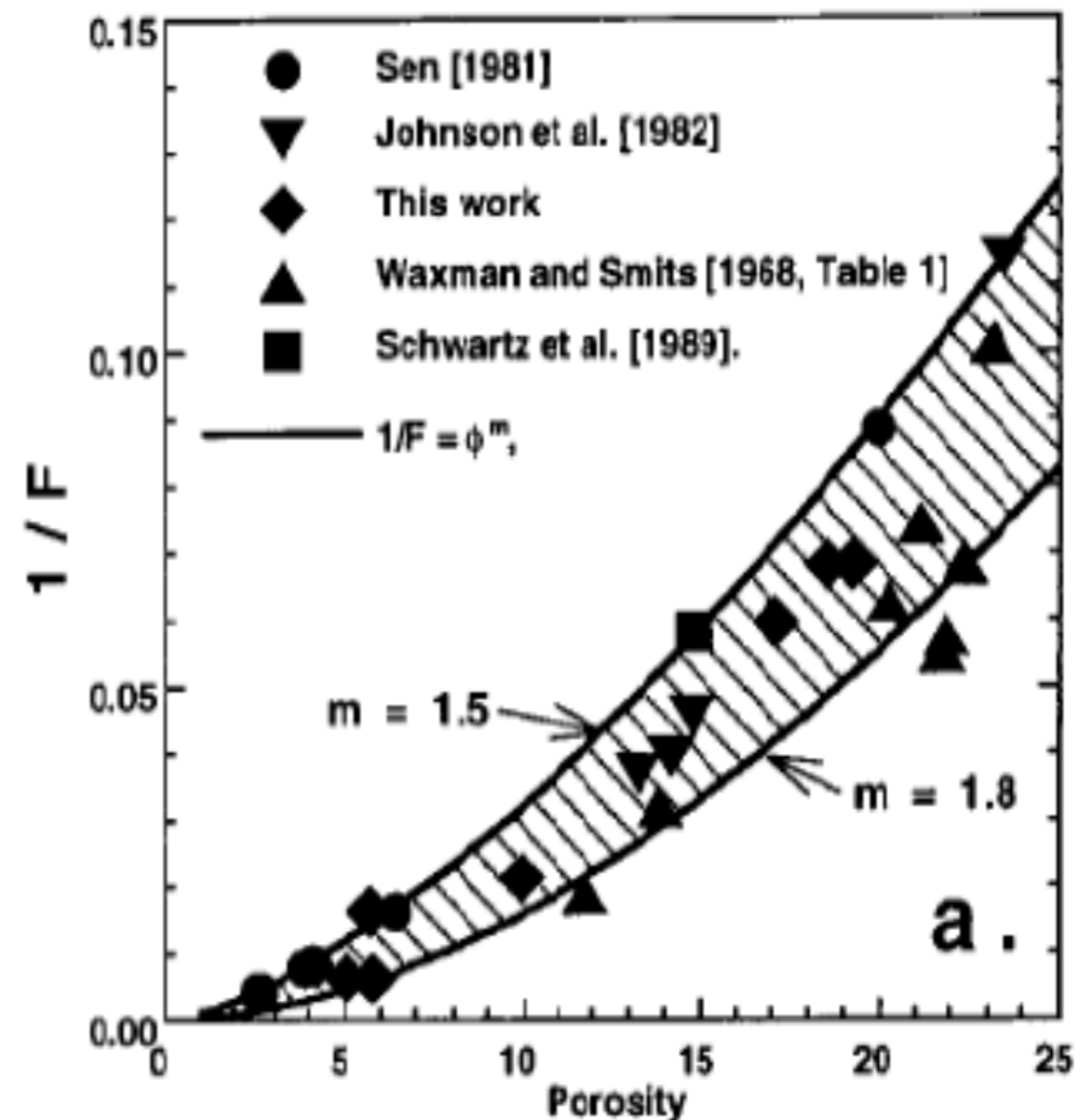
- $F$  : Facteur de formation
- $\phi$  : Porosité
- $S_w$  : Saturation en eau



# Loi d'Archie: paramètres

$$\rho_{eff} = a\phi^{-m} S_w^{-n} \rho_w$$

- a: dépend de la tortuosité proche de 1 ( $0.6 < a < 1.5$ )
- m: facteur de forme
  - dépend de la forme des pores et de leur connexion
- n: dépend du fluide
  - eau=2
  - huile = 2.08



# Loi d'Archie: paramètres

---

$$\rho_{eff} = a\phi^{-m} S_w^{-n} \rho_w$$

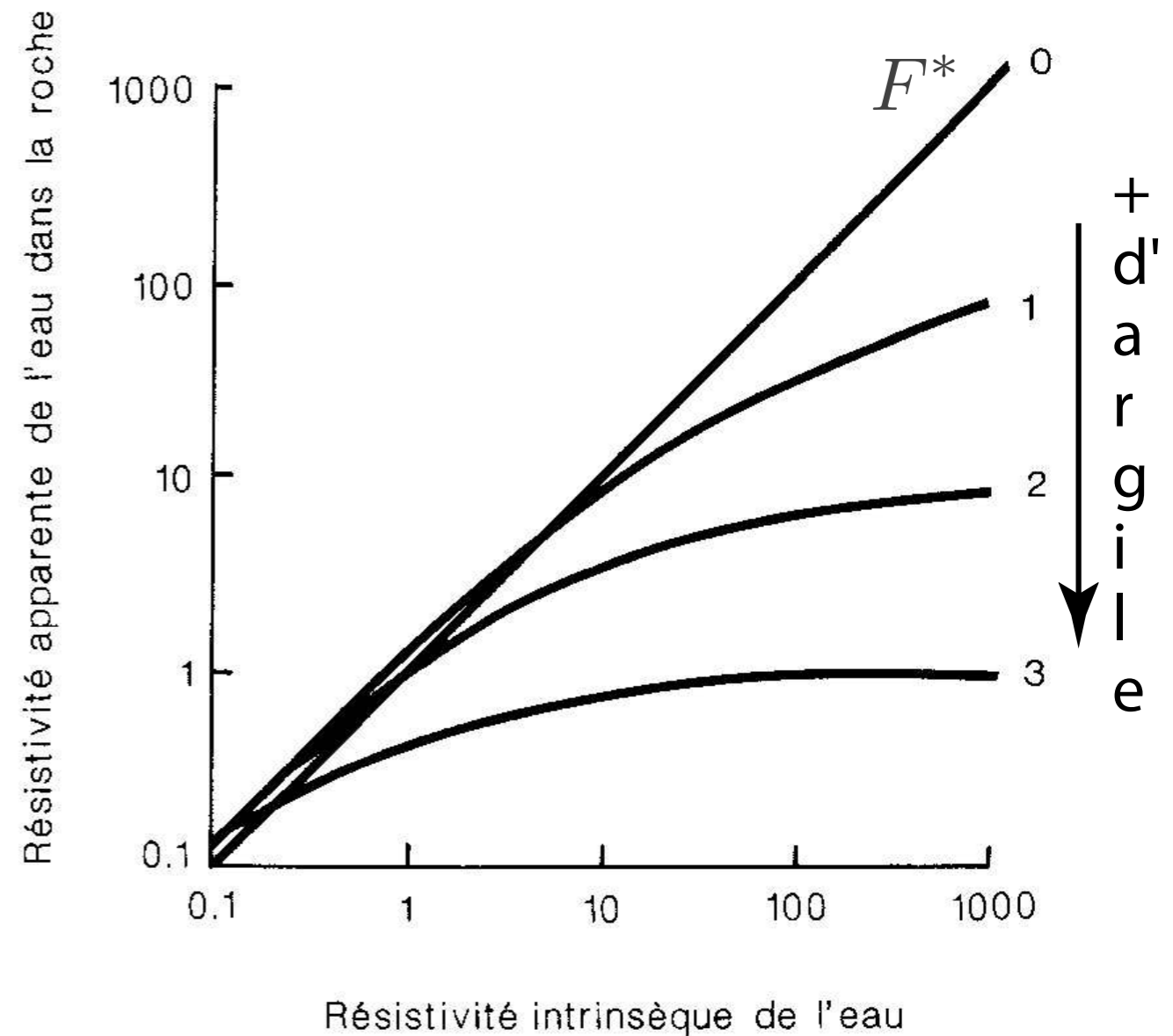
Description de la roche	a	m
Roche détritique faiblement cimentée, présentant une porosité entre 25 et 45%	0.88	1.37
Roche sédimentaire modérément cimentée, présentant une porosité entre 18 et 35%	0.62	1.72
Roche sédimentaire bien cimentée, présentant une porosité entre 5 et 25%	0.62	1.95
Roche volcanique à porosité élevée, de 20 à 80%	3.5	1.44
Roches à très faible porosité, moins de 4 %	1.4	1.58

# Loi d'Archie: Avec conduction de surface

Des corrections sont possibles lorsque la conduction de surface devient importante

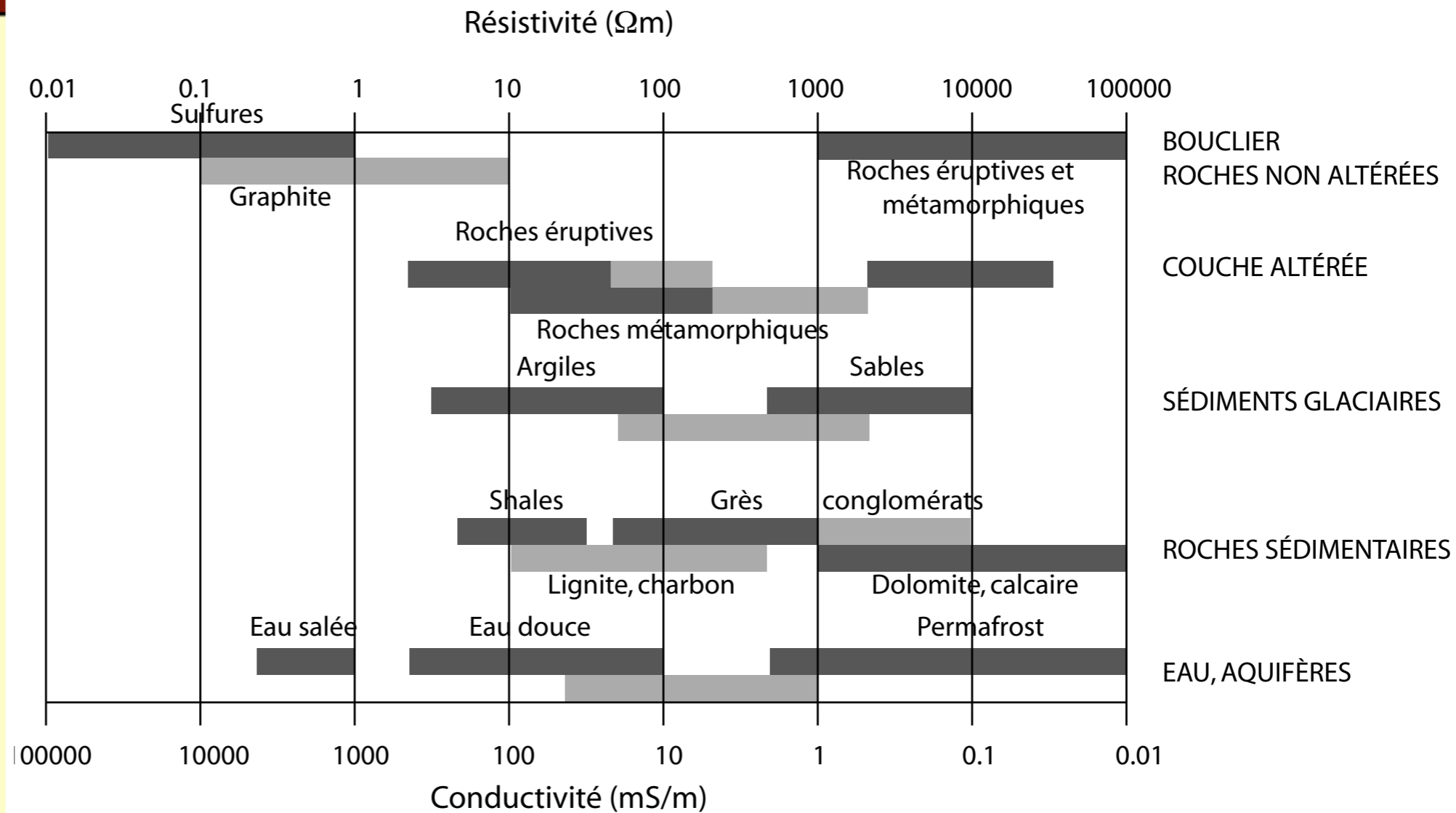
$$\begin{aligned}\sigma_{eff} &= \frac{1}{F^*} \left( \sigma_w + 2 \frac{\sigma_s}{\Lambda} \right) \\ &= \frac{1}{F^*} (\sigma_w + BQ_v)\end{aligned}$$

- $2/\Lambda$  : ratio surface/volume des pores
- $B$  : Mobilité des ions
- $Q_v$  : Densité volumique des charges des ions dans la double couche



# Résistivité des roches et des sols

Material	Resistivity (Ohm-meter)
Air	$\infty$
Pyrite	$3 \times 10^{-1}$
Galena	$2 \times 10^{-3}$
Quartz	$4 \times 10^{10} - 2 \times 10^{14}$
Calcite	$1 \times 10^{12} - 1 \times 10^{13}$
Rock Salt	$30 - 1 \times 10^{13}$
Mica	$9 \times 10^{12} - 1 \times 10^{14}$
Granite	$100 - 1 \times 10^6$
Gabbro	$1 \times 10^3 - 1 \times 10^6$
Basalt	$10 - 1 \times 10^7$
Limestones	$50 - 1 \times 10^7$
Sandstones	$1 - 1 \times 10^8$
Shales	$20 - 2 \times 10^3$
Dolomite	$100 - 10,000$
Sand	$1 - 1,000$
Clay	$1 - 100$
Ground Water	$0.5 - 300$
Sea Water	$0.2$



# Résistivité électrique: points importants

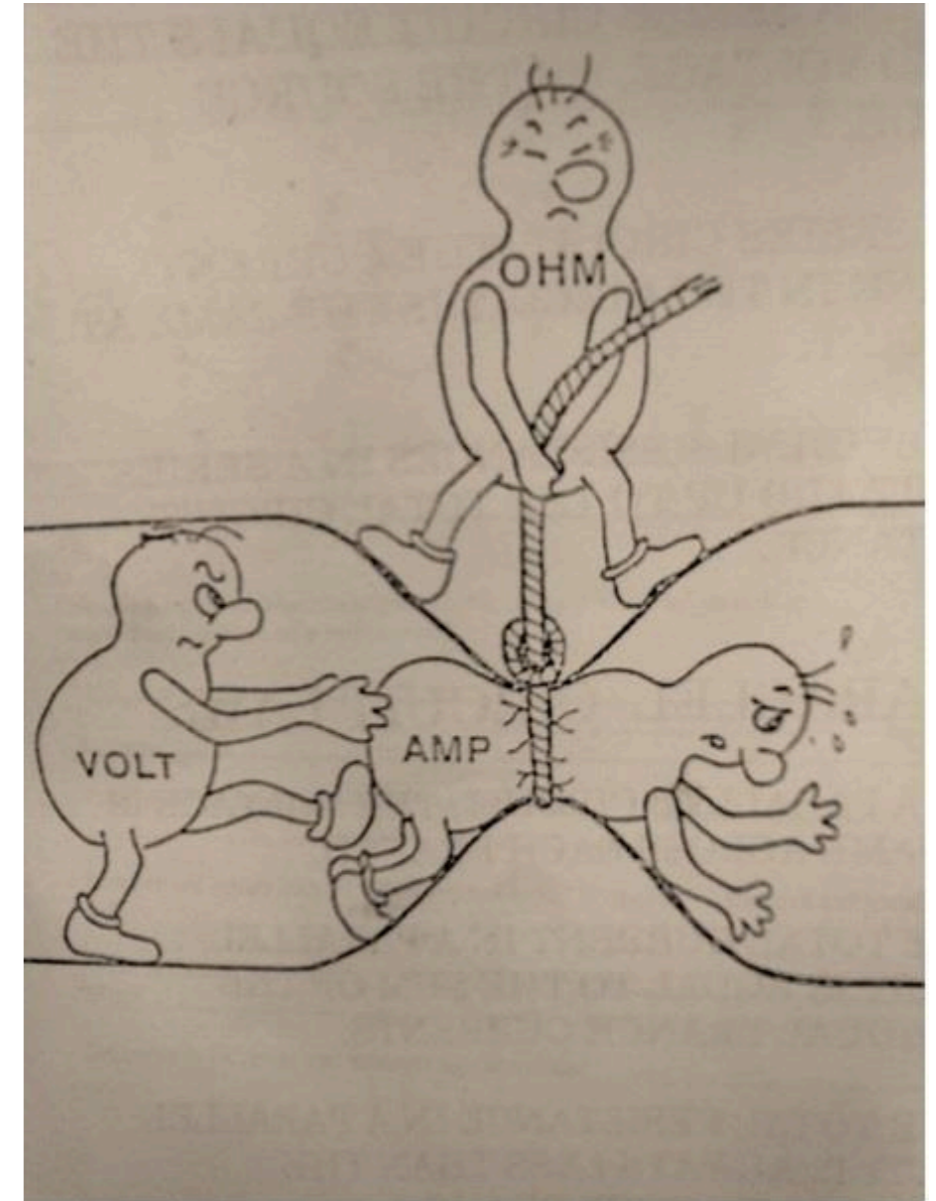
---

La résistivité électrique est principalement affectée par:

- la porosité
- la teneur en argile
- la forme des grains composant la matrice

Mais est aussi grandement influencée par:

- la conductivité de l'eau
- la saturation
- la température





## 2. Le potentiel électrique terrestre

# Les sources de potentiel électrique

---

Dans le cas de la loi de Darcy, la gravité contrôle les charges hydrauliques.

Dans le cas du potentiel électrique, plusieurs sources naturels existent:

- Altération des sulfures
  - Contacts géologiques de roches de différentes compositions
  - Activité bioélectrique du matériel organique
  - Corrosion
  - Gradients thermiques
  - Écoulement de fluides souterrains
-

# Les sources de potentiel électrique

---

Nous regrouperons les potentiels en 3 catégories:

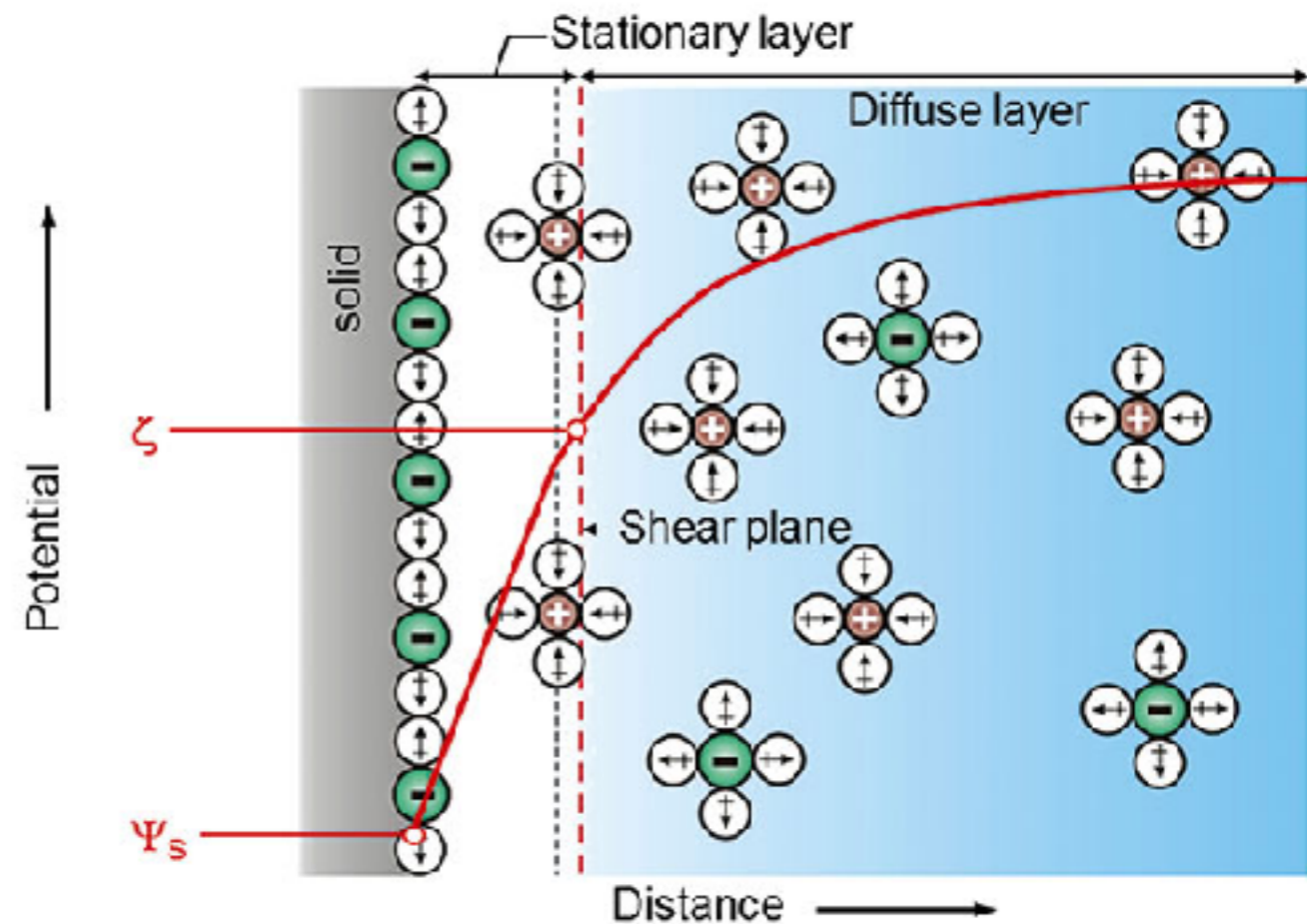
- Les potentiels électrocinétique
- Les potentiels électrochimiques
- Les potentiels de minéralisation

La méthode de la polarisation spontanée se base sur ces trois potentiels. Notons qu'il existe d'autres sources naturelles, qui seront considérées comme des bruits.

- Le potentiel bioélectrique
  - Les potentiels telluriques
-

# Potentiel électrocinétique

- La parois des grains de matériaux poreux se charge en présence d'un électrolyte
- Ceci crée une double couche électrochimique. La couche près de la paroi est une couche immobile.
- La distribution de charges crée un potentiel électrique qui décroît avec la distance
- Le potentiel d'adsorption  $\phi$ , aussi appelé le potentiel zeta  $\zeta$ , est le potentiel à l'interface de la couche stationnaire et diffusive



# Potentiel électrocinétique

- Lorsque l'électrolyte s'écoule dans le milieu poreux, les ions positifs de la couche diffuse sont entraînés par le courant. Les charges positives s'accumulent et crée une différence de potentiel, créant à son tour un courant de conduction dans la couche de Stern de sens opposé à l'écoulement. Le potentiel électrique créé est donnée par:

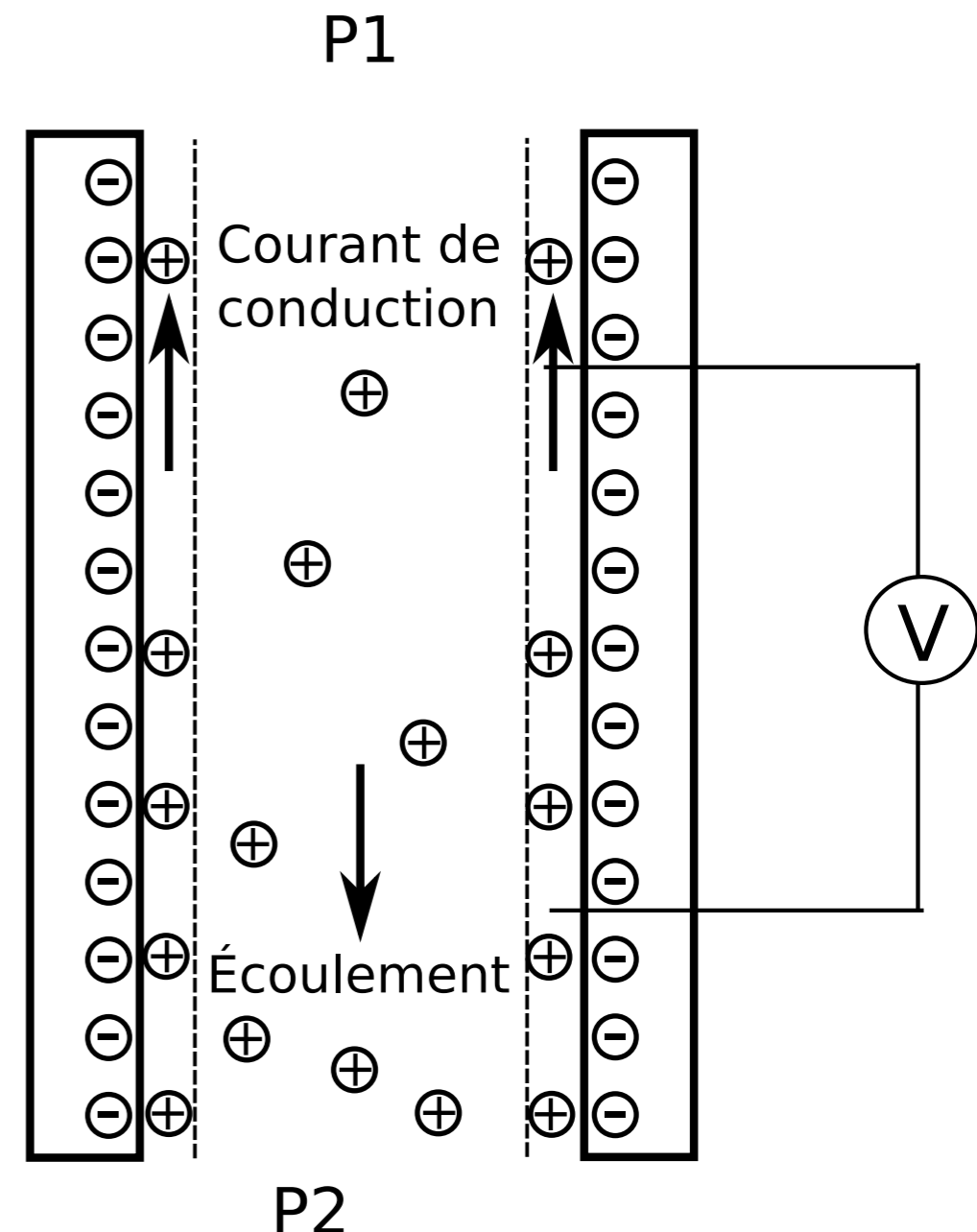
$$E_k = -\phi \frac{\Delta P \epsilon \rho}{4\pi \eta}$$

$P$  : Pression

$\phi$  : Potentiel d'adsorption

$\eta$  : Viscosité du fluide

$\epsilon$  : Permittivité électrique



# Potentiel de diffusion

Le potentiel de diffusion est donné par

$$E_d = \frac{RT(I_a - I_c)}{nF(I_a + I_c)} \ln(C_1/C_2)$$

$n$  : charge/ion

$R$  : Nombre d'Avogadro

$T$  : Température absolue

$I_a$  : Mobilité des anions (cations)

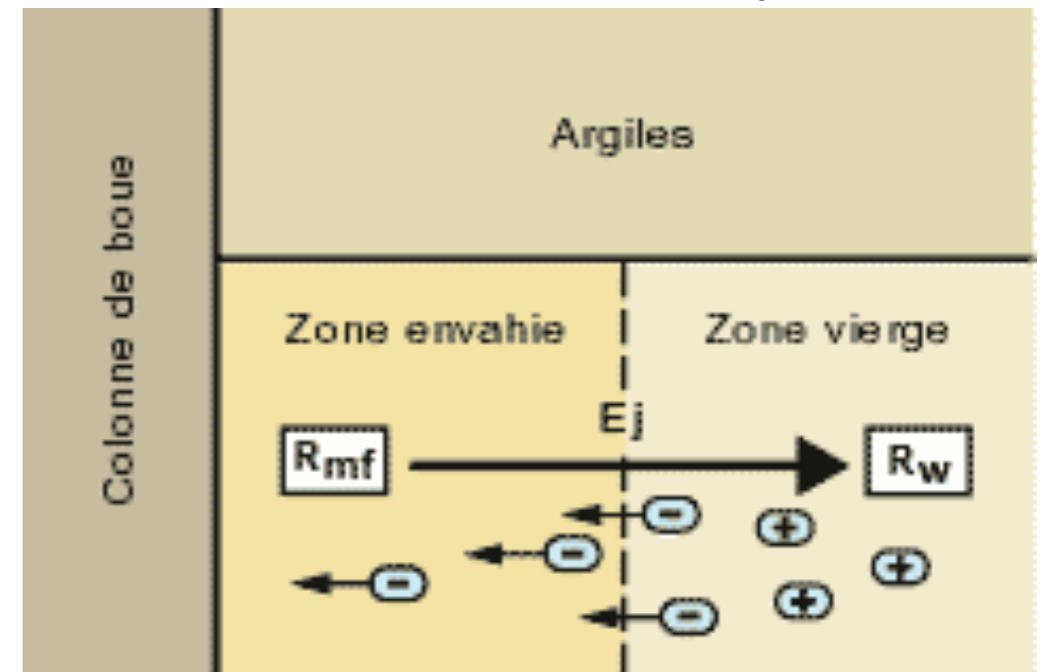
$F$  : Constante de Faraday

$C_1$  : Concentration des solutions 1 et 2

Pour NaCl à 25 C:

$$E_d = -11.6 \log(C_1/C_2) \quad (\text{mV})$$

[https://www-ig.unil.ch/c\\_diaf.htm](https://www-ig.unil.ch/c_diaf.htm)



Cause: Différence de mobilité entre les anions et les cations de deux solutions en contact de concentration différente

# Potentiel de Nernst

Le potentiel de Nernst est donné par

$$E_s = \frac{RT}{nF} \ln(C_1/C_2)$$

$n$ : charge/ion

$R$ : Nombre d'Avogadro

$T$ : Température absolue

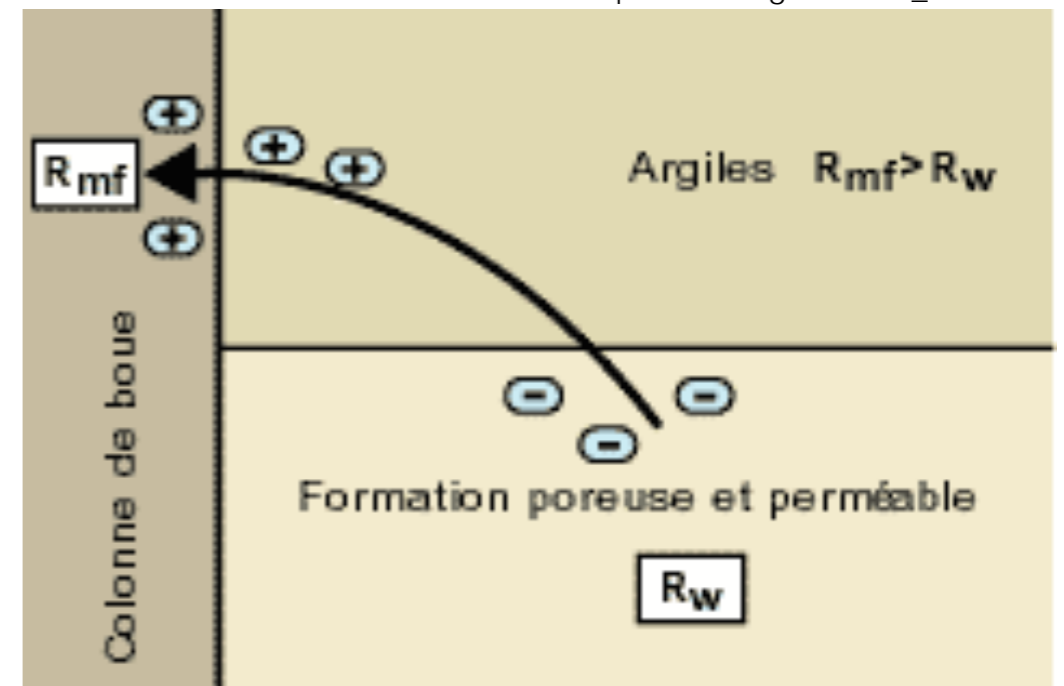
$F$ : Constante de Faraday

$C_1$ : Concentration des solutions 1 et 2

Pour NaCl à 25 C:

$$E_s = -59.1 \log(C_1/C_2) \quad (\text{mV})$$

[https://www-ig.unil.ch/c\\_diaf.htm](https://www-ig.unil.ch/c_diaf.htm)



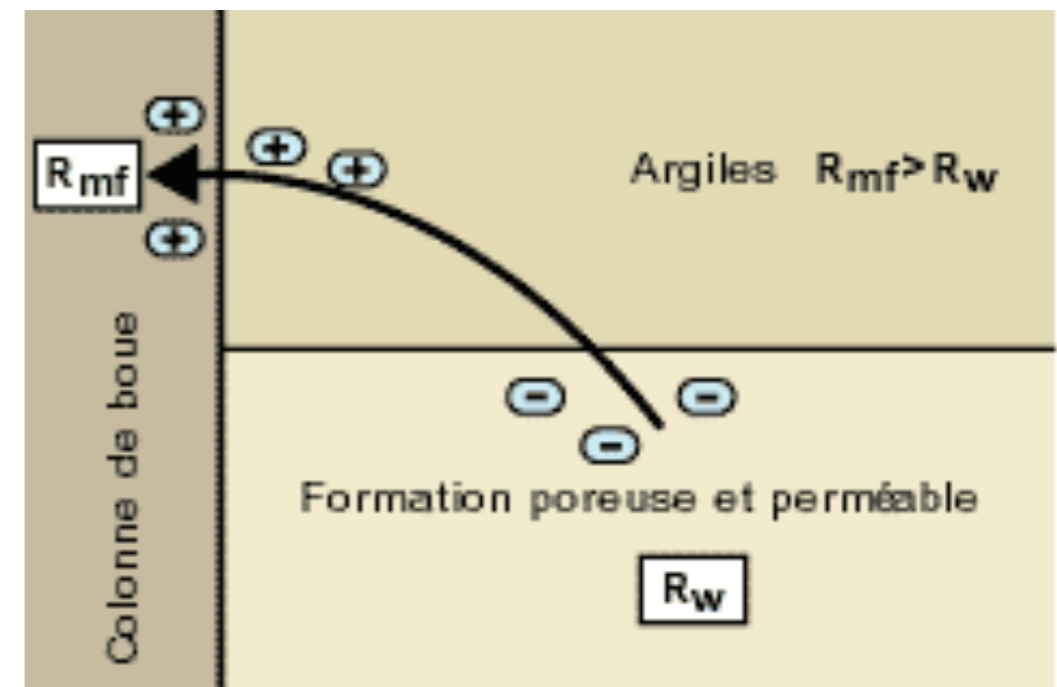
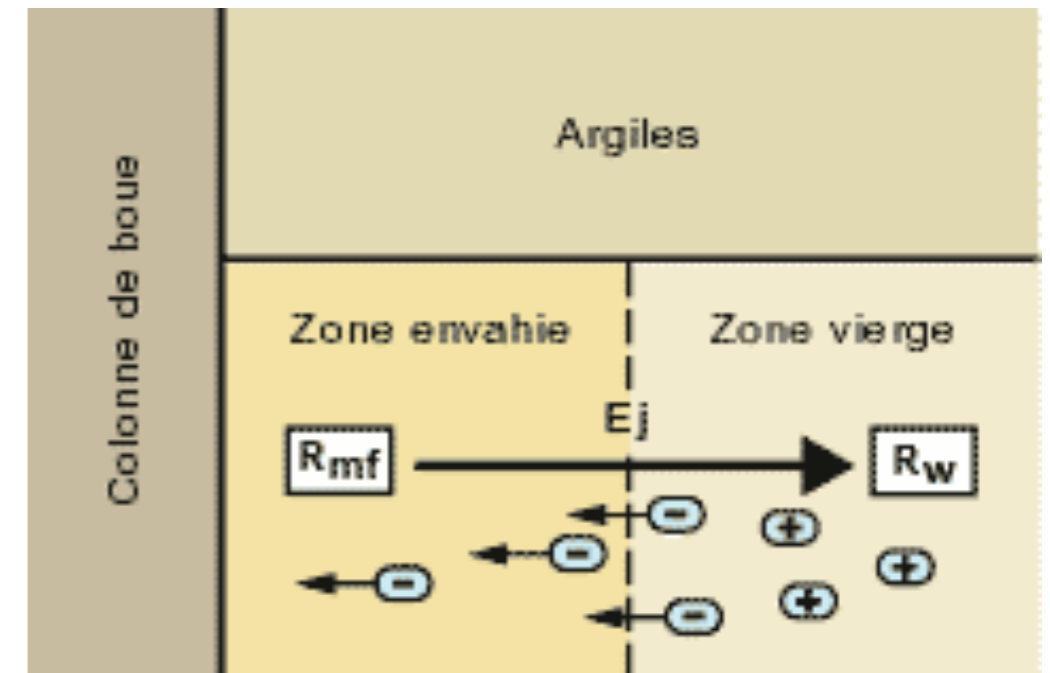
Cause: Deux solutions de concentration différente séparée par une membrane sélective, qui diffuse uniquement les cations, et crée une différence de potentiel

# Potentiel électrochimique

Le potentiel électrochimique est donné par la somme des potentiels de diffusion et de Nernst

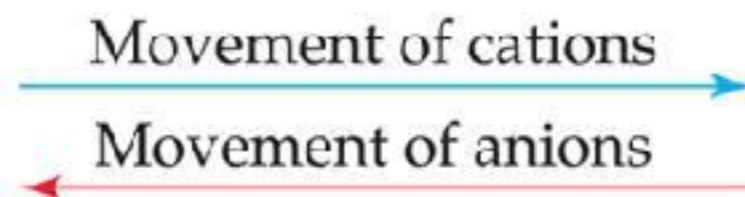
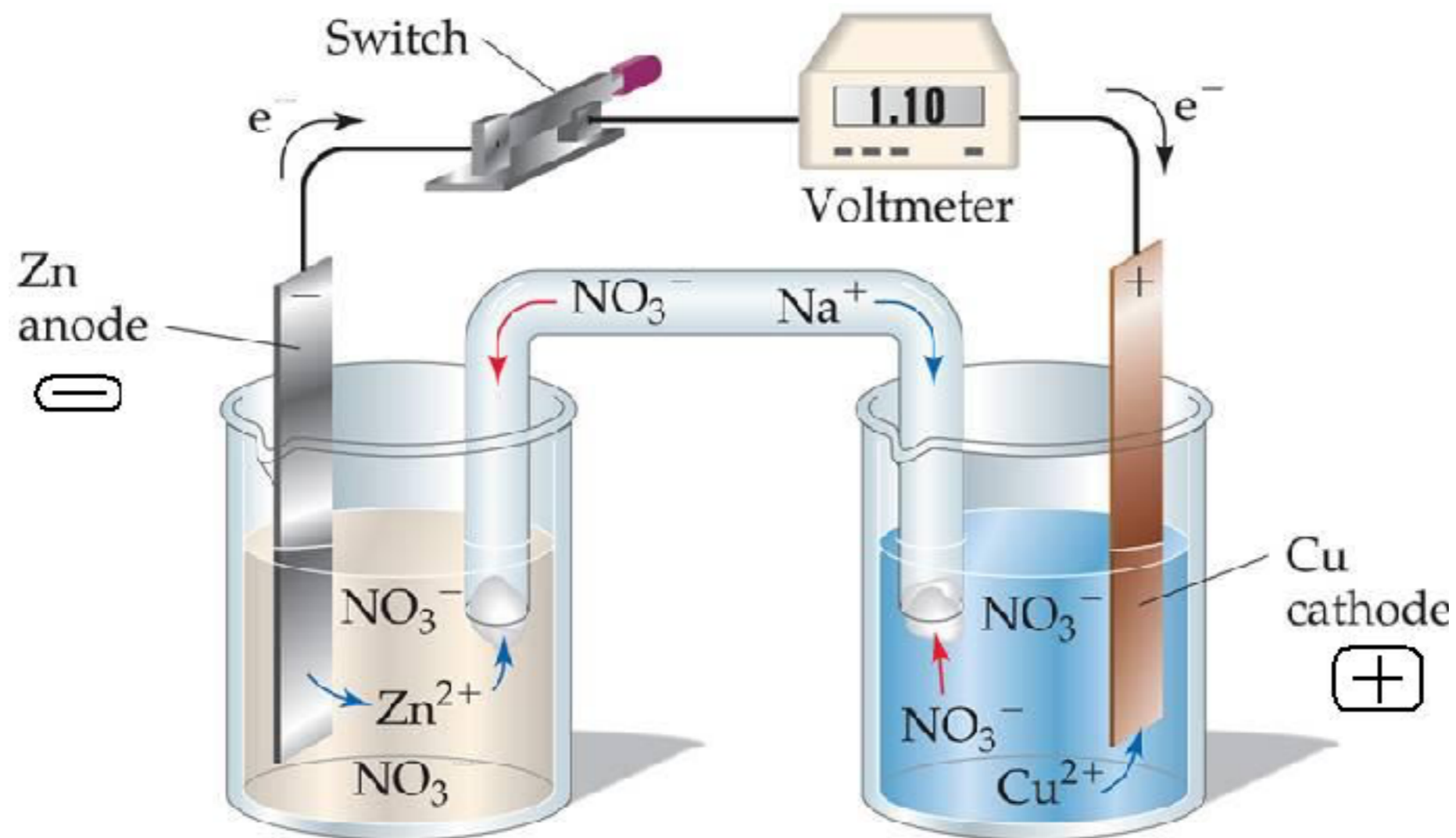
$$E_c = -70.7T \log \frac{C_1}{C_2} \quad (\text{mV})$$

Pour NaCl. À 25 degrés, pour un rapport de concentration 5:1, ce potentiel atteint **~50 mV**



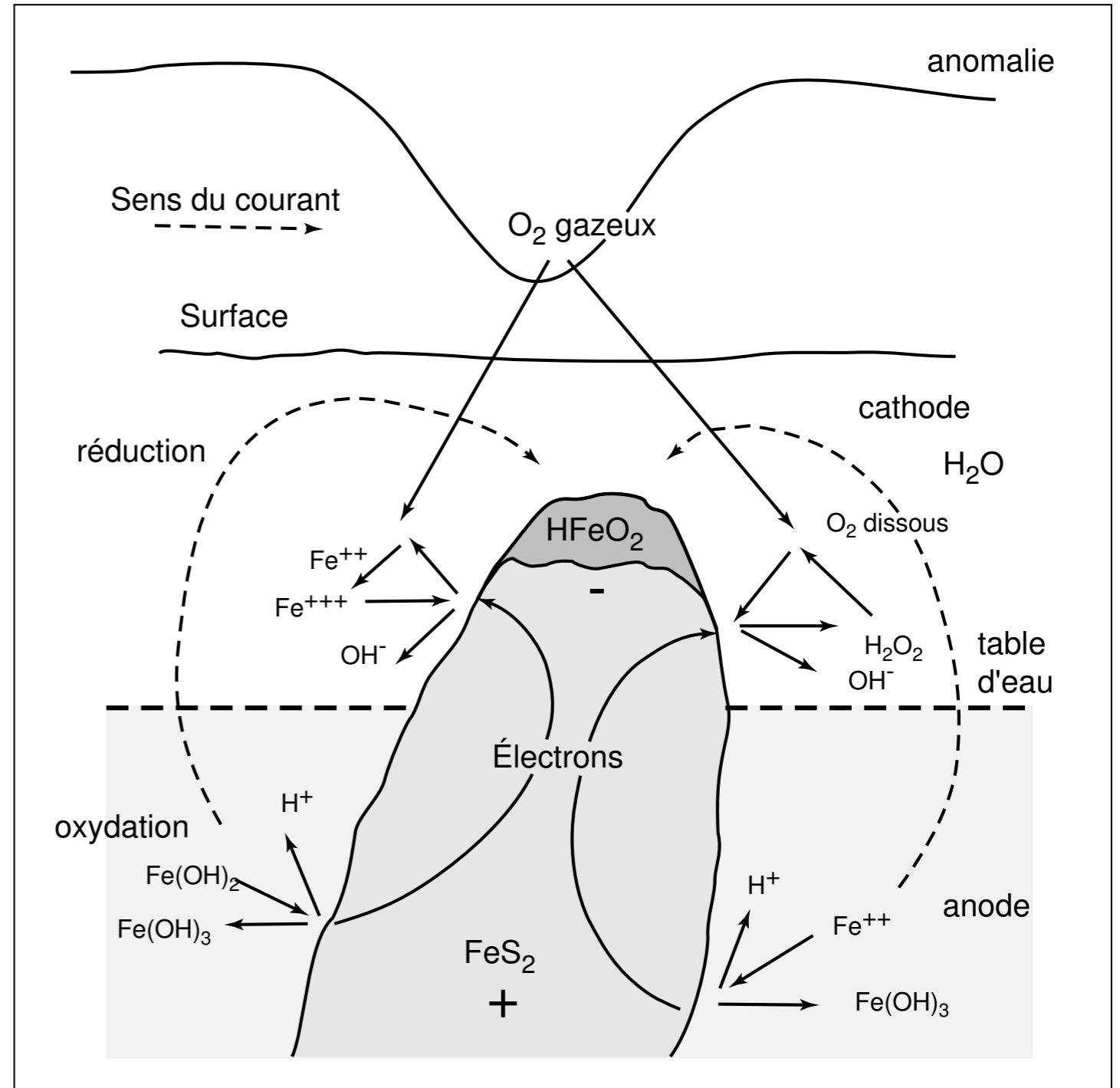


# Modèle de la cellule électrochimique



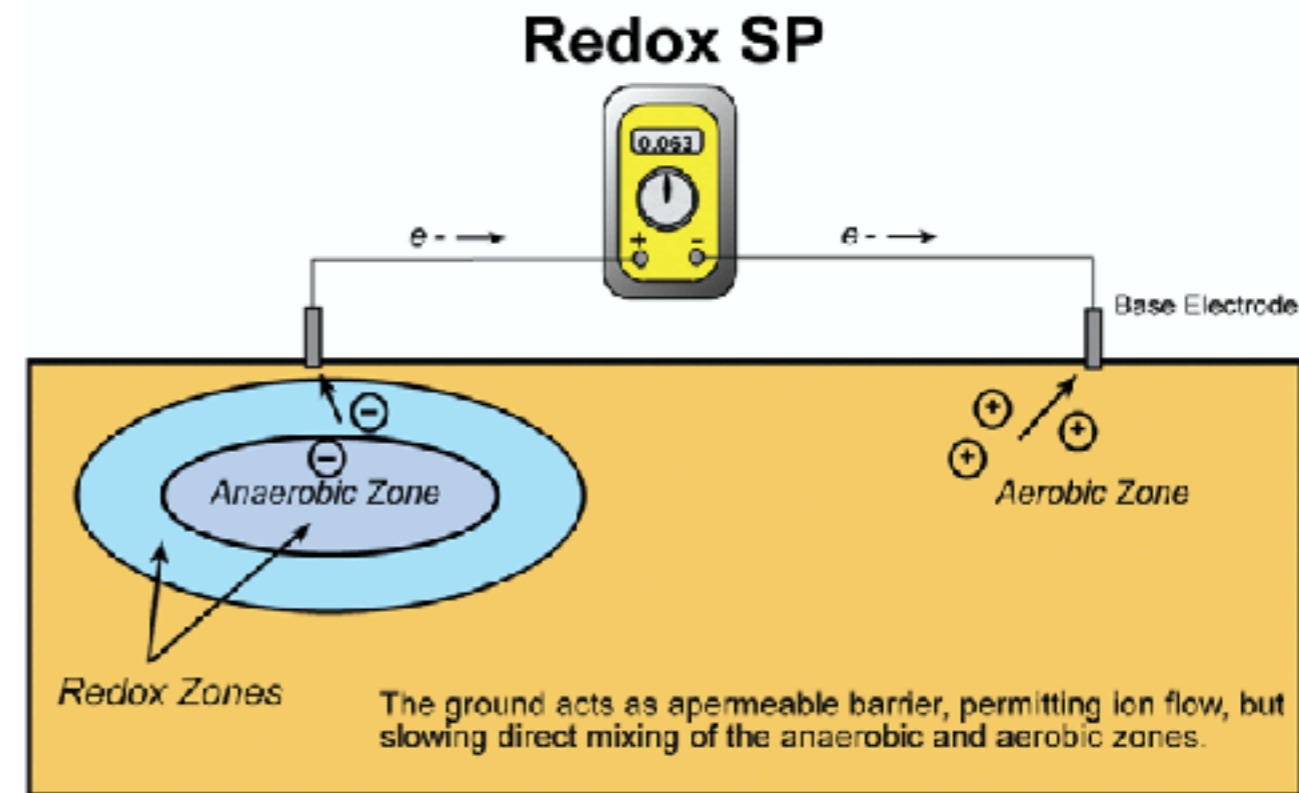
# Potentiel de minéralisation

- Le modèle du potentiel de minéralisation est basé sur la cellule électrochimique.
- Apparaît surtout en présence de sulfures métalliques, de graphite et certains oxydes métalliques telle que la magnétite.
- Des différences de l'ordre de **~1V** sont observées sur le terrain !



# Potentiel due à la biodégradation

- Le même modèle de cellule électrocinétique a été appliqué pour la biodégradation des contaminants organiques
- Les bactéries métabolisent les hydrocarbures rapidement en présence d'oxygène.
- Lorsque tout l'oxygène est consommée, la métabolisation continue plus lentement en régime anaérobique. Le fer, le soufre le nitrate sont utilisés comme accepteur d'électron, ce qui crée une zone réduite.



**Amplitude ~100mV**

# Le biopotentiel

---

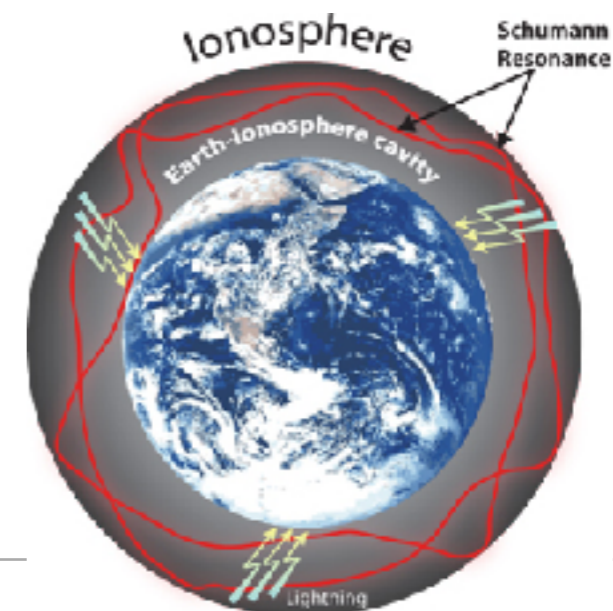
- Les plantes pompent de l'eau par leurs racines et se nourrissent de nutriments (ions) de façon sélective
- Une différence de potentiel se crée donc entre les zones de différente couverture végétale.
- Ces anomalies sont de l'ordre de **~100 mV**.



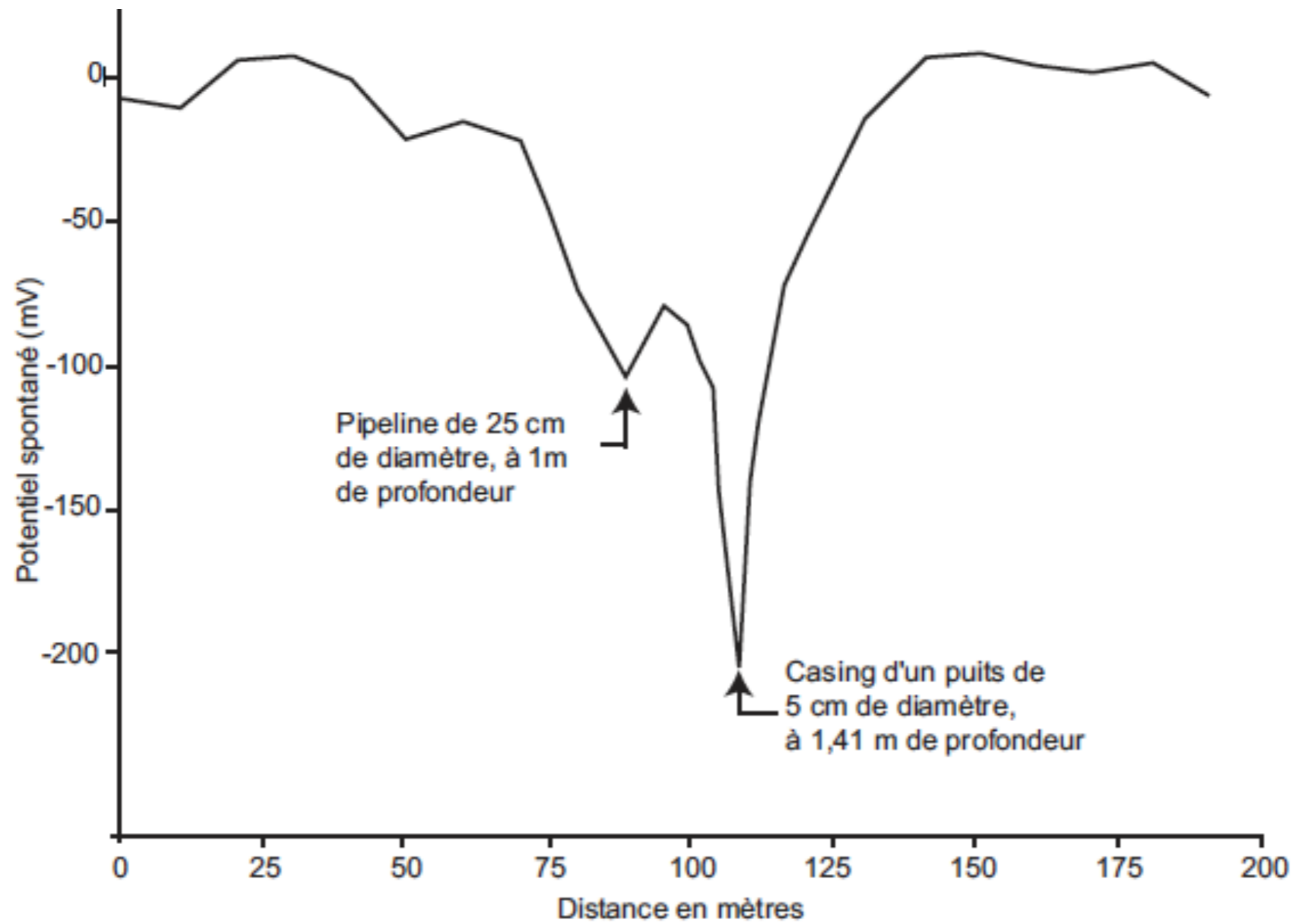
<http://landviser.net>

# Source de courants telluriques ( $\sim 100$ mv)

---



# Bruits anthropiques



(Naudet, 2004)

# Points importants

---

- De multiples sources de potentiel existent dans la nature
- Les magnitudes des différentes sources sont souvent du même ordre.  
*exception: Potentiel de minéralisation  $\sim 1$  V*
- Certaines sources sont reliées à des phénomènes géologiques d'intérêt, d'autres non.
- Étant donné la quantité de sources de potentiel et le manque de compréhension de certains mécanismes, il est difficile d'expliquer quantitativement les potentiels observés